

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

ENERO 1939 — ENTREGA I — TOMO CXXVII

SUMARIO

Pág.

SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:

Ciclo de conferencias:

Conferencia del Dr. ALFREDO CASTELLANOS. — El subsuelo de Rosario ... 3

Conferencia del Dr. RICARDO A. GAIBROIS. — Algunos aspectos modernos de la ingeniería sanitaria ... 13

Sesión de comunicaciones del 4 de Noviembre de 1938 ... 32

J. BABINI. — Sobre un tipo de ecuaciones diferenciales lineales ... 32

HORACIO DAMIANOVICH. — ¿Puede obtenerse helio molecular a partir de sus compuestos metálicos? ... 32

J. GOLLAN (H.) Y M. R. CODINI. — Control del análisis mecánico del suelo ... 33

GUSTAVO A. FESTER. — Las materias tanantes del quebracho colorado 36

MATEMATICAS:

ANTONIO VALEIRAS. — Determinación de las singularidades de las curvas unicursales ... 38

FISICA:

REINALDO VANOSSI. — Dispositivo para la técnica con electrodo gotero de mercurio (polarografía de Heyrovsky) ... 66

E. R. — Noticiario ... 73

C. C. D. — Bibliografía ... 78

BUENOS AIRES

CALLE SANTA FE 1145

1939

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escrito. Tienen derecho a la corrección de do pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

ENERO 1939 — ENTREGA I — TOMO CXXVII

BUENOS AIRES

CALLE SANTA FÉ 1145

1939

SECCIÓN OFICIAL

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

SECCIÓN "SANTA FÉ"

Ciclo de conferencias

EL SUBSUELO DE ROSARIO

CONFERENCIA DEL DR. ALFREDO CASTELLANOS

Prosiguiendo con el ciclo de conferencias organizado por la Sección « Santa Fé » de la Sociedad Científica Argentina, para el presente año (1938) se realizaron durante el mes de Octubre dos conferencias a cargo de los Dres. Alfredo Castellanos y Ricardo A. Gaibrois, respectivamente. Ambas conferencias se llevaron a cabo en el local de la Facultad de Química Industrial y Agrícola y contaron con el auspicio del Instituto Social de la Universidad Nacional del Litoral.

La primera de ellas, que tuvo lugar el 8 de Octubre a las 18.30 y que estuvo a cargo del Dr. Alfredo Castellanos, profesor de la Facultad de Ciencias Matemáticas de Rosario, y Director del Instituto de Fisiografía y Geología de esa Facultad, versó sobre el tema: « El subsuelo de Rosario », y fué ilustrada con numerosas proyecciones luminosas.

Dada la extensión de esta conferencia y como ella es sólo una síntesis del curso que con el mismo nombre dictara el autor en el Instituto de Fisiografía y Geología de Rosario, desde mayo a agosto del corriente año, y que se publicará en su oportunidad, solamente nos ha remitido una revisión general de todos los estratos que han sido alcanzados por diferentes perforaciones practicadas por empresas y establecimientos, dentro del perímetro de la ciudad.

Haremos una rápida crónica del desarrollo de su conferencia para completarla luego con la descripción de los diversos estratos del subsuelo de Rosario, que nos remitió el autor.

Para estudiar la colocación y distribución de los distintos sedimentos alcanzados por las perforaciones más profundas, el conferencista inició su disertación realizando una exposición sobre la génesis de la morfología del zócalo cristalino y de la constitución del subsuelo de la pampa y su relación con el plegamiento de las sierras pampeanas. Se ocupó de los movimientos tectónicos y fracturamiento del zócalo cristalino y del subsuelo de la pampa; de la destrucción de las sierras pampeanas y rellenamiento de la planicie del Este, para concluir con la formación de los trozos de la llanura pampeana y del bloque mesopotámico, limitados éstos por una serie de fallas longitudinales que son las siguientes de oeste a este:

1ª - San Francisco del Chañar o Rayo Cortado, Sampacho, Del Campillo, Cañada Verde. Cambia de rumbo hacia el sud-este por Villa Sauze y Tandil.

2ª - Alhuampa, Añatuya, Capilla de los Remedios, Hernando, Alejandro, Laboulaye. Se dirige luego al S. E. por Gainza, Tapalquén, Parish, Rauch, Pirán.

3ª - Tostado, Selva, Borde de los Altos, San Francisco, Monte Maíz, Arias, Amenábar. Sigue la dirección E. S.E. por Chacabuco y Navarro.

4ª - Ríos Paraguay y Paraná, (Las Delicias, Santa Elena, La Paz) y margen derecha del Plata.

5ª - San Ignacio, río Uruguay y margen izquierda del Plata.

De esta manera queda la llanura del este de la sierra de Córdoba dividida de W. a E., en tres partes: *Pampa elevada, Pampa hundida* y *Pampa levantada.* La intermedia es un *Graben* y las otras dos son *Horst.* Los movimientos del bloque santafesino son en báscula, lo mismo que el que dió origen a la planicie mesopotámica.

En seguida se ocupó de los estratos de Paganzo y las areniscas de São Bento en la llanura pampeana y de la posible existencia del mar chaqueño de Bonarelli.

Describió el avance del océano Atlántico en la llanura pampeana constituyendo el mar entrerriano formado por cuatro ingresiones dispuestas alternativamente entre sedimentos terrestres: la primera corresponde a la parte de arcilla azul del *Paranense* inferior, separada por una arcilla marrón o parda, tal vez sincrónica al *Pal-*

mirense del Uruguay, de la segunda ingresión marina del *Paranense* superior constituída por arcilla plástica gris verdosa oscura con intercalaciones arenosas y coronada en la parte de Entre Ríos con un banco calcáreo marino.

La tercera ingresión marina correspondería al *Mesopotamiense* medio o *Mesopotamiense* marino. Los sedimentos de esta ingresión se componen de arcilla verdosa o gris verdosa. Para Castellanos el *Mesopotamiense* estaría formado por tres divisiones, superior, inferior e intermedia, esta última marina; todas serían sincrónicas a los depósitos denominados areniscas de Río Negro (*Ríonegrense*).

La cuarta ingresión, de menor extensión que las anteriores, sería el *Entrerriense* de las barrancas del Paraná que cerca de la ciudad de su nombre, es un banco calcáreo marino. Del lado santafesino lo forman arenas blancas amarillentas, fluviales, presentando en su cumbre intercalaciones medanosas, de dunas litorales de pequeña altura.

Estas cuatro ingresiones del mar entrerriano se caracterizan también por su extensión: la primera, la de la arcilla azul, ha sido la de mayor propagación extendiéndose en toda la llanura pampeana hasta el pie de las sierras del mismo nombre; la segunda es más reducida y más aún la tercera; la cuarta interesó más bien el bloque mesopotámico y parte S. W. del Uruguay. Estas ingresiones están en relación con los movimientos de ascenso y descenso de la llanura pampeana como repercusión de los movimientos tectónicos andinos en sus tres fases, subfases y etapas.

Retirado definitivamente el mar entrerriano, mucho tiempo después sobreviene otro pequeño descenso de la llanura que permite, en tiempos belgranenses, otra ingresión marina la que penetra por las bocas del Plata, asciende en forma de brazo estrecho por el Paraná dejando depósitos marinos y estuáricos en los alrededores de La Plata, Buenos Aires y sus alrededores, en San Pedro (Buenos Aires) y en el Rincón de Grondona (Santa Fé).

La última ingresión marina de carácter exclusivamente estuárico, de edad mucho más reciente, es la Querandina, se limita a las márgenes del río de la Plata y parte de la costa de la provincia de Buenos Aires, en la orilla oriental del río Uruguay desde Fray Bentos y en la margen del río Negro hasta cerca del Aº Cololó (Uruguay).

El Dr. Castellanos describió también las características climáticas que debieron presidir la deposición de los sedimentos que cons-

tituyen el suelo santafesino y la distribución de la red hidrográfica después del retiro del mar entrerriano y durante los tiempos pampeanos en relación con la actual. Hizo una descripción petrográfica de los sedimentos lacustres, fluviales y eólicos que componen, en general el subsuelo de Santa Fe. Completó su exposición ocupándose de la emisión de meláfiro y basalto de Serra Geral que se ha extendido en el bloque mesopotámico y que algunas perforaciones realizadas en la llanura pampeana encontraron en la zona del este.

« En la ciudad de Rosario y sus alrededores, desde hace bastante tiempo, ya para la construcción del puerto, o bien en busca de agua potable, o para el hincamiento de pilotes en distintas construcciones, se han realizado diversas perforaciones. Gran parte del material extraído ha sido seleccionado y se halla formando parte de las colecciones del Instituto de Fisiografía y Geología de la Facultad de Ciencias Matemáticas, etc., de Rosario, que dirijo.

« En agosto de 1936 se terminó una perforación en Fisherton, al oeste de la ciudad, en el Country Club, perteneciente al Jockey Club de Rosario. Aquélla alcanzó 263,80 m. Comparando la serie de sedimentos extraídos de esta perforación con otros obtenidos de las de la Cervecería Quilmes en Alberdi, de la fábrica de hielo « La Moderna », y de las practicadas en la zona portuaria, se tiene el siguiente perfil de abajo a arriba:

« En la perforación del Country Club, desde los 263,80 m. hasta los 211m.30, se ha descubierta una serie de capas de arena cuya edad podría ser equivalente a la de los depósitos denominados *Friasense*. Por la naturaleza y posición de los elementos petrográficos, creo que ellos no alcanzarían a la edad del *Santacrucense*. Estos depósitos de arena están distribuídos en la siguiente forma:

263m.80 — 239m.30 (24m.50 de espesor) es una arena limpia de grano mediano.
239m.30 - 230m.30 (9 metros de espesor) arena fina.
230m.30 - 218m 30 (12 metros de espesor) arena limpia de grano mediano.
218m.30 - 211m.30 (7 m. de espesor) arena cuarzosa muy fina.

« El espesor total de estos depósitos es de 52m.50 En la base se alcanzó la *quinta napa acuífera, es de agua salada* y asciende 258 m., es decir, hasta la primera napa.

« Desde los 136m.80 hasta los 211,30, en un espesor de 74m.50, se alcanzaron capas de arena y arcilla cuya edad podría corresponder a los depósitos denominados *Mayoense* que juntamente con el anterior *Friasense* constituirían la mayor parte de la Formación

Friaseana de Kraglievich, perteneciente, posiblemente, al mioceno medio.

« Los diferentes estratos comprendidos entre los 211m.30 hasta los 136m.80 son los siguientes:

211m.30 - 194m.30 (17 m. de espesor) arena arcillosa de color amarillo pardo.
194m.30 - 193m. (1m.30 de espesor) arenisca cuarcífera ferruginosa.
193m. - 184m. (9m. de espesor) arena con arcilla.
184m. - 181m. (3m. de espesor) arcilla blanca.
181m. - 172m. (9m. de espesor) arena fina estratificada.
172m. - 161m. (11m. de espesor) arcilla rosada.
161m. - 139m.80 (21m.20 de espesor) arena fina.
139m.80 - 136m.80 (3m. de espesor) arcilla y arena amarillo-pardas.

« A los 161 metros se encontró la *cuarta napa que es también de agua salada* y asciende 140m.

« 136m.80 - 126m.80 (10m. de espesor) depósitos de arcilla azul y grisácea correspondiente a la primera ingresión marina del mar entrerriano. Estos depósitos forman el *Paranense* inferior y están distribuidos de la siguiente manera:

136m.80 - 135m.80 (1m. de espesor) arcilla azul.
135m.80 - 129m.80 (6m.) arcilla grisácea.
129m.80 - 128m 80 (1m.) arcilla blanca.
128m.88 - 126m.80 (2m.) arcilla azul.

« Sucede después una serie de capas de arcilla con algunas intercalaciones lenticulares que posiblemente corresponde al *Palmirense* de Kraglievich del Uruguay, sincrónicos a su vez al *Chasicoense,* también de Kraglievich, de la Argentina. Esta serie comprende desde los 126m.80 a los 78m. es decir, con un espesor de 48m.80.

« Los diferentes estratos de este piso están distribuídos como sigue:

126m.80 - 119m.80 (7m.) arcilla parda.
119m.80 - 118m.80 (1m.) arcilla azul.
118m.80 - 118m 50 (0m.30) arena de grano mediano.
118m.50 - 92m.50 (26m.) arcilla rosada.
92m.50 - 92m. (0m.50) capa de tosca dura.
92m. - 78m 50 (13m.50) arcilla parda.
78m.50 - 78m. (0m.50) greda parda.

« Arriba de los 78 m. hasta los 53m.50 (24m.50) hay arcilla azul y grisácea que corresponde al *Paranense* superior, segunda ingresión marina. Lo forman dos capas:

78m. - 59m 50 (18m.50) arcilla grisácea.
59m.50 - 53m.50 (6 m.) arcilla azul.

« Los depósitos que se suceden hacia arriba pertenecen al *Mesopotamiense* que en la perforación del Country Club no es muy desarrollado, en cambio en la zona del Puerto se pueden distinguir, de acuerdo a las perforaciones practicadas, 3 capas: *Mesopotamiense* inferior, 12 metros de espesor, es arena de cuarzo de color blanco amarillento; *Mesopotamiense* medio, 11 metros de espesor, arena cuarzosa de color amarillo ocráceo, a veces el hidróxido de hierro forma un cemento de unión entre los granos y el sedimento, adquiriendo así los caracteres de una arenisca no muy coherente. Corresponde a depósitos de delta. El tercer piso, el *Mesopotamiense superior,* adquiere un espesor de 6 metros y es arena fina cuarzosa fluida. La perforación del Country llega hasta esta capa y se halla comprendida entre los 53m.50 hasta los 47m.50. En este lugar el perfil está coronado, hasta esta altura, por una capa de arcilla azul de 0m.50 de espesor, entre los 47m.50 y 47m., y encima se encuentra la *tercera napa de agua también salada* que asciende 14m.

« En el lado de Entre Ríos, en las barrancas del Paraná, una de las capas citadas es de origen marino (*Mesopotamiense* medio) y corresponde a la tercera ingresión.

« El *Mesopotamiense* del litoral argentino, por los caracteres faunísticos, petrográficos y estratigráficos, hace pensar sea sincrónico a la arenisca de Río Negro denominada *Ríonegrense.*

« La topografía que ofrece la tercera napa, su inclinación y su gran extensión hace pensar que ella procede de infiltraciones producidas en los conos de deyección de las sierras pampeanas y alimenta al río Paraná. Se encuentra un poco más abajo que la napa semisurgente de agua dulce de la provincia de Buenos Aires que corre por las arenas puelchenses [1].

« En la zona de Santa Fé la tercera napa recibe por capilaridad las sales disueltas de los depósitos dejados por la ingresión marina más próxima.

« En la perforación del Country Club se descubrieron 25 metros de arena fina cuarcífera, entre los 47m. y 22m. que corresponde, la parte inferior al *Entrerriense* y la superior al *Puelchense.*

« En la perforación de la Cervecería Quilmes el *Entrerriense* (51 a 35m.) tiene un espesor de 16 m. de arena cuarzosa limpia, blanca amarillenta, con concreciones de bióxido de mangane-

(1) IVANISSEVICH LUDOVICO, « Observaciones sobre el primer trabajo presentado a la División Técnica de Ingeniería Sanitaria », *La Ingeniería,* año XL, nº 4, núms. 738, pág. 257. Buenos Aires, abril de 1936.

so y óxido de hierro y el *Puelchense* (35 a 32m.) por arenas cuarcíferas de grano mediano y grueso de color blanco amarillento y rodados de calcedonia, etc. (espesor 3m.).

« Encima de estos depósitos, a partir de la perforación de La Moderna, hacia el oeste, se han encontrado dos estratos que podrían corresponder al *Preensenadense* (32 a 29m. = 3m. espesor, perfor. Cervec. Quilmes) caracterizado por un limo estratificado ferruginoso y al *Ensenadense* basal (29 a 24,50m. = 4,50m., perfor. Cervec. Quilmes) por un limo muy arcilloso, endurecido y compacto, de color amarillo rojizo con pequeñas concreciones ferruginosas. Estos estratos no se observan en la zona portuaria; el *Ensenadense* basal, involucrando en él el *Preensenadense,* ha sido fuertemente erosionado, habiendo desaparecido en la parte próxima a las márgenes del río. Sobre esta cuenca de erosión se ha depositado una serie de estratos que no se extienden hacia el oeste, puesto que la perforación del Country no los alcanzó.

« El *Inter-ensenadense* (24m.50 - 17m.50 = 7m. de espesor, perfor. Cervecería Quilmes) estaría formado principalmente por cuatro estratos:

« 1º - El más superior es arena gruesa (17m.50 - 18m., 1m.50 de espesor, perfor. Cervecería Quilmes), greda amarillo-verdosa ferruginosa (0m.70 perfor. 60, galpón nº 27, F. C. C. A.), arena amarilla oscura con nódulos calcáreos (perfor. nº 27, Refinería Argentina), etc. Al pie de las barrancas del río Paraná este estrato es un limo muy arcilloso, amarillo pardo con manchones verdes, o bien arcilla verde aceituna con concreciones calcáreas.

« 2º - Es arena cuarcífera amarillenta o verde amarillenta con concreciones y manchas de hidróxido de hierro (18 - 21m., 3m. de espesor, perfor. Cervecería Quilmes), arena semejante a la anterior en la perfor. nº 60 (galpón nº 27, F. C. C. A.), arena amarilla oscura (perfor. nº 44, galpón nº 26, F. C. C. A. y en la nº 27 de la Refinería Argentina). En las márgenes del río, al N. de la ciudad de Rosario, es un limo arcilloso amarillo-verdoso. Este estrato es el portador de la 2ª *napa de agua que es dulce,* procede de la infiltración del río. Esta napa se encuentra entre los 17 a 21 metros de profundidad, medida tomada desde la parte alta de la barranca, es semisurgente y asciende 7m. No ha sido encontrada en la perforación del Country Club en Fisherton. Es también la que proporciona agua dulce a los pozos semisurgentes de la ciudad y su nivel piezométrico desciende mucho con las bajantes del río.

« 3º - Es arenisca cuarcífera, ferruginosa, estratificada, amarilla parda (21m. a 21m.16, perfor. Cervecería Quilmes), arcilla gris verdosa con manchones de hidróxido de hierro (perfor. de La Moderna), marga verdosa con hidróxido de hierro (perfor. nº 60, galpón nº 27, F.C.C.A.), etc. y en las márgenes del río es una arcilla verde aceituna con manchones y concreciones de hidróxido de hierro.

« 4º - Es arena cuarcífera, ligeramente amarillenta (perfor. Cervecería Quilmes), arena amarillenta de grano fino (perfors. nº 60,44 y 27). En la margen del río es un limo amarillo pardo algo verdoso, otras veces domina este último color.

« Los horizontes que siguen en orden ascendente y que pertenecen a la Formación Pampeana afloran en las barrancas de las márgenes del río Paraná, constituídos en la siguiente forma: el piso más inferior, *Ensenadense* cuspidal, tiene un espesor que oscila entre los 2 y 3 metros, en algunos lugares de la costa se reduce a 1m. y en otros se oculta completamente. Es limo más bien que *loess*, de color amarillo pardo muy compacto con concreciones calcáreas en forma de nódulos grandes de tosca dura y dendritas de bióxido de manganeso.

« Los restos fósiles de este horizonte son escasos, solo se han podido extraer algunos de *Arctotherium latidens* Bravard (Punta Alvear), fragmentos de coraza de *Sclerocalyptus ornatus* (Owen) Amegh. y una rama mandibular de *Chlamytherium sp.* tal vez *typum,* cráneo y otros restos de *Palaeolama* en las barrancas del Paraná (La Florida). En un pozo practicado bajo la dirección de las Obras de Salubridad, en 1921, en la calle Catamarca de la ciudad de Rosario, se extrajo del mismo piso una coraza de *Sclerocalyptus ornatus.* Carlos Ameghino encontró también en este horizonte, pero en Arroyo Frías, *Typotherium cristatum, Ctenomys, Myocastor* y *Canis.* A esta lista debemos agregar los de Alvear mencionados por Burckhardt, determinados por Roth, que son los siguientes: *Palaeolama Weddelli* P. Gervais? (metacarpo) — *Morenelaphus brachyceros* (H. Gervais y Amegh.) Carette? (maxilar) — *Daedicurus clavicaudatus* (Owen) Burm? (placas y metatarso) y *Glyptodon* sp. (placas de coraza). Estos restos tal vez pertenezcan al estrato sobrepuesto.

« Con este horizonte termina el pampeano inferior, constituído por el *Ensenadense* con sus divisiones: basal, (comprendiendo *Preensenadense*), *Interensenadense y Ensenadense* cuspidal. Asentando

sobre este último existe el pampeano medio o *Belgranense* muy desarrollado en las barrancas del río Paraná; en la perforación del Country Club solo se propaga la parte media de este horizonte, faltan, por consiguiente, las capas de marga y arcilla verde superior e inferior.

« En las barrancas del Paraná el *Belgranense* consta, como se ha dicho, de tres estratos: el más inferior tiene 1 a 2m. de espesor y es marga verdosa con tosca; el medio 2 a 4m. es fango rojizo claro, arcilloso, que se rompe en poliedros estando sus caras recubiertas por delgadísima capa de vivianita y bióxido de manganeso; la tosca es muy abundante, se presenta en tabiques, estratos, planchas, nódulos o formas arborescentes. El más superior está constituído por arcilla verde con concreciones calcáreas, de 1 a 2m. de espesor, aproximadamente. Sobre esta capa de arcilla o marga corre la primera napa de agua dulce, que desaparece antes de llegar a las barrancas del río y se extiende a la parte oeste de la ciudad. Generalmente se encuentra entre los 6 a 15m. de profundidad, siendo lo más frecuente 7m., procede de infiltración vertical de aguas pluviales y debajo de las depresiones superficiales del terreno posee mayor espesor. Provee de agua a los pozos de balde de los alrededores de la ciudad.

« El *Belgranense* presenta en el Rincón de Grondona, sobre las barrancas de las márgenes del Paraná, un depósito de agua salobre en el que predomina la *Corbula mactroides* (1). Los fósiles de mamíferos, en este horizonte, son también escasos solo se han encontrado restos de *Cuvieronius platensis* (Amegh.) Osborn (2),

(1) Roth Santiago, « Investigaciones en la llanura pampeana ». *Revista del Museo de La Plata,* t. XXV, pág. 283, lám. XVII. Buenos Aires, 1920.

Castellanos Alfredo, « Breve reseña sobre estratigrafía pampeana de Santa Fé ». *Sus amigos a Lucas Kraglievich. In Memoriam.* pág. 31-32. Buenos Aires, 1936.

Castellanos Alfredo, « Los sedimentos del Pampeano inferior y del Araucano en el Valle de Los Reartes ». *Publicación nº 6 de la Serie Técnico - Científica de la Facultad de Ciencias Matemáticas, Físico-Químicas,* etc., pág. 44, nota 172. Rosario, 1936.

Rusconi Carlos, « Contribución al conocimiento de la geología de la ciudad de Buenos Aires y sus alrededores y referencia de su fauna ». *Actas de la Academia Nacional de Ciencias de Córdoba,* t. X, entrs. 3ª y 4ª, págs. 324 y 332. Buenos Aires, 1937.

(2) Osborn Henry Fairfield, « *Proboscidea.* A. Monograph of Discovery, Evolution, Migration and Extinction of the Mastodonts and Elephants of the World ». Vol. I, págs. 579-580, New York, 1936.

mandíbula e incisivos y otros restos (Puerto Borghi), porciones de coraza de *Glyptodon reticulatus* Owen, (Punta Alvear); *Toxodon, Cuvieronius, Glyptodon elongatus, Lomaphorus, Chlamytherium, Lestodon, Sclerocalyptus* en las barrancas de San Lorenzo; *Palaeolama y Paraceros* (Juan Ortiz), *Panochthus* (Puerto Borghi), *Smilodon,* (Embarcadero de Grondona) todos en las barrancas del Paraná.

« El pampeano superior que asienta sobre el *Belgranense* es el *Bonaerense* y también comprende tres capas: la inferior, de 3m. de espesor, es más o menos un *loess* amarillo pardo con pequeños nódulos de tosca; la media son más bien lentejas o manchones de arcilla verde que tienen aproximadamente un metro de espesor y cuya presencia no es continua ni frecuente. El estrato superior generalmente asienta sobre el inferior. Al *Bonaerense* superior lo forma una capa de 3 a 4m. de espesor de arcilla rojiza con numerosa tosca arborescente; otras veces es un limo muy arcilloso.

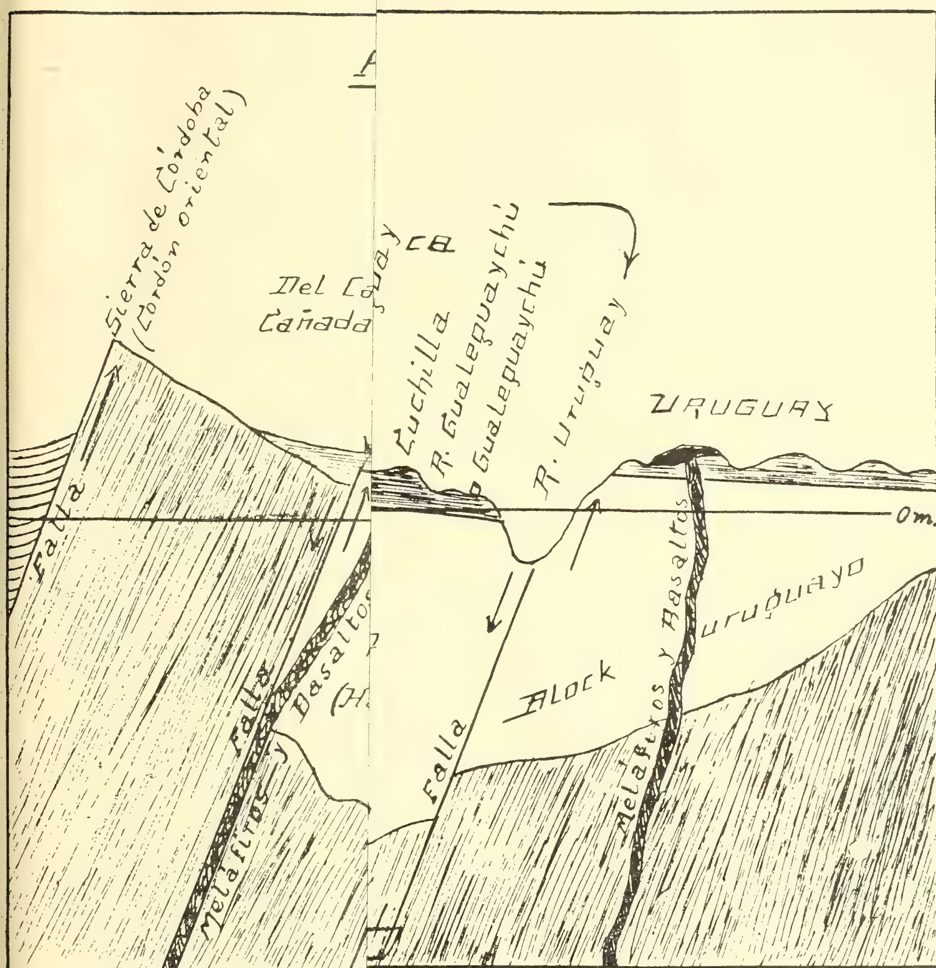
« En algunas partes de las márgenes del Paraná, en los alrededores de Rosario, especialmente en las barrancas interiores producidas por la erosión pluvial, se observa la superficie más alta del *Bonaerense,* erosionada en pequeñas cuencas lacustres de un metro de espesor y rellenadas con sedimentos de arcilla verdosa equivalente al *Lujanense* de Ameghino que no es más que una facies lacustre del *Bonaerense* superior.

« Con estos sedimentos termina la Formación Pampeana que aflora en su gran mayoría en las barrancas del río y de la que únicamente no puede observarse la parte más inferior del *Interensenadense* y el *Ensenadense* basal.

« Asentando sobre la formación citada existe otra más moderna, la denominada por Ameghino Post-Pampeana, representada por los siguientes pisos:

« *Platense* constituído en las barrancan del Paraná por tres estratos: inferior, un *loess* amarillo claro con numerosas concreciones de tosca arborescente; medio, arcilla negra fangosa; superior, limo amarillo pardo.

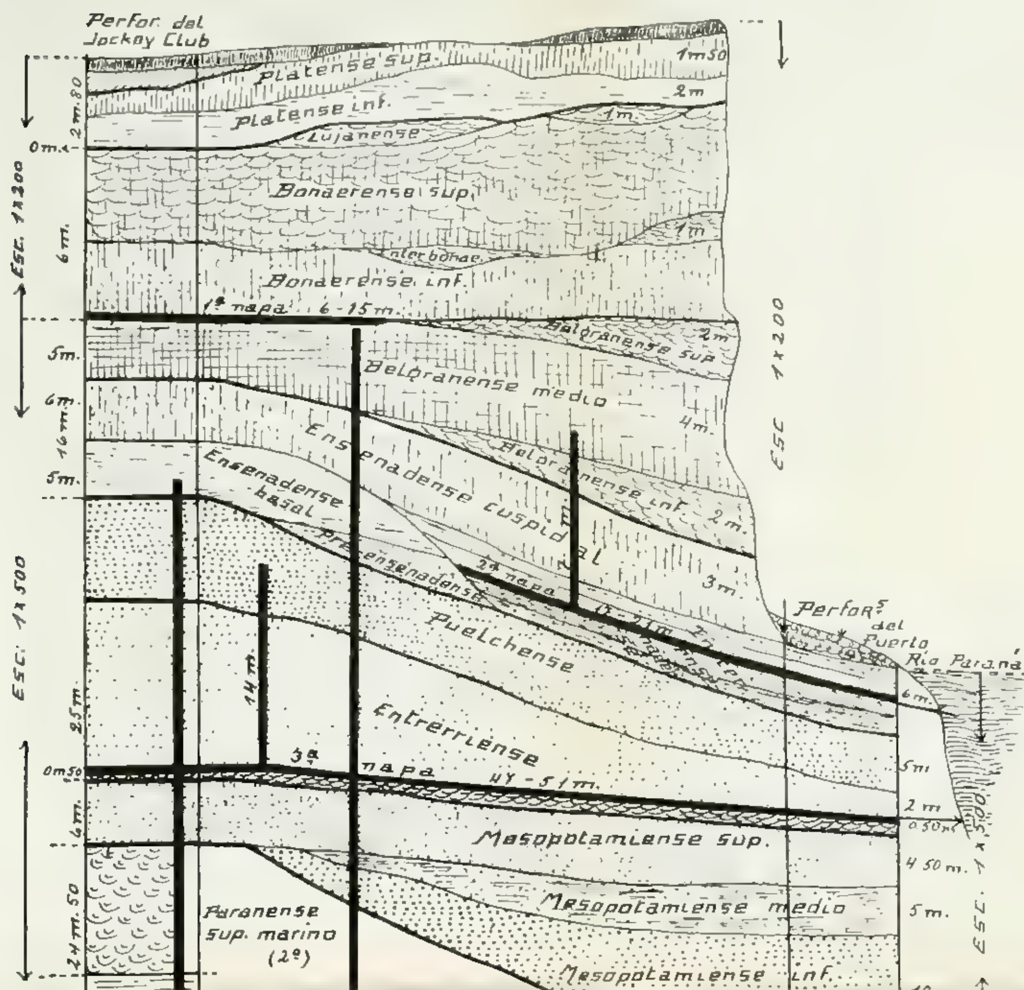
« En las márgenes del río Carcarañá, a la altura de Aldao, en otros puntos de la misma margen y en algunas orillas de los arroyos de la provincia de Santa Fé, existen en el *Platense* depósitos palustres formados por numerosísimos tubitos calcificados, restos de tallos de plantas acuáticas que forman una masa trabecular que engloba un sinnúmero de restos de *Littoridina Parchappei* (D'Orbigny).

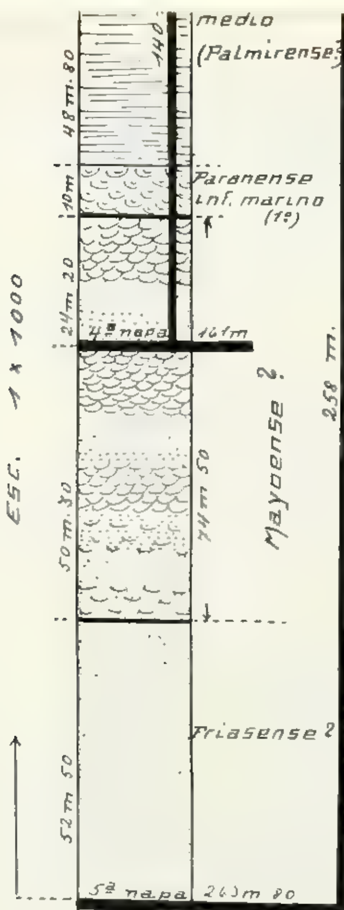

Sierra de Córdoba
(Cordón oriental)
Cañada Del Ca
Cuchilla
R. Gualeguaychú
Gualeguaychú
R. Uruguay
URUGUAY
Om.
Falla
Falla
Falla
Falla
Melafiros y Basaltos
Block
Melafiros y Basaltos
uruguayo

PROBABLE ESTRUCTURA TECTÓNICA DEL SUBSUELO DE LA PAMPA Y MESOPOTAMIA

Sierra de Córdoba (Cordón oriental)
Del Campillo
Cañada Verde
Pampa elevada
Raya Cortado
Capilla de los Remedios
Alejandro
Hernando
Pampa hundida
Tostado
Selva
S. Francisco
Arias
Amenabar
Pampa levantada
Las Delicias
Sta Helena
La Paz
Planicie mesopotámica
Río Paraná
Cuchilla
Aº Nogoyá
Cuchilla
R. Gualeguay
Cuchilla
R. Gualeguaychú
Gualeguaychú
R. Uruguay
URUGUAY
0 m.
Falla
Falla
Melafiros y Basaltos
Pilar (Horst)
Falla
Fosa (Graben) rumbo N.S.
Falla
Pilar (Horst)
Falla
Block mesopotámico
Meláfiros y Basaltos
Falla
Block
Meláfiros y Basaltos
uruguayo
ZOCALO CRISTALINO

PERFIL TRANSV. DEL SUBSUELO
DE
ROSARIO HASTA LOS 264m.





« Coronan las barrancas del Paraná dos estratos de sedimentos recientes, el más inferior es una arcilla pardo-oscura, otras veces gris negruzca, corresponden al *Aymarense.* Asentando sobre éste se encuentra la tierra vegetal o *Arianense.*

El Instituto de Fisiografía y Geología de la Facultad de Ciencias Matemáticas, etc. de la Universidad Nacional del Litoral, estudia las numerosas perforaciones que ha podido obtener, que se realizaron en la ciudad y en sus alrededores y en los cortes naturales que pueden observarse a fin de realizar un trabajo sobre subsuelo de Rosario, bajo distintos puntos de vista. No tendrá solamente una importancia científica sino también técnica, al vincular la constitución y propiedades de las diferentes capas que forman el subsuelo con las posibles construcciones que se realicen, conocimientos indispensables para la estabilidad de las mismas. No solo se estudiarán bajo el punto de vista de su origen, composición petrográfica y química y las propiedades técnicas de los diferentes sedimentos sino de los distintos procesos diagenéticos a que han sido sometidas las capas y los que puedan producirse en el futuro.

ALGUNOS ASPECTOS MODERNOS DE LA INGENIERÍA SANITARIA

CONFERENCIA DEL DR. RICARDO A. GAIBROIS (*)

La segunda conferencia tuvo lugar el 14 del mismo mes a las 18.30 y estuvo a cargo del Dr. en Química Ricardo A. Gaibrois, quien disertó sobre el tema « Algunos aspectos modernos de la ingeniería sanitaria ». A continuación transcribimos el texto de dicha conferencia que fué ilustrada con numerosas proyecciones luminosas.

ALGUNOS ASPECTOS MODERNOS DE LA INGENIERÍA SANITARIA

En estos últimos años, la Higiene, y más particularmente la Ingeniería Sanitaria, ha adquirido una preponderancia, dentro de las ciencias aplicadas, que es verdaderamente sorprendente.

Este fenómeno es mundial, y ha venido desarrollándose paralelamente con los adelantos del confort moderno (pues al hablar de

(*) Debemos lamentar el fallecimiento de este distinguido profesional y hombre de estudio argentino, acaecido en Diciembre de 1938.

Higiene o salud puede decirse que se habla de confort), pero ha surgido especialmente en países ya tradicionalmente progresistas o emprendedores como ser los E.E. U.U. Estos que marchan a la vanguardia en cuestiones de la organización social de la salud pública, han hecho, de la Ingeniería Sanitaria la especialidad que centraliza estos temas cuando son aplicados en gran escala.

Aún países con mayor tradición histórica y a la vez con mayor experiencia, como ser las naciones de Europa, de entre las que citaremos dos, Alemania y Francia, van orientando en la actualidad sus organizaciones sanitarias de acuerdo a las líneas generales con que son trazados estos problemas en los Estados Unidos. Es decir, que podemos con toda honradez considerar las tendencias y directivas norteamericanas en cuestiones de salud pública, como las que en la actualidad representan la expresión de su aplicación práctica más destacada.

La Ingeniería Sanitaria o más correctamente la ingeniería aplicada a los problemas de la salud pública, se ocupa de una gran variedad de actividades a las cuales tiene que fiscalizar y que Prescott y Horwood han definido de la siguiente manera:

« Es la ciencia y el arte de la conservación y mejoramiento de la salud pública mediante la fiscalización del ambiente. Tiene por objeto conservar la salud, comodidad y conveniencia de las comunidades. De acuerdo a esto, se relaciona con aquellos problemas de la salud pública que son comunes a grupos o comunidades, tales como la provisión de agua, construcción de cloacas y drenajes, recolección y eliminación de basuras, provisión de leche y alimentos, saneamiento de los depósitos de víveres y de los restaurantes, provisión de hielo, acondicionamiento del aire, iluminación y protección de piletas de natación, facilidades para beber agua potable, limpieza de calles y plazas de ejercicios físicos, fiscalización de los insectos roedores, olores y ruidos molestos, gases nocivos, desecación de pantanos, inmunización de charcos y otras molestias y peligros para la salud ».

Vemos pues, que el ingeniero sanitario o como más correctamente se lo suele llamar en los Estados Unidos ahora, el ingeniero de Sanidad Pública, debe encarar o fiscalizar una variedad tan grande de actividades que lo obliga a tener conocimientos de muchas otras ciencias (especialmente de Química y Bacteriología) y que debe también relacionar sus actividades a las de otros funcionarios adiestrados en instalaciones de higiene pública, como también a

los departamentos oficiales que les van a dar la autoridad suficiente para mantener sus puntos de vista.

Uno de los ingenieros sanitarios de mayor actuación, actualmente, de ese país del Norte, el señor Charles Gilman Hyde, divide las actividades típicas del control que hace el ingeniero de la salud pública en las siguientes diez clases:

1) Fiscalización cuantitativa y cualitativa de la provisión del aire;

2) Fiscalización cuantitativa, sanitaria y estética de la provisión de agua;

3) Fiscalización de la provisión de leche, producción, transporte, pasteurización, venta y manipuleo;

4) Fiscalización de otras provisiones de alimentos; producción, transporte, preservación, venta y manipuleo de productos alimenticios crudos, conservas envasadas; refrigeración;

5) Fiscalización de los residuos líquidos; líquidos residuarios, cloacales, industriales y comerciales; cloacas, drenaje e instalaciones de tratamiento, destino de los residuos finales innocuos;

6) Fiscalización de los residuos sólidos; recolección, transporte, tratamiento y eliminación de las basuras municipales, incluyendo basuras domésticas, desperdicios, cenizas, basuras provenientes de la limpieza y riego de las calles, animales muertos, etc.;

7) Fiscalización de los animales e insectos vectores de infecciones, roedores, perros, cabras y cerdos, ganado en general, etc. Medidas preventivas y paliativas contra las moscas, mosquitos, pulgas, piojos y garrapatas, etc.;

8) Aseo de las ciudades y de las poblaciones rurales. Limpieza de calles; fiscalización del polvo; hollín y humo; protección de las piletas de natación; cuarteles y campos de ejercicios físicos;

9) Condiciones sanitarias de las fábricas, tiendas, escuelas, iglesias, teatros y casas;

10) Fiscalización de las molestias y otras condiciones perjudiciales para la salud, tales como olores y gases nocivos, ruidos excesivos, etc.

En la disertación que me cabe la honra de presentar ante ustedes, voy a tratar temas relacionados con los puntos siguientes:

1º - La fiscalización del ambiente atmosférico.

2º - El abastecimiento del agua.

3º - La eliminación de los líquidos residuales.

Ellos han sido elegidos por ser los más importantes en estas cuestiones de Ingeniería Sanitaria, como puede comprobarse por ejemplo observando las secciones en que se ha dividido el programa del Primer Congreso Sudamericano de Ingeniería, a celebrarse en Chile en Enero del próximo año, del cual tendrán ustedes ya conocimiento. De siete secciones que tiene, la cuarta está dedicada a la ingeniería sanitaria e incluye las secciones tituladas: Agua potable, Desagües y aguas servidas, y Eliminación de desperdicios.

Debo aclarar en este momento que no es mi intención agotar los temas que trato, sino presentar algunos de sus aspectos más novedosos o de más importancia para los problemas de nuestro país, con el objeto de despertar el interés por ellos, ya que están íntimamente relacionados con la salud pública.

I. — La fiscalización del ambiente atmosférico

Las normas de vida de las comunidades modernas con la acumulación de centros de población densamente habitadas; en barrios de edificaciones demasiado elevadas con relación a las áreas de terrenos que cubren y la febril actividad industrial manifestada por la gran variedad de fábricas que se van desarrollando en el mundo civilizado, hacen que las condiciones de pureza que naturalmente tiene el aire en los ambientes despoblados (en el campo o en la montaña) esté alterada en mayor o menor grado por residuos de composición física y química muy variada o por la contaminación propia de los mismos seres vivientes que tan densamente lo utilizan.

Las alteraciones pueden ser consideradas desde los puntos de vista siguientes:

1. - El de su composición física, o sea en lo que se refiere a la temperatura, grado de humedad y movimiento.

2. - El de su composición química ya sea respecto a las proporciones que normalmente debe tener en sus elementos relacionados con la función respiratoria (oxígeno y anhidrido carbónico) como también (y este punto toma importancia en los centros industriales) en lo referente a la presencia de cualquier substancia tóxica o gas nocivo, que diluyéndose en el aire sea capaz de producir cualquier perjuicio en la salud.

3. - El de su contenido en gérmenes infecciosos, como puede llevar el aire de lugares mal ventilados.

4. - El de su contenido en partículas o resíduos sólidos, como ser polvo, hollín, etc. Por su importancia sobre todo por ser las causantes de la mayor parte de las enfermedades llamadas profesionales, se coloca este caso, en esta clasificación, formando grupo aparte.

Cualquiera de estos puntos tiene importancia en la vida práctica, y han sido causa de que los ingenieros sanitarios se dediquen a corregir las anomalías que ellos producen por medio de la nueva técnica, que con el nombre de « acondicionamiento del aire », se ha popularizado en estos últimos años.

En esta forma se trata de hacer el ambiente atmosférico confortable e innocuo. Será confortable el ambiente cuando sus condiciones físicas (incluyendo un grado de pureza normal) de temperatura, humedad, movimiento y grado de renovación estén dentro de ciertos límites de lo que los técnicos han llamado *temperatura efectiva*. Será innocuo cuando no contenga ningún elemento que alterando su composición química, o bacteriológica, normal o acarreando partículas pulverulentas sea capaz de producir trastornos en la salud.

Las alteraciones químicas se manifiestan principalmente por la presencia de una gran variedad (según el origen de la contaminación) de substancias generalmente de origen industrial que producen intoxicaciones claramente definidas en la higiene industrial como ser, saturnismo, o intoxicaciones por vapores de plomo, etc.

Las partículas pulverulentas de composición muy variada y cuya acción tóxica se encuentra exaltada por la acción mecánica, producen, como ya hemos dicho, una mayoría de las enfermedades que en general deben atribuirse a estos residuos que alteran ya sea química o físicamente, el aire proveniente de actividades fabriles. Podemos citar como enfermedades de más popularidad: la *silicosis,* producida por partículas de naturaleza silicea; la *antracosis,* producida por los polvos de carbón, la *asbestosis* por polvos de asbesto y la *aluminosis* por polvos de aluminio.

Es digno de hacer notar que la silicosis ocupa un lugar preponderante en algunas estadísticas destinadas a registrar los casos de enfermedades profesionales.

En el confort pues de los ambientes domésticos, o en la higienización de un ambiente industrial, es el ingeniero sanitario el que debe prever la posibilidad de la disconformidad o alteración de la salud de los individuos de la comunidad, por medio de los nu-

merosos recursos que el arte de acondicionamiento del aire pone hoy en práctica.

II. — La calidad de las aguas de provisión y sus tratamientos

Las tendencios actuales en lo que se refiere a los problemas que suelen relacionarse con la provisión de agua para la bebida, es el vigilar atentamente las cualidades del agua que se ofrece.

En efecto, el agua utilizada para los usos domésticos y obtenida, ya sea por medio de los grandes establecimientos que se encargan de distribuirla, previo tratamiento, (si es necesario), o de fuentes particulares autorizadas o aconsejadas por las autoridades oficiales debe reunir varias condiciones de potabilidad, tanto desde el punto de vista de su composición química como bacteriológica, que permitan clasificarla como *apta* y en caso contrario tratar de efectuar su purificación o corrección de cualquiera de las cualidades que la perjudiquen. Los métodos modernos de purificación de un agua que tenga alguna o algunas deficiencias en lo que respecta a su composición microbiológica permiten corregirla con toda facilidad, la variedad y eficacia de ellos (empleo de cloro, cloraminas, ozono, etc.) y permite obtener aun de los líquidos más contaminados microbiológicamente, aguas prácticamente innocuas.

De modo que podríamos decir que en la actualidad, lo que todavía puede constituir, como realmente lo constituye (y veremos algunos ejemplos), un problema, para el encargado de dar agua a un centro de población, es hallarla en caudal suficiente para las necesidades y con una composición química, tal que pueda considerarse como apta o capaz de ser utilizada previa purificación.

La elección pues de una fuente de provisión, especialmente, si está destinada a un abastecimiento público, está supeditada a una variedad de factores entre los que hay que tener en cuenta, además de los que definen la calidad o composición del agua, otros indirectamente relacionados con ella como ser: las condiciones locales y el aspecto económico, que muchas veces puede ser el factor decisivo para una elección.

Aquí vamos a considerar, dada la índole de esta disertación, dos aspectos, que siendo de fundamental importancia, dan lugar a que el higienista se encare con problemas a veces difícilmente solubles. Es decir, vamos a hablar de: A) la composición de las aguas naturales y B) el tratamiento de purificación de las aguas destinadas a la provisión.

A) *Composición de las aguas naturales.*

No es nuestro objeto hacer ahora una clasificación de las numerosas clases o tipos de aguas que podemos encontrar en la naturaleza sino presentar algunos de los casos que más comunmente pueden presentarse al ingeniero sanitario, cuando debe elegir un agua para utilizarla como fuente de provisión, ya sea utilizándola tal cual si sus condiciones higiénicas son inobjetables o ya sea sometiéndola previamente a un tratamiento de purificación si este es necesario y factible. Tres casos pueden presentarse por lo general:

a) que el agua sea excesivamente pobre en sales.
b) que se encuentre en ella algún elemento, que aun en pequeña cantidad sea tóxico,
c) que tenga una cantidad elevada de sales.

a) *Las aguas pobres en sales:*

La pobreza de sales en el agua de bebida, especialmente peligrosa en la época del crecimiento de las personas, y sobre todo cuando la alimentación por causa de su escasez o deficiencia no es capaz de compensar esta carencia, puede manifestarse como problema al higienista. El problema parecería poderse dividir en dos casos: uno cuando hay una escasez general de todas las sales que generalmente llevan las aguas naturales y otro cuando falta algún elemento de los que se consideran necesarios (calcio, yodo, etc.).

Podemos citar al respecto los estudios del doctor Ernesto Sordelli efectuados en la zona noreste de Corrientes y Misiones en donde parecería que el bajo contenido en sales de las aguas y en general la pobreza de calcio de estas y de los alimentos de la región, hacen que la calcificación de los niños sea deficiente, lo que se manifiesta por los defectos de dentición.

Un caso típico y también relacionado con problemas de nuestro país en lo que se refiere a las aguas que carecen de algún elemento indispensable lo constituye el problema de las aguas que por carencia de yodo son causantes o contribuyentes al desarrollo del bocio. En efecto al parecer la ausencia de yodo en la alimentación o sea en las aguas y en las restantes subsistencias que el hombre consume, es la provocadora en muchas regiones del bocio o coto endémico. Debemos aclarar que no queremos decir que la carencia de yodo sea la causa obligada del bocio endémico, sino que

coincide esta enfermedad con la pobreza en yodo de los alimentos y especialmente de las aguas como sucede en las provincias de Mendoza, Tucumán, Salta, etc.

b) *Aguas con algún elemento tóxico:*

Las aguas naturales pueden llevar disueltos elementos tóxicos provenientes de los terrenos por donde pasan. Estos elementos están por lo general en cantidades pequeñas, lo que ha hecho o hace que su presencia escape desapercibida en los análisis comunes, en cambio se hallan revelados sus efectos en forma de síntomas típicos de intoxicaciones debidas a ellos y ocasionadas por la acumulación del tóxico por el uso prolongado de esas aguas.

Parecería que la experiencia confirma, para nuestras aguas en general, la ley geoquímica por la cual se establece que es en las aguas cuya composición química las ha clasificado como bicarbonatadas o sulfatadas cálcicas, más generalmente llamadas agus duras, en las que no se encuentran generalmente estos elementos tóxicos en forma apreciable, en cambio las aguas ricas en bicarbonatos o cloruro de sodio son las que suelen revelar la presencia de estos elementos. Podemos agregar de paso que para el yodo se cumple la misma ley geoquímica es decir que suelen ser aguas pobres en yodo las aguas duras.

Entre los elementos tóxicos que hasta el presente se han descubierto entre las aguas de nuestro país, podemos citar: el *fluor,* el *arsénico* y el *vanadio* de los cuales vamos a dar una sucinta relación.

El *fluor* que ya había sido señalado en otras partes del mundo (E.E. UU., Norte de Africa, Japón, etc.) ha sido revelado en nuestro país en varias regiones y es objeto de su investigación por parte de las Obras Sanitarias de la Nación, en donde la Oficina de Investigaciones Técnicas efectúa, bajo la inmediata dirección y organización personal de su jefe, el doctor Rogelio A. Trelles, un estudio del problema del fluor en nuestras aguas.

Este elemento tóxico produce cuando se encuentra en las aguas en cierta proporción (generalmente en mayor cantidad de un milígramo por litro) una alteración del esmalte de los dientes, que, según la intensidad va, desde la simple opalescencia del esmalte, hasta el manchado y deformación del diente. Esta enfermedad se llama *fluorosis dental crónica o endêmica,* vulgarmente conocida con el nombre de dientes manchados o dientes veteados, y se presenta únicamente cuando la persona ha tomado agua con fluor

durante su infancia, es decir, durante el tiempo de la dentición por lo que no tiene ningún efecto en las personas que tomen esas aguas después de haber llegado a la edad de los 9 años.

La investigación llevada a cabo por la Oficina de Investigaciones Técnicas de las Obras Sanitarias permite adelantar que las aguas de lás zonas de nuestro país que tienen un contenido de fluor de 1,2 mg. producen un veteado blanco de los dientes; las de contenido de 1,6 a 2,2 dientes un veteado amarillento y teniendo de 3 a 3,5 mg. producen un amarillento negruzco. Estos límites corresponden a estudios hechos en zonas tomadas como típicas es decir, donde el contenido de las aguas, utilizadas por los pobladores tenían esas tres concentraciones de fluor.

Otro elemento tóxico perfectamente caracterizado en algunas aguas de nuestro país es el *arsénico*. Provoca una enfermedad que se le ha llamado cáncer arsenical o enfermedad de Bell Ville (por haberse encontrado abundantes aguas con arsénico en esta región), o mal de Ayerza (por haber sido uno de los primeros investigadores que la denunció) o más exactamente *arsenicismo crónico*. La intoxicación se manifiesta por alteraciones de la epidermis que comienza por tomar una pigmentación característica y termina por formar el llamado cáncer arsenical o de Hutchinson.

La concentración en este elemento más alta, registrada hasta la fecha en la zona donde se reveló por vez primera, Bell Ville, es de 4,5 mg. Siendo revelable aunque en cantidades mucho menores en muchas aguas profundas de las partes llanas de nuestra república.

Otro elemento tóxico, poco estudiado hasta la fecha desde el punto de vista que nosotros lo contemplamos, es el *vanadio*. Se presenta casi infaltablemente en todas las aguas de la zona pampeana, pero aún no se ha constatado casos de intoxicación debidas a él aunque hay quienes dudan respecto a la posibilidad de determinar fácilmente su acción sobre el organismo, considerando que a lo mejor esos efectos pasan desapercibidos. En los ensayos de toxicidad efectuados con ratas blancas en la Oficina de Investigaciones Técnicas de las Obras Sanitarias se ha comprobado su acción tóxica en estos animales. Las conclusiones se publicarán a fines de año.

Como último ejemplo de los metales tóxicos que pueden encontrarse en las aguas naturales con cierta frecuencia, y aunque no ha sido constatado aún en nuestro país citaré *el selenio*, considerado por algunos mucho más tóxico que el arsénico (unas 10 ve-

ces más) y señalado por la bibliografía Norte Americana, país donde se encontró algún caso de intoxicación por él.

c) *Exceso de sales:*

A las aguas cuyo contenido salino es elevado vamos a referirnos en pocas palabras, ya que es de todos conocida las características comunes de algunas de ellas, es decir las llamadas comunmente aguas duras. Pero como la dureza está dada por la presencia de sales de calcio y de magnesio debemos considerar que pueden encontrarse aguas de gran contenido salino pero pobres en calcio y magnesio, es decir, son aguas blandas pero ricas por ejemplo en bicarbonato de sodio, cloruro de sodio o sulfato de sodio o de potasio.

Estas aguas, caracterizadas en general por la abundancia de su residuo salino son revelables fácilmente por sus condiciones de sabor o la deficiencia para producir espuma con los jabones. Son las aguas de este tipo las que generalmente abundan en nuestras napas subterráneas, aunque en algunas regiones (por ejemplo en la provincia de Mendoza) aún muchas de las superficiales son también mineralizadas o duras. En cuanto a sus efectos fisiológicos no podemos decir que ese exceso de sales que generalmente tienen pueda llgar a sr un tóxico para el organismo, aunque hay quienes sostienen que el exceso de sales de calcio y de magnesio es un contribuyente a la formación del bocio endémico.

Existe también la opinión, comprobada en ciertos aspectos, de que la acción de las sales o elementos en el organismo está supeditada a la presencia o no de otras sales o elementos, de modo que aún la acción tóxica puede ser exaltada o no por la presencia de otras sales o elementos. Esto tiene importancia especialmente, pues, en el estudio de las condiciones de fijación de algún elemento por el organismo, por ejemplo: en la calcificación o fijación del calcio, o en la comprobación de los límites de toxicidad de otros.

B) *La purificación de las aguas naturales.*

Resuelto el problema de la elección de la fuente de provisión es decir comprobado que el agua reune las condiciones de cantidad y composición química establecidas, lo que la hace apta para la provisión, o para ser purificada por medio de un tratamiento adecuado de purificación, se procede a elegir el procedimiento que

más convenga para este fin. En esta elección intervienen muchos factores para cuya aplicación es necesario la colaboración de los conocimientos químicos (para plantear el proceso en sus líneas fundamentales) y los de Ingeniería (me permitiría decir de Hidráulica) para aplicar en la práctica esos procesos (medir y manejar esos grandes volúmenes de líquido en la forma más eficiente, tanto desde el punto de vista del proceso como de su explotación económica).

Cuando la fuente de provisión nos da un agua potable o escasamente contaminada bacteriológicamente, el problema a resolver se reduce por lo general a buscar la forma de distribuirla lo más económicamente posible; es decir que la parte que habrá que estudiarse en su transporte (bombeo para vencer los desniveles, largos conductos de conducción, organización de su distribución, etc.); o, todo lo más, proyectar las instalaciones correspondientes a uno de los sistemas de desinfección (generalmente cloro) para utilizarla, ya sea, preventivamente en aguas de composición bacteriológica sospechosa o variable, ya sea como tratamiento habitual.

Cuando el agua necesite un tratamiento más o menos intenso antes de su distribución, los problemas que debe resolver el ingeniero son diversos, y en ellos tiene amplio campo de acción, la hidráulica, la mecánica, y (no pudiéndolo dejar nunca de lado), el planteo económico.

a) *La corrección de aguas a las que le falta algún elemento.*

Hemos visto como se atribuye a las aguas carentes de yodo la causa de ciertos transtornos; esto ha hecho que se corrigieran las aguas de las provisiones públicas en algunos países (por ejemplo: Estados Unidos), por medio del agregado de yoduro de potasio a las aguas de provisión.

Otra corrección (muy común en los procesos de purificación del agua) es la de la acidez del agua clarificada por medio de la cal, con lo cual se restituye calcio al líquido, o aun más, se agrega una cantidad tal, que alcance su saturación en carbonato de calcio, punto importante, porque en esa forma se llega a prevenir las incrustaciones en la cañería de distribución.

b) *La eliminación de alguno de los elementos químicos de un agua.*

La eliminación de los elementos que pueda tener un agua requiere por lo general un método particular para cada uno de ellos

y a veces esta eliminación es técnicamente tan dificultosa que puede ser causa de que se deseche el agua como fuente de provisión.

La eliminación de los elementos que ya hemos citado, fluor, arsénico y vanadio es practicable por métodos que aunque económicamente un poco caros, son técnicamente factibles; el arsénico y el vanadio por adsorción por medio del hidróxido de aluminio, y el fluor por la filtración del agua de bauxita, cenizas de hueso, magnesia o el agregado de hidrato de magnesio.

En nuestro país se han esquivado las fuentes de provisión que contienen arsénico y vanadio aprovechando la feliz circunstancia de que estos elementos se encuentran en las aguas profundas de las regiones donde predominan y no así en las superficiales, que son pues las utilizadas. Con respecto al fluor ya se ha señalado la posibilidad de tener que encarar el problema del tratamiento de algunas aguas que lo contengan. Podemos citar como elemento no tóxico pero que debe ser eliminado del agua cuando está en ciertas proporciones el hierro a veces presente y cuyo tratamiento de purificación suele ser la oxidación del mismo por medio de una intensa aereación del líquido que lo precipite en forma de óxidos o hidróxidos férricos.

c) *La correlación de las aguas duras y excesivamente mineralizadas.*

Desde el punto de vista de la purificación son dos problemas distintos los que pueden presentarse con estas aguas, ya sea que se desee eliminar la dureza solamente o que se trate de un agua blanda pero con exceso de otras sales.

La eliminación de las sales de calcio y de magnesio cuentan con métodos ya popularizados entre los que se distinguen el llamado de la *cal y soda*, por el que se obtiene una precipitación de la mayor parte del calcio y del magnesio que se separa luego por decantación, y los procedimientos más recientes, basados en la utilización de las llamadas *zeolitas*. Estas actúan por sus propiedades de permutar algunos de sus elementos (el sodio en zeolitas sódicas) por el calcio o el magnesio del agua, fijándolo y convirtiendo las sales alcalinoterreas de la misma en sales sódicas. Esta particularidad de permutar ha dado origen al nombre de permutitas y más correctamente, se llama propiedad de cambio de bases.

Hay diversas clases de zeolitas cuyo valor desde el punto de vista técnico es distinto y que se emplean en un caso o en otro, según las características del agua o el efecto que se desee obtener. Podemos citar las siguintes clases:

La glauconita o arena verde; es un tipo de zeolita en forma de granos de porotos, del tamaño de un grano de arena mediano y de color negro verdoso. Es una de las más utilizadas en la edulcoración del agua en la actualidad y bastante resistente a la acción agresiva de las aguas.

Las zeolitas sintéticas preparadas por precipitación, proceso llamado también húmedo. Está constituído por granos de un tamaño de 3 a 6 milímetros con aspecto de arena blancuzca.

Es un tipo de zeolita muy utilizada en los dispositivos de edulcoración domésticos. Es relativamente sensible a la acción de las aguas agresivas (por ejemplo aguas de pH inferior a 6,8).

Las zeolitas sintéticas obtenidas por fusión, de características y tamaño semejantes a las preparadas por proceso de precipitación. Estas zeolitas tienen menor poder edulcorante o de intercambio por lo que en la actualidad su uso es reducido.

Las zeolitas carbonáceas son unas de las zeolitas sintéticas que más recientemente nos ha presentado la bibliografía. Se diferencia de las otras zeolitas tanto por su composición, como por sus efectos. Mientras que las antiguas zeolitas contenían de 40 a 60 % de sílice esta nueva zeolita carbonácea está constituída, como lo indica su nombre, por carbón y prácticamente no tiene sílice. En cuanto a su acción tiene una propiedad distinta de las antiguas zeolitas, por cuanto pueden ser regeneradas con ácido sulfúrico y entonces ser utilizadas como una zeolita hidrogenada, es decir, las zeolitas sódicas convierten las sales de calcio y magnesio del agua en sales de sodio que quedan solubles en el agua; en cambio la zeolita hidrogenada o carbonácea retiene el calcio y el magnesio y además el sodio dejando únicamente los ácidos correspondientes. Tratándose pues de aguas carbonatadas el anhidrido carbónico es eliminable luego por aireación o desgasificación dejando así un agua bastante pura. En el caso de que queden otros ácidos libres deberán lógicamente neutralizarse.

c) *Procesos generales de la purificación de las aguas.*

Las aguas naturales especialmente las superficiales, como sucede con las de nuestros mayores ríos suelen llevar ciertos caracteres de color, turbidez, y ciertos elementos biológicos, que dan origen a la necesidad de aplicarles los procesos generales conocidos por *clarificación, filtración y desinfección.* La *clarificación* se efectúa por lo general agregando ciertos productos químicos (sulfato de

aluminio, sulfato férrico, etc.) que formando block con las materias en suspensión hace que estas precipiten y puedan separarse por decantación. Se emplean con este objeto grandes depósitos llamados clarificadores o decantadores.

La *filtración* tiene por objeto eliminar las pequeñas partes de coágulos formados en el proceso anterior que no hubieran sido eliminados. Suele efectuarse en filtros de arena, de distintos tipos. Por último, la *desinfección* tiene por objeto destruir los microorganismos que no han quedado separados por los procesos anteriores, empleando para este fin cloro, las cloraminas (combinación de cloro y amoniaco,) etc.

En nuestro mayor establecimiento o sea en el de purificación de agua para proveer a la ciudad de Buenos Aires se utiliza el agua del río de la Plata, agua de mediana mineralización, exenta de elementos tóxicos, pero con bastante turbidez y algo de color. El proceso general de la purificación es el descripto arriba, siendo digno de indicar que en la clarificación, o proceso de coagulación de las materias en suspensión, se han introducido algunas modificaciones que redundan en la economía del proceso. Para poder apreciar la importancia de estas economías aclararé que suelen emplearse en la clarificación del agua que se provee a Buenos Aires, unas 20.000 toneladas de sulfato de aluminio por año, que representa un valor de más de dos millones de pesos.

Ahora bien, estudios del Jefe de la Oficina de Investigaciones Técnicas, hechos en colaboración con otros profesionales de la misma, han permitido efectuar el ahorro de un 20 % de coagulantes (sulfato de aluminio) por el simple hecho de agregar las cantidades necesarias para la clarificación en forma fraccionada. Se ha llamado a este procedimiento *coagulación fraccionada* y consiste en agregar la dosis que necesita el agua para su clarificación en dos porciones, dos terceras partes en un primer agregado, y la tercera parte restante al minuto o dos de la anterior, efectuando en cada agregado una violenta agitación. El resultado obtenido como ya hemos dicho redunda en beneficio del ahorro del coagulante como también se obtienen aguas mejor clarificadas.

Podemos citar aquí que las experiencias de laboratorio llevadas a cabo también por sugestión del Jefe de la Oficina de Investigaciones Técnicas, Dr. R. A. Trelles, han permitido demostrar que la *coagulación fraccionada*, con un primer agregado de sulfato de aluminio y un segundo de cloruro férrico, es aún superior.

III. — La eliminación de los líquidos residuales

La eliminación de los líquidos residuales, es un problema que ha adquirido importancia especialmente en algunos países, por el aumento de densidad de la población y por el intenso desarrollo de las industrias. Estos líquidos descargados en los cursos de agua ya sean superficiales (ríos, lagos), o en los profundos (napas de agua subterráneas), los contaminan convirtiéndolos en inaptos para la bebida, peligrosos para la salud, molestos a los sentidos o dañinos para los peces. Por lo tanto para evitar eso es necesario que sean purificados aplicando algunos de los métodos conocidos en la técnica cloacal o sinó que dejen a las fuerzas naturales (como lo son la capacidad de purificación de los mismos cursos de aguas, o la de las tierras vegetales) la tarea de disponer de esos líquidos. Es decir, que podemos plantear el asunto diciendo que el problema de la eliminación de los líquidos residuales es la resultante de las actividades domésticas e industriales modernas, y que, siendo necesario la purificación de estos líquidos, puede ella efectuarse, *naturalmente,* volcándolos en cursos de agua caudalosos, o sea el procedimiento llamado por dilución; también *naturalmente,* descargándolos sobre terrenos cultivados, o sea el procedimiento llamado por *irrigación;* y por último *artificialmente,* por cualquiera de los modernos métodos de tratamiento (filtros biológicos, barros activados, etc.).

Los elementos *contaminantes* del líquido cloacal, son muy variados en su composición ya que el líquido proviene de orígenes muy distintos (aguas de lavados, deshechos humanos, residuos industriales), pero son especialmente considerados contaminantes las substancias orgánicas capaces de entrar en putrefacción y los elementos biológicos que pueden producir enfermedades.

Los *procesos generales de tratamiento* de estos líquidos tienden a separar la mayor cantidad de elementos contaminantes o de materiales residuales que son arrastrados por el líquido, utilizando dos sistemas o fases: *el tratamiento mecánico o físico,* que incluye las *rejas,* los *tamices,* y los *tanques de sedimentación* por medio de los cuales y aprovechando procesos físicos se eliminan de los líquidos, un porcentaje elevado de las materias que llevan en suspensión (desde los trozos más grandes como ser trapos o pedazos de madera, hasta los pequeños granos de materias orgánicas); y el

tratamiento biológico que suele aplicarse a continuación, por el cual los materiales contaminantes sobre todo los de tamaño pequeño, coloidal, o disueltos son transformados por acciones oxidantes, en materias inorgánicas solubles, o en residuos floculentos, (llamados también *barros* o *humus*) que se separan otra vez por medios mecánicos (decantación). Cumplen esta acción oxidante del proceso biológico: los *filtros percoladores,* los *lechos de contacto,* los *canales de barros activados,* etc.

Es decir que en un proceso de tratamiento cloacal vamos a encontrarnos después de efectuar la purificación, con un líquido más o menos innocuo o estable, y los materiales que hemos separado (en su mayoría «barros cloacales»). El líquido puede ser dispuesto sin inconveniente volcándolo en cursos de agua, y los *barros,* residuos del proceso, hay que someterlos a atención pues pueden sufrir putrefacción fácilmente, causando malos olores, además de otros inconvenientes.

El barro retirado de los tanques de sedimentación, es un barro llamado fresco, suele tener 95 % de agua, y puede ser el asiento de procesos bioquímicos que se manifiestan por cambios del estado coloidal de su materia orgánica, fermentaciones, transformaciones químicas, abandono del agua y otras, entre las cuales se encuentran una activa producción de *gases.* En la práctica del tratamiento de los líquidos cloacales, los barros son llevados a recipientes especiales, los *digestores,* donde se trata de favorecer ese proceso fermentativo (por agitación, calentamiento, maduración, etc.) y se llama este procedimiento *digestión del barro.* Los tanques de digestión tienen dispositivos especiales que permiten recoger los gases que se desarrollan durante la digestión y utilizarlos aprovechando su poder calórico de combustión. En efecto los gases suelen tener un 70 % de metano, de modo que pueden y suelen emplearse para producir fuerza motriz y calefacción, dos cosas útiles y fácilmente aprovechables en un establecimiento cloacal y que puede llegar, bien administrado en los grandes establecimientos, a sobrepasor la cantidad de fuerza y calor necesaria para todas las operaciones del mismo.

El líquido cloacal utilizado en el riego de cultivos

En lugares donde escasea el agua o en las épocas donde la sequía es prolongada es importante aprovechar todas las fuentes de aguas, o líquidos que la contienen, y que pueden utilizarse sin peligro de contaminaciones.

Una de estas fuentes la constituyen los líquidos cloacales, pues ellos se producen obligadamente en donde haya un centro de población y como pueden ser utilizados para el riego de los vegetales y además llevan substancias que les den valor fertilizante, son en muchos casos una fuente suplementaria de provisión de agua para la irrigación *útil,* o por lo menos digna de tenerse en cuenta. Podemos decir entonces que la irrigación en algunos casos es una consecuencia de la disposición de los líquidos cloacales.

No es que pueda tomarse exactamente como substituto de cualquiera de los otros métodos de tratamiento cloacal, ya que el *objeto principal* de cualquier método de tratamiento es la purificación del líquido cloacal y el aprovechamiento de cualquiera de los subproductos que se obtengan en dicho tratamiento (ya sean los efluentes, los barros, etc.), debe figurar, desde el punto de vista sanitario, como un factor de segundo orden. Pero desde el punto de vista económico, y en relación con la mayor o menor escasez de agua en la región, puede ser considerado, este posible aprovechamiento, como importante.

El valor fertilizante de los líquidos cloacales o de sus barros, reside en su contenido en compuestos del nitrógeno, y del potasio y del ácido fosfórico, que son aprovechables por las plantas. Al parecer de acuerdo a ciertos experimentadores (Bach en Alemania), hay otros constituyentes muy importantes, que hasta ahora pasaban desconocidos, que son también estimulantes del crecimiento de las plantas, me refiero a las *hormonas* y *vitaminas* presentes en esos líquidos provenientes de las eliminaciones humanas y de animales. Bach dice que los fertilizantes artificiales aunque son ricos en constituyentes minerales no pueden competir con los líquidos domésticos, pobres en substancias nutritivas para las plantas, pero ricos en hormonas. Las materias retiradas por sedimentación de los líquidos cloacales frescos son consideradas ricas en « valores estimulantes ».

En la actualidad existen dos tendencias en lo que respecta a la utilización de los líquidos cloacales en el riego. Los alemanes defienden este sistema oficialmente con reglamentaciones que obligan a utilizar los líquidos cloacales de sus centros de población en el riego a menos que sea realmente indispensable efectuar con él cualquier otro método de tratamiento. Tienden así a no desperdiciar lo que ellos consideran valores francamente utilizables. En consecuencia utilizan los líquidos brutos o después de aplicarles un sencillo tratamiento primario.

Para la otra tendencia puede tomarse de ejemplo los Estados Unidos de Norte América, donde los autoridades sanitarias tratan de permitir el riego solamente en los lugares donde la escasez de agua se manifiesta, pero con la condición de efectuar un tratamiento preliminar apropiado y siempre que los cultivos que se rieguen con estos líquidos no sean destinados al consumo sin ser cocinados previamente, es decir crudos.

Ya enumeramos al comienzo de esta disertación las actividades a que suelen dedicarse los ingenieros sanitarios de acuerdo a las tendencias de la época. Si el tiempo lo hubiese permitido, habríamos detallado algunos de los temas que hoy solo enunciamos, y habríamos visto que, a semejanza de los tópicos tratados, « Aguas de bebida y Desagües », son muchos, y muy interesantes los problemas que pueden preocupar al ingeniero dedicado a la salud pública. En cuanto a mi intención se refiere, está cumplido lo que deseaba, pues ella era el hacer ver en forma general cuales son esos problemas, especialmente con miras a que les dediquen mayor atención los profesionales del país; por eso he citado, siempre que ha sido posible, ejemplos tomados de trabajos nacionales.

Quizás, teniendo en cuenta lo íntima relación que, como hemos visto, existe entre los conocimientos generales de Ingeniería, Química e Higiene, y suponiendo que fuera factible agregar algunas materias al plan de estudios de esta Escuela de Ingeniería Química, podría ser que la Universidad del Litoral, nos diera la primera carrera de ingeniería sanitaria.

En la Universidad de Nueva York se especializan en Ingeniería Sanitaria los estudiantes de Ingeniería Civil que, en 4º eligen esta orientación, y entonces estudian como materias básicas: Hidráulica e Ingeniería Sanitaria, Proyectos de Aguas y Desagües, Cemento Armado, Estructuras recticuladas, Finanzas e Ingeniería económica, Legislación, Arquitectura, Laboratorio aplicado a la Ingeniería Sanitaria, etc.; también son especialistas sanitarios los que recibidos de ingenieros civiles (y conste que sus estudios en general son menos extensos que los de nuestra carrera de Ingeniería Civil), que ven en un año más una serie de materias como ser: Ingeniería Sanitaria, Hidrología, Química Sanitaria y Biología, Proyectos de instalaciones sanitarias, etc.

La Universidad del Estado de Illinois (situada en Urbana, Illinois) también especializa en cuestiones Sanitarias a los ingenieros civiles cuando eligen en 4º año esa orientación estudiando: Purificación de aguas, Contratos y Especificaciones, Bacteriología, Tratamiento cloacal y Saneamiento general, Construcción de Mamposterías, Ingeniería Eléctrica Elemental. Además tiene la especialidad para los que ya se han recibido de ingenieros civiles siempre que aprueben las materias siguientes: Provisión de aguas, Alcantarillado, Ingeniería de Salud Pública, Tratamiento de los líquidos residuales, Hidrología, etc.

La Sección de Estudios Sanitarios del Instituto Nacional de Madrid, dictó hace unos años (no se si continúa en la actualidad) un curso especial sobre aguas potables, residuales y basuras, para Ingenieros y Arquitectos, incluyendo las materias siguientes: Microbiología General, Epidemiología Hídrica, Abastecimiento de aguas potables, Bacteriología de las aguas potables, Química, Saneamiento de poblaciones y depuración de aguas residuales, Limpieza y Tratamiento de basuras.

En nuestro país fuera de las Facultades que han agregado alguna materia a su plan de estudio, como es la de la Universidad de Buenos Aires, que bajo el título de « Orientación Hidráulica » y con las tres materias llamadas, Hidráulica Aplicada, Ingeniería Sanitaria y Puertos y Canales (parte hidráulica), se pretende tener la especialidad, no existen más que los Ingenieros civiles que la práctica o actividades profesionales (por lo general por pertenecer a las Obras Sanitarias de la Nación) los han consagrado peritos en Cuestiones Sanitarias.

Tenemos pues en nuestro país, los problemas planteados; nuestra población aumenta y sobre todo se industrializa, el ejemplo que nos viene del extranjero es digno de imitar, nuestros profesionales tienen a no dudarlo un ventajoso campo de acción inmediato y los temas son interesantes y de beneficio público, ¿por qué pues no pensar que pueda crearse en nuestro país la orientación Sanitaria en una forma práctica y de acuerdo con las tendencias actuales?

Si esto llegara a realizarse, cosa que sería a mi parecer factible en esta Facultad de Química Industrial y Agrícola dado los estudios que en ella se hacen, sería para mí, que tanto cariño le tengo a esta ciudad, un placer inmenso el saber que es la Universidad del Litoral la que le ha cabido el honor de dar a la Nación los primeros profesionales especializados en Sanidad Pública.

Sesión de comunicaciones del 4 de Noviembre de 1938

En una de las aulas de la Facultad de Química Industrial y Agrícola y bajo la presidencia del doctor Gustavo A. Fester, se realizó el 4 de noviembre a las 18 una sesión de comunicaciones científicas, considerándose las comunicaciones cuyos resúmenes se publican a continuación,

SOBRE UN TIPO DE ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES

Por J. BABINI

El autor de esta comunicación, estudia la ecuación diferencial de la forma

$$y^{(p)} = \sum_{r=0}^{n} c_r x^r y^{(r)} \qquad (p \geq n \quad ; \quad c_n \neq 0)$$

mostrando como sus integrales particulares poseen propiedades semejantes a las funciones cíclicas.

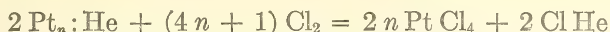
¿ PUEDE OBTENERSE HELIO MOLECULAR A PARTIR DE SUS COMPUESTOS METÁLICOS ?

Por HORACIO DAMIANOVICH

Como resultado de las investigaciones acerca de la acción del agua regia sobre los compuestos helio-platino, el autor [1] esbozó una interpretación y estableció posibilidades que se resumen a continuación: 1) El helio análogamente a otros gases químicamente activos vencería la resistencia del platino a la disolución en agua regia, destruyendo la autosaturación de las valencias principales y secundarias, para saturarlas luego con sus propias valencias (electrones periféricos de valencia) ; 2) Aun en el caso de que el helio actúe solo como catalizador en dicha reacción, se puede admi-

(1) H. Damianovich, « Inercia y actividad química de los gases raros ». IV Diferencia de propiedades entre la combinación platino-helio y el pletino puro: acción del agua regia sobre ambos cuerpos. Trabajos realizados en el Instituto de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (Facultad de Química Industrial y Agrícola, Universidad Nacional del Litoral) durante el año 1931 y publicados en los *Anales* del Instituto, vol. II, 15, 1933.

tir (como en el caso de catalisis de sistemas gaseosos heterogéneos) que el platino contrae con el catalizador helio una combinación temporaria definida (teoría química de la catálisis) o una combinación de adsorción (teoría físico-química) capaz de dejar ambos elementos activados. La combinación o complejo de adsorción que retiene al helio por valencias secundarias o por co-valencias dejaría al platino con sus valencias libres más aptas para reaccionar de acuerdo con el esquema aproximado



$$2\,Pt_n : He + (4n + 1)\,Cl_2 = 2n\,Pt\,Cl_4 + 2\,Cl\,He$$

en el cual se prevé la combinación del *helio naciente* o *helio activo* proveniente del compuesto helio-platino con el cloro; 3) Si el platino actúa como catalizador del helio, este gas podrá salir al *estado activo* y combinarse con el cloro molecular o atómico sin excitación eléctrica previa. Esta hipótesis llevó a esbozar dos series de investigaciones: o) Averiguar por procedimientos adecuados (espectroscópicos, etc.) si el helio proveniente del compuesto helio-platino (por calefacción u otros medios) es capaz de combinarse con los elementos H, N, O, Cl, Br, I, etc. b) Ensayar calefacción simultánea de OPt y HePt, NPt y HePt, HPt y HePt, etc. con tal objeto.

Un caso particular de sumo interés es el de la formación de *helio molecular* por combinación térmica del compuesto helio-platino o de otros compuestos metálicos de este elemento. Con el objeto de someter al contralor experimental esta previsión se construye en estos momentos en el Instituto un aparato adecuado y una microbalanza de densidades (sistema Aston) de una sensibilidad tal que permita averiguar el más mínimo aumento de densidad del helio resultante de dicha descomposición térmica. Lo cual sería complementado con medidas de conductibilidad eléctrica y térmica, observaciones espectroscópicas, etc., de dicho gas en las condiciones señaladas.

CONTROL DEL ANÁLISIS MECÁNICO DEL SUELO

POR JOSUE GOLLAN (h.) Y M. R. CODONI

Es necesario fijar el valor exacto, es decir el alcance y la interpretación que debe darse a un análisis mecánico del suelo.

Pueden definirse dos casos límites en la distribución de las partículas que constituyen el suelo. La que tienen en el terreno, en un

momento dado, y la que se logra luego de liberar totalmente las partículas.

Nos ocuparemos de este último caso que da una propiedad bien definida del suelo: la textura. Los datos del A. M. de textura no nos hablan del comportamiento del suelo en el terreno en cuanto a sus propiedades físicas o mecánicas. En cambio se liga con otras propiedades de importancia agrícola. La capacidad de retención hídrica, la adsorción y, hasta cierto punto el valor alimenticio, se relacionan con el tenor en arcilla y humus, pero el tenor en arcilla es el obtenido luego de dispersión total.

Para asegurar la bondad del A. M. textural y tener una propiedod bien definida del suelo es indispensable *controlar* que los agregados se hayan resuelto en sus individuos. Los medios de control pueden distinguirse en directos e indirectos.

Entre los primeros tenemos la representación logarítmica de la curva de acumulación y la observación microscópica con iluminación por reflexión o transparencia, completa por el uso de luz polarizada.

Entre los segundos, puede citarse el uso de una propiedad ligada al tenor en una fracción determinada, p. ej. la capacidad de adsorción de bases con respecto al contenido en arcilla.

De los métodos directos nos hemos ocupado con detención en otro trabajo [1]. Estamos estudiando ahora la aplicación de un método indirecto que tiene mucho interés.

Puesto que la capacidad de intercambio de bases es debida a la materia coloidal arcillosa y a la húmica, puede representarse por una expresión del tipo

$$T = \alpha A + \beta H$$

donde T es la capacidad de adsorción total del suelo expresada en miligramos equivalentes por ciento, A es el tenor arcilla y H en materia orgánica coloidal, ambos en por ciento; α y β son respectivamente las capacidades de adsorción en m. e. por gramo de arcilla y de humus.

De las determinaciones de una serie de investigaciones se desprenden que el valor de los coeficientes varía entre:

$$0{,}164 < \alpha < 1{,}102$$

$$2{,}500 < \beta < 4{,}500$$

En primera aproximación, admitiendo que la materia orgánica total contiene 59 % de C húmico, Robinson (2) toma un valor de

$$\beta = 2{,}64 \text{ m. e. por gramo de mat. org. total}$$

valor que está dentro del intervalo citado. Resulta así para α

$$\alpha = (T - 2{,}64 \text{ mat. org. total}) \,.\, 1/A \qquad \text{(a)}$$

Con esta relación, determinado el valor T en m. e. y el contenido en materia orgánica total, se puede calcular, con el valor de A encontrado por el análisis mecánico elemental, el coeficiente α.

La cifra obtenida debe caer en el intervalo considerado, y no diferir mucho de una muestra a otra en un mismo perfil de suelo.

Para utilizar este criterio con mayor rigor, continuamos el estudio de los valores de α y de β, en función de los distintos factores que los influencian: tipo de suelo, tratamiento sufrido, composición química de la arcilla y del humus, naturaleza mineralógica de aquélla, etc.

Damos a continuación dos ejemplos de aplicación de la expresión (a) al control del análisis mecánico.

Cuadro I

Muestra	Arcilla A < 2 μ %	Mat. Org. M %	T m. e. %	2,64.M	T—2,64.M	$\alpha = \frac{T-2{,}64M}{A}$
683	44,80	2,605	27,3	6,880	20,420	0,46
684	59,32	1,144	32,5	3,020	29,480	0,50
685	59,24	0,430	28,7	1,135	27,565	0,465
686	50,66	0,135	20,0	0,356	19,644	0,39
687	29,96	0,133	30,9	0,351	30,549	1,02
688	36,15	0,269	28,9	0,710	28,190	0,78
689	43,43	0,147	26,5	0,388	26,112	0,60

En el cuadro I se nota inmediatamente que la muestra 687 da un valor que está muy cerca del límite y se aparta considerablemente de los demás. Aplicando los métodos directos de control se notó que fallaba la dispersión. Conseguida ésta totalmente, según lo

indicó el control directo, el contenido en arcilla llega a 50,90 % y el valor de α se hace

$$\alpha = 0,60$$

CUADRO II

Muestra	Arcilla A < 2 μ %	Mat. Org. M %	T m. e. %	2,64.M	T—2,64.M	$\alpha = \frac{T-2,64M}{A}$
740	31,19	2,534	25,0	6,689	18,311	0,59
741	34,69	0,881	26,9	2,325	24,575	0,71
742	6,05	——	21,0	——	21,000	3,47

En este caso, la muestra 742 da un valor de α completamente fuera del intervalo. La aplicación de una técnica de dispersión apropiada a su caso ([1]), controlada por los métodos directos, dió un contenido en arcilla igual a 31,70 % con lo cual el valor del coeficiente se hace

$$\alpha = 0,66$$

Referencias:

(1) - J. GOLLAN (H). Y MARIO R. CODONI. — «Control de la dispersión en el análisis mecánico elemental del suelo». Trabajo presentado en las Sesiones Químicas Argentinas (IIIa. Reunión).
(2) - ROBINSON, G. W. — « Soils ». p. 121. Londres, 1936.

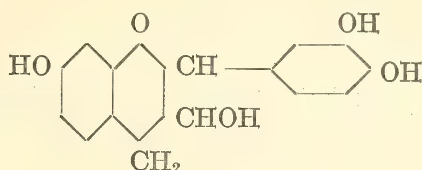
LAS MATERIAS TANANTES DEL QUEBRACHO COLORADO

POR GUSTAVO A. FESTER (1)

La investigación de la constitución del tanino del quebracho ha ocupado un número bastante grande de autores, desde los trabajos clásicos de Arata hasta los estudios modernos de Freudenberg. Para la prefase del tanino, este último ha establecido la fórmula siguien-

(1) Comunicado en parte en las « Sesiones Químicas Argentinas » de Buenos Aires, Septiembre de 1938. El estudio completo aparece en la *Revista de la Facultad de Química de Santa Fé*, vol. VII.

te de una catequina, que se formaría en las hojas, para polimerizarse luego en el tronco, formando el tanino definitivo:



El autor citado ha sintetizado esta catequina, pero no ha podido aislarla de las hojas, lo que atribuyó a una descomposición por oxidación. Nosotros, repitiendo los ensayos, hemos aislado de las hojas cantidades considerables de ácido gálico, que probablemente forma luego un galotanino en la « albura », distinto del catecotanino de la madera colorada. Por otra parte, por un dispositivo especial, que permite el trabajo bajo exclusión completa del oxígeno atmosférico, hemos eliminado por baritina la mayor parte del ácido gálico, precipitando luego la solución por acetato de plomo. El examen de las distintas fracciones reveló otra vez la presencia de ácido gálico, pero no se encontraron ni pequeñas cantidades de una catequina. Salvo el caso entonces que las hojas de otra época del año contengan esta substancia, es de suponer, que el tanino colorado se forme en el tronco, dejando por lo pronto pendiente la explicación del mecanismo de esta reacción.

DETERMINACIÓN DE LAS SINGULARIDADES DE LAS CURVAS UNICURSALES

POR

ANTONIO VALEIRAS

RÉSUMÉ

Determination des singularités des courbes unicursales

L'auteur se basant systématiquement sur la théorie de l'élimination, obtient une équation qui résout rigoureusement le probleme des points multiples d'une courbe unicursale; et il démontre que l'on peut établir sur elle des criteriums permettant de déterminer la nature de chaque point singulier.

1. — Los métodos clásicos para determinar los puntos singulares de las curvas unicursales (Salmon, Clebsch, Hermite, etc.) se limitan a formar la ecuación que determina los valores del parámetro para los cuales se obtienen tales puntos y prescinden del análisis de las singularidades a tal extremo que ni siquiera se puede decidir, en base a la ecuación formada, cómo se asocian dichos valores para producir cada punto múltiple.

Pesa sobre ellos, además, desde el punto de vista del rigor, una crítica evidente: Se excluyen a priori, a causa de la definición que se da de los puntos dobles, los puntos de retroceso; y, sin embargo, dichos puntos aparecen en la ecuación de las singularidades y no son soluciones extrañas del problema.

Partiendo aquí de principios absolutamente diferentes, y utilizando sistemáticamente la teoría de la eliminación, obtenemos en forma rigurosa la ecuación efectiva de los puntos múltiples y demostramos que se pueden establecer criterios relacionados con la misma para determinar completamente la naturaleza de cada punto singular.

2. — Comenzaremos por recordar las proposiciones fundamentales sobre las cuales reposa el método de eliminación llamado de Bézout, del cual vamos a servirnos constantemente en esta exposición.

Dadas dos ecuaciones de grado n:

$$\begin{cases} \alpha_0 t^n + \alpha_1 t^{n-1} + \ldots + \alpha_n = 0 \\ \beta_0 t^n + \beta_1 t^{n-1} + \ldots + \beta_n = 0 \end{cases} \qquad [1]$$

si introducimos los símbolos (i, j) para designar al determinante $\alpha_i \beta_j - \alpha_j \beta_i$ cuando i y j son enteros comprendidos entre 0 y n inclusive, y en cambio al número 0 cuando no se cumple la condición anterior; haciendo luego todavía:

$$R_{ij} = (0, i + j - 1) + (1, i + j - 2) + \ldots + (i - 1, j)$$

entonces la expresión general del resultante entre dichas ecuaciones viene dada por el determinante:

$$R_1 \equiv \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & \ldots & R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} & \ldots & R_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ R_{n1} & R_{n2} & \ldots & R_{nn} \end{vmatrix}$$

y se llama cadena de menores principales extraídos del anterior, a la sucesión de determinantes

$$R_{1+n-i} \equiv \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & \ldots & R_{1i} \\ R_{21} & R_{22} & \ldots & R_{2i} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ R_{i1} & R_{i2} & \ldots & R_{ii} \end{vmatrix} \qquad [\text{para} \quad n - i = 1, 2, \ldots, n - 1]$$

los cuales se deducen de aquél suprimiendo respectivamente las $n - i$ últimas filas y también las $n - i$ últimas columnas.

En estas condiciones sabemos:

1°) Que la condición para que las ecuaciones [1] sean compatibles — es decir, para que tengan al menos una raíz común — consiste en que se verifique: $R_1 = 0$.

Más generalmente:

2°) La condición para que dichas ecuaciones tengan estrictamente k raíces comunes consiste en que se verifique: $R_1 = R_2 = \ldots = R_k = 0$, siendo además: $R_{k+1} \neq 0$.

Finalmente:

3°) Si dichas ecuaciones tienen justamente $n - i$ raíces comunes, éstas vienen dadas por la ecuación:

$$\begin{vmatrix} R_{11}\, R_{12} \ldots R_{1i}\,\tau^{n-i} + R_{1,i+1}\,\tau^{n-i-1} + \ldots + R_{1n} \\ R_{21}\, R_{22} \ldots R_{2i}\,\tau^{n-1} + R_{2,i+1}\,\tau^{n-i-1} + \ldots + R_{2n} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdots \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdots \quad \cdot \\ R_{i1}\, R_{i2} \ldots R_{ii}\,\tau^{n-i} + R_{i,i+1}\,\tau^{n-i-1} + \ldots + R_{in} \end{vmatrix} = 0.$$

3. — Esto establecido, sea la curva unicursal de orden n, definida en coordenadas proyectivas por las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} \rho\, x = a_0\, t^n + a_1\, t^{n-1} + \ldots + a_n \\ \rho\, y = b_0\, t^n + b_1\, t^{n-1} + \ldots + b_n \\ \rho\, z = c_0\, t^n + c_1\, t^{n-1} + \ldots + c_n \end{cases} \qquad [2]$$

en las cuales suponemos expresamente que los polinomics que figuran en los segundos miembros no tienen ningún divisor común.

Si eliminamos entre las mismas el factor de proporcionalidad ρ, se obtienen las ecuaciones siguientes:

$$\begin{cases} (a_0\, z - c_0\, x)\, t^n + (a_1\, z - c_1\, x)\, t^{n-1} + \ldots + (a_n\, z - c_n\, x) = 0 \\ (b_0\, z - c_0\, y)\, t^n + (b_1\, z - c_1\, y)\, t^{n-1} + \ldots + (b_n\, z - c_n\, y) = 0 \end{cases} \qquad [3]$$

Ahora bien: Si atribuímos a x, y, z, en estas últimas, los valores que se deducen asignando a t un valor determinado en las fórmulas [2], las ecuaciones [3] resultan evidentemente compatibles. Recíprocamente, cuando las ecuaciones [3] son compatibles para un cierto valor de t, de ellas se deducen para x, y, z, valores particulares que encuadran en las fórmulas [2], y corresponden en consecuencia a las coordenadas de un punto de la curva.

Por lo tanto, la condición para que un punto pertenezca a la curva dada consiste en que sus coordenadas hagan compatibles a las ecuaciones [3].

Pero como la condición de compatibilidad de estas últimas consiste en la anulación del resultante, *escribiendo que dicho resultante es nulo se obtiene la ecuación de la curva dada.*

Sólo nos resta efectuar los cálculos correspondientes.

Identificando las ecuaciones [3] con las [1], se deduce para (i, j) — cuando este símbolo no es nulo por definición — el siguiente valor:

$$(i,j) = \begin{vmatrix} \alpha_i & \alpha_j \\ \beta_i & \beta_j \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_i z - c_i x & a_j z - c_j x \\ b_i z - c_i y & b_j z - c_j y \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_i z - c_i x & a_j z - c_j x & 0 \\ b_i z - c_i y & b_j z - c_j y & 0 \\ c_i & c_j & 1 \end{vmatrix} = z \begin{vmatrix} a_i & a_j & x \\ b_i & b_j & y \\ c_i & c_j & z \end{vmatrix}.$$

Luego, si designamos por P_{ij} a los respectivos valores que adquieren las R_{ij} cuando se da a los símbolos (i, j) la nueva significación que resulta del cálculo anterior (prescindiendo todavía del factor parásito: z, el cual depende exclusivamente de la manera de conducir la demostración), se obtiene como ecuación implícita de la curva:

$$\begin{vmatrix} P_{11} \, P_{12} \ldots P_{1n} \\ P_{21} \, P_{22} \ldots P_{2n} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdots \quad \cdot \\ P_{n1} \, P_{n2} \ldots P_{nn} \end{vmatrix} = 0, \qquad [4]$$

que, como se observa, se deduce de las ecuaciones paramétricas por una regla de fácil aplicación práctica.

4. *Ejemplo.* — Si consideramos la cisoide, cuyas ecuaciones paramétricas son:

$$x = t^2 \quad , \quad y = t^3 \quad , \quad z = t^2 + 1$$

para formar la ecuación implícita de la misma, según el procedimiento indicado, debemos comenzar por anular el resultante de las cúbicas, o sea:

$$\begin{vmatrix} (01) & (02) & (03) \\ (02) & (03) + (12) & (13) \\ (03) & (13) & (23) \end{vmatrix} = 0.$$

Ahora es cómodo, para efectuar el cálculo de los símbolos binarios, escribir la matriz de los coeficientes de los segundos miembros de las ecuaciones paramétricas, y a la que llamaremos matriz fundamental:

$$\mathcal{M} \equiv \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{Vmatrix}.$$

Con ella a la vista se deduce inmediatamente:

$$(01) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & x \\ 1 & 0 & y \\ 0 & 1 & z \end{vmatrix} = x - z, \quad (02) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & x \\ 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & z \end{vmatrix} = 0,$$

y análogamente:

$$(03) = x \quad , \quad (12) = 0 \quad , \quad (13) = -y \quad (23) = 0,$$

y por lo tanto la ecuación de la curva será — según la regla anterior:

$$\begin{vmatrix} x - z & 0 & x \\ 0 & x & -y \\ x & -y & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

la cual desarrollada se transforma en la siguiente:

$$x(x^2 + y^2) - y^2 z = 0,$$

de forma bien conocida.

5. — Propongámonos ahora la *determinación de las singularidades* de la curva considerada.

Cuando se trata de una curva algebraica es sabido que los únicos puntos singulares que admite son siempre puntos múltiples.

Podemos dar aquí una definición directa de los mismos en la siguiente forma: Diremos que un punto de la curva es simple, cuando substituídas sus coordenadas en las ecuaciones [3] ocurre que éstas tienen una sola raíz común. En cambio, un punto será múltiple de orden k, cuando substituyendo las coordenadas del mismo en

tales ecuaciones resulta que éstas tienen exactamente k raíces comunes [1].

Resulta de esta definición que la condición necesaria y suficiente para que un punto sea múltiple consiste en que sus coordenadas verifiquen a la ecuación que se obtiene igualando a cero el primer menor principal del determinante que figura en el primer miembro de la ecuación de la curva.

Luego, si hacemos:

$$P_1 \equiv \begin{vmatrix} P_{11} \, P_{12} \dots P_{1n} \\ P_{21} \, P_{22} \dots P_{2n} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdots \quad \cdot \\ P_{n1} \, P_{n2} \dots P_{nn} \end{vmatrix} , \quad P_2 \equiv \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots P_{1,n-1} \\ P_{21} & P_{22} & \dots P_{2,n-1} \\ \cdot & \cdot & \cdots \quad \cdot \\ P_{n-1,1} & P_{n-1,2} & \dots P_{n-1,n-1} \end{vmatrix} ,$$

entonces, la condición para que un punto sea múltiple se reduce a que sus coordenadas verifiquen al sistema formado por las ecuaciones siguientes:

$$\begin{cases} P_1 = 0 \, , \\ P_2 = 0 \, . \end{cases}$$

Ahora bien, si se substituyen x, y, z, en ambas ecuaciones, por sus valores dados por las fórmulas [2], la primera ecuación se verifica idénticamente, y por consecuencia, *para determinar los puntos múltiples de la curva, basta resolver la ecuación que se deduce de* $P_2 = 0$, *al reemplazar las variables coordenadas por sus expresiones paramétricas,* de acuerdo con la definición de la curva.

Llamando T_{ij} al valor que adquiere P_{ij}, después de efectuar dicha substitución, se obtiene como ecuación de los puntos múltiples:

$$\begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots T_{1,n-1} \\ T_{21} & T_{22} & \dots T_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ T_{n-1,1} & T_{n-1,2} & \dots T_{n-1,n-1} \end{vmatrix} = 0 \, . \qquad [5]$$

(1) Esta definición, que es consecuencia natural de la manera de plantear el problema, da al concepto una precisión de la cual carecen todos los trabajos clásicos. Se dice en aquéllos que un punto es doble cuando sus coordenadas se obtienen para dos valores del parámetro (naturalmente distintos). Y con esto deberían

Además, si designamos por T_2 al determinante que figura en el primer miembro, y por T_3, T_4, ..., a la cadena de menores principales extraídos del mismo, el punto múltiple será de orden k cuando se verifique precisamente que: $T_2 = T_3 \ldots = T_k = 0$, pero $T_{k+1} \neq 0$.

6. — Si tomamos por ejemplo la cuártica:

$$x = t^4 \ , \ y = t^3 \ , \ z = 1$$

cuyos coeficientes son bastante simples como para permitirnos una comprobación inmediata de los resultados que se deducen al aplicar la teoría, la ecuación de la curva se presenta, según nuestros métodos, bajo la forma siguiente:

$$\begin{vmatrix} z & 0 & 0 & -y \\ 0 & 0 & -y & x \\ 0 & -y & x & 0 \\ -y & x & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0,$$

y la ecuación de los puntos múltiples que se deduce, es:

$$T_2 \equiv \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -t^3 \\ 0 & -t^3 & t^4 \end{vmatrix} = 0.$$

Así el único punto múltiple corresponde al valor $t = 0$ del parámetro y coincide con el origen. Y como se verifica que $T_3 = 0$, mientras que $T_4 \neq 0$, se deduce que dicho punto es triple.

7. — *La aplicación del método indicado,* simple en la práctica (si se prescinde de la extensión de los cálculos, la cual es inevitable al crecer el orden de las curvas), *tropieza, sin embargo, teóricamente, con una grave dificultad, que es necesario aclarar.*

---

eliminarse automáticamente los puntos de retroceso, que sin embargo vuelven a surgir al formar las ecuaciones. La misma crítica merece la definición de punto múltiple en la teoría de las curvas de Jordan.

Puesto que cada T_{ij} proviene de substituir: x, y, z, por polinomios de grado n respecto de t en el polinomio P_{ij} correspondiente, resulta ahora que cada elemento del determinante T_2, que figura en la ecuación de los puntos múltiples, será a su vez un polinomio de grado n respecto de t.

Pero, siendo así, la ecuación de los puntos múltiples resultará de grado: $n\,(n-1)$ y tendrá, por consecuencia, igual número de raíces. Admitiendo, para fijar ideas, que todos los puntos son dobles, tales raíces se asocian una a una para producir cada par uno de tales puntos, y el número de los mismos resulta por lo tanto igual a: $\dfrac{n\,(n-1)}{2}$.

Como una curva de orden n no puede tener sino $\dfrac{(n-1)\,(n-2)}{2}$ puntos dobles a lo sumo, parece que el método empleado introdujera soluciones extrañas, que habría que descontar oportunamente.

Vamos a ver que esta suposición es falsa, que el raciocinio por el cual acabamos de establecer el grado de la ecuación de los puntos múltiples es realmente superficial, y que el grado de tal ecuación es efectivamente: $(n-1)\,(n-2)$.

Habremos logrado esto si conseguimos transformar al determinante que figura en el primer miembro de dicha ecuación en otro cuyos elementos sean polinomios de grado $n-2$ respecto de t.

8. — Se verá más claro tal vez el proceso de reducción que emplearemos en el caso general, si *comenzamos por el caso particular de una cuártica.*

Sean, pues, las ecuaciones de la curva:

$$\begin{cases} x = a_0\,t^4 + a_1\,t^3 + a_2\,t^2 + a_3\,t + a_4 \\ y = b_0\,t^4 + b_1\,t^3 + b_2\,t^2 + b_3\,t + b_4 \\ z = c_0\,t^4 + c_1\,t^3 + c_2\,t^2 + c_3\,t + c_4 \end{cases}$$

Si designamos por $[i, j]$ al valor que adquiere (i, j) cuando se reemplazan: x, y, z, por sus valores según las relaciones anteriores, la ecuación de los puntos múltiples se presenta así:

$$\begin{vmatrix} [01] & [02] & [03] \\ [02] & [03]+[12] & [04]+[13] \\ [03] & [04]+[13] & [14]+[23] \end{vmatrix} = 0.$$

Calculemos ahora los valores de los diferentes símbolos $[i, j]$ que intervienen en la misma. Tendremos:

$$[01] = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_0 t^4 + a_1 t^3 + a_2 t^2 + a_3 t + a_4 \\ b_0 & b_1 & b_0 t^4 + b_1 t^3 + b_2 t^2 + b_3 t + b_4 \\ c_0 & c_1 & c_0 t^4 + c_1 t^3 + c_2 t^2 + c_3 t + c_4 \end{vmatrix},$$

y si para abreviar hacemos:

$$(p, q, r) = \begin{vmatrix} a_p & a_q & a_r \\ b_p & b_q & b_r \\ c_p & c_q & c_r \end{vmatrix},$$

(cuando cada uno de los números: p, q, r, son enteros comprendidos entre 0 y n inclusive), y ponemos en cambio:

$$(p, q, r) = 0,$$

(en el caso contrario); tendremos:

$$[01] = (012)\, t^2 + (013)\, t + (014)$$

y análogamente se obtienen:

$$[02] = (023)\, t^3 + (023)\, t + (024)$$

$$[03] = (031)\, t^3 + (032)\, t^2 + (034)$$

. . . .

Substituyendo luego tales valores en la ecuación de los puntos múltiples, ésta aparece — escrita por extenso — de la siguiente manera:

$$\begin{vmatrix} (012)\, t^2 + (013)\, t + (014) \\ (021)\, t^3 + (023)\, t + (024) \\ (031)\, t^3 + (032)\, t^2 + (034) \\ \quad (021)\, t^3 + (023)\, t + (024) \\ \quad (120)\, t^4 + (031)\, t^3 + (032)\, t^2 + (123)\, t + [(034) + (124)] \\ \quad (130)\, t^4 + (041)\, t^3 + [(042) + (132)]\, t^2 + (043)\, t + (134) \\ \qquad (031)\, t^3 + (032)\, t^2 + (034) \\ \qquad (130)\, t^4 + (041)\, t^3 + [(042) + (132)]\, t^2 + (043)\, t + (134) \\ \qquad [(140) + (230)]\, t^4 + (231)\, t^3 + (142)\, t^2 + (143)\, t + (234) \end{vmatrix} = 0$$

Se observa que los elementos de la primera fila, y también de la primera columna, son de grado 3, con excepción del primero que es de grado 2; en cambio los elementos restantes son todos de grado 4. Se trata de reducir este determinante a otro, cuyos elementos sean todos de grado 2.

La observación del mismo sugiere inmediatamente sumar a los elementos de la segunda fila los de la primera multiplicados por t y también — puesto que se trata de un determinante simétrico — la operación análoga entre las columnas del mismo rango. Y efectuadas sucesivamente estas operaciones, la ecuación adquiere la forma siguiente:

$$\begin{vmatrix} (012)\,t^2 + (013)\,t + (014) & (013)\,t^2 + [(023) + (014)]\,t + (024) & (031)\,t^3 + (032)\,t^2 + (034) \\ (013)\,t^2 + [(023) + (014)]\,t + (024) & [(023) + (014)]\,t^2 + [(123) + 2\,(024)]\,t + [(034) + (124)] & [(041) + (032)]\,t^3 + [(042) + (132)]\,t^2 + (134) \\ (031)\,t^3 + (032)\,t^2 + (034) & [(032) + (041)]\,t^3 + [(042) + (132)]\,t^2 + (134) & [(140) + (230)]\,t^4 + (231)\,t^3 + (142)\,t^2 + (143)\,t + (234) \end{vmatrix} = 0$$

En el determinante transformado, los elementos situados en las dos primeras filas, o bien en las dos primeras columnas, son ahora a lo sumo de grado 3, y precisamente los que se encuentran en la intersección de ambas filas y columnas son de grado 2.

La observación del nuevo determinante sugiere todavía sumar a la tercera fila y a la tercera columna respectivamente la segunda fila y la segunda columna multiplicadas previamente por t. Y esto efectuado *resulta como ecuación definitiva para los puntos múltiples de la cuártica,* la siguiente:

$$\begin{vmatrix} (012)\,t^2 + (013)\,t + (014) & (013)\,t^2 + [(023) + (014)]\,t + (024) & (014)\,t^2 + (024)\,t + (034) \\ (013)\,t^2 + [(023) + (014)]\,t + (024) & [(023) + (014)]\,t^2 + [(123) + 2\,(024)]\,t + [(034) + (124)] & (024)\,t^2 + [(034) + (124)]\,t + (134) \\ (014)\,t^2 + (024)\,t + (034) & (024)\,t^2 + [(034) + (124)]\,t + (134) & (034)\,t^2 + (134)\,t + (234) \end{vmatrix} = 0$$

en la cual todos los elementos del determinante son de grado n, como habíamos previsto.

Se nota complementariamente que las transformaciones mediante las cuales llegamos a la ecuación reducida final, no solamente dejan invariante al determinante que figura en el primer miembro, sino también a la cadena de menores principales extraída del mismo, y en consecuencia valen aquí todavía los criterios antes enunciados para determinar el orden de multiplicidad de cada punto singular.

Finalmente, el grado de la ecuación reducida no puede ser rebajado ulteriormente en el caso general, desde que tomando el ejemplo particular propuesto en el § 6, la ecuación de los puntos múltiples alcanza efectivamente el grado: (n-1) (n-2) = 6.

Por otra parte, si, como es habitual cuando se presentan dificultades de esta naturaleza, se introducen abscisas homogéneas: (u,v) para representar al parámetro t — lo cual tiene por objeto recuperar las soluciones que se pierden aparentemente por hacerse impropias — entonces la ecuación de los puntos múltiples es siempre efectivamente de grado: (n-1) (n-2) = 6. A menos que dicha ecuación se verifique idénticamente, caso absolutamente excepcional sobre el cual hemos de volver más adelante.

9. — Corresponde ahora *demostrar, en el caso general de una curva de orden*: n, *que la ecuación que determina los puntos múltiples de la misma es efectivamente de grado*: $(n-1)$ $(n-2)$. Y si bien el caso particular considerado nos pone sobre la huella de esta demostración, la prueba completa va a demorarnos todavía, y nos obligará a penetrar minuciosamente en las particularidades analíticas de la ecuación.

Recordemos que *tal ecuación se presenta inicialmente bajo la forma siguiente*:

$$T_2 = \begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots & T_{1,n-1} \\ T_{21} & T_{22} & \dots & T_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_{n-1,1} & T_{n-1,2} & \dots & T_{n-1,n-1} \end{vmatrix} = 0 \qquad [5]$$

en la cual:

$$T_{ij} = [0, i+j-1] + [1, i+j-2] + \dots + [i-1, j].$$

Teniendo presente la definición de los símbolos que aparecen en el segundo miembro (véase § 8), si desarrollamos el cálculo se obtiene:

$$\left\{\begin{aligned} T_{ij} = {} & (0,i+j-1,0)t^n+(0,i+j-1,1)t^{n-1}+\ldots+(0,i+j-1,n) \\ & +(1,i+j-2,0)t^n+(1,i+j-2,1)t^{n-1}+\ldots+(1,i+j-2,n) \\ & +\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & +(i-1,j,0)\,t^n+(i-1,j,1)\,t^{n-1}+\ldots+(i-1,j,n) \end{aligned}\right. \qquad [6]$$

de manera que si para abreviar introducimos un nuevo símbolo ternario, a saber:

$$[i,j,k]=(0,i+j-1,k)+(1,i+j-2,k)+\ldots+(i-1,j,k) \qquad [7]$$

tendremos, como expresión del término genérico del determinante [5]:

$$T_{ij} = [i,j,0]\,t^n + [i,j,1]\,t^{n-1} + \ldots + [i,j,n]. \qquad [8]$$

Vamos a someter a dicho determinante a las siguientes transformaciones — las cuales dejan invariante no solamente al mismo sino también a su cadena de menores principales:

Sumaremos a la segunda fila la primera multiplicada por t, y luego a la segunda columna la primera multiplicada por t.

En el determinante transformado, sumaremos a la tercera fila la segunda multiplicada por t, y luego a la tercera columna la segunda multiplicada igualmente por t.

Y así proseguiremos hasta agotar la totalidad de las filas y columnas.

Con lo cual, si llamamos M_{ij} al elemento genérico del determinante transformado, *le ecuación de los puntos múltiples se presentará bajo la forma siguiente*:

$$M_2 = \begin{vmatrix} M_{11} & M_{12} & \ldots & M_{1,n-1} \\ M_{21} & M_{22} & \ldots & M_{2,n-1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ M_{n-1,1} & M_{n-1,2} & \ldots & M_{n-1,n-1} \end{vmatrix} = 0 \qquad [9]$$

a la que denominaremos ecuación reducida.

Si se siguen a través de un esquema los efectos de las operaciones mediante las cuales se obtiene la ecuación anterior, se establecen fácilmente las siguientes relaciones de recurrencia:

$$\begin{cases} M_{11} = T_{11} \\ M_{1j} = T_{1j} + t\, M_{1,j-1} \\ M_{ij} = T_{ij} + (M_{i-1,j} + M_{i,j-1})\, t - M_{i-1,j-1}\, t^2 \end{cases} \qquad [10]$$

y también la expresión general de los elementos del determinante M_2 en función de los elementos del determinante T_2, a saber:

$$\begin{cases} M_{ij} = T_{11}\, t^{i+j-2} + T_{12}\, t^{i+j-3} + \ldots + T_{1j}\, t^{i-1} \\ \quad + T_{21}\, t^{i+j-3} + T_{22}\, t^{i+j-4} + \ldots + T_{2j}\, t^{i-2} \\ \quad + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \quad + T_{i1}\, t^{j-1} + T_{i2}\, t^{j-2} + \ldots + T_{ij}\,. \end{cases} \qquad [11]$$

10. — *Busquemos ahora la expresión de los elementos M_{ij} en función de los coeficientes de las ecuaciones de la curva dada*, para lo cual vamos a utilizar los símbolos: $(p,\ q,\ r)$.

Teniendo presente la fórmula [11] del párrafo anterior, fijémonos en el coeficiente de t^k en el desarrollo de la misma, y al cual designaremos por: m_{ijk}.

La parte de dicho coeficiente que proviene del término: $T_{11}\, t^{i+j-2}$, procede del coeficiente del monomio

$$[1, 1, \lambda]\, t^{n-\lambda+i+j-2}$$

en cuanto el exponente de t se identifica con k. Y por lo tanto, debiendo ser:

$$n - \lambda + i + j - 2 = k$$

resulta

$$\lambda = n + i + j - k - 2,$$

y así dicha contribución es igual a

$$[1, 1, n + i + j - k - 2]\,.$$

Tomando ahora un término general de la fórmula [11], la parte del coeficiente: m_{ijk} que proviene, p. ej., del término: $T_{i'j'}\, t^{i+j-i'-j'}$, viene dada por el coeficiente del monomio:

$$[i', j', \lambda]\, t^{n-\lambda+i+j-i'-j'}$$

en cuanto al exponente de t se identifica también con k, o sea cuando

$$n - \lambda + i + j - i' - j' = k$$

lo que nos da

$$\lambda = n + i + j - k - i' - j',$$

y así, dicha parte del coeficiente considerado es precisamente

$$[i', j', n + i + j - k - i' - j'].$$

Reuniendo todos los resultados, se obtiene como valor de dicho coeficiente:

$$\begin{aligned} m_{ijk} = {} & [1,1,n+i+j-k-2]+[1,2,n+i+j-k-3]+\ldots+[1,j,n+i-k-1] \\ & +[2,1,n+i+j-k-3]+[2,2,n+i+j-k-4]+\ldots+[2,j,n+i-k-2] \\ & +\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ & +[i,1,n+j-k-1]+[i,2,n+j-k-2]+\ldots+[i,j,n-k]. \end{aligned} \qquad [12]$$

Si reemplazamos en la fórmula anterior cada símbolo $[p, q, r]$ por la suma de los símbolos (p, q, r) correspondiente, de acuerdo con la definición de los primeros — según la fórmula [7] —, se puede descomponer la suma del cuadro anterior en una suma de cuadros análogos, que formaremos ajustándonos a las siguientes reglas:

En un primer cuadro — cuya suma designaremos por $m_{ijk}^{(0)}$ — reservaremos exclusivamente el primer término del desarrollo de cada $[p, q, r,]$ a saber: cada $(o, p + q - 1, r)$ correspondiente;

En un segundo cuadro — cuya suma designaremos por $m_{ijk}^{(1)}$ — reservaremos exclusivamente el segundo térfmino del desarrollo de cada $[p, q, r]$, a saber: cada $(1,\ p + q - 2,\ r)$ correspondiente; etc.

Tendremos de tal manera descompuesto m_{ijk} en i sumandos:

$$m_{ijk} = m_{ijk}^{(0)} + m_{ijk}^{(1)} + \ldots + m_{ijk}^{(i-1)} \qquad [13]$$

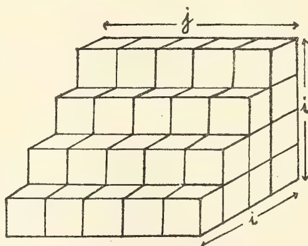
estando constituído el término genérico del segundo miembro por la expresión:

$$\left\{\begin{aligned} m_{ijk}^{(h)} = {} & (h,1,n+i+j-k-h-2) + (h,2,n+i+j-k-h-3) + \ldots \\ & + (h,j-1,n+i-k-h) + (h,j,n+i-k-h-1) \\ & + (h,2,n+i+j-k-h-3) + (h,3,n+i+j-k-h-4) + \ldots \\ & + (h,j,n+i-k-h-1) + (h,j+1,n+i-k-h-2) \\ & + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad [14] \\ & + (h,i-h-1,n+j-k) + (h,i-h,n+j-k-1) + \ldots \\ & + (h,i+j-h-3,n-k+2) + (h,i+j-h-2,n-k+1) \\ & + (h,i-h,n+j-k-1) + (h,i-h+1,n+j-k-2) + \ldots \\ & + (h,i+j-h-2,n-k+1) + (h,i+j-h-1,n-k) \end{aligned}\right.$$

en la cual debe darse al índice h, sucesivamente, los valores: $0, 1, \ldots, (i-1)$.

Conviene observar que el rectángulo numérico del segundo miembro se compone de $i-h$ filas y de j columnas; así, p. ej.: $m_{ijk}^{(0)}$ será una suma de ij sumandos, en tanto que $m_{ijk}^{(i-1)}$ constará solamente de j sumandos (1).

(1) Las fórmulas (13) y (14) revelan en la composición formal de los símbolos m_{ijk} una estructura espacial que conviene conocer para la interpretación cómoda de los desarrollos subsiguientes.



En efecto, simbolizando cada determinante ternario por un cubo, tales fórmulas muestran que m_{ijk} es una figura prismática, cuyas dimensiones dependen de los índices i y j. En cuanto al índice k, afecta solamente al valor de los términos, y provoca — según se observa en el párrafo siguiente — nuevas descomposiciones de la figura anterior.

11. — Las fórmulas establecidas en el párrafo anterior conducen ahora rápidamente a la determinación del grado de la ecuación de los puntos múltiples.

Probaremos:

1°) *Que en el desarrollo de cada* M_{ij} *son nulos los términos de grado*: $n - 1$.

En efecto, si en la fórmula [14] hacemos: $k = n - 1$, se obtiene:

$$\left\{\begin{array}{l} m_{i,j,n-1}^{(h)} = (h,1,i+j-h-1)+(h,2,i+j-h-2)+\ldots+(h,j-1,i-h+1)+(h,j,i-h) \\ \quad +(h,2,i+j-h-2)+(h,3,i+j-h-3)+\ldots+(h,j,i-h)+(h,j+1,i-h-1) \\ \quad + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \quad +(h,i-h-1,j+1)+(h,i-h,j)+\ldots+(h,i+j-h-3,3)+(h,i+j-h-2,2) \\ \quad +(h,i-h,j)+(h,i-h+1,j-1)+\ldots+(h,i+j-h-2,2)+(h,i+j-h-1,1). \end{array}\right.$$

La observación del rectángulo numérico del segundo miembro revela que dos elementos simétricos respecto del centro del mismo son tales que: si uno de ellos está formado por el símbolo: (p, q, r), el otro está formado por el símbolo: (p, r, q), y como evidentemente (según la definición de estos símbolos, dada en el § 8)

$$(p, q, r) + (p, r, q) = 0$$

de allí se deduce:

$$m_{i,j,n-1}^{(h)} = 0,$$

cualesquiera que sean los índices variables: i, j, h, y teniendo en cuenta la fórmula [13] se deduce:

$$m_{i,j,n-1} = 0,$$

lo que demuestra la proposición.

2°) *También en el desarrollo de cada* M_{ij} *son nulos los términos de grado*: n.

En efecto, si en la fórmula [14] hacemos ahora $k = n$, los sumandos del segundo miembro se distribuyen naturalmente en dos grupos, que designaremos por $\mu_{ijn}^{(h)}$ y $\nu_{ijn}^{(h)}$, tales que

$$m_{ijn}^{(h)} = \mu_{ijn}^{(h)} + \nu_{ijn}^{(h)}.$$

El primer grupo se compone de los sumandos que figuran en las $(j-1)$ primeras columnas de la fórmula considerada, y vale:

$$\left\{\begin{array}{l} \mu_{ijn}^{(h)} = (h,1,i+j-h-2) + (h,2,i+j-h-3) + \ldots + (h,j-1,i-h) \\ \quad + (h,2,i+j-h-3) + (h,3,i+j-h-4) + \ldots + (h,j,i-h-1) \\ \quad + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \quad + (h,i-h-1,j) + (h,i-h,j-1) + \ldots + (h,i+j-h-3,2) \\ \quad + (h,i-h,j-1) + (h,i-h+1,j-2) + \ldots + (h,i+j-h-2,1) \end{array}\right.$$

En cuanto al segundo grupo, contiene los sumandos que figuran en la última columna de la misma fórmula [14], y cuya expresión es:

$$\nu_{ijn}^{(h)} = (h,j,i-h-1) + (h,j+1,i-h-2) + \ldots + $$
$$+ (h,i+j-h-2,1) + (h,i+j-h-1,0) .$$

Respecto del primer grupo cabe aquí una observación análoga a la que utilizamos en la demostración del lema anterior — pues es nula nuevamente la suma de dos elementos simétricos respecto del centro del rectángulo numérico correspondiente — y como de allí resulta: $\mu_{ijn}^{(h)} = 0$, se deduce:

$$m_{ijn}^{(h)} = \nu_{ijn}^{(h)} .$$

Substituyendo este valor en la fórmula [13] obtenemos:

$$m_{ijn} = \nu_{ijn}^{(0)} + \nu_{ijn}^{(1)} + \ldots + \nu_{ijn}^{(i-2)} + \nu_{ijn}^{(i-1)}$$

y ahora desarrollando el segundo miembro nos queda:

$$\left\{\begin{array}{l} m_{ijn} = (0,j,i-1) + (0,j+1,i-2) + \ldots + (0,i+j-2,1) + (0,i+j-1,0) \\ \quad + (1,j,i-2) + (1,j+1,i-3) + \ldots + (1,i+j-2,0) \\ \quad + \ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots + \ldots \\ \quad + (i-2,j,1) + (i-2,j+1,0) \\ \quad + (i-1,j,0) \end{array}\right.$$

Pero en este triángulo numérico, la suma de los elementos de cada columna es nula — por ser iguales en valor absoluto y de dis-

tinto signo los términos equidistantes de los extremos de una misma columna — de donde resulta:

$$m_{ijn} = 0$$

lo que comprueba el enunciado.

3°) *Finalmente, en el desarrollo de cada* M_{ij} *son nulos todos los términos de grado*: $> n - 2$.

Para demostrarlo nos basta recurrir a las fórmulas [10] del § 9, teniendo presente además que cada T_{ij} es de grado n a lo sumo.

Según la primera, el hecho es cierto para M_{11} si se recuerdan los dos lemas demostrados más arriba.

Ahora, tomando la segunda fórmula, si en ella hacemos: $j = 2$, se comprueba que el hecho subsiste para M_{12}, y razonando por inducción se establece también para todo M_{1j}, y en consecuencia igualmente para todo M_{i1}.

En fin, si se utiliza la tercera de dichas fórmulas y se razona por inducción la propiedad se verifica para cualquier M_{ij}.

Volviendo entonces sobre la ecuación [9] *deducimos que el grado de la misma — y por lo tanto también el grado de la ecuación* [5], *que es equivalente de aquélla — es*: $(n - 1)(n - 2)$.

12. — Queda completamente demostrado con lo anterior que — si se prescinde del caso excepcional, ya mencionado, en el cual la ecuación de los puntos múltiples se verifica idénticamente — tal ecuación es (para una curva unicursal de orden: n), de grado: $(n - 1)(n - 2)$.

Este resultado es aquí tan importante por sí como con relación al método estudiado, pues revela una propiedad del mismo que es verdaderamente excepcional en esta clase de cuestiones, a saber: *No introduce soluciones extrañas al problema que se trata de resolver.*

En fin, del estudio que acabamos de hacer de dicha ecuación se desprenden todavía ciertas consecuencias que podrían ser útiles para la ejecución práctica de los cálculos a los cuales conduce dicho método, y de las cuales vamos a conformarnos con esta mención, por cuanto no habremos de utilizarlas en este trabajo.

13. — Indicaremos ahora someramente, y sin pretender en modo alguno ser completos, la solución de algunos problemas estrechamente vinculados con la determinación de los puntos múltiples.

1°) *Determinar el valor del parámetro que corresponde a un punto de la curva cuyas coordenadas se conocen.*

Teniendo la ecuación de la curva bajo la forma [4], reconoceríamos el orden de multiplicidad del punto dado por el examen de la cadena de menores principales del resultante que aparece en el primer miembro.

Y luego, según los resultados consignados en el párrafo 2:

Para un *punto simple*, el valor correspondiente: τ del parámetro, vendría determinado por la ecuación de primer grado en τ:

$$\begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n-1} & \tau + P_{1,n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2,n-1} & \tau + P_{2.n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \quad \cdot \\ P_{n-1,1} & P_{n-1,2} & \dots & P_{n-1,n-1} & \tau + P_{n-1,n} \end{vmatrix} = 0 \qquad [15]$$

y sería por lo tanto:

$$\tau = - \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n-1,1} & P_{n-1,2} & \dots & P_{n-1,n} \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1,n-1} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{n-1,1} & P_{n-1,2} & \dots & P_{n-1,n-1} \end{vmatrix} \qquad [16]$$

Para un *punto doble*, los dos valores correspondientes del parámetro vendrían dados por las raíces de la ecuación de segundo grado:

$$\begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1,n-2} & \tau^2 + P_{1,n-1} & \tau + P_{1,n} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2,n-2} & \tau^2 + P_{2,n-1} & \tau + P_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{u-2,1} & P_{n-2,2} & \dots & P_{u-2,n-2} & \tau^2 + P_{n-2,n-1} & \tau + P_{u-2,n} \end{vmatrix} = 0 \qquad [17]$$

etc.

2°) *Dado un valor del parámetro, correspondiente a un punto múltiple, determinar los restantes valores del parámetro que corresponden al mismo punto múltiple.*

Si para simplificar la exposición suponemos que al valor t del parámetro corresponde un punto doble, reemplazando en la ecuación [17] las coordenadas: x, y, z, por sus expresiones en función de t, según las ecuaciones de la curva, entonces las P_{ij} se convertirán — de acuerdo con las notaciones que usamos — en las T_{ij} correspon-

dientes. Con lo cual la ecuación considerada adquirirá la forma siguiente:

$$\begin{vmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots & T_{1,n-2}\,\tau^2 + T_{1,n-1}\,\tau + T_{1,n} \\ T_{21} & T_{22} & \dots & T_{2,n-2}\,\tau^2 + T_{2,n-1}\,\tau + T_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_{n-2,1} & T_{n-2,2} & \dots & T_{u-2,n-2}\,\tau^2 + T_{n-2,n-1}\,\tau + T_{n-2,n} \end{vmatrix} = 0. \qquad [18]$$

Como esta ecuación debe verificarse idénticamente si tomamos: $\tau = t$, resulta que el primer miembro será divisible por el binomio: $\tau - t$, y como el cociente debe ser de primer grado respecto de τ, al simplificar por dicho binomio la ecuación tomará la forma siguiente:

$$A\,(t)\,.\,\tau + B\,(t) = 0 \qquad [19]$$

en la cual A y B son polinomios en t, que pueden siempre suponerse de grado menor que: $(n - 1)\,(n - 2)$.

Y al resolver la ecuación [19] respecto de τ, quedaría determinado el segundo valor del parámetro — que corresponde al punto doble considerado — en función racional del primero.

Si se tratara de un punto triple, la aplicación de consideraciones análogas nos llevaría a la determinación de los dos valores restantes mediante una ecuación de segundo grado respecto de τ; etc.

Notemos incidentalmente, que el problema de álgebra que nace de esta cuestión puede ofrecer un gran interés en la teoría de las ecuaciones, aún independientemente del tema que tratamos.

Pues cuando todos los puntos son dobles ocurre que, en la ecuación que los determina, una cierta función racional de cada raíz — a saber: $\tau = -\dfrac{B\,(t)}{A\,(t)}$ — conduce a otra raíz de la misma ecuación. Y así, degún las memorables investigaciones realizadas por Abel en la teoría de las ecuaciones algebraicas, la ecuación de los puntos dobles se puede resolver apelando a otras de grado inferior.

Pero para los puntos múltiples, cuyo orden de multiplicidad es mayor que 2, se plantea aquí un problema mucho más general, y que no sabemos si ha sido abordado.

3°) *Determinación de las tangentes singulares.*

Sean: $(x_0\ y_0\ z_0)$, las coordenadas de un punto múltiple de la curva, obtenido atribuyendo al parámetro el valor: $t = t_0$.

La ecuación de la secante que une dicho punto con el punto arbitrario de la curva, cuyas coordenadas son: $(a_0 t^n + \ldots + a^n \mid b_0 t^n + \ldots + b_n \mid c_0 t^n + \ldots + c_n)$, y que para abreviar representaremos por: $[x(t) \mid y(t) \mid z(t)]$ será:

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ x_0 & y_0 & z_0 \\ x(t) & y(t) & z(t) \end{vmatrix} = 0$$

es decir:

$$[y_0 z(t) - z_0 y(t)]\, x + [z_0 x(t) - x_0 z(t)]\, y + [x_0 y(t) - y_0 x(t)]\, z = 0.$$

Pero, siendo dicho punto múltiple de orden p, p. ej., y si los valores conjugados de t_0 son: $t_1, t_2, \ldots, t_{p-1}$, los corchetes que figuran como coeficientes de las variables coordenadas son divisibles por la expresión:

$$p(t) = (t - t_0)(t - t_1) \ldots (t - t_{p-1})$$

y, si hacemos

$$\begin{cases} \dfrac{y_0 z(t) - z_0 y(t)}{p(t)} = \xi(t) \\ \dfrac{z_0 x(t) - x_0 z(t)}{p(t)} = \eta(t) \\ \dfrac{x_0 y(t) - y_0 x(t)}{p(t)} = \zeta(t) \end{cases}$$

entonces, la ecuación de dicha secante podrá escribirse también así:

$$\xi(t)\, x + \eta(t)\, y + \zeta(t)\, z = 0$$

la cual ofrece la ventaja, sobre la primera forma, de no ser indeterminada para ningún valor de t.

Ahora, si suponemos que $t \longrightarrow t_0$, la secante tenderá hacia una posición límite, en la cual se confundirá con la recta:

$$\xi(t_0)\, x + \eta(t_0)\, y + \zeta(t_0)\, z = 0$$

que no es otra cosa que la tangente a aquella rama de la curva que se obtiene considerando un entorno convenientemente pequeño del valor: $t = t_0$ del parámetro.

Es claro que habrá así tantas tangentes diferentes, en cada punto singular, cuantos sean los distintos valores del parámetro para los cuales se deduce dicho punto. Es claro que quedan comprendidas también en estas consideraciones las tangentes ordinarias en los puntos simples de la curva.

14. *Ejemplo.* — Sea la cuártica definida por las ecuaciones siguientes:

$$\begin{cases} x = t^4 + 2\,t^3 + 2\,t^2 + 2\,i + 1, \\ y = 2\,t^4 + 2\,t^2, \\ z = 2\,t^4 + 4\,t^3 + 2\,t^2. \end{cases}$$

La ecuación implícita de la misma es aquí:

$$\begin{vmatrix} 8\,x - 4\,z & 2\,y - 2\,z & 4\,y - 4\,z & 2\,y - 2\,z \\ 2\,y - 2\,z & -8\,x + 8\,y & 10\,y - 2\,z & 4\,y \\ 4\,y - 4\,z & 10\,y - 2\,z & 8\,y - 4\,z & 2\,y - 2\,z \\ 2\,y - 2\,z & 4\,y & 2\,y - 2\,z & 0 \end{vmatrix} = 0.$$

y de ella se deduce como ecuación de los puntos múltiples:

$$\begin{vmatrix} t^2 + 2\,t + 1 & 2\,t^2 + t & t^2 \\ 2\,t^2 + t & t^2 - 2\,t - 1 & -t \\ t^2 & -t & 0 \end{vmatrix} = 0$$

la cual desarrollada nos da:

$$t^2\,(t + 1)^2\,(t^2 + 1) = 0,$$

cuyas raíces son:

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 0, \quad t_3 = -1, \quad t_4 = -1, \quad t_5 = i, \quad t_6 = -i.$$

Como ninguna de tales raíces satisface a la ecuación:

$$\begin{vmatrix} t^2+2t+1 & 2t^2+t \\ 2t^2+t & t^2-2t-1 \end{vmatrix} = 0,$$

(que se obtiene igualando a cero el menor principal subsiguiente), esto significa que los puntos múltiples de la curva son exclusivamente puntos dobles.

La ecuación que determina el valor del parámetro correspondiente a un punto simple es aquí la siguiente:

$$\tau = -\frac{\begin{vmatrix} 8x-4z & 2y-2z & 2y-2z \\ 2y-2z & -8x+8y & 4y \\ 4y-4z & 10y-2z & 2y-2z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 8x-4z & 2y-2z & 4y-4z \\ 2y-2z & -8x+8y & 10y-2z \\ 4y-4z & 10y-2z & 8y-4z \end{vmatrix}}$$

habiéndose omitido las reducciones finales pues el resultado no ofrece mayor interés para nuestra cuestión.

Más importante es la ecuación que determina los valores del parámetro correspondientes a los puntos dobles en función de las coordenadas.

Según los resultados del párrafo anterior, esta ecuación se presenta aquí bajo la forma siguiente:

$$\begin{vmatrix} 8x-4z & (2y-2z)\tau^2+(4y-4z)\tau+(2y-2z) \\ 2y-2z & (-8x+8y)\tau^2+(10y-2z)\tau+4y \end{vmatrix} = 0$$

y substituyendo las coordenadas por sus expresiones paramétricas, queda:

$$\begin{vmatrix} 8t^2+16t+8 & -8t^3\tau^2 & -16t^3\tau \\ -8t^3 & (8t^4-16t^3-16t-8)\tau^2+(16t^4-8t^3+16t^2)\tau+(8t^4+8t^2) & \end{vmatrix} = 0$$

la cual desarrollada, y después de suprimir el factor banal: $\tau - t$ nos da la ecuación:

$$(3\,t^4 + 4\,t^3 + 5\,t^2 + 4\,t + 1)\,\tau + (2\,t^4 + 2\,t^3 + 2\,t^2 + t) = 0$$

que determina, para cada valor del parámetro correspondiente a un punto doble, el valor conjugado respectivo.

Así, para $t = 0$, resulta $\tau = 0$; para $t = -1$, $\tau = -1$, y para $t = i$, $\tau = -i$. Los tres Euntos dobles correspondientes son, respectivamente: $D_1 \equiv (1\,|0|\,0)$; $D_2 \equiv (0\,|1|\,1)$; $D_3 \equiv (0\,|0|\,1)$.

Busquemos, en fin, las ecuaciones de las tangentes singulares.

La secante trazada por D_1, tiene como ecuación:

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 0 \\ (t+1)^2\,(t^2+1) & 2\,t^2\,(t^2+1) & 2\,t^2\,(t+1)^2 \end{vmatrix} = 0$$

o sea

$$2\,t^2\,(t+1)^2\,y - 2\,t^2\,(t^2+1)\,z = 0$$

y se observa que el primer miembro tiene el divisor — previsto por la teoría— : $2\,t^2$. Eliminado éste, dicha ecuación queda bajo la forma siguiente:

$$(t+1)^2\,y - (t^2+1)\,z = 0$$

y, para: $t = 0$, obtenemos

$$y - z = 0$$

que es la ecuación de la tangente única en dicho punto doble: éste es por lo tanto una cúspide.

Análogamente, la secante trazada por D_2, tiene como ecuación:

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 0 & 1 & 0 \\ (t+1)^2\,(t^2+1) & 2\,t^2\,(t^2+1) & 2\,t^2\,(t+1)^2 \end{vmatrix} = 0$$

o sea desarrollando y después de simplificar el factor: $(t + 1)^2$:

$$2\,t^2\,x - (t^2 + 1)\,z = 0$$

en la cual, al hacer: $t = -1$, obtenemos

$$x - z = 0$$

que corresponde a la tangente única en D_2, el cual resulta ser también una cúspide.

Por último la ecuación de la secante que pasa por D_3 se presenta después de toda simplificación bajo la forma siguiente:

$$2\,t^2\,x - (t + 1)^2\,y = 0.$$

Como esta vez hay dos valores del parámetro: $+i$ y $-i$, que determinan al punto doble, se obtienen también dos tangentes singulares distintas, a saber:

$$x + i\,y = 0, \quad x - i\,y = 0$$

y, por lo tanto, el punto doble es un nodo, o, más bien — cuando se distinguen elementos reales y complejos — un punto aislado.

15. — Finalmente, la cuestión relativa a la *reducción de las representaciones impropias de tales curvas a otras representaciones propias*, a la cual hemos aludido varias veces, y que aparece dominada en los métodos clásicos por un teorema famoso de Lüroth, no es independiente de la teoría que aquí venimos desarrollando, y se presenta más bien como un caso particular de la misma.

Para no alargar demasiado la exposición mostremos sobre un ejemplo que es familiar en los tratados (1), las consideraciones mediante las cuales se resuelve esta cuestión.

Sea la cuártica definida por las ecuaciones:

$$\begin{cases} x = t^4 + 2\,t^2 + 1 \\ y = t^3 + t \\ z = t^4 + 3\,t^2 + 1 \end{cases}$$

(1) Véase, p. ej.: APPELL et GOURSAT, *Fonctions algebriques*, t. I, pág. 284; y también: BERTINI, *Geometria proiettiva degli iperspazi*, Cap. XIV.

Aplicando los resultados obtenidos, se tiene como ecuación de la curva:

$$\begin{vmatrix} z-x & -y & z-x & 0 \\ -y & 2x-z & 0 & x-z \\ z-x & 0 & z-2x & y \\ 0 & x-z & y & x-z \end{vmatrix} = 0$$

la cual desarrollada nos da

$$(x^2 + y^2 - xz)^2 = 0,$$

y se observa en esta forma (si se supone que las coordenadas son cartesianas y ortogonales) que se trata de una circunferencia computada dos veces.

Independientemente de esta consideración, si formamos la ecuación de los puntos múltiples de tal curva, obtenemos:

$$\begin{vmatrix} t^2 & -t^3-t & t^2 \\ -t^3-t & t^4+t^2+1 & 0 \\ t^2 & 0 & -t^4-t^2-1 \end{vmatrix} = 0$$

y, al desarrollarla, nos encontramos con una identidad, lo cual significa que todos los puntos son al menos dobles.

Pero como la ecuación que se obtiene igualando a cero al menor principal subsiguiente de la anterior, o sea

$$\begin{vmatrix} t^2 & -t^3-t \\ -t^3-t & t^4+t^2+1 \end{vmatrix} = 0$$

no se satisface sino para particulares valores de t, esto significa que todos los puntos son generalmente dobles.

Ahora, formando la ecuación según la cual se asocian los dos valores del parámetro que determinan cada punto, obtenemos:

$$\begin{vmatrix} z-x & -y\tau^2 + (z-x)\tau \\ -y & (2x-z)\tau^2 + (x-z) \end{vmatrix} = 0$$

y, al reemplazar: x, y, z, por sus valores en función de t, se deduce:

$$\begin{vmatrix} t^2 & -(t^3+t)\,\tau^2 + t^2\,\tau \\ -t^3-t & (t^4+t^2+1)\,\tau^2 - t^2 \end{vmatrix} = 0$$

o sea, desarrollando y simplificando:

$$t\,\tau^2 - (t^2+1)\,\tau + t = 0.$$

Esta ecuación coincide — tanto en este caso particular, como en el caso general que nos abstenemos de tratar — con la ecuación que sirve de base a Lüroth para deducir el cambio de variable que convierte dicha representación impropia en otra propia. Concretándonos aquí simplemente al ejemplo propuesto, se pueden substituir las consideraciones teóricas por el siguiente raciocinio:

Después de dividir el primer miembro de la ecuación anterior por el binomio: $\tau - t$, dicha ecuación se convierte en

$$t\,\tau - 1 = 0.$$

Este resultado significa que cada valor del parámetro: t, se asocia con su inverso: $\frac{1}{t}$, para producir un mismo punto de la curva.

Pero entonces, las expresiones simétricas de la misma deben ser — a menos de un factor racional — funciones simétricas de las variables: t y $\frac{1}{t}$, esto es, funciones racionales de

$$t + \frac{1}{t} \quad \text{y} \quad t \cdot \frac{1}{t} = 1$$

y, puesto que la segunda se reduce a una constante, funciones racionales simplemente de

$$t + \frac{1}{t} = u$$

Y, en efecto, si dividimos cada coordenada por: t^2, nos quedan como ecuaciones de la curva:

$$x = t^2 + 2 + \frac{1}{t^2} \quad ; \quad y = t + \frac{1}{t} \quad ; \quad z = t^2 + 3 + \frac{1}{t^2} \; ;$$

o sea

$$x = u^2 \quad ; \quad y = u \quad ; \quad z = u^2 + 1 ;$$

que constituyen la representación propia de la misma.

16. — En lo que precede nos hemos ocupado exclusivamente de los puntos singulares y deberíamcs ahora completar la exposición tratando de las tangentes múltiples.

Esta cuestión, como se sabe por las memorias clásicas, no es esencialmente diferente de la anterior. Pero el análisis hecho aquí contribuye a poner en los resultados conocidos una precisión mucho mayor.

Buenos Aires, abril 21 de 1938.

DISPOSITIVO PARA LA TÉCNICA CON ELECTRODO GOTERO DE MERCURIO (POLAROGRAFÍA DE HEYROVSKÝ)

POR

REINALDO VANOSSI

El empleo de un electrodo gotero de mercurio como medio de investigación en química, y particularmente en el campo del análisis, ha sido introducido por Heyrovský, desde 1922 a 1923, aplicando el tipo de electrodo ya empleado por Kucera en 1903. El sistema constituído sobre esta base ha sido designado « polarografía », por su fundador, y constituye un excelente instrumento de trabajo, sin llegar a ser, naturalmente, para la química analítica, un medio de aplicación general, como a veces podría hacerse aparecer.

Sus diversas aplicaciones están descritas en la numerosa bibliografía existente, y de ello dan cuenta, en particular, las obras de Heyrovský ([1], [1 bis]), Hohn ([3]) y Semerano ([5]).

La presente nota se refiere a varias modificaciones en el sistema electrolítico, en particular; las cuales, en el pensamiento del autor, introducen alguna mejora en la técnica general operatoria. Por otra parte debe agregarse que se ha trabajado por método visual directo y con los siguientes elementos en el circuito eléctrico: Acumulador 4 V, potenciómetro tipo tambor de Kohlrausch, voltímetro 3 V, galvanómetro de sensibilidad máxima 3.10^{-9} A; resistencias: reguladoras de la tensión del potenciómetro, para shunt y serie del galvanómetro; llave inversora (para poder hacer actuar al electrodo gotero como cátodo o ánodo); todo del tipo común, de buena calidad, empleado en radiotelefonía, montados sobre una plancha de « bakelita ». El potencial del electrodo impolarizable, se ha medido, cuando se ha considerado necesario, mediante un voltímetro a válvula, sobre la base del doble triodo, que fué aplicado por Hiltner ([2]) y luego adaptado al tipo americano N° 19, por el autor ([6]); con este aparato no se altera la forma de las curvas polarográficas y se obtiene una aproximación de 1-2 mV (cuidando la aislación, incluso del sistema

polarográfico), leyéndose directamente, durante todo el curso de las operaciones, el valor del potencial del electrodo mencionado, y también, si interesa, al iniciar la operación, y antes de cerrar el

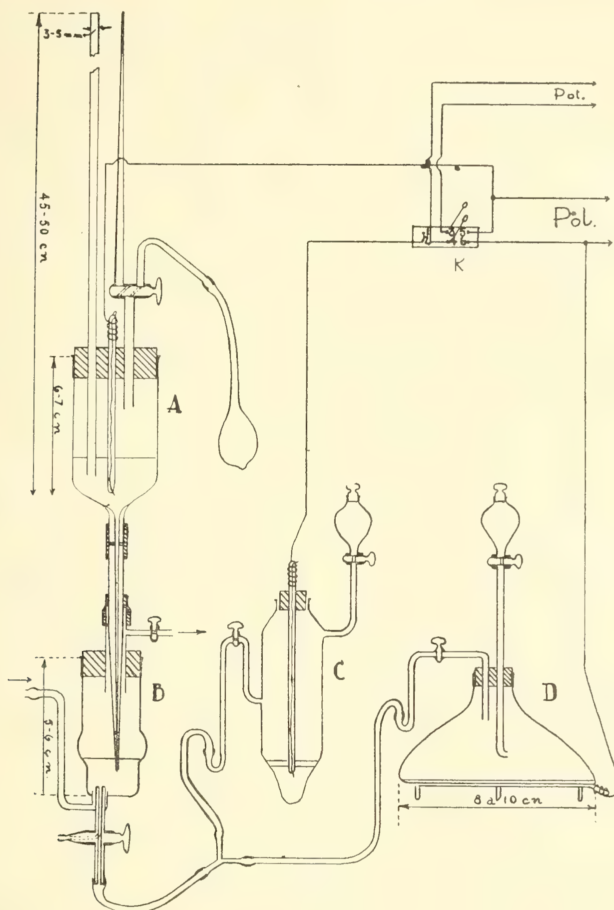


Fig. 1.

A - Depósito de Hg del electrodo gotero.
B - Cuba para el líquido a analizar.
C - Electrodo de referencia (Hg/Cl_2Hg_2, ClK sat.).
D - Electrodo externo de base (Hg/Cl_2Hg_2, ClK sat. o sino Ag/ClAg, ClK sat.).
Pot - Conductores para el potenciómetro a válvula (doble triodo N° 19), que permitirá medir el potencial de los electrodos (llave K).
Pol - Conductores al circuito potenciométrico polarográfico.

circuito, el potencial del electrodo gotero (contactos 1-3 y 4-6 para el primero; 3-5 y 2-4 para el segundo, mediante el conmutador *K* de la figura 1).

La sensibilidad del galvanómetro se determina, en los casos necesarios, mediante una resistencia adecuada (p. ej. de 1 mega Ω) y previamente controlada, interpuesta en el lugar de la cuba electrolítica: dando un cierto valor al voltaje se lee la desviación del galvanómetro con la escala a 1 m.; por otra parte, simultáneamente con esta operación se estudia si las oscilaciones están debidamente amortiguadas y también, moviendo en toda su extensión el potenciómetro tambor, si hay exacta proporcionalidad entre los potenciales aplicados y las desviaciones, y si los contactos son perfectos.

Refiriéndonos al sistema electrolítico, la figura 1 indica su aspecto general. En *A* se tiene el electrodo gotero con el depósito de mercurio al cual se le aplica una presión adecuada mediante una pera de goma. El capilar gotero se une al depósito mediante grueso y elástico tubo de goma, de modo que fácilmente puede cambiarse. El tubo largo de vidrio, con una serie de marcas en su parte superior, permite vigilar la constancia de la presión que se da al depósito, la cual se regula haciendo girar la llave de modo que estableciéndose la comunicación con la atmósfera por intermedio del tubo estirado a capilar muy fino, es posible hacer descender la presión muy regularmente. Para que la presión se conserve constante, dentro de 1-3 mm de Hg, por lo menos, durante 15-30 min. (esas variaciones no introducen modificación apreciable de las corrientes de difusión) debe fijarse fuertemente el tapón (puede convenir soldar al frasco-depósito ganchos de vidrio para unirlo con fuerza mediante un alambre grueso) y engrasarse convenientemente la llave. En todo caso, para mayor estabilidad, el ideal es construir el todo en una sola pieza de vidrio.

La disposición indicada es de cómodo manejo y particularmente evita la impurificación del Hg, por el largo tubo de goma que se emplea en los dispositivos habituales, lo cual sólo se evita, en parte, por el uso de goma especial. Ultimamente ha sido propuesto [4] otro medio para eliminar el tubo de goma, con el objeto de obtener un conjunto rígido; su construcción es menos simple y no permite medir tan exactamente la presión de Hg, que regula la velocidad de goteo.

En *B*, *C*, *D* tenemos la unidad que constituye la cuba electrolítica, donde *B* es el recipiente que lleva la solución a analizar; *D*, el electrodo externo impolarizable, y *C*, el electrodo de referencia, el que sólo es necesario si se trata de medir o vigilar el grado de constancia del potencial del anterior durante el funcionamiento. Aquí se emplea, por lo tanto, el tipo de disposición con electrodo externo,

como método de trabajo completamente general y cuyas ventajas indicaremos más adelante.

En detalle: El recipiente *B*, se ha manifestado muy conveniente; permite operar comúnmente con 2-4 ml. de solución y hasta menos, reduciendo las dimensiones; ese volumen exige 3-5 min. de corriente gaseosa rápida, para eliminar el O_2. El tapón permite el paso del capilar dentro de un tubo concéntrico que a la vez sirve para la salida del gas indiferente que se emplea para desalojar el O_2 del electrolito; también puede aplicarse al tapón un pequeño tubo que se conecta a una bureta conteniendo la solución que se desea agregar sucesivamente a la cuba. En este caso, después de cada agregado nuevo se hace pasar gas indiferente para eliminar el O_2 incorporado, lo cual exige, para pequeños volúmenes, apenas 1-2 min., uniformándose a la vez el contenido de la solución; este método ahorra el dispositivo más complejo empleado por algunos, para conseguir que la solución que se va agregando, sea previamente tratada por el mismo gas que sale de la cuba.

En la parte inferior de la cuba está el tubo de entrada del gas y concéntricamente el tubo de una llave de tres vías (con salida lateral) que permitirá efectuar la unión electrolítica con el electrodo externo. No disponiendo del recipiente indicado, puede ser suficiente un trozo de tubo de vidrio de unos 20 mm. de diámetro, en cuya parte inferior, mediante tapón, se le adapta la llave indicada, preferiblemente capilar, de unos 2 mm. de luz, y en cuyo caso, el gas se hará pasar por la parte superior. El empleo de la llave indicada impide la impurificación de la solución a analizar con la del electrodo externo (*). Para operar, se introduce la solución a analizar, y antes del pasaje del gas, y estando la llave de tres vías toda interrumpida, se abre la llave del electrodo externo y luego se hace pasar el líquido de éste hasta la llave de la cuba, la que se dispone en posición tal que se desplace el aire de la tubería por el tubo lateral de esa llave; en seguida, moviéndola muy lentamente hasta posición vertical, se llena también el conducto recto de la misma sin pasar más de 1-2 mm. dentro del tubo, que conduce a la cuba (se supone que, como la cuba fué cargada estando previamente seca y con la llave completamente cerrada, dentro del tubito de la llave sólo hay aire), luego se cierra la llave del electrodo externo y se vuelve a poner la de la cuba en posición tal que se elimine por el tubo lateral el pequeño

(*) Este tipo de recipiente es también muy conveniente para determinaciones de pH, con distintos tipos de electrodo.

exceso de presión que pueda existir; se gira rápido 180° de modo que ahora se escurra el líquido contenido en la cuba hacia el exterior, y enseguida se interrumpirán todas las comunicaciones, hasta que después de haber pasado el gas para desalojar el O_2 y al comenzar la medición se girará la llave de modo que se ponga en comunicación el electrodo externo con el exterior para eliminar todo nuevo exceso de presión que se hubiera producido, y luego se pondrá definitivamente en comunicación directa la cuba con el electrodo (*). Procediendo convenientemente el líquido del electrodo (de mayor densidad) queda dentro del tubo de la llave y la difusión es suficientemente lenta como para que se puedan hacer las mediciones sin que llegue a impurificarse la solución que se analiza. (Pero si el cierre de *B* no es bueno, y empleándose H_2 como gas indiferente, puede producirse un cierto vacío por difusión, lo cual permitirá entrada de electrolito del electrodo externo; igualmente debe cuidarse el cierre de la llave de *D*).

El dispositivo indicado aumenta poco la resistencia interna del sistema, ya que por el tipo de electrodo externo que se emplea, con electrolito ClK saturado, sólo gravita la columna de solución a analizar que va desde la cuba hasta la llave: las corrientes de difusión (polarográficas) obtenidas son prácticamente de la misma altura que las que resultan con electrodo impolarizable interno, de modo que la sensibilidad no se halla afectada.

El electrodo de calomel saturado externo *D*, es de forma semejante a la indicada por Hohn (3) para el electrodo de Hg/SO_4Hg_2, con la variante que en lugar de emplear agar se adapta un embudo depósito para poder maniobrar convenientemente y de paso eliminar impurezas del conducto después de cada operación. Este electrodo tiene las ventajas de la constancia de su concentración, bajos potenciales de contacto, alta densidad del electrolito, alta conductibilidad y facilidad de construcción.

También empleamos ventajosamente un electrodo de Ag/ClAg, ClK sat., el cual consiste en una lámina de plata pura de 0.1 mm., o poco menos, de espesor, y 10 por 100 cm, lo cual da una superficie de 2000 cm^2, arrollada convenientemente, dentro de un recipiente cilíndrico, con hilo de plata remachado, para el contacto externo.

(*) Es aconsejable ensayar previamente, una vez por todas, el manejo, introduciendo en la cuba una sol. de NO_3Ag, para observar si el precipitado de ClAg llega a invadir el interior de aquélla. Este ensayo debe hacerse en las mismas condiciones que una operación polarográfica.

La lámina se trata previamente con sol. caliente de (HO) Na, se lava con agua pura, escurre y sumerge en sol. sat. de ClK y ClAg; polarizándola anódicamente, unos minutos. Su potencial, que varía ligeramente con las impurezas, ha sido, en nuestro caso, de + 0.2120 V, a 20°, respecto al electrodo normal de hidrógeno (*). Cuando se usa simultáneamente el electrodo de referencia *C* (fig. 1) se emplea un recipiente de paso con sol. sat. de ClK.

Para corrientes que pasan por el sistema hasta de 10^{-5} A, hemos notado variaciones en el potencial del electrodo Ag/ClAg, de pocos milivolts.

El empleo de modo normal y general de un electrodo impolarizable externo, no figura, según mi conocimiento, en la bibliografía; y sin embargo sus ventajas son evidentes en las operaciones polarográficas: 1) no se requiere empleo de mercurio nuevo para cada operación (varios ml. generalmente), lo que significa economía en la purificación periódica de las cantidades que se van empleando cada vez; 2) se eliminan las reacciones posibles entre la solución analizada y el Hg, lo que conduce a variaciones en el potencial y de ahí curvas anormales, incluso, a menudo, altas corrientes residuales (yoduros, sulfatos, etc.); 3) se obtiene un potencial básico estable desde el comienzo de la operación, lo que no sucede a menudo cuando este electrodo es interno, debido a que se requiere cierto pasaje de corriente antes de estabilizarse. El potencial se conserva sensiblemente estable, a través de la operación, lo que permite una gran reproductividad. Esto no sucede, en general, con electrodo interno, de mucho menor superficie, como lo exige el hecho de tener que operar generalmente con cantidades no muy grandes de líquido; 4) no es necesario hacer determinaciones del potencial del electrodo de base (funcione como ánodo o cátodo), pues su valor es conocido una vez por todas; con electrodo interno esas determinaciones son indispensables, salvo casos particulares; y complican la operación, o, en el mejor de los casos, impurifican la solución de análisis si se opera por agregado de una sustancia indicadora, de potencial de depósito conocido (Tl^{+} p. ej.); 5) no se mezcla el mercurio que proviene del gotero con el otro, lo que a veces produce variaciones de potencial del electrodo de base; 6) no hay tampoco variaciones de este potencial por acción del H_2 que se emplea a menudo, para

(*) Consideramos conveniente expresar en polarografía, los potenciales, con referencia al electrodo normal de H, en vez del calomel N, como se acostumbra hasta ahora.

eliminar el O_2 del electrolito, evitándose así la necesidad de agregar Cl_2Hg_2 o $SO_4 Hg_2$, p. ej. para hacer más estable el potencial de base, lo que no siempre es conveniente; 7) se puede operar con soluciones de composición tal, p. ej. percloratos, nitratos, etc. que no dan buen resultado con electrodo interno debido a las variaciones de potencial que producen, al actuar como depolarizadores; 8) se puede operar, mediante una cuba adecuada, con menores cantidades de líquido de las que exige un electrodo interno, si es que a éste se le exige un grado algo aceptable de impolaribilidad; es natural, sin embargo, que no sería posible hacer microdeterminaciones, con 0.01 ml (1), lo que exige recipiente especial, con electrodo de base interno de muy pequeña superficie, y que sólo permite operar con intensidades de corriente muy pequeñas para que ese electrodo no sufra variaciones exageradas; 9) hace posible operar con independencia de temperatura entre la cuba y el electrodo externo.

BIBLIOGRAFÍA

(1) Heyrovský, J. — *Polarographie; Böttger - Physikalische Methoden der Analytischen Chemie*, **2**, (1936).

(1 bis) Heyrovský, J., y Klumpar, J. — *Coll. Trav. Chim. Tchecosl.*, **10**, 153 (1937).

(2) Hiltner, W. — *Chem. Fabr.*, **6**, 111 (1933).

(3) Hohn, H. — *Chemische Analysen mit dem Polarographen*, (1937).

(4) Muller, R.; Garman, R.; Droz, M., y Petras, J. — *Ind. and Engin. Chemistry* (*Analyt. Ed.*), **10**, 339, (1938).

(5) Semerano, G. — *Il Polarografo*, (1933).

(6) Vanossi, R. — *Anales Asoc. Química Argentina*, **25**, 54 (1937).

Facultad de Ciencias
Exactas, Físicas y Naturaees
Buenos Aires

NOTICIARIO

Por E. R.

Entre los diversos homenajes que las asociaciones científicas extranjeras han tributado últimamente a miembros de la *Sociedad Científica Argentina*, nos es particularmente grato señelar la acordada al Sr. P. Magne de la Croix, activo colaborador de estos *Anales*, donde se han publicado muchas de sus interesantes notas sobre el paso, « andares » y formas típicas de marcha propias de distintos animales. La « Société de Pathologie Comparée » de París, en su sesión del 14 de junio último, lo ha designado miembro correspondiente. En varias revistas científicas de la capital francesa, el Sr. Magne de la Croix ha publicado en estos últimos meses, varios trabajos sobre « corrientes eléctricas con hilos y sin hilos en el organismo humano » y sobre « generalidad y vinculación de leyes naturales », a base de investigaciones experimentales hechas en Buenos Aires.

La Academia Nacional de Medicina de la Facultad de Ciencias Médicas de Buenos Aires, ha incorporado a su seno al profesor Dr. Gonzalo Bosch, actual Vicepresidente de la *Sociedad Científica Argentina*. La recepción del nuevo académico tuvo lugar en la solemne sesión celebrada el 24 de octubre próximo pasado. El Profesor Dr. Mariano R. Castex tuvo a su cargo el discurso de recepción. Por su parte, el Dr. Gonzalo Bosch, de acuerdo con las cláusulas estatutarias que rigen para estos casos, pronunció un discurso de recuerdo y elogio para la personalidad del Dr. Nicolás Lozano, ex Presidente de la *Sociedad Científica Argentina*, cuyo reciente fallecimiento dejó vacante el sillón académico que pasa a ocupar el Dr. Gonzalo Bosch.

El 24 de noviembre próximo pasado, se cumplió el primer aniversario de la muerte del Dr. Eduardo Ladislao Holmberg. La fecha fué recordada por diversas instituciones científicas, entre ellas la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, de la que el Dr. Holmberg había sido Presidente Honorario.

En este acto pronunció el discurso de apertura su actual Presidente, ingeniero Agustín Mercau, significando el deseo que ha tenido la Aca-

demia de rendir un justiciero homenaje a la memoria del sabio desaparecido.

« Verdadero sabio — dijo más adelante, — admirado por su genio y querido por su atrayente afectuosidad, su palabra misma era así profunda por el destellante fondo de su acervo científico y bellamente amena por su espontáneo poder de darle carácter festivo aún a los más áridos razonamientos de la ciencia, su nombre es y será siempre recordado en nuestra Academia con respetuoso afecto, porque sus condiciones personales y de hombre de ciencia eran justamente las que dan nacimiento y crean esos sentimientos ».

Expresó luego que la Academia resolvió, también, que en este mismo acto se hiciera entrega del premio Holmberg, correspondiente al año 1934, instituído por el Concejo Deliberante, para ser discernido al autor del mejor trabajo sobre ciencias naturales dentro de los publicados cada año por autor nacional o extranjero, con residencia mínima de dos años en esta ciudad.

El premio correspondiente a este año ha sido otorgado por el voto unánime de la Academia al Dr. Juan Bacigalupo, por su trabajo: « Distomatosis por fasciola hepática »; su ciclo evolutivo en la República Argentina ».

Después de hacer referencia el ingeniero Mercau a los antecedentes científicos del Dr. Bacigalupo, le hizo entrega del premio, consistente en un diploma, una medalla de oro y la suma de 2000 pesos.

A continuación, el académico Martín Doello Jurado se ocupó de la obra del Dr. Eduardo Ladislao Holmberg en una extensa y erudita conferencia desarrollada de acuerdo con el siguiente sumario:

Introducción. Holmberg y Cristóbal M. Hicken; Holmberg y los hermanos Lynch Arribálzaga. « El naturalista Argentino » (1878). Resumen de los trabajos científicos de Holmberg: Zoología, Botánica, geología; obras didácticas y de divulgación. « El joven coleccionista de historia natural »; Holmberg y Ameghino. Una discusión a propósito de « Filogenia ». La actuación de Holmberg como profesor de la Escuela Normal. Su actuación como profesor de botánica en la Universidad. Holmberg y Gallardo. Su desempeño en la Inspección de Enseñanza Secundaria. El ministerio de Joaquín V. González. Holmberg en el primer Congreso de Naturalistas Argentinos: Tucumán (1916). El homenaje en el 75° aniversario de su nacimiento (1927). Holmberg, el enciclopedismo y la especialización. Conferencias y discursos de Holmberg. « Pinceladas descriptivas », « Mimetismo », « Los peces », discurso en las exequias del Dr. Rawson, etc. Las obras literarias de Holmberg. Un párrafo de Avellaneda. Holmberg y Sarmiento. Su crítica a la estatua de Rodin. Holmberg. Lugones, Rubén Darío y el poema « Lin-Calel ».

El Dr. Doello Jurado, haciendo la síntesis de la personalidad de Holmberg, al finalizar su interesante conferencia, expresó:

« En síntesis, es evidente que nos hallamos en presencia de una de las personalidades más originales y notables que haya producido la América latina. Hombre de ciencia, con una vasta labor en todas las ramas de la historia natural y, en especial, en la zoología; médico,

profesor en la enseñanza normal y en la Universidad, creador del Jardín Zoológico, académico, viajero, conferenciante eximio, escritor, poeta.. ¿Qué más puede pedirse a un hombre?

« Deja una obra intelectual digna del mayor respecto, por más que ella no sea todo lo que pudo haber producido aquella cabeza excepcional, en que estuvieron reunidos tantos talentos distintos que llegaban a estorbarse. En esa obra hay tres rasgos esencialísimos: su amor de patriota al suelo, que estudiaba como sabio; su amor de ciudadano a las instituciones republicanas, a la libertad de las ideas, que exaltó sobre todas las cosas; a la justicia social, en cuyo triunfo confiaba con la fe de un creyente; a la enseñanza, en el más amplio sentido, pues es el instrumento necesario del progreso intelectual y moral, y, finalmente, su amor de artista al lenguaje, que era el vehículo de su pensamiento.

« Puede, pues, nuestra Academia estar orgullosa de haberlo contado en su seno muchos años como miembro titular y luego como presidente.

« Puede también la República estar orgullosa de haber tenido hijos tales como estas grandes figuras de nuestras ciencias, que son: el ilustre y precursor Francisco Javier Muñiz, Florentino Ameghino, Angel Gallardo y Eduardo Ladislao Holmberg.

« La vida de estos hombres — finalizó el Dr. Doello Jurado — ofrece todavía tema inagotable. Por ellas y por la consideración de las profundas reflexiones que nos sugieren se siente a veces el íntimo estremecimiento de quien está aproximándose con emoción a las fuentes sagradas de la vida y a las raíces del espíritu humano ».

Finalizado el discruso, el Dr. Juan Bacigalupo hizo una síntesis de su trabajo de investigación relativa a las condiciones de vida y estructura del parásito llamado Fasciola hepática. Explicó el desarrollo que experimenta en un pequeño caracol denominado « Limnaea viatrix »; ha comprobado así que el embrión se localiza preferentemente en el pulmón del animal, se inicia allí su evolución en forma de masas celulares que se multiplican y organizan constituyendo la boca, faringe y esófago del futuro organismo que acaba de abandonar el caracol para desplazarse en el agua, y resulta así un agente infectante; la ingestión de berros, ensaladas o aguas con tales elementos provocan la infección en el hombre y en los animales. El Dr. Bacigalupo ha estudiado después cómo el parásito llega al hígado, para pasar a los canalículos biliares, sitio en que vive habitualmente; ha establecido la distribución geográfica del parásito en el país y ha verificado la acción eficaz de inyecciones de emetina como medio práctico y corriente en el tratamiento terapéutico de la enfermedad; ilustró su exposición con una serie de proyecciones y con la exhibición de una película cinematográfica referente al mismo asunto.

El 27 de noviembre último, tuvo lugar en una de las dependencias del Museo Argentino de Ciencias Naturales, donde funciona la Secretaría de la Sociedad Ornitológica del Plata, una sesión de homenaje a la memoria del Dr. Ricardo Dabbene.

Después de descubrirse un retrato del Dr. Dabbene, el Presidente de la entidad, contraalmirante Pedro S. Casal, trazó una semblanza del extinto naturalista, recordando su actuación como primer Presidente de la Sociedad Ornitológica del Plata y como director del órgano oficial de la sociedad, la revista « El Hornero ».

Más adelante se ocupó de los viajes que realizó el Dr. Dabbene por todo el país, a fin de perfeccionar sus conocimientos y para ampliar las colecciones de aves del Museo Argentino de Ciencias Naturales.

A continuación habló la Dra. en ciencias naturales señorita María Juana Pergolani, adscripta a la sección ornitología del museo antes citado. La oradora hizo un elogioso comentario de la obra del Dr. Dabbene, titulada « Ornitología argentina, catálogo sistemático y descriptivo de las aves de la República Argentina », así como de otros de sus trabajos científicos.

El Sr. Angel R. Zotta, encargado de la sección ornitología del Museo de Ciencias Naturales, pronunció después una conferencia sobre uno de los primeros estudios ornitológicos del extinto: « Distribución de los pájaros en la Argentina », que, dijo, fué publicado en la revista « Physis », entre el 30 de septiembre de 1913 y el 31 de marzo de 1914. Este trabajo, dijo el Sr. Zotta, es una crítica muy interesante a la obra de lord Brabourne y Chubb titulada: « Los pájaros de Sud América », que fué editada en Londres en 1912.

Con diversas citas, el orador demostró la superioridad del estudio del Dr. Dabbene sobre el otro.

El 6 de diciembre, realizó una sesión especial la Academia de Ciencias de Buenos Aires, en la cual esa corporación entregó el diploma de miembro correspondiente a monseñor Federico Lunardi, arzobispo de Side y nuncio apostólico en Honduras.

Presidió la ceremonia el Dr. Mario A. Rivarola, quien, al declarar abierto el acto, expresó la satisfacción de la corporación al recibir en su seno, en su carácter de miembro correspondiente, a monseñor Lunardi, y al escuchar el saludo enviado por la Sociedad Geográfica de Lima, del cual era portador el Sr. Cavero Egusquiza, delegado oficial de esa entidad en viaje por América del Sur.

Entre los aplausos de los circunstantes, el Dr. Rivarola entregó al nuevo académico su diploma, y en seguida cedió la palabra al secretario del cuerpo, arquitecto Héctor Greslebin, quien se refirió extensamente a la personalidad de monseñor Lunardi.

Después de breves palabras de agradecimiento que pronunció monseñor Lunardi, el Sr. Cavero Egusquiza leyó el saludo de la Sociedad Geográfica de Lima, y pronunció con ese motivo un discurso, subrayando interesantes conceptos de americanismo.

En seguida, el nuevo académico correspondiente, monseñor Lunardi, presentó una comunicación titulada « Cosas de los indios », en la cual, después de considerar la manera de hacer la guerra de los Tupí-Guaraní, detallando sus diversas formas de realizar el ataque, por sorpresa o en cerco, las características de sus fortalezas y empalizadas y el sistema

defensivo de las barreras de espinas, describió la forma en que usaban las flechas de fuego y los gases asfixiantes, recursos ambos muy utilizados en la práctica de la guerra.

Trató el fuego americano como arma de guerra, describiendo las características de los dardos de fuego de los Mundurucús y de los Tupinambás del Guanabara; citó el comprobado detalle de la destrucción de la primera instalación de la ciudad de Buenos Aires por el fuego, desprendiendo de ello una influencia Tupí-Guaraní, y se ocupó del sitio de la ciudad del Cuzco, describiendo también las flechas incendiarias de los indios modernos.

Finalmente estudió la forma cómo los Tupinambás practicaban la guerra con el humo y de qué manera esta práctica continúa en los pueblos modernos, así como el uso de la pimienta malagueta, sacando útiles conclusiones de estos estudios; dedicó algunas consideraciones a la mitología astronómica de los Sirionós y de los Guarayos, hijos estos últimos de la luna hombre; se ocupó de la leyenda del tigre y de la luna y de aquella referente a las dos piedras rasgadas que se muestran en la mitología de los guarayos, y en materia de alfarería Chiriguana, de los Chiquitos, Guarayos, Sirionós y Chiquitanos, explicó diversas curiosidades inéditas, especialmente la forma cómo se cuecen los vasos y cómo se obtienen el lustre y los colores.

A continuación, el Dr. Juan U. Carrea comunicó su « Nota previa sobre rugoestenografía », siguiendo los estudios presentados a la Academia en 1937 sobre identificación humana por las rugosidades del paladar. Presentó una nueva notación estenográfica para la clasificación de las rugosidades, denominándola, por consiguiente, rugoestenografía.

El 23 de diciembre clausuró el ciclo de sus sesiones correspondientes al año 1938, la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. En dicho acto, el académico Dr. Claro C. Dassen pronunció una erudita conferencia, en la que expuso la primera parte de su trabajo de crítica e investigación histórica sobre « La Facultad de Matemáticas de Buenos Aires », instituto creado por el gobierno provincial el 25 de marzo de 1874, y mantenido en ese carácter hasta 1880, en cuya época, por la federalización de la ciudad de Buenos Aires, la Universidad pasó a ser dependencia nacional y fué reorganizada.

En la misma sesión se resolvió reiniciar la publicación de los « Anales » de la academia, continuando asimismo la aparición de la revista « Darwiniana » como órgano oficial del instituto de botánica « Darwinion », que posee la Academia en San Isidro.

El 24 de diciembre, los académicos se reunieron en el salón biblioteca de « Darwinion », para asistir al acto de incorporar a las colecciones del mismo las muestras de minerales y rocas que pertenecieron al Dr. Eduardo L. Holmberg, donadas por su familia a la Academia, como igualmente un retrato de Darwin, con autógrafo, en marco de ébano, también donado por los deudos del Dr. Holmberg.

BIBLIOGRAFIA

FOLLETOS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS

POR C. C. D.

Nº 581. — MILTON THEO, HANKE, *Nutrition et Dentition.* Folleto de 76 páginas con figuras y 4 láminas fuera del texto; 20 francos; 1937. Constituye el nº XI de la serie « Nutrition ».

Entre las consecuencias que trae este trabajo anotamos las siguientes: Una nutrición adecuada contribuye a producir el mejor estado de salud en una boca dada; los fungicidas y germicidas reducen los ataques a los tejidos y suprimen las fuentes de irritación y de destrucción. Parece posible, siguiendo ese tratamiento asociado, reducir la aparición de enfermedades dentarias de una manera tan notable que ellas no constituyan ya un problema inquietante para la salud. Las siete figuras que traen las cuatro láminas fuera del texto reproducen 6 microfotografías del « film » raspado en la superficie proximal de dientes en seis personas distintas. Este « film » consiste siempre en fungos y bacterias con algunas células epiteliales y una pequeña cantidad de detritus alimenticios. La séptima figura trae la fotografía de la boca de una joven de 19 años, que, cuando niña, sufrió gravemente por causa de una nutrición deficiente.

Nº 582. — POTEL (PIERRE), *Le Problème du Pain.* 45 páginas; 10 francos; 1937.

Fascículo XII de la serie « Nutrition », dirigida por Emilio F. Terroine. El autor es ex jefe de trabajos del Centro Nacional Francés de investigaciones agronómicas e Ingeniero de la Sociedad comercial de Potasas de Alsacia.

Después de una introducción en la que trae consideraciones generales sobre la cuestión del pan, del gluten, del trigo, etc., entra en materia desarrollando en cuatro capítulos los siguientes temas: las cualidades del trigo francés; los factores de la calidad de los trigos. La calidad de los trigos del punto de vista bioquímico; las mejoras de la calidad de los trigos. En las conclusiones que trae después, asegura ser posible

orientar la investigación relativa a la apreciación de la calidad de los trigos hacia bases nuevas, así como dar una interpretación biológica a las observaciones hechas sobre las cosechas de los cultivos experimentales; y que el estudio de las calidades del trigo es una cuestión agronómica que afecta, por un lado, a la fisiología vegetal en el sentido lato, y, por otro, a la fitogenética. Al final un apéndice y una bibliografía; aquél trae observaciones sobre la diferenciación de los trigos del punto de vista tecnológico.

Nº 583. — SELIC HECHT, *La Base Chimique et Structurale de la vision.* 100 páginas con varias figuras; 25 francos; 1938.

Fascículo IV de « Exposés de Biophysique », serie dirigida por René Wurmser, director del « Laboratoire de Biophysique de l'Ecole des Hautes-Etudes ». El autor es profesor de Biofísica en la « Columbia University » (N. Y.).

Una Introducción trata la naturaleza de los órganos sensoriales, las calidades específicas y el significado de la visión.

Los temas expuestos en el curso del trabajo son: Dualidad de la función visual; la visión en el espectro; adaptaciones a la oscuridad; discriminación de la intensidad; estimulación intermitente y pestañeo; umbral instantáneo; acuidad visual; la naturaleza de la operación fotoreceptora; comparaciones entre la teoría y las medidas. Al final una copiosa bibliografía.

Nos. 589, 590, 591. — LAUTMAN (ALBERT), *Essai sur l'unité des Sciences Mathématiques dans leur développement actuel* (Nº 589). *Essai sur les notions de Structure et de Existence en mathématiques* (Nos. 590, 591). en total, 164 páginas 82 páginas cada folleto, 20 francos cada uno. Nº 589, 62 páginas, 15 francos; 1938.

Constituyen los fascículos IV, V y VI de la serie « Le Progrés del'Esprit » recién mencionada. El autor es ex alumno de la « Ecole Normale Supérieure ». Agregado de Filosofía y Doctor en Letras.

El primero de estos folletos trata las siguientes cuestiones: Distinción entre dos matemáticas. Estructra de un dominio de grandores y descomposición de sus elementos. Las consideraciones dimensionales en análisis. El dominio y los números; las métricas no euclídeas en la teoría de las funciones analíticas. El algebra de los grandores no conmutativos; las formas de Plaff y la teoría de las ecuaciones diferenciales. Lo continuo y lo discontinuo; el análisis y la teoría de los números.

El autor se esfuerza en poner a la vista analogías de estructura y adaptaciones de existencia entre el análisis y el álgebra, con el objeto de contribuir a poner de manifiesto la existencia, en el seno de las matemáticas, de esquemas lógicos sólo reconoscibles al través de las mismas matemáticas, afirmando a la vez la unidad intelectual y el interés espiritual.

En el folleto nº 590 se ocupa de los « esquemas de estructura ». En la Introducción trata la naturaleza de lo real en matemáticas. Luego se ocupa de los temas siguientes: Lo local y lo global. Propiedades intrínsecas y propiedades inducidas. La ascensión hacia lo absoluto.

Deja establecida la variedad de los vínculos lógicos que se manifiestan en el seno de las matemáticas; la solidaridad entre el todo y sus partes; la reducción de las propiedades de relación a propiedades intrínsecas; el pasaje de la imperfección a lo absoluto.

El último folleto trata la « Esencia y existencia »; « los mixtos »; del « carácter excepcional de la existencia ».

Nos. 594 a 597 y 600. — TH. CAHN J. I. HOUGET, *Glucides*. E. AUBEL, *Eeau et Sels*; JEAN ROCHE, *Protides*; EMILE F. TERROINE, *Substances Nucléiniques*; IDEM, *Créatine et Créatinine*. Cinco folletos respectivamente de 68, 28, 56, 32 y 42 páginas. Precios respectivos: 15, 8, 12, 8 y 12 francos. 1938.

El profesor Emilio F. Terroine, dirige una revista anual titulada « Physiologie », de la que son secretarios, T. Cain y P. Lelu. Estos cinco folletos corresponden al período 1936-37. La revista, en vez de ser presentada en la forma de un grueso volumen, está dividida en tantos fascículos cuantos capítulos esenciales abarca la fisiología; cada dos semanas se ofrece una monografía.

1. *Glúcidos*. Sus autoret Cahn y Houget son, respectivamente, maestro uno y encargado el otro, de investigaciones. Después de una Introducción se encara el estudio de la degradación de los glúcidos; síntesis y constitución de los hidratos de carbono natural; metabolismo de los glúcidos en el animal. Bibliografía.

2. *Agua y sales*. El autor E. Aubel, es profesor de química biológica en la Facultad de Ciencias de París. Trata los temas siguientes: Permeabilidad y Osmosis: células y tejidos aislados, organismos neutros; Repartición de los elementos minerales; Papel desempeñado por las vitaminas, por las hormonas y glándulas de secreción interna. Absorción y eliminación. Perspiración. Estudios varios. Bibliografía.

3. *Prótidos*. Su autor Roche, es profesor de química biológica en la Facultad de Medicina y de Farmacia de Marsella. Después de una Introducción, se ocupa de: Las necesidades de azoados y la manera de satisfacerlas. Metabolismo de los ácidos amínicos. Metabolismo y papel fisiológico del azufre proteídico. Bibliografía.

4. *Sustancias nucleídicas*. Se ocupa del tenor en cuerpos púricos de los organismos y tejidos. El catabolismo púrico endógeno. Degradación y síntesis de los compuestos púricos. Agentes ejecutantes y agentes reguladores del catabolismo púrico. Procesos anormales del metabolismo púrico. Catabolismo de las pirimidinas. Bibliografía.

5. *Creatina y creatinina*. La primera parte trata la creatina de los tejidos y la creatinuria. La segunda, la creatinina de la sangre y de los tejidos, la excreción de la creatinina y el valor del gasto energético; los precursores de la creatinina con el catabolismo protídico. Contralor hormonal de la excreción de creatinina. Termina el libro con las técnicas del dosaje, y con la bibliografía del tema.

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borruat, Luis A.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Canal Feijoo, Bernardo
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Floriani, Luis
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Oliveri, Alfredo B.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Recce, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo

Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Rodríguez, Germinal
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino
Varela Gil, José
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Vistalli, Alina M.
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E. | Besio Moreno, Nicolás | Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo P.
García, Daniel
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, Carlos
Rothlin, Edwin
Schmiedecke, Augusto
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Trebino, Natalio
Urciolo, Victorio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.
Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Benet, Pedro José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bonazzola, César J.
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Cohan, Marcos
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá, Tolrá Antonio
Kleer, Gregorio
Lachaga, Dámaso A.
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Ing. Agr. José Raúl Ponce; Secretario, Ing. Agr. Julio Tolosa (h); Tesorero, Ing. Cayetano C. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruíz Leal; Vocales: Dr. Eduardo Carette; Dr. Mario Bidone; Ing. Alfredo Rosenthal; Sr. Manuel Tellechea; Ing. Agr. Rafael E. Pontis.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Ayala Castagnino, G.
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Carette, Eduardo
Castillo, José
Croce, Francisco M.
Espinosa, Norberto A.
Flor Alvarado, José M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guevara, José R.
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Maveroff, Aquiles
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Navarro Correas, José A.
Paganotto, Juan P.
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Richard, Alfonso E.
Rosales, Ranulfo S.
Rosenthal, Alfrado
Ruíz, Aníbal
Ruíz Leal, Adrián
San Martín, José Benito de
Serra, Luis Angel
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Tolosa, Julio (h)
Toso, Juan F.
Villanueva, Miguel Angel

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretario, Ing. Adolfo P. Grissi; Tesorero, Dr. Carlos Teobaldo; Vocales: Dr. Hilario Magliano, Dra. Juana Cortelezzi; Ing. Juan Sabato; Dr. Federico E. Christmann.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Amarante, Pedro C.
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Basualdo, Washington S.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Canals Frau, Salvador
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E
Daló, Héctor R.
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Loedel Palumbo, Enrique
Mc Loughlin, Rogelio P.
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño, Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Kinart, Fernando	Amberes
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Shepperd, William R.	Wáshington
Tello, Julio C.	Lima
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma



ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

FEBRERO 1939 — ENTREGA II — TOMO CXXVII

SUMARIO

Pág.

MATEMATICAS:

JUAN M. ALESSI. — Estudio elemental del complejo bihiperbólico..... 81

C. E. DIEULEFAIT. — Determinación de los momentos de las probabilidades hipergeométricas ordinarias y en el caso de contagio (Polya) 108

CIENCIAS FISICO-NATURALES:

VLADIMIR BORZACOV. — El granito y las efusiones basálticas del extremo austral de las sierras de Córdoba 118

CARLOS RUSCONI. — Fósiles puelchenses del partido de Matanzas 144

W. KNOCHE. — Nota sobre el significado del rocío 150

QUIMICA:

JORGE GASCÓN Y EDUARDO R. SCHEGGIA. — Un método clínico para la determinación de colesterolemia 152

C. C. D. — Bibliografía 158

BUENOS AIRES

CALLE SANTA FE 1145

1939

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escrito. Tienen derecho a la corrección de do pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

ESTUDIO ELEMENTAL DEL COMPLEJO BIHIPERBÓLICO

POR

JUAN M. ALESSI

Generalidades. — Al estudiar los números complejos cuyas componentes son números reales se presentan los casos siguientes (*):

$a + ib$, con $i^2 = -1$: complejos ordinarios o elípticos

$a + jb$, con $j^2 = +1$: complejos hiperbólicos

$a + kb$, con $k^2 = 0$: complejos duales o parabólicos

y resulta de interés considerar los números bicomplejos que se forman cuando las componentes son, a su vez, números complejos de cada una de las formas antedichas. Resultan así las siguientes expresiones bicomplejas:

I) Si $i^2 = -1$

$$a + i\,b \quad , \quad \text{donde} \begin{cases} a = x_1 + i' \,.\, x_2 \\ b = x_3 + i' \,.\, x_4 \end{cases} , \text{ con } i'^2 = -1$$

bicomplejo ordinario (o elíptico) de componentes ordinarias, o número bielíptico, o, simplemente, bicomplejo ordinario (1).

$$m + i\,n \quad , \quad \text{donde} \begin{cases} m = y_1 + j' \,.\, y_2 \\ n = y_3 + j' \,.\, y_4 \end{cases} , \text{ con } j'^2 = +1$$

(*) Stölz-Gmeiner, *Theoretische Arithmetik*, II T. Berlín (1915); L. Van der Waerden, *Moderne Algebra*, II T. Berlín (1935); J. C. Vignaux, *Anales de la Soc. Cient. Argentina*, CXXI (1936), y *Contribución al Estudio de las Ciencias Fisicomatemáticas*, E. I (1935) y E. 3 (1936).

(1) C. Segré, *Math. Annalen*, t. 40 (1892), p. 419-67, nº 28.

bicomplejo ordinario de componentes hiperbólicas, o número elíptico-hiperbólico.

$$p + i\,q \;,\quad \text{donde} \begin{cases} p = z_1 + k' \,.\, z_2 \\ q = z_3 + k' \,.\, z_4 \end{cases} ,\ \text{con } k'^2 = 0$$

bicomplejo ordinario de componentes duales, o número elíptico-dual.

II) Si $j^2 = +1$, y con las mismas componentes $a, b;\ m, n;\ p, q$ que en el caso anterior:

$a + jb$ bicomplejo hiperbólico de componentes ordinarias, o número hiperbólico-elíptico, o, simplemente, bicomplejo hiperbólico (1).

$m + jn$ bicomplejo hiperbólico de componentes hiperbólicas, o número bihiperbólico.

$p + jq$ bicomplejo hiperbólico de componentes duales, o número hiperbólico-dual.

III) *Si* $k^2 = 0$

$a + k.b$ bicomplejo dual de componentes ordinarias, o número dual-elíptico (2), o, simplemente, bicomplejo dual.

$m + k.n$ bicomplejo dual de componentes hiperbólicas, o número dual-hiperbólico.

$p + k.q$ bicomplejo dual de componentes duales, o número bidual.

(1) M. FUTAGAWA, *On the theory of functions of a quaternay variable.* The Tohokn Math. Journal. v. 29 (1928), v. 35 (1932).

(2) Study *Geometrie der Dynamen;* AGOSTINELLI, Atti del R. Ist. Veneto, XCIV, 1935.

La teoría general de los hipercomplejos abarca el estudio de estos distintos tipos (1); pero, independientemente de esa teoría, puede encararse el desarrollo del álgebra de cada uno de ellos en forma más elemental.

El objeto de este trabajo es la consideración, bajo este aspecto, de los números bihiperbólicos, esto es, de los números

$$\alpha = c_1 + j\,c_2 \quad , \quad \text{con} \quad j^2 = +1$$

donde

$$\begin{cases} c_1 = r_1 + h\,r_2 \\ c_2 = r_3 + h\,r_4 \end{cases} , \quad \text{siendo} \begin{cases} h^2 = +1 \\ \text{pero } h \neq j \end{cases}$$

y r_1, r_2, r_3, r_4 números reales.

Es decir, que

$$\alpha = (r_1 + h\,r_2) + j\,.\,(r_3 + h\,r_4) =$$

$$= r_1 + h\,r_2 + j\,.\,r_3 + j\,h\,.\,r_4$$

y si llamamos

$$l = h\,j = jh$$

resulta

$$\alpha = r_1 + h\,r_2 + j\,r_3 + l\,r_4$$

es decir, un número complejo de 4 unidades

$$1, \quad h, \quad j, \quad l$$

las cuales cumplen, por definición, las condiciones

$$h^2 = +1 \quad ; \quad h\,.\,j = j\,.\,h = l$$

$$j^2 = +1 \quad ; \quad h\,.\,l = l\,.\,h = h\,.\,(h\,.\,j) = h^2\,.\,j = j$$

$$l^2 = j^2\,.\,h^2 = +1\,(*) \quad ; \quad j\,.\,l = l\,.\,j = j\,.\,(h\,.\,j) = h\,.\,j^2 = h\,(**)$$

Teniendo en cuenta estas relaciones entre las unidades pueden realizarse las operaciones entre los números bihiperbólicos como si

(1) G. Scorza, *Corpi numerici e algebre*. Messina, 1921.

(*) Se verifica, sin embargo, que $l \neq j$ y $l \neq h$.

(**) Cumpliéndose la propiedad conmutativa entre las unidades queda asegurado que el producto entre dos números de esta clase gozará así mismo de dicha propiedad.

ellos fueran polinomios; pero prescindiremos de este método por la excesiva extensión de sus desarrollos y trataremos de edificar la teoría partiendo de la *forma isótropa* de estos bicomplejos.

Llamaremos *unidades isótropas* a los números complejos hiperbólicos conjugados

$$\dot{j}_1 = \frac{1+j}{2} \quad , \quad \dot{j}_2 = \frac{1-j}{2}$$

que cumplen las siguientes condiciones:

a) $$\dot{j}_1^2 = \frac{1+2j+j^2}{4} = \frac{1+j}{2} = \dot{j}_1$$

b) $$\dot{j}_2^2 = \frac{1-2j+j^2}{4} = \frac{1-j}{2} = \dot{j}_2$$

c) $$\dot{j}_1 \cdot \dot{j}_2 = \frac{1-j^2}{4} = 0$$

d) $\dot{j}_1 - \dot{j}_2 = j$ (o sea la unidad hiperbólica)

e) $\dot{j}_1 + \dot{j}_2 = 1$ (o sea la unidad real)

Dado el número bihiperbólico

$$\alpha = c_1 + j \cdot c_2$$

es posible escribir

$$\alpha = (c_1 + c_2) \cdot \frac{1+j}{2} + (c_1 - c_2) \frac{1-j}{2}$$

o sea

$$\alpha = (c_1 + c_2) \cdot \dot{j}_1 + (c_1 - c_2) \cdot \dot{j}_2$$

y llamando

$$c_1 + c_2 = a \quad , \quad c_1 - c_2 = b$$

resulta

$$\alpha = a\dot{j}_1 + b\dot{j}_2$$

que es la forma isótropa del número bihiperbólico, siendo los números complejos hiperbólicos *a, b* sus *componentes isótropas.*

Dados los complejos hiperbólicos c_1 y c_2, componentes del número bihiperbólico

$$\alpha = c_1 + j\, c_2$$

quedan determinadas, pues, sus componentes isótropas a y b; y recíprocamente ya que, siendo

$$a = c_1 + c_2 \quad , \quad b = c_1 - c_2$$

resulta

$$c_1 = \frac{a+b}{2} \quad , \quad c_2 = \frac{a-b}{2}$$

IGUALDAD. — Dos números bihiperbólicos

$$\alpha = a j_1 + b j_2$$

$$\alpha' = a' . j_1 + b' j_2$$

son iguales cuando se verifican las condiciones

$$a = a' \quad , \quad b = b'$$

y en tal caso se escribe

$$\alpha = \alpha'$$

Reducida la condición de igualdad a la igualdad simultánea entre dos pares de números complejos hiperbólicos, resultará que la igualdad entre dos números bihiperbólicos es *reflexiva, simétrica y transitiva.*

Dos números bihiperbólicos

$$\alpha = a j_1 + b j_2 \quad , \quad \alpha' = a' j_1 + b' j_2$$

cuyas componentes isótropas no cumplen alguna de las condiciones

$$a = a' \quad , \quad b = b'$$

se dicen *desiguales,* y se anota $\alpha \neq \alpha'$.

Un número bihiperbólico es *nulo* únicamente cuando sus componentes isótropas son ambas nulas.

A un número bihiperbólico de la forma $\alpha = aj_1$ en el cual la segunda componente isótropa es nula lo llamaremos bihiperbólico *incompleto de 1er. orden*, y llamaremos *bihiperbólico incompleto de 2º orden* cuando sea nula la primera componente isótropa, es decir, cuando el número sea de la forma $\beta = bj_2$.

SUMA. — Dados los números bihiperbólicos

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad , \quad \alpha' = a'j_1 + b'j_2$$

llamaremos *suma* al número bihiperbólico cuyas componentes isótropas sean, respectivamente, las sumas de las componentes isótropas del mismo orden; es decir, que

$$\alpha + \alpha' = (a + a')\, j_1 + (b + b')\, j_2$$

La suma es, pues, *conmutativa y asociativa* ya que de tales propiedades goza la suma de complejos hiperbólicos que son sus componentes isótropas.

DIFERENCIA. — Los números bihiperbólicos.

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad , \quad \beta = -aj_1 - bj_2$$

se llaman *opuestos*.

La diferencia de dos bihiperbólicos es otro que sumado al sustraendo reproduzca el minuendo. Por consiguiente, para restar dos números bihiperbólicos se suma al minuendo el contrario del sustraendo

$$\therefore \quad \alpha - \alpha' = (aj_1 + bj_2) + (-a'j_1 - b'j_2)$$
$$= (a - a')j_1 + (b - b')j_2$$

PRODUCTO. — Llamaremos *producto* del número bihiperbólico $\alpha = aj_1 + bj_2$ por el complejo hiperbólico c al número bihiperbólico

$$\beta = c \,.\, \alpha = ac \,.\, j_1 + bc \,.\, j_2$$

Recordando las propiedades de las unidades isótropas

$$j_1 + j_2 = 1 \quad ; \quad j_1 - j_2 = j$$

resulta que el complejo hiperbólico c expresado como número bihiperbólico toma la forma

$$c\,(j_1 + j_2) = cj_1 + cj_2 \text{ (*)}$$

y llamaremos *bihiperbólico puro* a todo número de la forma

$$aj = aj_1 - aj_2$$

Dados dos números bihiperbólicos

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad , \quad \alpha' = a'j_1 + b'j_2$$

llamaremos *producto* de ambos al número bihiperbólico

$$\beta = \alpha \,.\, \alpha' = aa'j_1 + bb'j_2 \text{ (**)}$$

Es decir, que las componentes isótropas del producto se obtienen multiplicando las componentes isótropas homólogas de los factores. El producto es, pues, *conmutativo, asociativo y distributivo,* o sea que

$$\alpha \,.\, \alpha' = \alpha' \,.\, \alpha \quad ; \quad (\alpha \,.\, \alpha') \,.\, \alpha'' = \alpha' \,(\alpha \,.\, \alpha'') \quad ;$$
$$(\alpha \pm \alpha') \,.\, \alpha'' = \alpha \,.\, \alpha'' \pm \alpha' \,.\, \alpha''$$

Aplicando esta definición de producto nos resulta que:

a) *El producto de dos bihiperbólicos incompletos del mismo orden es otro bihiperbólico incompleto del mismo orden que los factores.*

(*) En lo dicho queda incluído el caso de multiplicar un número bihiperbólico por uno real, o la expresión de uno de éstos en forma de bihiperbólico, pues el número real es un caso particular del complejo hiperbólico.

En cambio, no consideramos el caso de multiplicar un número bihiperbólico por un complejo ordinario, pues resultaría un bicomplejo hiperbólico para cada una de las componentes, y el conjunto vendría a ser un número de orden superior a los bicomplejos que consideramos.

(**) A esta definición de producto llegamos fácilmente considerando la operación como el producto de los binomios

$$(a\,j_1 + b\,j_2) \,.\, (a'\,j_1 + b'\,j_2)$$

y recordando las propiedades de los productos

$$j_1^2 = j_1 \quad ; \quad j_2^2 = j_2 \quad ; \quad j_1 \,.\, j_2 = 0$$

ya establecidas

En efecto; si

$$\alpha = aj_1 \quad , \quad \alpha' = a'j_1 \qquad (b = b' = 0)$$

será

$$\alpha \,.\, \alpha' = aa'j_1$$

y si

$$\beta = bj_2 \quad , \quad \beta' = b'j_2 \qquad (a = a' = 0)$$

será

$$\beta \,.\, \beta' = bb'j_2$$

b) *El producto de dos números bihiperbólicos incompletos de distinto orden, es nulo.*

c) *El producto de un número bihiperbólico completo por uno incompleto, es otro bihiperbólico incompleto del mismo orden que el dado.*

Si $$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad \text{y} \quad \begin{cases} \alpha' = a'j_1 \\ \beta' = b'j_2 \end{cases}$$

resulta

$$\alpha\, \alpha' = aa'j_1 \quad ; \quad \alpha \,.\, \beta' = bb'j_2$$

Anulación del producto. — Sea el producto

$$\beta = \alpha\, \alpha'$$

donde

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad \text{y} \quad \alpha' = a'j_1 + b'j_2$$

Si, por ejemplo,

$$\alpha = 0$$

deberá ser

$$a = b = 0$$

y como

$$\beta = aa'j_1 + bb'j_2$$

será

$$\beta = 0$$

Es decir, que si uno de los factores es nulo, el producto también lo es.

Esta es *condición suficiente,* pero no necesaria para la anulación del producto, pues ya hemos visto que el producto puede anularse sin que se anule ninguno de los factores cuando ellos son, por ejemplo, números bihiperbólicos incompletos de distinto orden.

Veamos qué ocurre con el producto $\beta = \alpha\,\alpha' = 0$ cuando uno de los factores, el α' por ejemplo, es incompleto de 1er. orden cuya componente isótropa no sea un complejo hiperbólico anulante (*).

En ese caso

$$a' \neq 0 \quad \text{y} \quad b' = 0$$

y como

$$\beta = \alpha\,\alpha' = aa'j_1 + bb'j_2 = 0$$

[lo cual significa que simultáneamente

$$aa' = 0\ (.)\ \text{y}\ bb' = 0\ (..)]$$

deberá ocurrir necesariamente que

$$a = 0$$

(pues está descartada la nulidad de a' así como su condición de anulante) pudiendo ser

$$b = 0 \qquad \text{ó} \qquad b \neq 0$$

Es decir, que: ó α tiene por componentes isótropas $a = b = 0$ (ésto es, $\alpha = 0$), ó α tiene por componentes isótropas $a = 0$, $b \neq 0$ (ésto es, α es un número bihiperbólico incompleto de 2º orden).

Análogamente se prueba que si

$$\alpha\,\alpha' = 0$$

y α' es un número bihiperbólico incompleto de 2º orden cuya componente isótropa no sea anulante, deberá ocurrir que: ó $\alpha = 0$, ó α es un bihiperbólico incompleto de 1er. orden.

Si el producto

$$\beta = \alpha\,\alpha' = 0$$

(*) Los complejos hiperbólicos anulantes o divisores de cero tienen por expresión general

$$c = r \pm rh$$

y expresados en forma isótropa son complejos hiperbólicos incompletos; en ambas maneras de expresarlos sus componentes son números reales.

y el factor α', por ejemplo, es incompleto de 1er. orden de componente isótropa anulante, de (. .) y de (.) resulta que, ya sea

$$b = 0 \quad \text{ó} \quad b \neq 0$$

deberá ocurrir que a sea *anulante combinado* con a' (*) y, por consiguiente, α resultará un número bihiperbólico (completo o incompleto) cuya primera componente isótropa sea anulante combinada con la de α'.

Análogamente; si α' es un bihiperbólico incompleto de 2º orden de componente isótropa anulante, resultará α un bihiperbólico cuya 2ª componente isótropa sea un anulante combinado con aquélla (siendo la 1ª componente nula o no).

Por último: si α y α' son completos y $\alpha\,\alpha' = 0$, por la expresión (.) deberá ocurrir que a y a' son anulantes combinados ya que $a \neq 0$ *y* $a' \neq 0$ *y* simultáneamente debe ocurrir que también b y b' sean anulantes combinados.

Resumiendo, podemos establecer que la condición de nulidad de uno de los factores para que el producto se anule *es necesaria* cuando ambos factores son bihiperbólicos completos que no tienen ninguna componente isótropa anulante.

Cociente. — Diremos que un número bihiperbólico α no nulo es *anulante o divisor de cero* cuando existe otro número bihiperbólico β distinto de cero tal que

$$\alpha \,.\, \beta = 0$$

y se expresa así

$$\frac{0}{\alpha} = \beta$$

Por lo ya expuesto resulta que son anulantes todos los números bihiperbólicos incompletos, de uno u otro orden, y los bihiperbólicos completos que tengan alguna de sus componentes isótropas que sea un divisor de cero (en el campo de los números complejos hiperbólicos).

(*) Diremos que dos complejos hiperbólicos son *anulantes combinados* cuando son de las formas $r_1 + r_1 h$ y $r_2 - r_2 h$; expresados en forma isótropa resultarían complejos hiperbólicos incompletos de distinto orden. J. C. Vignaux los llama también « complejos de distinta especie ».

Llamaremos *inverso o recíproco* de un número bihiperbólico

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

a otro número

$$\beta = xj_1 + yj_2$$

tal que

$$\alpha \,.\, \beta = 1$$

Pero siendo

$$\alpha \,.\, \beta = axj_1 + by\,j_2$$

y

$$1 = j_1 + j_2$$

será

$$ax\,j_1 + by\,j_2 = j_1 + j_2$$

lo cual exige que

$$\begin{cases} ax = 1 \\ by = 1 \end{cases} \quad \text{por lo cual} \quad \begin{cases} x = \dfrac{1}{a} \\ y = \dfrac{1}{b} \end{cases}$$

y el número bihiperbólico inverso del

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

toma la forma

$$\beta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{aj_1 + bj_2} = \frac{1}{a}\,j_1 + \frac{1}{b}\,j_2$$

Para que $\dfrac{1}{a}$ y $\dfrac{1}{b}$ tengan significado en el campo complejo hiperbólico no deben ser a y b nulos ni anulantes, lo cual significa que no existe el recíproco de los números bihiperbólicos nulos o divisores de cero.

El *cociente* de dos bihiperbólicos (dividendo y divisor) es otro número bihiperbólico tal que su producto por el divisor reproduzca el dividendo; por consiguiente, para hallar el cociente basta multiplicar el dividendo por el inverso del divisor.

Es decir, que

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{aj_1 + bj_2}{a'j_1 + b'j_2} = (aj_1 + bj_2) \cdot \frac{1}{a'j_1 + b'j_2} =$$

$$= (aj_1 + bj_2) \left(\frac{1}{a'} \cdot j_1 + \frac{1}{b'} \cdot j_2 \right)$$

o sea que

$$\therefore \quad \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{a}{a'} j_1 + \frac{b}{b'} j_2$$

La división es, pues, posible y unívoca salvo los casos en que el divisor sea nulo o anulante.

Números bihiperbólicos conjugados. — Llamaremos *números bihiperbólicos conjugados* aquéllos en los cuales la primera componente isótropa de uno sea igual a la segunda componente isótropa del otro. Es decir, que son conjugados los números bihiperbólicos

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$
$$\bar{\alpha} = bj_1 + aj_2$$

y de acuerdo con las definiciones ya establecidas, resulta

a) $$\alpha + \bar{\alpha} = (a + b) j_1 + (b + a) j_2 = a + b$$

Es decir que *la suma de dos números bihiperbólicos conjugados es un complejo hiperbólico igual a la suma de las componentes isótropas de los números dados.*

b) $$\alpha - \bar{\alpha} = (a - b) j_1 + (b - a) j_2$$
$$= (a - b) j_1 - (a - b) j_2$$
$$= (a - b)(j_1 - j_2)$$

y como $j_1 - j_2 = j$ resulta que *la diferencia de dos números bihiperbólicos conjugados es un bihiperbólico puro.*

c) $$\alpha \cdot \bar{\alpha} = abj_1 + baj_2 = ab,$$

o sea que:

El producto de dos bihiperbólicos conjugados es el complejo hiperbólico que se obtiene al multiplicar las componentes isótropas de uno de los números dados.

MÓDULO. — Llamaremos *módulo* del número bihiperbólico

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

al número real, positivo o nulo

$$|\alpha| = \sqrt{\frac{|a|^2 + |b|^2}{2}} \quad (*)$$

Cuando $\alpha = 0$ debe ser

$$a = b = 0 \quad \therefore \quad |\alpha| = 0\,;$$

y recíprocamente, si

$$|\alpha| = \sqrt{\frac{|a|^2 + |b|^2}{2}} = 0$$

lo que exige que

$$|a|^2 + |b|^2 = 0$$

debe ser

$$|a|^2 = |b|^2 = 0$$

y finalmente

$$a = b = 0$$

(*) Si consideramos el número bihiperbólico $\alpha = aj_1 + bj_2$ en la forma ordinaria, esto es, como un hipercomplejo de 4 unidades

$$\alpha = r_1 . 1 + r_2 . h + r_3 . j + r_4 . l$$

(siendo $h^2 = +1$, $j^2 = +1$, $l = ij$) podemos establecer (según la definición de SPAMPINATO (1) que

$$|\alpha| = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2}$$

y como

$$\begin{cases} r_1 + hr_2 = c_1 \\ r_3 + hr_4 = c_2 \end{cases} \quad \text{y} \quad \begin{cases} a = c_1 + c_2 \\ b = c_1 - c_2 \end{cases}$$

resulta

$$\begin{cases} a = (r_1 + r_3) + h\,(r_2 + r_4) \\ b = (r_1 - r_3) + h\,(r_2 - r_4) \end{cases}$$

$$|a|^2 = (r_1 + r_3)^2 + (r_2 + r_4)^2 = r_1^2 + r_3^2 + 2\,r_1 r_3 + r_2^2 + r_4^2 + 2\,r_2 r_4$$

$$|b|^2 = (r_1 - r_3)^2 + (r_2 - r_4)^2 = r_1^2 + r_3^2 - 2\,r_1 r_3 + r_2^2 + r_4^2 - 2\,r_2 r_4$$

$$\therefore \quad |a|^2 + |b|^2 = 2\,(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2)$$

o sea

$$r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_4^2 = \frac{|a|^2 + |b|^2}{2} = |\alpha|^2$$

que nos lleva asimismo a la definición propuesta.

(1) N. SPAMPINATO, *Sulle funzioni di una variabili in un algebra complessa a n unitá.* (Rendiconti del C. M. de Palermo, t. LVII, 1933).

(según lo estudiado en el campo de números complejos hiperbólicos). Es decir que *la condición necesaria y suficiente para que un número bihiperbólico sea nulo es que lo sea su módulo*.

Sean los números bihiperbólicos

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \qquad \beta = a'j_1 + b'j_2$$

cuyos módulos son

$$|\alpha| = \sqrt{\frac{|a|^2 + |b|^2}{2}} \qquad |\beta| = \sqrt{\frac{|a'|^2 + |b'|^2}{2}}$$

y sabemos que

$$\alpha + \beta = (a + a')j + (b + b')j_2$$

$$\therefore \quad |\alpha + \beta| = \sqrt{\frac{|a + a'|^2 + |b + b'|^2}{2}}$$

Pero, en el campo complejo hiperbólico

$$|a + a'|^2 \leq [|a| + |a'|]^2$$

$$\therefore \quad |a + a'|^2 \leq |a|^2 + |a'|^2 + 2 . |a| . |a'|$$

y análogamente

$$|b + b'|^2 \leq |b|^2 + |b'|^2 + 2 |b| . |b'|$$

$$\therefore \quad \frac{|a + a'|^2 + |b + b'|^2}{2} \leq \frac{|a|^2 + |b|^2}{2} + \frac{|a'|^2 + |b'|^2}{2} +$$

$$+ |a| . |a'| + |b| . |b'|$$

de donde resulta que

$$(.) \qquad |\alpha + \beta|^2 \leq |\alpha|^2 + |\beta|^2 + |a| . |a'| + |b| . |b'|$$

Por otra parte, sabemos también que

$$(..) \qquad [|\alpha| + |\beta|]^2 = |\alpha|^2 + |\beta|^2 + 2 |\alpha| . |\beta| =$$

$$= |\alpha|^2 + |\beta|^2 + \sqrt{[|a|^2 + |b|^2] . [|a'|^2 + |b'|^2]}$$

Para relacionar .) y ..) supongamos que

$$|a| . |a'| + |b| . |b'| > \sqrt{[|a|^2 + |b|^2] . [|a'|^2 + |b'|^2]}$$

de donde (recordando que los módulos de los complejos hiperbólicos son números reales positivos)

$$|a|^2 . |a'|^2 + |b|^2 . |b'|^2 + 2|a| . |a'| . |b| . |b'| >$$
$$> |a|^2 . |a'|^2 + |b|^2 . |a'|^2 + |a|^2 . |b'|^2 + |b|^2 . |b'|^2$$

y simplificando

$$|a'|^2 . |b|^2 + |a|^2 . |b'|^2 - 2|a| . |a'| . |b| . |b'| < 0$$

o sea

$$[|a| . |b'|]^2 + [|a'| . |b|]^2 - 2|a| . |b'| . |a'| . |b| < 0$$

es decir que

$$[|a| . |b'| - |a'| . |b|]^2 < 0$$

lo cual es absurdo ateniéndonos a la recordada propiedad de los módulos de los números complejos hiperbólicos. Ello prueba que

$$|a| . |a'| + |b| . |b'| \leq \sqrt{[|a|^2 + |b|^2] . [|a'|^2 + |b'|^2]}$$
$$\therefore |\alpha|^2 + |\beta|^2 + |a| . |a'| + |b| . |b'| \leq |\alpha|^2 + |\beta|^2 +$$
$$+ \sqrt{[|a|^2 + |b|^2] . [|a'|^2 + |b'|^2]}$$

y recordando .) y ..) resulta

$$|\alpha + \beta|^2 \leq [|\alpha| + |\beta|]^2$$

de donde, por último

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

Es decir, que *el módulo de la suma de dos números bihiperbólicos es menor o igual que la suma de los módulos de los sumandos;* y razonando análogamente se deduce que

$$|\alpha - \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

Estableceremos ahora una acotación del módulo del producto de dos números bihiperbólicos, independientemente del método general debido a N. SPAMPINATO (*).

(*) Véase N. SPAMPINATO, *loc, cit.*

Consideremos, para ello, a los números bihiperbólicos α y β, y a sus módulos respectivos; sabemos que

$$\alpha \,.\, \beta = aa'j_1 + bb'j_2$$

y por consiguiente

$$|\alpha \,.\, \beta| = \sqrt{\frac{|aa'|^2 + |bb'|^2}{2}} \qquad [1]$$

y como

$$|\alpha| \,.\, |\beta| = \sqrt{\frac{|a|^2 + |b|^2}{2}} \,.\, \sqrt{\frac{|a'|^2 + |b'|^2}{2}}$$

es

$$4[|\alpha| \,.\, |\beta|]^2 = [|a| \,.\, |a'|]^2 + [|b| \,.\, |a'|]^2 + [|a| \,.\, |b'|]^2 + [|b| \,.\, |b'|]^2 \qquad [2]$$

Además, en el campo complejo hiperbólico ocurre que

$$|a \,.\, a'| \leq \sqrt{2} \,.\, |a| \,.\, |a'|$$
$$|b \,.\, b'| \leq \sqrt{2} \,.\, |b| \,.\, |b'|$$
$$\therefore \quad [|a| \,.\, |a'|]^2 + [|b| \,.\, |b'|]^2 \geq \frac{|aa'|^2 + |bb'|^2}{2}$$

y recordando [2] resulta

$$4 \,.\, [|\alpha| \,.\, |\beta|]^2 \geq \frac{|aa'|^2 + |bb'|^2}{2}$$

y, por [1] es

$$4 \,.\, [|\alpha| \,.\, |\beta|]^2 \geq |\alpha\beta|^2$$
$$\therefore \qquad |\alpha \,.\, \beta| \leq 2 \,.\, |\alpha| \,.\, |\beta|$$

expresión que nos da una acotación del módulo del producto de dos números bihiperbólicos.

El signo $=$ corresponde en dicha expresión al caso en que

$$[|b| \,.\, |a'|]^2 + [|a| \,.\, |b'|]^2 = 0$$

para lo cual

$$|b| \,.\, |a'| = 0 \qquad \text{y} \qquad |a| \,.\, |b'| = 0$$

es decir que:

$$\text{ó} \quad |b| = 0 \qquad\qquad \text{ó} \quad |a'| = 0$$

lo que significa que

$$\text{ó} \quad b = 0 \qquad\qquad \text{ó} \quad a' = 0$$

y simultáneamente

$$\text{ó} \quad a = 0 \qquad\qquad \text{ó} \quad b' = 0$$

Estudiaremos las condiciones para que esa expresión se verifique:

a) Si α es un número bihiperbólico completo, es

$$a \neq 0 \quad \text{y} \quad b \neq 0$$

y debe ocurrir, pues, que

$$b' = 0 \quad \text{y} \quad a' = 0$$

$$\therefore \quad \beta = 0$$

caso en el cual el producto $\alpha \,.\, \beta$ se anula.

b) Si α es incompleto de 1er. orden es

$$a \neq 0 \quad \text{y} \quad b = 0$$

$$\therefore \quad b' = 0$$

que se combina: o con $a' = 0$ (caso que descartamos, pues nos llevaría también a que $\beta = 0$) o con $a' \neq 0$.

$\therefore$ β es también un bihiperbólico incompleto de 1er. orden.

c) Si α es incompleto de 2º orden, se demuestra análogamente que: o α' es nulo (caso descartado), o α' es un incompleto de 2º orden.

Es decir, *que el módulo del producto de dos números bihiperbólicos alcanza su valor máximo (que es igual al duplo del producto de los módulos de los factores) cuando ambos son incompletos del mismo orden.*

Potencia y raíz. — Dado un número bihiperbólico

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

y el número entero y positivo n definiremos la n-sima potencia de α por la relación

$$\alpha^n = (aj_1 + bj_2)^n = (aj_1 + bj_2) \,.\, (aj_1 + bj_2) + \overset{(n}{\dots} + (aj_1 + bj_2)$$

o sea que

$$(aj_1 + bj_2)^n = a^n j_1 + b^n j_2 \qquad (.)$$

Calculemos, como aplicación, las potencias sucesivas de las unidades isótropas y de la unidad hiperbólica.

$$j_1^n = (1\,j_1)^n = 1^n \, . \, j_1 = j_1$$

$$j_2^n = j_2$$

y como

$$j = j_1 - j_2 = 1 \, . \, j_1 + (-1)\, j_2$$

es

$$j^{2m} = 1^{2m} . \, j_1 + (-1)^{2m} . \, j_2 = j_1 + j_2 = 1$$

y

$$j^{2m+1} = 1^{2m+1} . \, j_1 + (-1)^{2m+1} . \, j_2 = j_1 - j_2 = j$$

Y podemos establecer también que: *La potencia par de un bihiperbólico puro es un número real y la potencia impar es otro bihiperbólico puro.*

En caso de ser el exponente entero y negativo, la potencia se define por

$$\alpha^{-n} = (aj_1 + bj_2)^{-n} = \frac{1}{(aj_1 + bj_2)^n} = \frac{1}{a^n j_1 + b^n j_2} =$$

$$= \frac{1}{a^n} j_1 + \frac{1}{b^n} j^n$$

es decir que

$$(aj_1 + bj_2)^{-n} = a^{-n} j_1 + b^{-n} j_2$$

que generaliza la expresión (.) para el exponente entero y negativo.

Es inmediato que esta última expresión carece de sentido cuando alguno de los números a y b es nulo o anulante, pues sabemos que en el campo complejo hiperbólico las potencias n-simas de los anulantes lo son a su vez y de ellos no puede definirse el número inverso. Es decir que *no puede definirse la potencia de exponente entero y negativo de los números bihiperbólicos anulantes.*

Llamaremos *raíz n-sima* de un número bihiperbólico $\alpha = aj_1 + bj_2$ a otro número tal que su n-sima potencia sea α. Es decir que

$$\sqrt[n]{\alpha} = \sqrt[n]{aj_1 + bj_2} = \beta = a'j_1 + b'j_2$$

cuando

$$\beta^n = \alpha$$

o sea que

$$(a'j_1 + b'j_2)^n = a'^n j_1 + b'^n j_2 = aj_1 + bj_2$$

lo que exige que

$$\begin{cases} a'^n = a \\ b'^n = b \end{cases}$$

es decir que

$$\begin{cases} a' = \sqrt[n]{a} \\ b' = \sqrt[n]{b} \end{cases}$$

y por consiguiente

$$\sqrt[n]{aj_1 + bj_2} = \sqrt[n]{a} \,.\, j_1 + \sqrt[n]{b} \,.\, j_2$$

Distingamos los siguientes casos (*):

a) Si n es impar

$$\sqrt[n]{a} \quad \text{y} \quad \sqrt[n]{b}$$

son raíces únicas

$$\therefore \quad \beta = \sqrt[n]{a} \,.\, j_1 + \sqrt[n]{b} \,.\, j_2$$

existe siempre y es raíz única.

b) Si n es par y existen

$$\sqrt[n]{a} \quad \text{y} \quad \sqrt[n]{b}$$

cada una de ellas toma alguno de los cuatro valores posibles

$$\sqrt[n]{a} \begin{cases} \delta_1 = j_1 . \sqrt[n]{A} + j_2 \sqrt[n]{B} \\ \delta_2 = j_1 . (-\sqrt[n]{A}) + j_2 \sqrt[n]{B} \\ \delta_3 = j_1 . \sqrt[n]{A} + j_2 (-\sqrt[n]{B}) \\ \delta_4 = j_1 . (-\sqrt[n]{A}) + j_2 (-\sqrt[n]{B}) \end{cases} \quad \text{y} \quad \sqrt[n]{b} \begin{cases} \lambda_1 = j_1 . \sqrt[n]{A'} + j_2 . \sqrt[n]{B'} \\ \lambda_2 = j_1 . (-\sqrt[n]{A'}) + j_2 . \sqrt[n]{B'} \\ \lambda_3 = j_1 . \sqrt[n]{A'} + j_2 . (-\sqrt[n]{B'}) \\ \lambda_4 = j_1 . (-\sqrt[n]{A'}) + j_2 . (-\sqrt[n]{B'}) \end{cases}$$

(*) Véase: « Sobre las funciones polígenas de variable compleja hiperbólica », J. C. Vignaux.

donde A y B son las componentes isótropas del complejo hiperbólico a; A' y B' son las componentes isótropas del complejo hiperbólico b; y β será cualquiera de los números bihiperbólicos que se puede formar teniendo como primera componente isótropa alguno de los complejos hiperbólicos δ y como segunda componente isótropa alguno de los números λ.

Es decir que

$$\sqrt[n]{aj_1 + bj_2}$$

puede tomar 16 valores.

c) Si al ser n par no existe alguna de las raíces

$$\sqrt[n]{a} \;,\; \sqrt[n]{b}$$

no existe la raíz

$$\sqrt[n]{aj_1 + bj_1}$$

Sucesiones. — Dada una sucesión de números bihiperbólicos

$$\alpha_n = a_n j_1 + b_n j_2 \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

diremos que tiene por límite el número bihiperbólico

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

(o que « tiende al número α ») si, prefijado un número real $\varepsilon > 0$ tan pequeño como se quiera, existe un rango p a partir del cual

$$|\alpha - \alpha_n| < \varepsilon$$

y en ese caso se indica que

$$\alpha_n \longrightarrow \alpha \qquad \text{o} \qquad \lim_{n \to \infty} \alpha_n = \alpha$$

La condición necesaria y suficiente para que una sucesión de números bihiperbólicos $\alpha_n = a_n j_1 + b_n j_2$ *tenga por límite el número* α *es que las sucesiones de sus respectivas componentes isótropas tengan por límites las componentes isótropas de dicho* α.

En efecto, como

$$\alpha - \alpha_n = (a - a_n) \cdot j_1 + (b - b_n) j_2$$

es

$$|\alpha - \alpha_n| = \sqrt{\frac{|a - a_n|^2 + |b - b_n|^2}{2}}$$

y si

$$\alpha_n \rightarrow \alpha$$

resulta por definición que

$$|\alpha - \alpha_n| \rightarrow 0$$

$$\therefore \quad \sqrt{\frac{|a - a_n|^2 + |b - b_n|^2}{2}} \rightarrow 0$$

y siendo los módulos números reales positivos, ello significa que

$$\begin{cases} |a - a_n| \rightarrow 0 \\ |b - b_n| \rightarrow 0 \end{cases}$$

y en el campo complejo hiperbólico resulta

$$a_n \rightarrow a \quad \text{y} \quad b_n \rightarrow b$$

o sea que *la condición es necesaria.*

Y recíprocamente, si la condición se cumple

$$|a - a_n|^2 \rightarrow 0 \quad \text{y} \quad |b - b_n| \rightarrow 0$$

$$\therefore \quad \frac{|a - a_n|^2 + |b - b_n|^2}{2} \rightarrow 0$$

$$\therefore \quad \sqrt{\frac{|a - a_n|^2 + |b - b_n|^2}{2}} = |\alpha - \alpha_n| < \varepsilon$$

o sea que

$$\alpha_n \rightarrow \alpha$$

es decir que *la condición es suficiente.*

Por consiguiente, la expresión

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = \alpha$$

puede expresarse diciendo que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n j_1 + b_n j_2) = j_1 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + j_2 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$$

Cuando la sucesión α_n tiene por límite al número α se dice que es *convergente;* es *divergente* cuando $a_n \rightarrow a$ pero $b_n \rightarrow \infty$, o cuando $a_n \rightarrow \infty$ pero $b_n \rightarrow b$, o cuando $a_n \rightarrow \infty$ y $b_n \rightarrow \infty$; y es *oscilante* cuando lo es alguna de las sucesiones de sus componentes isótropas.

Si

$$\alpha_n \rightarrow \alpha \quad \text{y} \quad \beta_n \rightarrow \beta \quad (.)$$

ocurre que

$$|\alpha - \alpha_n| < \frac{\varepsilon}{2}$$

$$|\beta - \beta_n| < \frac{\varepsilon}{2}$$

$$\therefore \quad |\alpha + \beta - \alpha_n - \beta_n| \leq |\alpha - \alpha_n| + |\beta - \beta_n| < \varepsilon$$

$$\therefore \quad |(\alpha + \beta) - (\alpha_n + \beta_n)| < \varepsilon$$

es decir que

$$\alpha_n + \beta_n \longrightarrow \alpha + \beta$$

o sea que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\alpha_n + \beta_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n + \lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n$$

Análogamente se prueba que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\alpha_n - \beta_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n - \lim_{n \rightarrow \infty} \beta_n$$

Siendo

$$\alpha_n = a_n j_1 + b_n j_2$$

$$\beta_n = a'_n j_1 + b'_n j$$

la expresión (.) indica que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n\, j_1 + b_n\, j_2) = j_1 . \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + j_2 . \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = a\, j_1 + b\, j_2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a'_n\, j_1 + b'_n\, j_2) = j_1 . \lim_{n \rightarrow \infty} a'_n + j_2 . \lim_{n \rightarrow \infty} b'_n = a' j_1 + b' j_2$$

y como

$$\alpha_n . \beta_n = a_n . a'_n\, j_1 + b_n . b'_n\, j_2$$

resultará que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\alpha_n . \beta_n) = j_1 . \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n . a'_n) + j_2 . \lim_{n \rightarrow \infty} (b_n . b'_n)$$

y en el campo complejo hiperbólico

$$\lim_{n \to \infty} (a_n \, . \, a'_n) = \lim_{n \to \infty} a_n \, . \lim_{n \to \infty} a'_n = a \, . \, a'$$

$$\lim_{n \to \infty} (b_n \, . \, b'_n) = \lim_{n \to \infty} b_n \, . \lim_{n \to \infty} b'_n = b \, . \, b'$$

$$\therefore \quad \lim (\alpha_n \, . \, \beta_n) = a \, . \, a' \, . \, j_1 + b \, . \, b' \, . \, j_2 =$$

$$= (aj_1 + bj_2) \, . \, (a'j_1 + b'j_2)$$

$$= \alpha \, . \, \beta$$

o sea que

$$\lim_{n \to \infty} (\alpha_n \, . \, \beta_n) = \lim_{u \to \infty} \alpha_n \, . \, \lim_{n \to \infty} \beta_n$$

Y análogamente se demuestra que

$$\lim_{n \to \infty} (\alpha_n : \beta_n) = \lim_{n \to \infty} \alpha_n : \lim_{n \to \infty} \beta_n$$

teniendo la precaución de agregar a la hipótesis que β_n y β no pueden ser iguales a cero ni anulantes.

Si

$$\alpha_n = a_n j_1 + b_n j_2 \to \alpha = aj_1 + bj_2$$

y h es un número entero calculemos el

$$\lim_{n \to \infty} (\alpha_n)^h \, .$$

Como sabemos que

$$(\alpha_n)^h = a^h_n \, j_1 + b^h_n \, j_2$$

resultará que

$$\lim_{n \to \infty} (\alpha_n)^h = j_1 \, . \lim_{n \to \infty} (a_n)^h + j_2 \, . \lim_{n \to \infty} (b_n)^h$$

y como en el campo complejo hiperbólico

$$a^h_n \longrightarrow a^h \quad \text{y} \quad b_n^h \longrightarrow b^h$$

$$\lim_{n \to \infty} (\alpha_n)^h = j_1 \, . \, a^h + j_2 \, . \, b^h = (aj_1 + bj_2)^h$$

$$= \alpha^h$$

En el caso de ser h un número negativo esta expresión carece de sentido cuando α es un bihiperbólico anulante.

La potencia e^{α}. — Dado el número hiperbólico completo $\alpha = aj_1 + bj_2$ calculemos

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)^n$$

y como

$$1 = j_1 + j_2$$

será

$$1 + \frac{\alpha}{n} = j_1 + j_2 + \frac{a}{n} j_1 + \frac{b}{n} j_2$$

$$= \left(1 + \frac{a}{n}\right) j_1 + \left(1 + \frac{b}{n}\right) j_2$$

y por consiguiente

$$\left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)^n = \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n . j_1 + \left(1 + \frac{b}{n}\right)^n . j_2$$

Hagamos $n \to \infty$ y tomemos límites; será

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)^n = j_1 . \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n + j_2 . \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{b}{n}\right)^n$$

y, siendo e la base de los logaritmos neperianos, sabemos que

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n = e^a$$

y

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{b}{n}\right)^n = e^b$$

por lo cual

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)^n = j_1 . e^a + j_2 . e^b$$

y *pondremos por definición* que

$$\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)^n = e^{\alpha}$$

(siendo α un número bihiperbólico completo) o sea que

$$e^{\alpha} = e^{aj_1 + bj_2} = e^a j_1 + e^b j_2$$

Si consideramos análogamente que

$$e^{\beta} = e^{a'j_1+b'j_2} = e^{a'}\, j_1 + e^{b'}\, j_2$$

resultará que

$$e^{\alpha}\,.\,e^{\beta} = [e^{a}\, j_1 + e^{b}\, j_2]\,.\,[e^{a'}\, j_1 + e^{b'}\, j_2]$$

$$= e^{a}\,.\,e^{a'}\, j_1 + e^{b}\,.\,e^{b'}\, j_2 = e^{a+a'}\, j_1 + e^{b+b'}\,.\, j_2$$

y como

$$e^{\alpha+\beta} = e^{(aj_1+bj_2)+(a'j_1+b'j_2)} = e^{(a+a')j_1+(b+b')j_2}$$

$$= e^{a+a'}\,.\, j_1 + e^{b+b'}\,.\, j_2$$

resulta que

$$e^{\alpha}\,.\,e^{\beta} = e^{\alpha+\beta}$$

es decir que la definición aceptada *cumple la propiedad fundamental.*

Cumple asimismo las otras propiedades conocidas:

$$e^{1} = e^{j_1+j_2} = e\,.\,j_1 + e\,.\,j_2 = e$$

$$e^{0} = e^{0.j_1+0.j_2} = e^{0}\,.\,j_1 + e^{0}\,.\,j_2 = j_1 + j_2 = 1$$

$$e^{\alpha} : e^{\beta} = (e^{a}\,.\,j_1 + e^{b}\,.\,j_2) : (e^{a'} j_1 + e^{b'} j_2) = (e^{a} : e^{a'})\, j_1 + (e^{b} : e^{b'})\, j_2$$

$$= e^{a-a'}\,.\,j_1 + e^{b-b'}\,.\,j_2 = e^{(a-a')j_1+(b-b')j_2} = e^{\alpha-\beta}$$

En el caso de ser incompleto el número bihiperbólico que figura como exponente, será por ejemplo,

$$\alpha = aj_1$$

y

$$e^{\alpha} = e^{aj_1} = e^{aj_1+0.j_2} = e^{a}\, j_1 + e^{0}\, j_2 = e^{a}\, j_1 + j_2$$

y análogamente

$$e^{\beta} = e^{bj_2} = j_1 + e^{b}\, j_2$$

En el caso de ser el exponente un número complejo hiperbólico (y queda aquí incluído el caso de que sea real) recordando que

$$c = c(j_1 + j_2) = cj_1 + cj_2$$

resulta que

$$e^{cj_1+cj_2} = e^{c}\,.\,j_1 + e^{c}\, j_2 = e^{c}$$

y el resultado coincide con la exponencial de exponente complejo hiperbólico ya conocida.

LOGARITMO NEPERIANO. — Dado el número hiperbólico.

$$\alpha = aj_1 + bj_2$$

su *logaritmo neperiano* es el bihiperbólico β que cumpla la condición $e^\beta = \alpha$ y se representa así:

$$L(\alpha) = \beta$$

Siendo

$$\beta = a'j_1 + b'j_2$$

deberá ser

$$e^{a'j_1 + b'j_2} = aj_1 + bj_2$$

$$\therefore \quad e^{a'} j_1 + e^{b'} j_2 = aj_1 + bj_2$$

es decir que

$$\begin{cases} e^{a'} = a \\ e^{b'} = b \end{cases}$$

o sea que

$$\begin{cases} a' = L(a) \\ b' = L(b) \end{cases}$$

y por consiguiente

$$L(\alpha) = L(aj_1 + bj_2) = j_1 . L(a) + j_2 . L(b)$$

expresión que es válida cuando existen $L(a)$ y $L(b)$ lo cual ocurre cuando, dados a y b a su vez en forma isótropa, sus componentes de tal clase son reales y positivos.

Los logaritmos neperianos así definidos gozan de las mismas propiedades que en el campo complejo ordinario. Comprobémoslo verificando, por ejemplo, la regla para calcular el logaritmo del producto.

En efecto, siendo

$$\alpha = aj_1 + bj_2 \quad , \quad \beta = a'j_1 + b'j_2$$

es

$$\begin{aligned} L(\alpha . \beta) &= L(aa'j_1 + bb'j_2) \\ &= j_1 . L(aa') + j_2 . L(bb') \\ &= j_1 [L(a) + L(a')] + j_2 [L(b) + L(b')] \\ &= j_1 . L(a) + j_1 . L(a') + j_2 . L(b) + j_2 L(b') \\ &= [j_1 L(a) + j_2 . L(b)] + [j_1 . L(a') + j_2 L(b')] \\ &= L(aj_1 + bj_2) + L(a'j_1 + b'j_2) \\ &= L(\alpha) + L(\beta) \end{aligned}$$

Y con razonamientos análogos se prueba que

$$L(\alpha : \beta) = L(\alpha) - L(\beta)$$

$$L(\alpha^r) = r . L(\alpha)$$

$$L(\sqrt[r]{\alpha}) = \frac{1}{r} . L(\alpha)$$

(donde r *es un número entero y positivo*).

Representación geométrica. — Estudiando un espacio tetradimensional en el cual se considera un sistema ortogonal de referencia 0 (h_1, h_2, h_3, h_4) se puede establecer una correspondencia biunívoca entre sus puntos y los números bihiperbólicos $\alpha = aj_1 + bj_2$.

Para ello, en el plano (h_1, h_2) se determina un punto A como afijo de la componente isótropa a y en el plano (h_3, h_4) el afijo B de la componente isótropa b y trazando por ellos planos respectivamente paralelos a los planos coordenados (h_3, h_4) *y* (h_1, h_2) queda determinado, por su intersección en el espacio tetradimensional, el punto P_α.

No entramos a la consideración de las series numéricas y de potencias en este estudio elemental de los números bihiperbólicos ya que su desarrollo no importa ninguna novedad y es una simple extensión de lo estudiado para los complejos de componentes reales.

DETERMINACIÓN DE LOS MOMENTOS DE LAS PROBABILIDADES HIPERGEOMÉTRICAS ORDINARIAS Y EN EL CASO DE CONTAGIO (POLYA)

POR

C. E. DIEULEFAIT

Inst. estadistica Univ. Litoral

1. — En 1924 el profesor K. Pearson abordó, en toda su generalidad, el estudio de los momentos de las probabilidades hipergeométricas que, como se sabe, corresponden al esquema de las pruebas repetidas sin reposición de los elementos extraídos. Ultimamente, en 1935, el profesor V. Romanovsky, retomando la cuestión, dió también, de un modo independiente, una solución de este problema. El procedimiento seguido en este estudio por Pearson se apoyaba en la natural utilización de la ecuación diferencial de Euler-Gauss, mientras que, en cambio, Romanovsky, prescindiendo de este recurso y basándose en unas identidades algebraicas de los números combinatorios, llegaba a una interesante solución que resumía en un algoritmo sugestivo.

En este trabajo, siguiendo un nuevo procedimiento, consigo resolver el problema, dando, lo que me parece nuevo en este punto, una expresión analítica de la función característica, utilizando para ello la integral de Cauchy y con la cual llego a la fórmula general que me permite, por cómoda vía recurrente, determinar los momentos sucesivos.

Un pequeño análisis del proceso seguido, permite aplicarlo con naturales variantes al caso de contagio, en el cual una vez extraído un cierto elemento se lo restituye al grupo inicial junto con Δ elementos nuevos de igual naturaleza.

Doy también para este caso, la expresión de la función característica y la ley general de formación de los momentos sucesivos.

2. — Si q y p son las probabilidades iniciales de un sistema de n elementos, al procederse a r extracciones sucesivas, sin reposición,

la variable v que corresponde al número de veces que puede presentarse el elemento de probabilidad inicial q, tomará los valores 0, 1, 2, ... r con probabilidad es P_v tales que:

$$P_v = \frac{(n\,q)_v\,(n\,p)_{r-v}}{(n)_r}\binom{r}{v}$$

siendo

$$(nq)_v = nq\,(nq-1)\ldots(nq-v+1)$$

$$(nq)_0 = 1 \quad \text{y} \quad \binom{r}{v}$$

el número combinatorio

$$\frac{r\,!}{v\,!\,(r-v)\,!}$$

En virtud de ello se tendrá también:

$$P_v = \frac{\binom{nq}{r}\binom{np}{r-v}}{\binom{n}{v}}$$

La función característica ordinaria estará dada por:

$$\varphi(t) = \sum_v P_v\,e^{vt} \qquad [1]$$

cuya expresión reducida nos proponemos obtener.

Para ello observo que:

$$\binom{m}{n} = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma \frac{z^m}{(z-1)^n}\,dz$$

siendo Γ un contorno cerrado que contenga el punto 1 y sin otra limitación en el caso en que, como los que consideraré primeramente, el exponente m es un número entero.

Esto permite dar para el valor P_v, la siguiente representación:

$$P_v = \frac{-1}{4\pi^2\binom{n}{r}}\int_G \frac{w^{pn}}{(w-1)^{r-v+1}}\,dw\int_\Gamma \frac{z^{nq}}{(z-1)^{v+1}}\,dz$$

Supondré aquí que los contornos cerrados Γ y G son circunferencias de radios R y ρ respectivamente con centro en los puntos 1 de los planos de las variables w y z.

De ello resulta:

$$\varphi(t) = \frac{-1}{4\pi^2 \binom{n}{r}} \sum_v e^{vt} \int_G \frac{w^{pn}}{(w-1)^{r-v+1}} dw \int_\Gamma \frac{z^{qn}}{(z-1)^{v+1}} dz$$

y siempre que para un valor de t dado (que por lo demás aquí bastará tomar en el dominio del punto origen) se tenga:

$$|e^t| < \frac{R}{\rho} \qquad [2]$$

se seguirá:

$$\varphi(t) = \frac{-1}{4\pi^2 \binom{n}{r}} \int_G \frac{w^{pn}}{(w-1)^{r+1}} dw \int_\Gamma \frac{z^{nq}}{(z-1)} \sum_v \left\{ \frac{e^t(w-1)}{(z-1)} \right\}^v dz$$

de donde:

$$\varphi(t) = \frac{-1}{\binom{n}{r} 4\pi^2} \int_G \frac{w^{pn}}{(w-1)^{r+1}} dw \int_\Gamma \frac{z^{nq}}{z-1-e^t(w-1)} dz$$

Pero, en virtud de la desigualdad [2], resulta:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_\Gamma \frac{z^{nq}}{z-1-e^t(w-1)} dz = \{1 + e^t(w-1\}^{nq}$$

con lo que:

$$\varphi(t) = \frac{1}{2\pi i \binom{n}{r}} \int_G \frac{w^{pn}\{1+e^t(w-1)\}^{nq}}{(w-1)^{r+1}} dw \qquad [3]$$

Esta fórmula, de fundamental importancia en este estudio, tiene una íntima relación con la notable fórmula dada por Jacobi para expresar un polinomio hipergeométrico. Como si se prescinde de las condiciones de probabilidades en que aquí nos hemos colocado, estas cuestiones tienen una derivación de interés para el análisis, aclararé, de paso, la anterior advertencia.

La definición [1] nos conduce también, teniendo en cuenta los valores de las P_v, al siguiente resultado:

$$\varphi(t) = \frac{(pn)_r}{(n)_r} F(-r, -nq, np - r + 1, e^t)$$

donde F es la indicatriz de la serie de Gauss que, para los parámetros α, β y γ y la variable z daba:

$$F(\alpha, \beta, \gamma, z) = 1 + \frac{\alpha . \beta}{1 . \gamma} z + \frac{\alpha(\alpha + 1)\beta(\beta + 1)}{1 . 2 \gamma(\gamma + 1)} z^2 + \dots$$

Ahora bien, la [3] puede también, directamente, escribirse en la forma:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\binom{n}{r} r!} \left(\frac{d^r}{dw^r} \left[w^{pn} \{1 + e^t(w - 1)\}^{nq} \right] \right)_{w=1}$$

de donde:

$$(pn)_r F(-r, -nq, np - r + 1, e^t) = \left(\frac{d^r}{dw^r} \left[w^{pn} \{1 + e^t(w - 1\}^{nq} \right] \right)_{w=1}$$

resultado que con sólo hacer $e^t = z$ muestra su parentesco con la mencionada relación de Jacobi.

En lo que toca a nuestro objetivo, será preferible mantener la forma adoptada en la fórmula [3], y como los momentos:

$$m_s = \sum_v P_v v^s$$

en virtud de la [1] están dados por:

$$m_s = \varphi^{(s)}(0)$$

tendremos:

$$m_0 = \frac{1}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^n}{(w - 1)^{r+1}} dw = 1$$

y en particular de:

$$\varphi'(t) = \frac{nq\, e^t}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{pn} \{1 + e^t(w - 1)\}^{nq-1}}{(w - 1)^r} dw$$

deduzco el resultado verificatorio:

$$m_1 = \frac{nq}{\binom{n}{r}} \binom{n-1}{r-1} = rq$$

Luego la función característica $\Phi(t)$ de la variable $v - rq$ (o sea de los desvíos respecto al valor medio), será:

$$\Phi(t) = \sum_v P_v e^{(v-rq)t} = \varphi^{-rqt} \varphi(t) \qquad [4]$$

y entonces:

$$\Phi(t) = \frac{e^{-rqt}}{2\pi i \binom{n}{r}} \int_G \frac{w^{pr} \{1 + e^t (w-1)\}^{nq}}{(w-1)^{r+1}} dw \qquad [5]$$

fórmula que constituye el punto fundamental para la determinación de los momentos por cuanto si con μ_s designamos estos momentos respecto al valor medio, o sea:

$$\mu_s = \sum_v P_v (v - rq)^s$$

en virtud de la [4] se tendrá:

$$\mu_s = \Phi^{(s)}(0)$$

Para ello, las derivaciones sucesivas de la [5] nos dan:

$$\Phi'(t) = -rq\Phi(t) + \frac{e^{(1-rq)t} nq}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{pn} \{1 + e^t (w-1)\}^{nq-1}}{(w-1)^r} dw$$

$$\Phi''(t) = -rq\Phi'(t) + (1-rq)[\Phi'(t) + rq\Phi(t)] +$$

$$+ \frac{e^{(2-rq)t} (nq)_2}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{pn} \{1 + e^t (w-1)\}^{nq-2}}{(w-1)^{r-1}} dw$$

etc., de donde:

$$\mu_1 = -rq\mu_0 + \frac{nq}{\binom{n}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{n-1}}{(w-1)^r} dw = -rq + \frac{nq}{\binom{n}{r}} \binom{n-1}{r-1} = 0$$

$$\mu_2 = -rq\mu_1 + (1-rq)[\mu_1 + rq\mu_0] + \frac{(nq)_2}{\binom{n}{r}} \binom{n-2}{r-2}$$

y con sólo obervar el regular proceso de la derivación de la $\Phi(t)$ y pasando luego al punto $t = 0$ se tiene que, a partir del valor de $s = 1$, será:

$$\mu_s = P_{s-1}(\mu) + \frac{(nq)_s}{\binom{n}{r}} \binom{n-s}{r-s}$$

donde $P_{s-1}(\mu)$ es un polinomio en μ de subíndices, siendo el mayor $s-1$, siendo el inicial: $P_0(\mu) = -rq\mu_0$ y verificándose la recurrencia:

$$P_s(\mu) = \mu P_{s-1}(\mu) + (s - rq)[\mu_s - P_{s-1}(\mu)]$$

fácil de ir formando, con la sola advertencia de que el producto: $\mu P_{s-1}(\mu)$ es simbólico, significando que, como resultado del mismo, se ha de obtener el mismo polinomio $P_{s-1}(\mu)$, con todos los subíndices de las μ aumentados en una unidad.

3. — En el esquema del contagio, partiendo de un sistema inicialmente análogo al anterior y procediendo a la extracción de r sucesivos elementos verificando uno de los cuales se colocan en la urna el extraído junto con Δ elementos nuevos de la misma naturaleza, siendo P_v la probabilidad para que en estas condiciones el elemento de probabilidad inicial q se verifique v veces, se tendrá:

$$P_v = \binom{r}{v} \frac{nq(nq+\Delta)\ldots(nq+\{v-1\}\Delta)np(np+\Delta)\ldots(np+\{r-v-1\}\Delta)}{n(n+\Delta)\ldots(n+\{r-1\}\Delta)}$$

de donde, dividiendo numerador y denominador por n y llamando con δ al contagio relativo $\frac{\Delta}{n}$, tengo:

$$P_v = \binom{r}{v} \frac{\left(\frac{q}{\delta}, v\right)\left(\frac{p}{\delta}, r-v\right)}{\left(\frac{1}{\delta}, r\right)}$$

siendo, por ejemplo:

$$\left(\frac{q}{\delta}, v\right) = \frac{q}{\delta}\left(\frac{q}{\delta} + 1\right)\ldots\left(\frac{q}{\delta} + v - 1\right)$$

Se comprende de inmediato lo natural que resulta, en este caso, utilizar el recurso de las integrales de Euler para dar una expresión cómoda de P_v que habrá de servir para la determinación de su función característica. Es éste el camino seguido por el profesor Polya y resumido por nosotros en otro trabajo.

Ahora bien, mientras la utilización de las integrales de Euler no pueden aplicarse con éxito al caso anterior de la no reposición, nuestro procedimiento, seguido en dicho caso, también se aplica fácilmente al del contagio. Y como quiera que al efectuarlo sobre las bases del contagio se presentan condiciones dignas de mención para varias otras generalizaciones de estas reglas de tirajes, voy a ocuparme de su exposición, en la creencia de poder hacer con ello obra útil de colaboración en estas investigaciones.

Para ello, retomando la última expresión de los P_v, observo que puedo también escribirla en la forma:

$$P_v = \binom{r}{v} \frac{\left(\frac{q}{\delta} + v - 1\right)_v \left(\frac{p}{\delta} + r - v - 1\right)_{r-v}}{\left(\frac{1}{\delta} + r - 1\right)_r}$$

de donde deduzco que también será:

$$P_v = \frac{\binom{\frac{q}{\delta} + v - 1}{v} \binom{\frac{p}{\delta} + r - v - 1}{r - v}}{\binom{\frac{1}{\delta} + r - 1}{r}}$$

de donde:

$$P_v = \frac{-1}{\binom{\frac{1}{\delta} + r - 1}{r} 4\pi^2} \int_\Gamma \frac{z^{\frac{q}{\delta}+v-1}}{(z-1)^{v+1}} dz \int_G \frac{w^{\frac{p}{\delta}+r-v-1}}{(w-1)^{r-v+1}} dw$$

Si Γ y G son circunferencias centradas en los puntos 1 de los planos de las variables z y w por ser, en general, $\frac{p}{\delta}$ y $\frac{q}{\delta}$ números racionales, los radios respectivos de estas circunferencias deberán ser, hasta aquí, necesariamente menores que la unidad.

Para la función característica tendré:

$$\varphi(t) = \sum_{v} P_v e^{vt}$$

$$\varphi(t) = \frac{-1}{\binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r} 4\pi^2} \int_{\Gamma} \frac{z^{\frac{q}{\delta}-1}}{(z-1)} dz \int_{G} \frac{w^{\frac{p}{\delta}+r-1}}{(w-1)^{r+1}} \sum_{v} \left\{ \frac{e^t z(w-1)}{w(z-1)} \right\}^v dw$$

siempre que:

$$|e^t| < \left| \frac{w(z-1)}{z(w-1)} \right|$$

bastando con que t esté tomado en el dominio del origen, por lo cual, entonces, deberá ser:

$$1 < \left| \frac{w(z-1)}{z(w-1)} \right|$$

Para lo cual bastará con tomar el radio de G suficientemente pequeño y el de Γ cercano por defecto a la unidad.

En estas condiciones resulta:

$$\varphi(t) = \frac{-1}{4\pi^2 \binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r}} \int_{G} \frac{w^{\frac{p}{\delta}+r}}{(w-1)^{r+1}} dw \int_{\Gamma} \frac{z^{\frac{q}{\delta}-1}}{w(z-1)-e^t(w-1)z} dz$$

Ahora bien, en virtud de la anterior desigualdad, resulta:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\delta^{\frac{q}{1}-1}}{w(z-1)-e^t(w-1)z} dz = \frac{w^{\frac{q}{\delta}-1}}{(w-we^t+e^t)^{\frac{q}{\delta}}}$$

Luego:

$$\varphi(t) = \frac{1}{\binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r} 2\pi i} \int_{G} \frac{w^{\frac{1}{\delta}+r-1}}{(w-1)^{r+1} \{w+e^t(1-w)\}^{\frac{q}{\delta}}} dw$$

de donde se deduce el valor verificatorio:

$$m_1 = \varphi'(0) = \frac{1}{\binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r}} \frac{q}{\delta} \binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r-1} = q\,r$$

Análogamente con lo ya visto en el caso anterior, la función característica de los desvíos $v - rq$ será:

$$\Phi(t) = \frac{e^{-rqt}}{\binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r} 2\pi i} \int_G \frac{w^{\frac{1}{\delta}+r-1} \{w + e^t(1-w)\}^{-\frac{q}{\delta}}}{(w-1)^{r+1}} dw$$

Por derivación, y tomando luego $\Phi^{(s)}(0) = \mu_s$ se tiene, en particular:

$$\mu_1 = -rq\,\mu_0 + \frac{1}{\binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r}} \frac{q}{\delta} \binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r-1} = 0$$

$$\mu_2 = -rq\,\mu_1 + (1-rq)\,[\mu_1 + rq\,\mu_0] + \frac{\left(\frac{q}{\delta}, 2\right)}{\binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r}} \binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r-2}$$

o sea:

$$\mu_2 = (1-rq)\,rq + q\left(\frac{q}{\delta}+1\right)\frac{r\,(r-1)}{\frac{1}{\delta}+1}$$

y finalmente:

$$\mu_2 = pqr\frac{1+\delta r}{1+\delta}$$

Cuando el orden relativo del contagio o sea δ es nulo, la anterior fórmula concuerda con el valor de μ_2 en el esquema de las pruebas repetidas con reposición. Muestra también la anterior que al caso $\delta = \frac{-1}{n}$ o sea para $\Delta = -1$ que constituye el caso hipergeomé-

trico, se vuelve a obtener el resultado $pqr\dfrac{n-r}{n-1}$ el cual a su turno, si el número inicial de elementos es suficientemente grande, coincide con el correspondiente momento binomial.

Para los demás momentos bastará con considerar la fórmula general

$$\mu_s = P_{s-1}(\mu) + \frac{\binom{\frac{q}{\delta}}{s}}{\binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r}} \binom{\frac{1}{\delta}+r-1}{r-s}$$

desde $s = 1$ en adelante; valiendo la relación:

$$P_s(\mu) = \mu\, P_{s-1}(\mu) + (s - rq)\,[\mu_s - P_{s-1}(\mu)]$$

con $P_0(\mu) = -rq\mu_0$ y advertencias análogas al resultado de nuestro párrafo 2.

BIBLIOGRAFÍA

K. Pearson. *On the moments of the Hypergeometrical Series.* . Rev. *Biometrika.* Mayo 1924. Londres.

V. Romanovsky. *Sui momenti della distribuzione ipergeometrica. Giornale dell' Istituto Italiano degli Attuari.* 1935. Roma.

G. Polya. *Sur quelques points de la théorie des probabilités. Annales de l'Inst. H. Poincaré.* Fasc. 2. Volum. 1. París, 1931.

C. Dieulefait. *Series a coeficientes recurrentes y series de polinomios de Poincaré.* Publicac. Inst. de Estadística Fac. Ciencias Económicas, Univ. Litoral. 1938.

— *Los momentos de un grupo de funciones de probabilidad. Anales Sociedad Científica Argentina,* Enero 1938.

EL GRANITO Y LAS EFUSIONES BASÁLTICAS DEL EXTREMO AUSTRAL DE LAS SIERRAS DE CÓRDOBA

POR

VLADIMIR BORZACOV

PROLOGO

Entre los problemas de la Geología Cordobesa, figura la naturaleza de un grupo de pequeños cerros basálticos que se levantan aislados muy cerca del lugar en que el extremo austral de la Sierra, desaparece para continuar subterráneamente debajo de la llanura Pampeana. (Ver planos Nº 1 y 2 de la región adjuntos).

Dichos cerros « La Leoncita », « La Garrapata » y « La Madera », fueron objeto de rápidas visitas por parte de algunos de los ilustres precursores de nuestra ciencia geológica: Luis Brackebusch, Guillermo Bodenbender, G. Avé Lallemant, quienes informan acerca de ellos en sus trabajos.

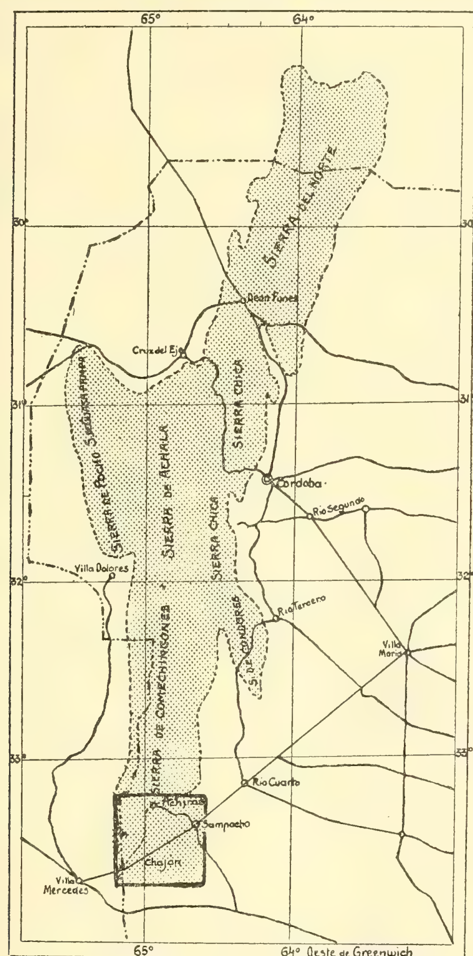
Esas exploraciones tuvieron forzosamente que ser superficiales, porque correspondían a viajes de reconocimiento a través de extensas regiones que hasta entonces eran « tierras incógnitas », en cuanto a su naturaleza.

La presente disertación trata de llenar el claro que en nuestros conocimientos significa esa región, interesante por haber sido un centro volcánico y por ser vecina a la zona de Sampacho, cuya sismicidad se puso de manifiesto en el violento terremoto ocurrido el 10 de Junio de 1934.

Aparte de dar una información acerca de los cerros en cuestión, es objeto de este trabajo, dar una representación de la tectónica de esa región, obtenida mediante la aplicación de métodos modernos, basados en la tectónica del granito y la medición de las diaclasas que atraviesan las rocas.

Por eso la región examinada no se redujo al área ocupada por esas efusiones basálticas.

Ubicación de la región estudiada



-------- Contornos del sistema llamado Sierra de Córdoba.

—·—·—·— Limite interprovincial

———— Ferro Carriles

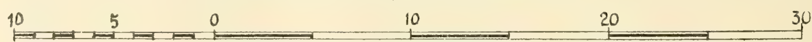
Plano Nº 1.

33° S.
10' 5' 65° W. 55' 50' 45'

Achiras
Los Yotes
Aº Espinillo
F.C.B.A.P.
Lg Chañaritos
Chañaritos
Los Chañaritos
Cº Sampacho
Lag. Suco
Cº Suco
Selegua
Pto Las Cortaderas
Las Rosas
Arroyo
Sampacho
Cº Paraguayo
Suco
Arroyo Las Cortaderas
Cº Negro
Cº Blanco
Estancia La Clementina
F.C.B.A.P.
Santa Rosa
Bulnes
Cº La Leoncita
Lg de las Cortaderas
Arroyo Chajan
Chajan
Cº Divisadero
Las Viscacheras
Cº La Picara
Pto
Cº de La Madera
Cº Fortin
Balde Amargo
La Madera
El Tape
La Cortadera
Cºs Garrapatas

15' 20' 25' 30' 35' 40' 45'

Escala aproximada



1: 322.500

Plano Nº 2.

Visitamos las zonas de las areniscas de Sampacho e hicimos observaciones en el granito y en el gneis que afloran en las inmediaciones de los cerros Blanco y Negro y de Achiras.

De la tectónica de estos dos lugares, hemos deducido conclusiones que permiten ser relacionadas con la de la zona que es fin principal de este trabajo.

Como la deducción más interesante de este trabajo — por ser ella de orden general — puede señalarse la comprobación de una efectiva interferencia de líneas tectónicas, pertencientes al sistema de las Sierras Pampeanas y al sistema de las Sierras Bonaerenses y que había sido supuesta por el Dr. Ricardo Stappenbeck.

Dicha interferencia se pone de manifiesto con toda evidencia en el extremo austral de la Sierra de Córdoba.

SINTESIS DE LA GEOLOGIA DE LAS SIERRAS CORDOBESAS

Las Sierras de Córdoba pertenecen a un sistema llamado las « Sierras Pampeanas », formando el grupo más oriental y más austral.

El carácter de las Sierras Pampeanas se puede comparar en sentido geológico - morfológico, con las de Basin Ranges, del Oeste de los Estados Unidos de Norte América, pues tienen un rasgo común para ambos : son elementos muy antiguos, pero la edad geológica de estos macizos Pampeanos es muy discutida.

A base de las afirmaciones de Orville A. Derby, de que el silúrico está incluído al lado de las rocas arcaicas y precámbricas en el plegamiento de las Sierras da Mar y de Mantiqueira, comparadas por Suess, por su posición estructural dentro del continente, con las Apalaches de Norte América, se supone la presencia de una fase del plegamiento caledónico en nuestro continente.

Respecto a las Sierras Pampeanas, no hay duda sobre la existencia de una estructura precarbonífera, pues en Retamito entre los estratos de Carbonífero y su basamiento se intercala un hiatus, que corresponde a la denudación durante el Devónico Superior.

Los estudios de Rassmus en los macizos graníticos de Aconquija, de las sierras de Ambato y Velazco, inducen suponer que los procesos orogénicos corresponden principalmente al Silúrico.

La participación de rocas cambrosilúricas en el terreno metamórfico de las Sierras de Umango y Famatina, contribuye a sostener la idea de que haya en el basamiento cristalino de las Sierras Pampeanas, no solo un componente arcaico-precámbrico, sinó también paleozoico.

Esta idea ha sido aplicada por Hausen también a las Sierras del Gigante, de los Llanos, de Pié de Palo y la de Córdoba.

Todo eso muestra que las Sierras Pampeanas y por ende las de Córdoba, representan un complejo cambrosilúrico, plegado en el borde del Escudo Brasileño, gracias al empuje que se dirigía desde el Escudo en dirección al Oeste y tal plegamiento debe ser contemporáneo al plegamiento Caledónico, que en Europa está dividido en dos fases principales: la fase tacónica y la caledónica en el sentido estricto.

La primera divide el Ordoviciano del Gotlandiano y la segunda tiene dos fases en el final del Silúrico.

Según las observaciones del Dr. Beder, sobre una discordancia angular en la región del Yaví, parece que debe ser agregada una fase más para los movimientos habidos entre Cámbrico y Silúrico.

Todo esto da una analogía al concepto de la Green-Mauntain Disturbance en Norte América.

Durante muy largas épocas las antiguas Sierras Pampeanas del plegamiento Caledónico, sufrían los resultados de una fuertísima denudación continental, que las arrasó y niveló completamente, pero gracias a un proceso tectónico volvieron a aparecer en la época relativamente nueva en el escenario de nuestro continente, como nuevos sistemas de altos cordones de montañas.

Este proceso tectónico que representa la última parte de la historia de estas Sierras, se inició en la segunda mitad de la época terciaria, cuando las rocas metamórficas, intrusivas, sedimentarias y volcánicas, de las cuales se componen las Sierras de Córdoba, fueron afectadas por un despedazamiento muy intenso a lo largo de las líneas de rumbo meridional o submeridional, bajo la acción de las fuerzas que han producido el plegamiento andino.

En este caso el área ocupada por las Sierras Pampeanas se hallaban en el borde del Escudo Brasileño y actuaba como « antepáis ».

El despedazamiento produjo una serie de erupciones de andesitas y traquiandesitas (« El Morro » en San Luis y los cerros « Poca », « Velos », « Yerba Buena », en Córdoba) y de basaltos en el estremo austral de la Sierra de Córdoba (Cerros « La Madera », « La Garrapata » y « La Leoncita »).

Las perforaciones profundas, efectuadas en las llanuras Pampeanas, indican que el mismo zócalo cristalino del continente ha sido afectado por esos despedazamientos, igual como en el resto

de las montañas primitivas, ya denudadas, creando una estructura de bloques de las cuales unos han sido levantados y los otros hundidos.

Estos movimientos ascendentes han sido realizados en diferentes fases con varias subfases, hasta que ha sido alcanzado un relativo equilibrio en los bloques, que sin embargo de vez en cuando producen pequeños movimientos, ocasionando grandes terremotos.

La gran elevación actual de las Sierras, es la consecuencia de los movimientos ascendentes, producidos al final del Terciano y aún en el Pleistoceno.

Como otra consecuencia fué la posición de los bloques con inclinación suave de la superficie hacia el Este y con pendiente muy brusca hacia el Oeste.

Por ejemplo, en Villa Dolores, en la pendiente occidental se observan cinco terrazas que demuestran la realidad de los movimientos de los bloques.

El núcleo central de las Sierras de Córdoba, lo constituye la Sierra Grande.

Otras tres secciones de este complejo montañoso son: La Sierra del Norte o de Ischilín, La Sierra Chica, la parte Sud de la cual es llamada la Sierra de los Cóndores y la Sierra de Pocho con su parte Norte llamada la Sierra de Guasapampa.

A nosotros nos interesaba especialmente la Sierra Grande que en su mayor parte representa una planicie de destrucción de 2.000 metros de altura sobre el nivel del mar, que llega en el Cerro de Champaquí a su máximum, 2800 metros.

La Sierra Grande continúa hacia el Sud, con el nombre de Sierra de Comechingones, que desaparece bajo los sedimientos Pampeanos en la región, que es el objeto del presente estudio.

Pero allí no termina en realidad este macizo; como una cadena subterránea sigue corriendo hacia el Sud, ora asomando ligeramente, ora desapareciendo hasta que alcanza cerca de Pichimahuida, en el borde del Río Colorado, la gran zona de hundimiento, donde ya termina definitivamente.

Para una región relativamente limitada, entre San Luis y Córdoba, que cae en la prolongación de la Sierra de Córdoba, Stappenbeck ha manifestado que es probable que exista una estructura de bloques y en la que se reproducirían las mismas condiciones tectónicas, observadas en la Sierra de Córdoba.

De aquí en dirección al Sud desaparecen las rocas antiguas, pero existen nuevamente a poca profundidad al Sud del paralelo 35° S.

En esos afloramientos de rocas antiguas en la Pampa y sus partes antiguas, observamos la continuación subterránea de los diferentes sistemas de montañas que cruzan la llanura Pampeana.

Sobre todo parece que la cadena de la Sierra de Córdoba, se prolonga subterráneamente en dirección al Sud.

El rumbo de los esquistos en los pequeños afloramientos y Sierras de La Pampa, es de NE - SO y NNE - SSO, como también con la Sierra de Córdoba.

Pero fuera de ese, se destaca otro sistema de rumbo, NO - SE, es decir que corre en la dirección de la Sierra de Ventana.

Stappenbeck, interpreta los afloramientos dispersos de rocas antiguas de la Pampa Central y partes contiguas, como producidas por una especie de interferencia de dos diferentes sistemas de montañas.

En el cruce de los sistemas hay cada vez una tendencia ascendente del antiguo terreno, es decir existe un afloramiento.

Para la presente síntesis de la Geología de las Sierras Pampeanas en general y en las de Córdoba en particular, ha sido consultada la siguiente bibliografía:

1) Anselmo Windhausen. « Geología Argentina », edición Jacobo Peuser, años 1929 y 1931. Tomo I y II. Buenos Aires.

2) Oscar Schmieder. « Apuntes geomorfológicos de la Sierra Grande de Córdoba ». Boletín de la Academia Nacional de Ciencias. Tomo XXV; año 1921.

3) Franco Pastore. «Elements du massif cristallin caledonien dans le centre de la République Argentine ». Congres Géologique International. Belgique 1922 (Liege 1926).

4) Roberto Beder. « Los yacimientos minerales de la República Argentina, relacionados con las rocas igneas de las diferentes épocas geológicas ». Revista Universidad Nacional de Córdoba. Año XIV, Nos. 1-2, 1927.

5) Roberto Beder. « Estudios geológicos e hidrológicos en los alrededores de Villa Dolores ». Boletín Nº 14 B. de la Dirección General de Minas, Geología e Hidrología. Buenos Aires, 1916.

6) Guillermo Bodenbender. « La Sierra de Córdoba. Constitución geológica y productos minerales de aplicación ». Anales Ministerio de Agricultura, Sección Geología, etc. Tomo I, Nº 2, Buenos Aires 1905.

7) H. Hausen. « On the Lithology an d Geological Structure of the Sierra de Umango área. Prov. of La Rioja. Arg. Rep. Acta Academial Aboensis Matemática et Physica I, 1921. Abo.

8) I. Rassmus. « La Sierra del Aconquija ». Primera reunión Nac. Socied. Arg. Ciencias Naturales. Tucumán 1916. B. A. 1918.

9) I. RASSMUS. « Rasgos geológicos generales de las Sierras Pampeanas ». Boletín Nº 13 B. de la Dirección General de Minas, Geología e Hidrología B. Aires, 1916.
10) JUAN OLSACHER. « Estudio Geológico y Petrográfico de los alrededores del Dique San Roque ». La revista de la Universidad Nacional de Córdoba. Año XVII, Nos. 3-4. 1930.
11) GILLERMO BODENBENDER. « Triásico y terciario en la falda oriental de la Sierra de Córdoba. Relaciones morfológico-tectónicas. Rocas valcánicas ». Boletín de la Academia Nac. de Ciencias de Córdoba. Tomo XXXI, 1929, pp. 73-139.
12) GILLERMO BODENBENDER. « El Nevado de Famatina ». Boletín de la Academia Nacional de Ciencias. Tomo XXI, 1926.
13) ROBERTO BEDER. « Estudios geológicos en la Sierra de Córdoba, especialmente de las cálizas cristalina-granulosas y sus fenómenos de metamorfismo ». Boletín Nº 33 B. de la Dirección General de Minas, Geología e Hidrología. Buenos Aires 1922.
14) I. KEIDEL. « Sobre la distribución de los depósitos glaciares del pérmico, conocidos en la Argentina y su significación para la estratigrafía de la serie de Gondwana y la paleogeografía del hemisferio austral ». Boletín de la Academia Nac. de Ciencias de Córdoba. Tomo XXV, año 1921.
15) H. GERTH. « Die Pampienn Sierren Zentralargentiniens ». Geologische Rundschau. Tomo IV, año 1913.

RESEÑA DE LA GEOLOGIA DE LA REGION ESTUDIADA

Como ya queda dicho, es objeto de esta investigación la naturaleza de las efusiones de basalto en el extremo austral de la Sierra de Córdoba.

Para interpretar su sentido geológico en la forma más acertada posible, es indispensable conocer la región a través de la cual hicieron irrupción esas efusiones.

El núcleo original de la región lo constituye los esquistos cristalinos que se advierten en los cerros « Chañaritos », « Ají », « Blanco » y « Negro », « Aspero » y en la región que se extiende al sur de Achiras.

Su estructura y su posición tectónica, ya fueron determinadas en un principio por el plegamiento caledoniano.

Durante el paleozoico (silúrico, devónico), se produjeron grandes intrusiones de granito en diversos puntos de la Sierra de Córdoba, que hicieron desaparecer en grandes extensions los esquistos preexistentes.

En nuestra región, se puede estudiar el granito en Achiras, cerro « La Paraguaya », cerros « Blanco » y « Negro » y en la base de los cerros basálticos.

La unidad que se observa en la composición del granito y que sin variantes sensibles se conserva en esta región, hace probable de que la intrusión en esta parte de la Sierra, se haya producido simultáneamente y en una sola fase.

En el cerro « Blanco », puede observarse claramente el mecanismo de la intrusión y absorción del gneis por el granito (fig. I).

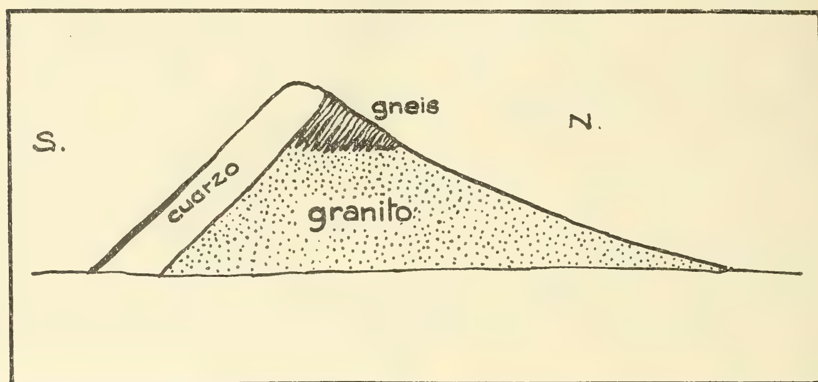


FIG. I. - Perfil N. S. a través del cerro « Blanco ». Intrusión del granito en el gneis

Un problema interesante y que en el marco de nuestra región no hemos podido resolver, lo representa la circunstancia de que en algunas partes el gneis está dispuesto normalmente (Este-Oeste) al rumbo corriente en la Sierra (NNE - SSD).

Esa disposición se ha observado en el cerro « Lajas » (Achiras) y cerro « Blanco ».

Algunas partes de la región investigada están cubiertas con depósitos de areniscas de edad probablemente pérmica (areniscas de Sampacho).

Durante el terciario y probablemente en dos fases distintas, se fracturó el complejo según dos sistemas de distinta orientación:

1ª Fase: Orientación N.O. - S.E. — N.E. - S.O.

Las líneas de dislocación de este sistema atraviesan las areniscas de Sampacho y son las causas de la sismicidad de esta región.

Se ha comprobado que los rumbos de los cuerpos efusivos basálticos están en relación con ellas.

La orientación de estas dislocaciones corresponde a la del sistema de las Sierras Bonaerenses.

2ª Fase: Orientación N.N.E. - S.S.O.

Es la orientación de las dislocaciones que dividieron longitudinalmente a las Sierras Pampeanas en bloques y que caracterizan su estructura actual.

Simultáneamente con la efusión de basaltos, se sedimentaron algunas areniscas existentes en pequeños depósitos al pié del cerro «La Leoncita» y que subsisten protegidas por las toscas calcáreas que evitaron su desaparición.

Como formación geológica más moderna, figuran los sedimentos pampeanos.

En el cuadro siguiente se resumen los caracteres petrográficos y tectónicos de la región:

Epoca geológica	Sedimentos	Rocas igneas	Tectónica
arcaico y precámbrico.	esquistos cristalinos.		
paleozoico.		granitos.	plegamiento caledoniano intrusión.
pérmico?	areniscas.		
terciario.	arenisca tosca.	basaltos.	2ª fase orogénico líneas NO.-SE.; NE.-SO. 3ª fase orogénico líneas NS.
cuaternario y actual.	loes.		

LOS METODOS DE INVESTIGACION EMPLEADOS

La constitución petrográfica de la región estudiada era conocida a gandres rasgos a través de las comunicaciones de L. Brackebusch, G. Bodenbender y G. Avé Lallemant.

Muy pocos datos, en cambio, teníamos de la tectónica.

La región de las areniscas de Sampacho, muestra una división en varios bloques, separados por líneas de dislocación reconocibles en la superficie del terreno.

Por eso, esta región pudo ser investigada con los métodos corrientes de la geología, valiéndonos de la disposición de los estractos.

Desgraciadamente, muchos lugares que habrían suministrado indicios de importancia para la resolución de nuestros problemas, se encuentran ocultos bajo los sedimentos pampeanos.

En las regiones restantes, constituídas por granito y esquistos cristalinos, no se puede reconocer fácilmente los efectos de las fuer-

zas tectónicas y es necesario recurrir a la interpretación de diversos indicios, tales como las orientaciones de la textura del granito, de las diaclasas, de los filones de pegmatita y cuarzo.

Lo mismo hubo que observar la disposición de las erupciones de las rocas efusivas y la forma de las intrusiones de las rocas plutónicas. A continuación damos una síntesis de las ideas actuales sobre la tectónica del granito.

INVESTIGACION MICROSCOPICA DE LAS ROCAS

En el estudio microscópico de los granitos se ha dedicado preferente atención a la determinación de su *estructura* (en el sentido del desarrollo de los componentes minerales) con respecto a la *textura* (en el sentido de la ordenación en el espacio de dichos componentes).

Existe la tendencia de estimar exageradamente el valor de la textura microscópica de las rocas macizas, que en cambio, es útil conocer en las rocas metamórficas.

Las particularidades texturales de las rocas macizas se reconocen mejor por la brújula y la lupa, que bajo el microscopio.

El análisis estructural es de un valor importante, pues da noticias sobre los estadios de diferenciación y consolidación del magma y permite así fijar concretamente las diversas fases de la formación de los cuerpos graníticos.

La investigación estructural-microscópica ha perdido terreno en los últimos tiempos y solamente se le reconoce un valor marcado, cuando está relacionada con el conocimiento del quimismo de las rocas. Solamente así puede llegarse a la comprensión geológica de los procesos de diferenciación e intrusión magmáticas. En nuestro caso, desgraciadamente, no ha sido posible establecer esas relaciones por falta de análisis químicos de las rocas investigadas microscópicamente.

LA PETROGRAFIA TECTONICA

La petrografía tectónica trata de establecer una congruencia entre los datos petrográficos y geológicos, finalidad que no puede conseguirse únicamente con una simple consideración petrográfica de los cuerpos intrusivos.

El fin propio de la investigación geológica de los cuerpos intrusivos, consiste en el conocimiento de la formación del espacio ocupado por el granito, la forma del cuerpo formado por esta roca vecina. Es decir, se deben establecer: el camino de salida del magma, la cubierta o techo, el fundamento y la forma del cuerpo intrusivo, antes de poderse conocer a ciencia cierta su génisis.

Con la resolución de esos problemas se relaciona posteriormente la investigación de la textura — la estructura interna del cuerpo granítico — que informa acerca del movimiento de que estuvo animada la masa que lo formó.

A este respecto debe recalcarse bien el concepto de « movimiento », pues cuando se ha considerado la tectónica del granito, se ha abusado del concepto de « presión ».

Ello no representa un cargo a las ideas de H. Cloos sobre esta rama de la geología, ya que no altera en nada su esencia, que consiste en el reconocimiento de la anisotropía del granito que se manifiesta en;

la pequeña textura (la posición de los componentes lineales o lamelares)
la posición de las « Schlieren »
la naturaleza de las diaclasas.

La investigación de las diaclasas del granito presupone que deben ser consideradas como « primarias ».

La naturaleza de estas diaclasas (ya hayan sido producidas por el movimiento o por la contracción del magma) no se deduce de su orientación hacia el contacto marginal — como lo sostuvieron algunos autores — sino de sus características específicas, de su rellenamiento y de su continuación eventual a través de la roca vecina.

En la denominación de las diaclasas, reconocidas como « primarias », hemos adoptado la nomenclatura de H. Cloos.

Las diaclasas verticales, que se distinguen por estar acompañadas de un clivaje del granito y una disposición paralela de los componentes, reciben el nombre de « diaclasas S » (Steilklüfte).

Las diaclasas dispuestas normalmente a aquellas y caracterizadas a menudo también por un clivaje de la misma orientación y por una disposición paralela de los componentes, reciben el nombre de « diaclasas L » (Lagerklüfte).

En el interior de los macisos graníticos, suele abundar el sistema S, mientras que en las partes marginales, el sistema L.

Las diaclasas de la tercera dirección, las transversales a S, son denominadas « diaclasas Q » (Querklüfte).

Con ellas suelen relacionarse las rocas filonianas, que representan el último elemento que cae bajo el análisis tectónico.

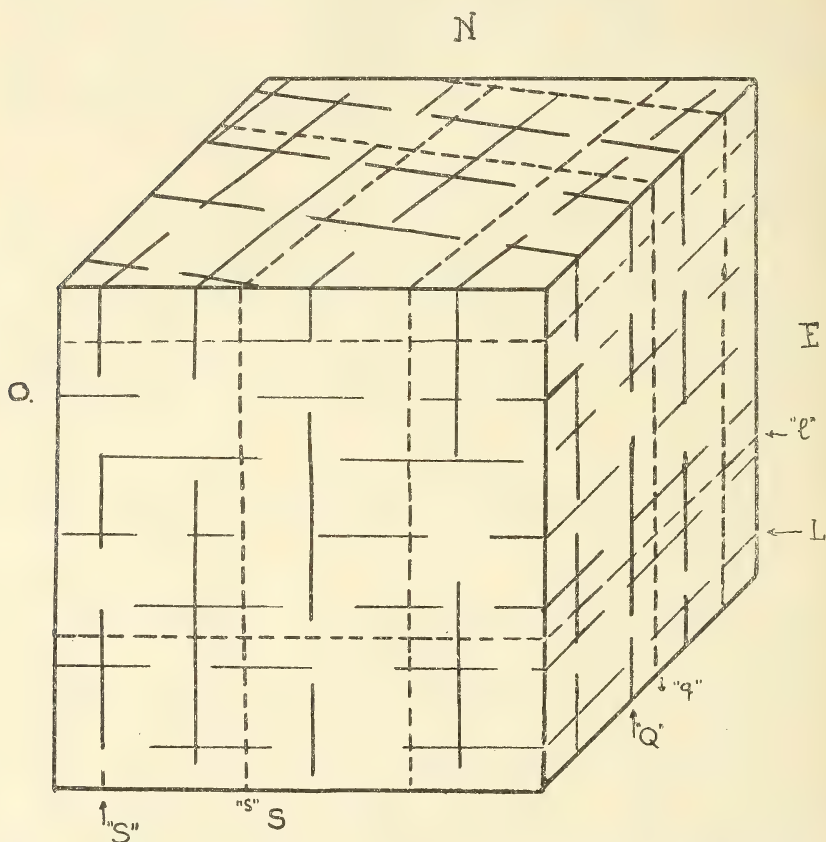


FIG. 3. - Diagrama de los elementos estructurales del granito de « Achiras », (Depto. Río Cuarto), cantera « Los Nogales ». (Elementos primarios).

« S » Diaclasas longitudinales de H. Cloos.
« Q » Diaclasas transversales de H. Cloos.
« s » Textura longitudinal («seda » de los picapedreros).
« L » Diaclasas horizontales de H. Cloos.
« q » Textura transversal (« trincante » id.).
« l » Textura horizontal (« levante » id.).

La disposición relativa de estos elementos en el granito de Achiras, se advierte en los diagramas de las figuras 3 y 3ª.

Los estudios realizados en diversos puntos de la Sierra de Córdoba por J. Olsacher (1), han revelado la existencia de orienta-

(1) J. OLSACHER. « Estudio geológico y petrográfico de los alrededores del dique San Roque ». Revista de la Universidad Nacional de Córdoba. Año XVII. Nos. 3-4. Córdoba, 1930. Separado, págs. 42 y siguientes.

ciones constantes de las diaclasas que atraviesan las rocas y que se dejan agrupar en tres sistemas o pares de acuerdo al esquema de la figura 4.

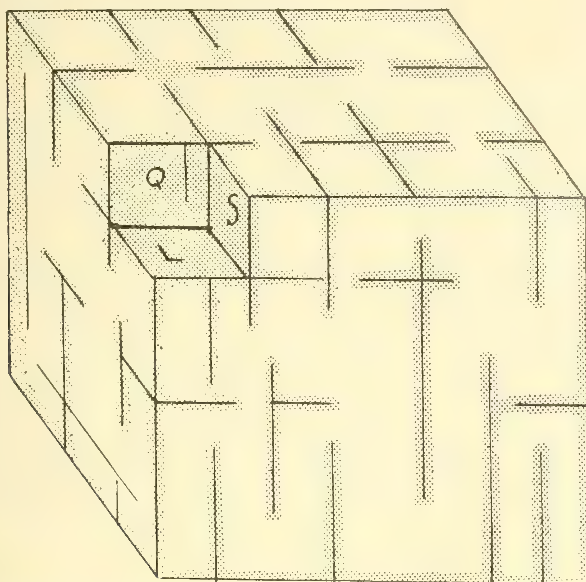


FIG. 3 a. - Esquema de las diaclasas originadas por presiones laterales. La flecha indica el sentido de éstas.

Q Diaclasas tranversales.
S Diaclasas verticales.
L Diaclasas horizontales.

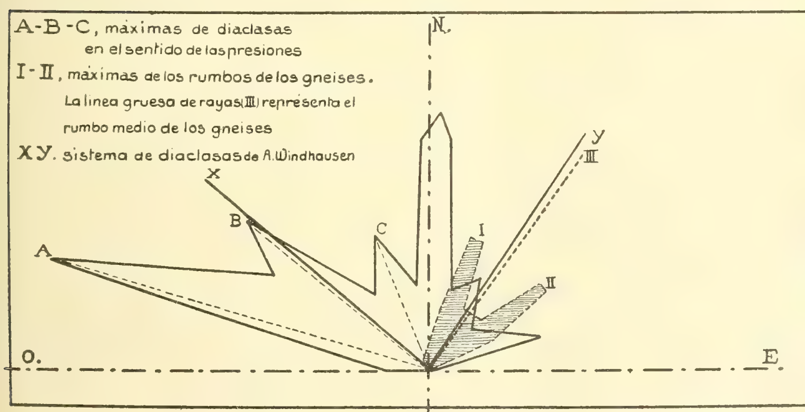


FIG. 4. - Los sistemas de diaclasas en la Sierra Chica, según J. Olsacher

Estos sistemas también aparecen en la zona de nuestra investigación y las observaciones realizadas nos permiten un ensayo de su clasificación cronológica.

Advertimos que nuestros estudios de la tectónica del granito en « La Leoncita », cerros « Blanco » y « Negro » y Achiras, no tratan de resolver el problema del origen de esos cuerpos intrusivos, sino de establecer la naturaleza de sus diaclasas para distinguir las « primarias » de las « secundarias ».

Ese conocimiento era de interés, pues como se verá en su lugar, los rumbos de los cuerpos efusivos de basalto, coinciden con los rumbos de las diaclasas del granito que les sirve de fundamento.

Para la redacción del capítulo que antecede, hemos consultado la siguiente bibliografía:

1. Hans Cloos. Tektonische Behandlung magmatischer Erscheinungen. I. Das Riesengebirge. Berlín, 1925.
2. L. Milch. Der Pluton des Riesengebirges (nach H. Cloos). En Fortschritte der Mineralogie, Kristallographie und Petrographie. Tomo 12, págs. 229 a 252. Berlín, 1927.
3. S. Von Bubnoff. Der Werdegang einer Eruptivmasse. Geologischpetrographische Analyse der Intrusionstektonik im Schwarzwalde. Berlín, 1928.
4. W. Deecke. Die Tektonik des Schwarzwälder Grungebirges. Berlín, 1933.
5. Hans Cloos. Das Batholithenproblem. Berlín, 1923.

EL GRANITO

El granito de esta región puede ser estudiado en la cantera del cerro « La Leoncita » y en los cercanos « Blanco » y « Negro ». Aflora también el cerro « Chañaritos », cerca de Sampacho, el cerro «La Paraguaya » y en los alrededores de la localidad de Achiras.

El granito de « La Leoncita » (Chaján)

Se trata de un granito muscovítico, de grano mediano y es en el que se destacan los cristales de ortoclasa con maclas de Karlsbad. Se advierte una sensible orientación paralela de los componentes.

Bajo el microscopio aparece este granito como una asociación granulosa-hipidiomorfa, normal, de los siguientes componentes esenciales: cuarzo, ortoclasa, microlino, paglioclasa y muscovita.

Como accesorios existen granate y apatita.

El *granate*, en pequeños cristales ligeramente rosados y de contornos redondeados y la *apatita* en pequeñas varillas de contornos perfectos, figuran como las primeras formaciones y existen en cierta proporción.

La mica, en estado fresco, está representada por la *muscovita* primaria, que en las preparaciones es completamente incolora, no mostrando pleocroísmo.

Se advierte asociaciones de varios individuos diversamente orientados.

Accidentalmente se encuentran algunas hojas de *biotita parda.*

La *paglioclasa* aparece en menor cantidad que la ortoclasa, en secciones idiomorfas. Se encuentra en buen estado de conservación. Se determinó el ángulo de extinción sobre M, obteniéndose una valor de + 7°. Se trata pues, de una *oligoclasa.*

La ortoclasa, también en buen estado de conservación, muestra algunas asociaciones pertíticas, lo mismo que en el *microclino,* que aparece con su estructura característica.

El *cuarzo* es el componente más joven. Algunas preparaciones lo muestran con leve extinción ondulosa y algo fracturado.

El orden de segregación de estos componentes viene dado por el siguiente esquema:

1. granate - apatita
2. muscovita (biotita)
3. plagioclasa
4. ortoclasa
5. cuarzo
6. pertita.

El granito de la región de los cerros Blanco y Negro

El granito del cerro Negro muestra la misma composición esencial que el descrito anteriormente.

La *plagioclasa,* la *ortoclasa* y el *microlino,* son los mismos. Las diferencias son las siguientes:

El granito de Cerro Negro, es más rosado que el de La Leoncita; la *apatita,* es más frecuente en el primero que en el segundo; el *cuarzo* del granito de Cerro Negro, está más fracturado y muestra una fuerte extinción ondulosa.

En la estructura del granito de Cerro Negro se notan modificaciones locales que consisten en un desarrollo notable de los cristales de ortoclasa y que comunican a la roca un carácter porfírico. Igualmente en el Cerro Blanco, se nota una facies del granito caracterizada por el desarrollo idiomorfo de los cristales de cuarzo y que se destacan nítidamente dentro de la masa de los res-

tantes componentes, dando a la roca el aspecto de un pórfido cuarcífero.



FIG. 5.



FIG. 6.

Los granitos de Achiras y cerro la Paraguaya, no muestran diferencias sensibles con respecto del de La Leoncita.

La composición petrográfica es la misma.

En el granito de Achiras, son notables los fenómenos de erosión eólica, de los que se adjuntan dos fotografías (figuras 5 y 6).

LA TECTONICA DEL GRANITO

Las observaciones sobre la tectónica del granito expuestas a continuación, han sido recogidas allí donde había canteras que permitían examinar la roca fresca y sus caracteres estructurales.

Dichas canteras se encuentran al pie del cerro La Leoncita, en los cerros Blanco y Negro y en los Nogales, al Oeste de Achiras.

En el afloramiento del granito del cerro La Paraguaya, no existen canteras y las observaciones se redujeron a comprobar el rumbo de las diaclasas superficiales.

CANTERA « LA LEONCITA »

Observando detenidamente el granito de La Leoncita, muestra una textura determinada por una disposición paralela de los minerales componentes (alineación de la mica y del feldespato). Dicha orientación corresponde al rumbo N. 15° E (figura 7).

Esta disposición determina también un clivaje del granito que revela en la facilidad con que se deja partir, en esa dirección y que los picapredreros del lugar denominan « la seda ».

Los mismos picapredreros manifestaron conocer otro clivaje del granito y que está dispuesto vertical y transversalmente a aquél, « el trincante » y, además, otro horizontal, « el levante ». Estas tres direcciones, normales entre sí, determinan la orientación de la anisotropía del granito del lugar y son los que utilizan los picapedreros para la confección de adoquines.

Relacionados con el clivaje N. 15° E., y el transversal a él « seda y trincante », existen disclasas que son perfectamente lisas y nítidas.

Estas disclasas pues deben ser consideradas como « primarias », porque su génesis corresponde a la época de consolidación del magma.

Las diaclasas restantes, se reparten en los rumbos siguientes:

N. S.
N. 15 E.
N. 50 E.
E. O.
N. 50 O.
N. 75 O.

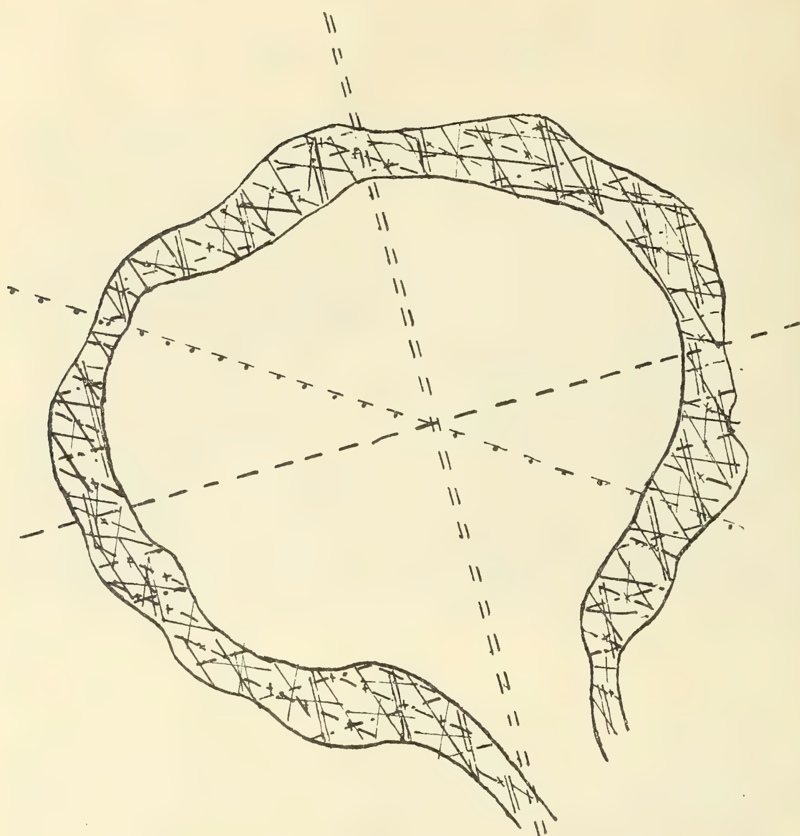


FIG. 7. - Plano tectónico de la cantera de granito «La Leoncita» (Chajan, F.C.B.A.P.).

Texturas del granito

= = = longitudinal « seda »
—·— transversal « trincante »
horizontal « levante ».

Diaclasas del granito

diaclasas S, diaclasas Q, diaclasas L — primarias
diaclasas secundarias.

CANTERAS DE CERRO « NEGRO » Y CERRO « BLANCO »

Los rumbos de la textura y de las diaclasas del granito de « La Leoncita » se reproducen en esta región. (Véase diagrama fig. 8).

Puede observarse que el relieve del terreno está regido por las diaclasas especialmente de rumbo N. 15° E.

En algunas partes el granito se distingue por el gran desarrollo de la ortoclasa, cuyos individuos llegan a tener una longitud de 4 centímetros y que se orientan también de acuerdo a aquel rumbo N. 15° E.

Igual rumbo tienen algunos filones de granito aplítico que llegan a tener un espesor de 10 centímetros.

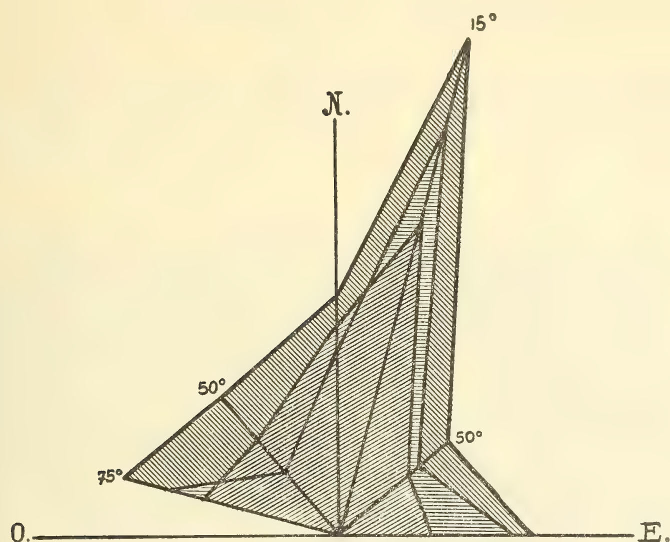


FIG. 8 - Rosas de diaclasas en el granito del extremo austral de la Sierra de Córdoba.

« La Leoncita »

Cerros « Blanco y Negro »

«Archiras ».

CANTERAS DE « LAS ACHIRAS »

Las condiciones tectónicas del granito de esta región, observadas en las canteras de « Los Nogales », situadas a tres kilómetros y medio al oeste de Las Achiras, son las mismas que en las regiones ya consideradas, en lo que se refiere a las orientaciones de la textura, al clivaje y a las disclasas. (Véase diagrama de la figura 8).

LAS ARENISCAS DE SAMPACHO (1)

La región de Sampacho está constituída por una llanura ligeramente ondulada que paulatinamente eleva su altura hacia el Oeste, donde se destacan dos cerros aislados « Suco » y el cerro « Chañaritos » o « Sampacho ».



Fig. 9. - Cantera del Ferrocarril del Pacífico (Sampacho)

Al Sudoeste de la población, al otro lado del pequeño arroyo de Sampacho, existe un afloramiento de areniscas que forman una ondulación suave del terreno.

Existen tres canteras en él: « Lucas González », la « Municipal » y la « Ferrocarril del Pacífico », que permiten estudiarlo. (Véase figuras 9 y 10).

(1) Nos concretamos a dar una síntesis de la geología de Sampacho teniendo en cuenta que ella ya ha sido considerada en los siguientes trabajos:

1) E. Kittl. Contribución a la geología de Sampacho. Revista Minera, Buenos Aires, Año VI. pp. 45-49.

J. Olsacher. El terremoto de Sampacho. Revista del Museo Provincial de Ciencias Naturales de Córdoba. Año I, N 1. pp. 52-68.

Váase también:

G. Bodenbender. « La Sierra de Córdoba ». Anales de Min. de Agricultura. Sec. Geol. Mineral. y Min. Buenos Aires. Tomo I. Nº 2. 1905.

Los pisos inferiores están constituídos por una arcosa rojizo-violada, mientras que los superiores son areniscas cuarcíticas de color gris claro.

El cerro Suco que se encuentra a 15 kilómetros al Oeste de Sampacho, muestra una constitución análoga al afloramiento de las canteras de referencia.



FIG. 10. - Sinclinal en las areniscas de Sampacho. Cantera del F. C. P.

Se observa la misma arenisca y la misma arcosa con igual disposición relativa.

LA TECTONICA

Examinando la disposición de los estratos de estas areniscas en los diversos puntos donde es posible hacerlo, se observa que:

En la cantera « Lucías González », las areniscas están orientadas de Este a Oeste, con una inclinación de 8° de S.E. a N.O.

En la cantera « Municipal », reinan las mismas circunstancias.

En la cantera « Ferro Carril del Pacífico », existe una sinclinal suave, cuyo eje corre de N. a S. La inclinación máxima de las alas es de 15° (Véase figura 10).

En el cerro Suco, los estratos están orientados de N. a S. con una inclinación de 10° hacia el O.

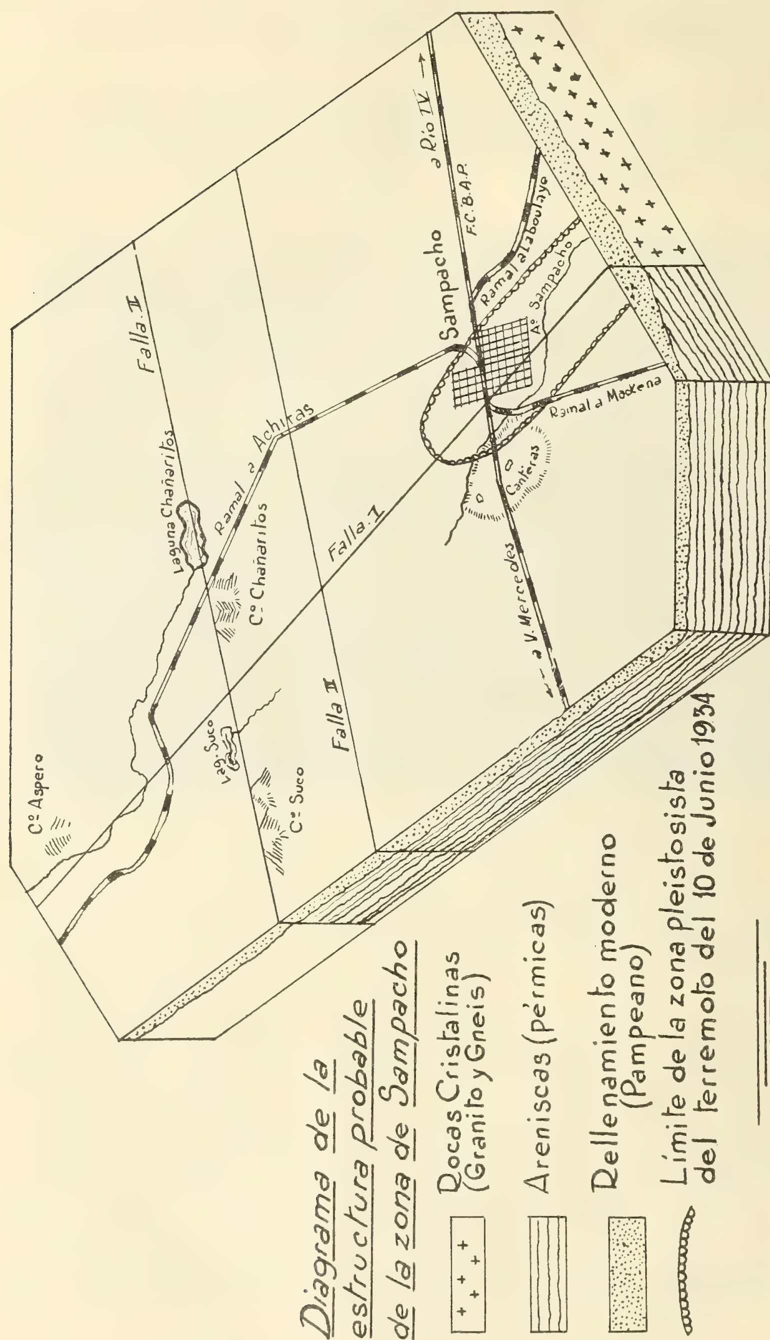


FIG. 10 a - (Del trabajo de J. Olsacher: el terremoto de Sampacho)

Como puede verse en el perfil de la figura 10 bis, existe entre los dos afloramientos de areniscas una falla que tiene el rumbo N.E. - S.O.

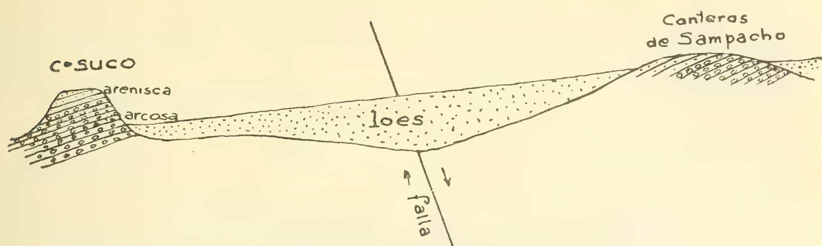


Fig. 10 b - Perfil a través del cerro Suco y las canteras de Sampacho

Al otro lado del cerro Suco, existe una falla paralela a ella.

El cerro Chañaritos o Sampacho, está formado por un gneis biotítico muy esquistoso que ha sido intruido por un granito muscovítico, rosado y de grano mediano. (Véase figuras 11 y 12).



Fig. 11 - Vista del cerro « Chañaritos ». (Granito y gneis)

Ambos cerros, el « Suco » y el « Chañaritos » están separados por una falla del rumbo N.O. - S.E. y que limita por el N.O. las areniscas de las canteras de Sampacho. (Véase el Mapa Tectónico, figura 10 a).

Estas líneas tectónicas son la causa de la sismicidad de Sampacho y que hizo crisis en el violento terremoto del 10 al 11 de Junio de 1934.



FIG. 12. - Vista del cerro « Suco ». (Areniscas)

Después de producido aquel y hasta la actualidad siempre se sienten temblores que carecen de consecuencias.

LA EDAD DE ARENISCAS DE SAMPACHO

Estas areniscas fueron consideradas siempre de edad triásica, sincronizándolas con las que cubren otras regiones de la Sierra de Córdoba: la Sierra Chica y la Sierra de los Cóndores.

En realidad, estas areniscas de Sampacho son muy distintas a aquellas de edad triásica comprobada.

En cambio, son semejantes a las de Cerro Colorado (1) (Depto. Tulumba), Sierra del Retiro (Santiago del Estero), Auti (Sierra de Serrezuela).

(1) Según comunicación verbal del Dr. J. Olsacher, en la región de Cerro Colorado, se encuentran a corta distancia entre sí los dos tipos de areniscas. No hay contacto entre ellas, pero dentro de las areniscas rojas triásicas, en encontró un rodado de arenisca del tipo de las de Cerro Colorado y Sampacho.

El Dr. Franco Pastore (1), compara las areniscas de Sampacho con la de Paso de Velis y otros puntos de la Sierra de San Luis, considerándolas equivalentes.

De acuerdo a ese parecer, al que se adhiere el Dr. G. Bodenbender (3), las areniscas de Sampacho deben ser consideradas como de edad pérmica.

(1) Franco Pastore. Notas sobre Triásico y Terciario en la Falda Oriental de la Sierra de Córdoba. Relaciones morfológico-tectónicas. Rocas volcánicas. Del Dr. Guillermo Bodenbender. « Anales de la Sociedad Científica Argentina ». Tomo CX, páginas 399 y siguientes. Buenos Aires, Diciembre de 1930.

(2) Guillermo Bodenbender. Triásico y Terciario en la Falda Oriental de la Sierra de Córdoba. « Boletín de la Academia Nacional de Ciencias ». Tomo XXXI, pág. 122, año 1929.

(Continuará)

FOSILES PUELCHENSES DEL PARTIDO DE MATANZAS [1]

POR

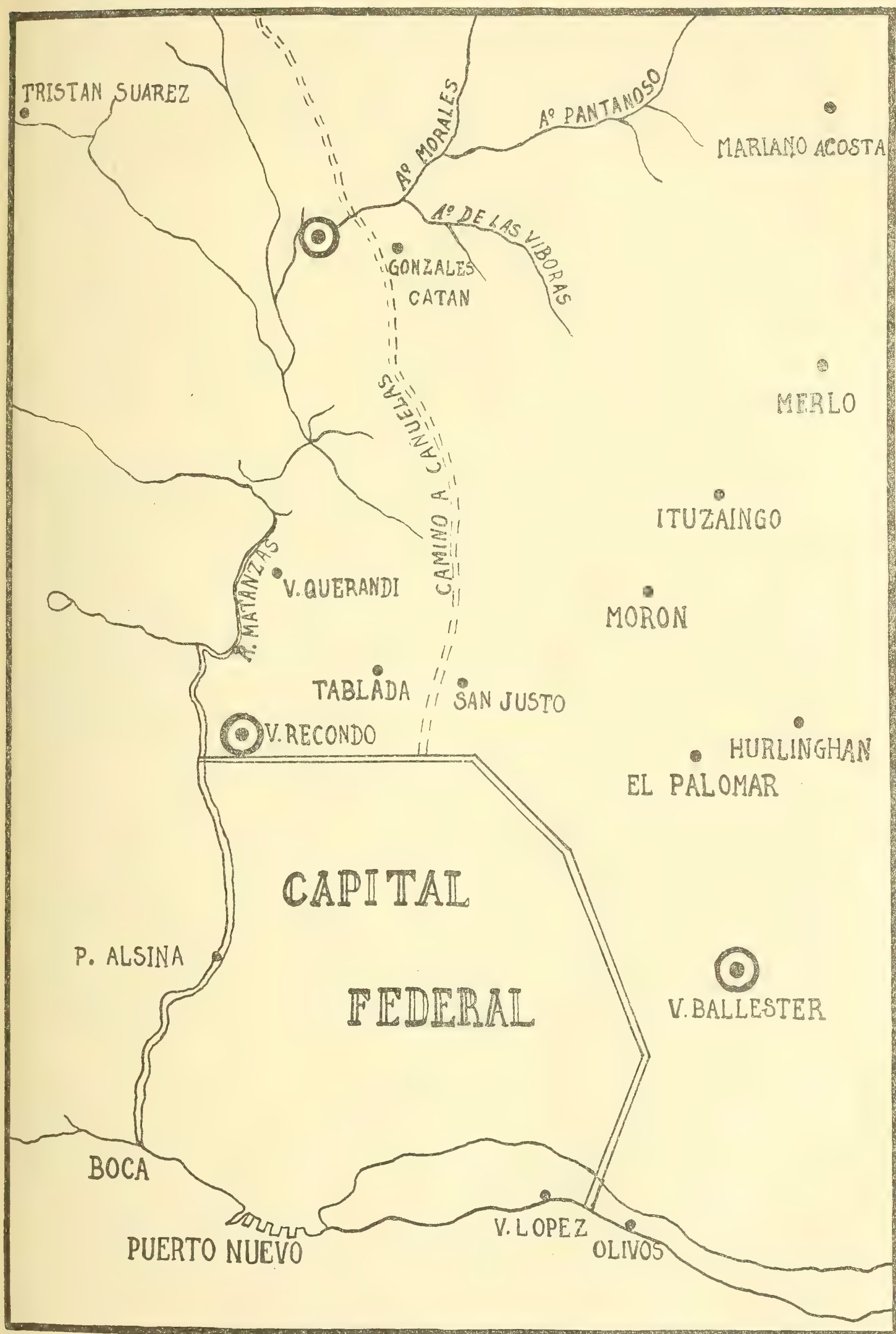
CARLOS RUSCONI

Desde 1933, año en que dí a conocer la primera noticia relacionada con la existencia de una rica fauna fósil en el espesor de las arenas puelchenses, he continuado informando posteriormente a los lectores los detalles más interesantes de estos descubrimientos y el significado que esas arenas tienen para la historia paleontológica de los últimos tiempos del terciario.

Las primeras noticias se referían a una colección de organismos extinguidos hallados en la localidad de Villa Ballester (partido de San Martín) y en donde se han encontrado hasta ahora el stock más grande gracias a los activos trabajos de explotación de las referidas arenas subterráneas, destinadas para fines edilicios diversos. Pocos años después daba la noticia de hallazgos similares en las mismas arenas, en la localidad de Villa Rocondo, situada cerca de la Avenida General Paz y margen izquierda del río Matanzas. Y ahora, con motivo de mi breve estadía en Buenos Aires, tuve oportunidad de examinar el material paleontológico de otra región de la provincia y cuyos especímenes están íntimamente relacionados con los lugares anteriores.

Me refiero a las perforaciones que se están practicando en un lugar del arroyo Morales, próximo al camino a Cañuelas, y que como en los casos anteriores, dichos sondeos han tenido como fin principal, la extracción de las arenas subterráneas. Las referidas perforaciones se encuentran a unos 25 kilómetros de distancia de las de Villa Recondo y más o menos a igual distancia de las primeras que se efectuaron en Villa Ballester véase mapa).

(1) Corresponde a la 13ª noticia sobre los organismos fósiles de este horizonte geológico.


TRISTAN SUAREZ
Aº MORALES
Aº PANTANOSO
MARIANO ACOSTA
Aº DE LAS VIBORAS
GONZALES CATAN
MERLO
CAMINO A CAÑUELAS
ITUZAINGO
R. MATANZAS
V. QUERANDI
MORON
TABLADA
SAN JUSTO
V. RECONDO
HURLINGHAN
EL PALOMAR
CAPITAL
FEDERAL
P. ALSINA
V. BALLESTER
BOCA
V. LOPEZ
OLIVOS
PUERTO NUEVO

Aquí, en el Arroyo Morales, las arenas puelchenses aparecen a los 40 metros de hondura después de atravesar la sonda diversas capas de terrenos pertenecientes a nuestras formaciones postpampeana y pampeana y cuyo detalle lo daré en otra oportunidad. Mientras tanto adelantaré algunos detalles generales: Así, por ejemplo, la parte superior del puelchense de Villa Ballester aparece a los 30 metros de profundidad y tiene 14 a 18 metros de espesor. En V. Recondo se encuentra a los 26 en la proximidad del río Matanzas y a 45 metros en otro lugar más al norte, y su espesor oscila entre 15 y 20 metros. En el arroyo Morales aparece a los 40 metros con un espesor de 16 metros aproximadamente, lo cual quiere decir que el puelchense se mantiene en todo ese sector de la provincia de Buenos Aires con un espesor superior a 15 mtros.

Las arenas que se extraen de la tercera zona de que me ocupo son muy parecidas a las de las otras regiones ya estudiadas. Casi en la base del gran manto arenoso se advierten camadas de rodados de rocas diversas, calcedonias, jaspes, ágatas, etc., similares a los de las otras zonas. Lo mismo debo decir con respecto a los fósiles los cuales muestran una coloración rojiza y ferruginosa característica y además no pocos tienen sus aristas ya bastante redondeadas revelando que estuvieron expuestos durante algún tiempo bajo la acción de las aguas corrientes del grandioso río que dió lugar a la acumulación de ese enorme espesor de arenas.

Los nuevos descubrimientos del arroyo Morales vienen a confirmar de una manera definitiva una tesis que durante muchas décadas no fué más que una hipótesis sin base seria, cual es por ejemplo, la de su origen fluvial. Hoy por hoy, el origen fluvial de las arenas puelchenses ha quedado confirmado no sólo por el aspecto físico de los fósiles sinó también por la mezcla de animales de distinta naturaleza (terrestres, acuáticos, marinos, plantas, etc.), que se encuentran en ellas.

El caudaloso río de época puelchense, o sea el precursor del Río de la Plata, el Paraná, etc., ha erosionado pisos más antiguos de origen marino, palustres y eólicos y los organismos que en ellos se encontraban fueron arrancados por las corrientes de aquellas aguas y sepultados finalmente a diferentes niveles de su lecho conocido por las arenas puelchenses. Su antigüedad, como lo he expresado en otros artículos, está circunscripta dentro de los límites del plioceno medio a superior. Estratigráficamente, las arenas en

cuestión se encuentran debajo del complejo ensenadense y seguramente arriba de terrenos de la formación arauco-entreriana, tales como el chapadmalense o más antiguos. Quédole muy agradecido al señor J. Tambutto por la gentileza que ha tenido al donarme una parte de esta pequeña colección de fósiles de los cuales doy a conocer los que siguen:

II

FAUNA

RODENTIA

Xenohydrochoerus ? ballesterensis Rusc.

Nº 1258 de la colección paleontológica de Rusconi. Porción de incisivo iuferior del lado derecho. Diámetro anteroposterior 5,5 milímetros y 9,1 en sentido transverso. Dicho diente se parece mucho al del ejemplar genotípico pero difiere algo en la lámina de esmalte que muestra una leve depresión central alargada acercándose a este respecto mucho más al incisivo de *Hydrochoeropsis*. Además, por el lado interno del incisivo, la capa de esmalte no es tan elevada como en *ballesterensis*.

Protohydrochoerus sp.

Nº 1259. Porción de incisivo del lado derecho. Diámetro anteroposterior 11 y 17 el transverso. La superficie del esmalte está estriada pero ella es un poco más ancha que la de *P. perturbidus* (Amegh.). Tengo la impresión de que se trata de una forma distinta pero el material es tan exiguo que me impide por el momento distinguirla con otro nombre.

SELACHII

Oxyrhina hastalis Agas.

Nº 1260. Diente de 27 de alto por 18 de ancho. Nº 1261. Diente de 24 por 25. Ambos órganos tienen la misma coloración y características de fosilización de los que se han encontrado hasta ahora en el puelchense de V. Ballester y V. Recondo.

Odontaspis cuspidata Agas.

Nº 1262. Tiene las mismas características que los hallados en las dos regiones arriba citadas.

Raja sp.

Nº 1263. Diente de 40 milímetros. Es muy grande y robusto comparado con otros muchos procedentes de V. Ballester y V. Recondo.

Además, existen en esta colección restos óseos de distintos animales cuyas formas no me han sido posible determinarlas aún pero puedo anticipar que se trata de un exalabriterino, de restos de tortugas acuáticas, pinzas de cangrejos, etc. Y finalmente recordaré que junto con los despojos de animales fueron extraídos también diversos trozos de leños silicificados de características análogas a los ya descriptos en artículos anteriores.

BIBLIOGRAFIA

AMEGHINO, F. - *Les formations sédimentaires du crétacé supérieur et du tertiaire de Patagonie,* en « Anales del Museo de Historia Natural de Buenos Aires », vol. VIII, Buenos Aires, 1906.

CASTELLANOS, A. - *Notas críticas sobre el puelchense de los sedimentos neogenos de la Argentina,* en « Rev. de la Univ. Nacional de Córdoba », vol. XV, pág. 48 y sig. Córdoba, 1928.

CASTELLANOS, A. - *Las arenas del antiguo río Paraná y la perforación de Villa Ballester,* en « ¿Qui novi? », vol. II, p. 1 y sig. Rosario, 1933.

RUSCONI, C. - *Apuntes preliminares sobre las arenas puelchenses y su fauna,* en « Anales de la Sociedad Científica Argentina », vol. CXVI, p. 169 y sig. Buenos Aires, 1933.

RUSCONI, C. - *Tercera noticia sobre los vertebrados fósiles de las arenas puelchenses de Villa Ballester,* en « Anales de la Soc. Cient. Argentina », vol. CXVII, p. 19 y sig. Buenos Aires, 1934.

RUSCONI, C. - *Sexta noticia sobre los vertebrados fósiles del puelchense de Villa Ballester,* en « Anal. Soc. Cient. Argentina », vol. CXVII, p. 177 y sig. Buenos Aires, 1934.

RUSCONI, C. - *Cuarta noticia sobre las plantas fósiles del puelchense de Villa Ballester,* en « Revista Chilena de Historia Natural », vol. XXXVIII, p. 69 y sig. Santiago de Chile, 1934.

RUSCONI, C. - Quinta noticia sobre los vertebrados fósiles del puelchense de *Villa Recondo,* en « La Ingeniería », vol. XXXVIII, p. 511 y sig. Buenos Aires, 1934.

RUSCONI, C. - *Restos de vegetales (lignitíferos) en Villa Ballester,* en « Boletín Paleontológico de Buenos Aires », Nº 2, Buenos Aires, 1934.

RUSCONI, C. - *Tres nuevas especies de mamíferos del puelchense de Villa Ballester,* en « Boletín Paleontológico », Nº 5, Buenos Aires, 1934.

RUSCONI, C. - *Fauna y flora de las arenas puelchenses de Buenos Aires, en* III Congreso Internacional de Historia de las Ciencias », p. 1-8 del separado, Lisboa 1935.

RUSCONI, C. - *Nuevo género de roedores del puelchense de Villa Ballester,* en « Boletín Paleontológico », Nº 7, p. 1-4, Buenos Aires, 1936.

RUSCONI, C. - *Lista de los organismos fósiles del puelchense de Buenos Aires,* en « Anales de la Soc. Argentina de Estudios Geográficos », vol. V, p. 79 y sig. Buenos Aires, 1937.

NOTA SOBRE EL ROCÍO

POR EL

Dr. WALTER KNOCHE

Existe la posibilidad de medir el rocío en una forma parecida y comparable a la medición de la lluvia o de cualquier otra precipitación.

Ya es conocido el significado que este fenómeno meteorológico tiene para la vida de muchas plantas, incluso plantas de cultivos, ante todo en las regiones áridas o semiáridas. Ahora bien, se sabe que el valor obtenido según medición solamente, presenta un valor muy pequeño, y pequeño también en relación a cantidades de lluvias aún de regiones de escasa precipitación.

A pesar de este hecho existe una diferencia fundamental en el sentido bioclimatológico, entre una condensación sobre una superficie como el rocío y una condensación precipitante como la lluvia. En esta última el objeto no juega ningún rol decisivo, mientras que para el rocío el objeto es de suma importancia. La cantidad de rocío es tanto mayor, cuanto mayor es la superficie del objeto, (árbol, arbusto, pasto). Además la condensación depende en sumo grado de la estructura de la planta, de la existencia o carencia de espinas, de pelos sobre las hojas y de otras protuberancias de la planta, del color más o menos profundo, etc.

La superficie, como superficie irradiante, y el color en el mismo sentido, tienen una influencia decisiva sobre la cantidad de rocío, fenómeno ante todo dependiente fuera de la humedad del aire, de la claridad del cielo, con su posibilidad de irradiación. Sobre el significado de las espinas para la formación del rocío el autor ha hecho observaciones en la costa del Perú [1], observaciones que han sido confirmadas en Abisinia por Carl Troll.

No es del todo imposible que la vegetación xerofítica sea ante todo una adaptación a los fenómenos de condensación sobre superficies (y en algunos casos a condensaciones en suspensión como nieblas o garúas finísimas en suspensión de las costas desérticas).

Las mediciones del rocío en relación a las de verdaderas precipitaciones no tienen en sí un valor efectivo sino un valor comparativo no menos importante. Pero según lo dicho anteriormente no debe olvidarse que un rocío mensual de p. e. 10 mm. en relación a una llovizna de 10 mm. de hecho siempre tiene un valor biológico efectivo mucho mayor para la vida de la planta. Para cada planta la suma del rocío recogido instrumentalmente debe multiplicarse según familia y especie, (Agaves, Cactáceas, Euforbiáceas, Prosopis, etc.) y según individuo con un factor determinado. Muchas veces un rocío de 10 mm. equivaldrá fácilmente aún tomando en cuenta su rápido desaparecer bajo los primeros rayos del sol, a una lluvia correspondiente a 100 mm.

Es un deber, ante todo para los países con regiones escasas en precipitaciones, de determinar las cantidades de rocío y al mismo tiempo de buscar plantas de cultivo que pueden aprovechar la humedad de este elemento climático para su vida, elemento mucho más regular que las lluvias irregulares de zonas semiáridas. Tal vez exista la posibilidad de adaptar por selección ciertas plantas de cultivo al aprovechamiento del rocío.

UN MÉTODO CLÍNICO PARA LA DETERMINACIÓN DE COLESTEROLEMIA

POR

JORGE GASCÓN Y EDUARDO R. SCHEGGIA

La importancia clínica atribuída en nuestros días a las determinaciones de Colesterolemia (¿o de Colestenolemia?) [1], ha inducido a diversos autores a abocarse al estudio comparativo de los distintos sistemas de valoración propuestos, llegando a la conclusión de que debido a la variedad de técnicas, solventes y reacciones utilizadas, los datos no concuerdan entre sí, obteniéndose valores tan discordes como los acusados por los métodos de: Stepp (1,30 - 1,70); Autenrieth-Funck (1,40 - 1,60); Grigaut (1,60 - 1,80); Myers (1,40 - 1,90), y Bloor (1,90 - 3,10 g. por litro de suero) (I).

Estos distintos métodos han sido estudiados detallada y comparativamente (II), (III), (IV), (V).

Varios de estos investigadores han llegado a la conclusión de que un método aconsejable por lo económico y clínicamente exacto, es el de Myers y Wardell, o las modificaciones a éste que posteriormente se han hecho (I), (IV), (V), (VI); causa por la que lo utilizamos como tipo en el presente trabajo.

En el año 1928, el Profesor Neuschlosz, de la Universidad del Litoral, propone un método para la determinación de Colesterole-

[1] Es en general aceptada la nomenclatura transcripta por Stewart y Graham (XI) en la que se propone la desinencia « esterol » para los compuestos naturales y « estanol » y « estenol » para los derivados alcohólicos del colestano según sean saturados o contengan una doble ligadura respectivamente.

Pero habiendo Rosenheim y King propuesto la modificación del nombre de coprosterol, por el de coprostanol para estar de acuerdo con la constitución funcional de esta sustancia, creemos que por la misma causa, corresponde substituir el nombre de colesterol por el de colestenol, aunque al ser más general, tengan que consignarse las posiciones de los grupos funcionales que intervienen en la molécula (XII).

mia (VI), cuidadosamente controlado y de una sencillez extraordinario, cuyos datos, según el autor, son comparables a los obtenidos por el de Myers modificado por Ling (VII).

En su técnica el autor elimina el empleo de microextractores con lo que lo hace mucho más accesible a las determinaciones en serie que muchas veces la clínica exige. Hemos tenido oportunidad de ensayarlo tal cual ha sido propuesto, obteniendo resultados concordantes con los del Myers.

A pesar de su sencillez y exactitud, ha sido hasta ahora poco utilizado, y creemos hacer justicia al llamar la atención sobre este método que tantas ventajas tiene comparado con los de uso corriente.

En las experiencias realizadas lo hemos modificado ligeramente para trabajar con el testigo propuesto por Myers (VIII) (solución de colesterol al 0,008 por 100 ml.).

Un inconveniente anotado por Neuschlosz es la disminución del poder extractivo del alcohol etílico utilizado en su método, cuando se disminuye su graduación por agregado de agua, fenómeno que acontece al mezclar el suero sanguíneo con el alcohol, lo que lo indujo a efectuar un minucioso estudio de la solubilidad del colesterol en las condiciones citadas, llegando a la conclusión de que no era conveniente efectuar una extracción con mayor cantidad que 0,5 ml. de suero para 9,5 ml. de alcohol de 95°.

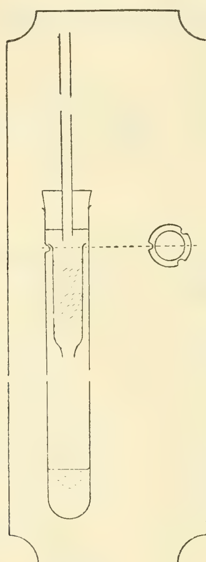
Por otra parte, para establecer la técnica de determinación de colesterol en helados de vainilla, que propusimos al 3er. Congreso Sudamericano de Química reunido últimamente en Río de Janeiro (IX), al pretender utilizar el método de Neuschlosz, nos vimos obligados, después de múltiples ensayos, a substituir el alcohol etílico por el isopropílico, con los resultados que se pueden encontrar en el trabajo citado.

Las ventajas que presenta el alcohol isopropílico respecto al etílico para la extracción del colesterol nos indujo a ensayarlo en las determinaciones de colesterolemia, para lo cual efectuamos una serie de determinaciones comparativas con el método de Myers, llegando a establecer que se puede utilizar mayor concentración de suero sanguíneo, sin invalidar los resultados. Estas experiencias nos permiten afirmar que es posible trabajar con 1 ml. de suero sanguíneo y 9 ml. de alcohol isopropílico, y que los tonos de las coloraciones obtenidas, son muy parecidas a las del testigo, lo que no acontece siempre con otros métodos.

Las técnicas utilizadas son las siguientes:

Método de Myers

Tal cual se describe en Hawk y Bergeim en su obra « Practical Physiological Chemistry » (X).



Para hacer las extracciones necesarias, utilizamos como microextractor uno construído por nosotros con dos tubos de ensayo, según puede verse en el dibujo que se adjunta.

Método propuesto

Reactivos:

1) Solución de colesterol.

a) Solución madre:

Colesterol		0,16	g.
Cloroformo	c. s. p.	100	ml.

b) Solución tipo:

Solución madre		5	ml.
Cloroformo	c. s. p.	100	»

Estas soluciones conviene envasarlas en ampollas cerradas a la lámpara conteniendo cada una aproximadamente 6 ml. de solución.

2) Alcohol propílico secundario (isopropílico).
3) Cloroformo.
4) Anhídrido acético.
5) Acido sulfúrico de densidad 1,84.

Técnica:

Colocar en un tubo de ensayo 1 ml. de suero sanguíneo, añadir 9 ml. de alcohol isopropílico, tapar con tapón de goma y agitar fuertemente; dejar en contacto 15 minutos; filtrar por filtro seco y cubrir el embudo con un vidrio de reloj para evitar evaporaciones. Transferir 2 ml. exactamente medidos del filtrado a una cápsula de porcelana y llevarla a bañomaría hasta sequedad. Colocar la cápsula en estufa a 100° C. durante 10 minutos, y dejarla enfriar en desecador sulfúrico. Disolver el residuo con pequeñas porciones de cloroformo y recoger éstas en un tubo de ensayo graduado hasta completar 5 ml.

Colocar en un tubo de ensayo igual al anterior, 5 ml. de solución tipo (*b*) y efectuar en ambas la reacción de Liebermann-Burchard, para lo cual añadir a cada uno 2 ml. de anhídrido acético y 0,1 ml. de ácido sulfúrico. Tapar ambos tubos con tapón de goma, agitar y llevarlos a un baño de agua de 37° C. de temperatura, dejándolos en estas condiciones 15 minutos

Efectuar la comparación colorimétrica.

Aconsejamos:

1) Trabajar con material perfectamente seco.
2) Medir exactamente la cantidad de ácido sulfúrico.
3) Mantener los tubos en la obscuridad durante el desarrollo de la coloración.
4) Efectuar la comparación colorimétrica con luz artificial, por la gran influencia que sobre la coloración tiene la luz natural.
5) Trabajar con alturas aproximadas de 20 mm. para que las lecturas puedan ser efectuadas con facilidad.

Cálculo:

$$\frac{\text{Altura del testigo}}{\text{Altura del desconocido}} \times 2 = \text{gramos de colesterol por litro de}$$

suero.

Control del método

Exp. N°.	Altura del testigo: 20 mm.			
	Método de Myers		Método propuesto	
	Alt. desc.	g. ‰	Alt. desc.	g. ‰
I	22,2 21,0 20,8 21,9	1,863	20,8 21,0 22,0 20,8	1,891
II	24,8 25,0 25,4 25,0	1,596	23,7 24,0 23,5 24,3	1,675
III	25,2 24,8 25,0	1,60	24,7 24,6 24,7	1,62
IV	23,0 23,8 23,4	1,708	21,3 22,0 21,0	1,866
V	23,7 24,2 24,0	1,66	23,0 23,4 23,7	1,71
VI	21,2 21,0 21,5 20,9	1,89	22,0 22,4 21,8 22,2	1,81
VII	36,5 39,3 36,6 36,0	1,10	36,7 36,4 36,1 36,2	1,10

Conclusiones

1° El método de Neuschlosz para la determinación de colesterolemia es de una exactitud clínica comparable al de Myers.

2° La sencillez de la técnica del método de Neuschlosz permite efectuar esta determinación en un tiempo menor que por la técnica de Myers, y al eliminar el empleo de aparatos relativamente delicados como son los microextractores, facilita las determinaciones en serie.

3° La modificación que proponemos de substituir el alcohol etílico por el isopropílico, permite trabajar con mayor cantidad de suero sanguíneo, con lo que se evitan los errores debidos a la dilución.

BIBLIOGRAFIA

FOLLETOS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS

Por C. C. D.

Nos 598 y 599. — Huber (Michel), *Cours de Démographie et de Statistique Sanitaire.* Dos folletos; 1938.

El primero, de 68 páginas, con algunas figuras, cuesta 15 francos, y trata la Introducción al estudio de las estadísticas demográficas y sanitarias; el otro, de 112 páginas, cuesta 20 francos y trata los métodos de elaboración de las estadísticas demográficas (censos, estado civil y migraciones).

El autor, Miguel Huber, es director de estudios y profesor en el Instituto de estadística; director honorario de la estadística general de Francia.

El curso en cuestión es el dictado por el autor en el Instituto de Estadística de la Universidad de París desde 1923 hasta 1933, y tiene por principal objeto la iniciación a los métodos fundamentales de la estadística aplicada al estudio de las colectividades humanas. En una Introducción se hace una disertación sobre la demografía y su historia; viene, luego, lo relativo a la elaboración y utilización de las estadísticas; un apéndice al primer folleto trata las máquinas utilizadas para las estadísticas.

El segundo folleto se refiere a los censos, tanto en Francia como en otros países; lo mismo para los movimientos de la población como para las migraciones y registros de población.

N° 601 a 605. — Conferencias del « Collège de France », publicadas con los auspicios y fondos de la Fundación Singer-Polignac. Coloquio internacional tenido en dicho « Collège de France » del 10 al 19 de junio 1937, con la presidencia de Pol Bonin. Cinco folletos. 1938. Precios y números de páginas variables. Estos folletos tratan el tema *Les Hormones Sexuelles.* Relator y encargado de la publicación, L. Brouha.

El primer folleto trata las *Propiedades de las Hormonas Sexuales*; está redactado por E. C. Dodds, Ruth Deanesley, R. Courrier, F. Caridroit, A. S. Parkes. 90 páginas; 25 francos; tiene 6 láminas fuera de texto; está escrito en idiomas francés e inglés, y trae resúmenes de las discusiones.

El segundo folleto (nº 602) trata del tema: *Ovulation, Menstruation, Gestation*, y trae comunicaciones de los señores EGDAR ALLEN, G. HARTMAN, S. ZUCKERMAN, L. HISAW y MARC KLEIN; 82 páginas y 3 láminas; escrito en las mismas condiciones que el anterior; 25 francos.

El folleto nº 603 trae comunicaciones de AURA E. SEVERINGHAUS; P. AUCEL; PHILIP E. SMITH; S. ASCCHEIM; F. G. YOUNG, sobre *La Hipófisis*; 78 páginas, varias figuras y dos láminas fuera de texto; dos comunicaciones en inglés y tres en francés; 20 francos.

Nos. 606-607. — CAVAILLES (JEAN), *Remarques sur la formation de la Théorie abstraite des ensembles*. Nº 606. *Préhistoire. La Création de Cantor*. 108 páginas; 25 francos. Nº 607. *Dedekind. Les axiomatisations*. 40 páginas; 12 francos; 1938.

Son los facículos VII y VIII de la serie « Le Progrès de l'Esprit », dirigida por L. Brunschvicg. El autor es ex alumno de la Escuela Normal Superior; agregado de filosofía y doctor en letras.

Después de una Introducción donde se hace una historia de las vicisitudes por las que pasado la teoría de los conjuntos, entra en materia con los números irracionales, serie trigonométrica y teoría del crecimiento, para continuar con la creación cantoriana. El primer fascículo termina con una muy buena bibliografía y un índice de los términos especiales usados en esas teorías. Lo mismo ocurre con el otro fascículo, que se ocupa de Dedekind, la cadena y la axiomática.

La conclusión final es que si las axiomáticas parecen disociar dos teorías: equivalencia, números ordinales (y quizá una tercera donde se estudiaría el problema del continuo), cuya seguridad viene decreciendo, las consideraciones pragmáticas del matemático militante tienen la palabra final. Es en el análisis entero donde se plantea el problema de una existencia y de una aseguración para las cuales una definición del trabajo matemático en su generalidad, es necesaria.

Nos. 608 a 610. — CAVAILLÉS (JEAN), *Méthode Axiomatique et formalisme*. Tres folletos que constituyen los fascículos IX, X y XI de la serie « Le Progrès de l'Esprit », recién mencionado.

El nº 608 tiene 84 páginas, y se ocupa del Problema del fundamento de las matemáticas. La Introducción diserta sobre el problema planteado por la crisis de la teoría de las axiomatizaciones y formalizaciones en el siglo XIX desde Gauss y Bolzano hasta Russel e Hilbert. Precio 20 francos; 1938.

El nº 609 continúa tratando el método axiomático y la definición del sistema formal en general: el formalismo Hilberciano y el análisis. Tiene 66 páginas; vale 18 francos.

El nº 610, titulado, « La no contradicción de la aritmética », tiene 76 páginas, vale 18 francos y se ocupa especialmente de la demostración de no contradicción; trae las conclusiones generales. Cada folleto está acompañado con una bibliografía y con un índice de nombres y de los vocablos usados.

Nº 613. — RYTOV (S.), *Difraction de la Lumière par les Ultra-Sons*; 50 páginas con algunos gráficos; 15 francos; 1938.

Fascículo I de la serie « Acoustique théorique et pratique », dirigida por León Brilloim, profesor en el « Collège de France ». Este último, en un Prefacio, expone los antecedentes del tema tratado. El trabajo de S. M. Rytow, dice, constituye una hermosa contribución al estudio del mismo. Los profesores rusos han contribuído bastante a ese respecto.

He aquí un detalle de los puntos tratados: Espectros de orden $\pm$ 1; efectos de volumen en esos espectros; espectros de órdenes superiores (posición del problema y solución rigurosa); solución aproximada para las ondas ultrasonoras débiles (incidencia oblicua); teoría simplificada de Raman y Negendra-Wath; visibilidad de las ondas ultrasonoras; solución aproximada para las ondas ultrasonoras largas; límites de validez de las soluciones aproximadas; otros estudios teóricos. Al final unas referencias.

Nº 614. — DIENES (PAUL), *Logic of Algebra*. 78 páginas; 18 francos; 1938.

Fascículo III de la serie « Logique et Méthodologie », dirigida por Thomas Greenwood, maestro de conferencias en la Universidad de Londres; el autor es « Reader in Mathematics » en la misma Universidad.

Después de un prefacio donde habla el autor de la crisis de las Matemáticas a raíz de los trabajos de Browner, y después de anunciar que opta por la teoría realista de este autor, que es la de Borel, desarrolla el tema en cuatro capítulos, en los que se ocupa respectivamente de la noción de número entero, desigualdades entre enteros y su consistencia; aritmética; relaciones entre colecciones; inferencia; números reales.

Al final una bibliografía.

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borruat, Luis A.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Canal Feijoo, Bernardo
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Floriani, Luis
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Oliveri, Alfredo B.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Raúl G.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Recce, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo

Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Rodríguez, Germinal
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel

Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo

Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela, Rufino
Varela Gil, José

Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.

Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.

Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano

Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Vistalli, Alina M.
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.

Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone

Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"

Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José

Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo P.
García, Daniel

Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis

Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, Carlos
Rothlin, Edwin
Schmiedecke, Augusto
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Trebino, Natalio
Urciolo, Victorio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.
Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2, Ing. Qüím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Benet, Pedro José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bonazzola, César J.
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Cohan, Marcos
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá, Tolrá Antonio
Kleer, Gregorio
Lachaga, Dámaso A.
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Ing. Agr. José Raúl Ponce; Secretario, Ing. Agr. Julio Tolosa (h); Tesorero, Ing. Cayetano C. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Vocales: Dr. Eduardo Carette; Dr. Mario Bidone; Ing. Alfredo Rosenthal; Sr. Manuel Tellechea; Ing. Agr. Rafael E. Pontis.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Ayala Castagnino, G.
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Carette, Eduardo
Castillo, José
Croce, Francisco M.
Espinosa, Norberto A.
Flor Alvarado, José M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guevara, José R.
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Maveroff, Aquiles
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Navarro Correas, José A.
Paganotto, Juan P.
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Richard, Alfonso E.
Rosales, Ranulfo S.
Rosenthal, Alfrado
Ruíz, Aníbal
Ruíz Leal, Adrián
San Martín, José Benito de
Serra, Luis Angel
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Tolosa, Julio (h)
Toso, Juan F.
Villanueva, Miguel Angel

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretario, Ing. Adolfo P. Grissi; Tesorero, Dr. Carlos Teobaldo; Vocales: Dr. Hilario Magliano, Dra. Juana Cortelezzi; Ing. Juan Sabato; Dr. Federico E. Christmann.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Amarante, Pedro C.
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Basualdo, Washington S.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Canals Frau, Salvador
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E.
Daló, Héctor R.
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Loedel Palumbo, Enrique
Mc Loughlin, Rogelio P.
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño, Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Kinart, Fernando	Amberes
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Shepperd, William R.	Wáshington
Tello, Julio C.	Lima
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma



ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

MARRO 1939 — ENTREGA III — TOMO CXXVII

SUMARIO

Pág.

MATEMATICAS:

JUAN C. VIGNAUX. — Extensiones del teorema de Abel-Stolz y sobre algunas transformaciones funcionales lineales (*Conclusión*) 161

CIENCIAS NATURALES:

VLADIMIR BORZACOV. — El granito y las efusiones basálticas del extremo austral de las sierras de Córdoba (*Conclusión*) 186

CIENCIAS ECONOMICAS:

EMILIO REBUELTO. — Tarifas ferroviarias de utilidad máxima........ 207

NOTAS VARIAS:

W. KNOCHE. — Sobre la etimología de la palabra « garúa » 230

FÉLIX CERNUSCHI. — Nota sobre la presión de un sólido 235

C. C. D. — Bibliografía 237

BUENOS AIRES

CALLE SANTA FE 1145

1939

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escrito. Tienen derecho a la corrección de do pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

EXTENSIONES DEL TEOREMA DE ABEL-STOLZ Y SOBRE ALGUNAS TRANSFORMACIONES FUNCIONALES LINEALES

Por J. C. VIGNAUX

(*Conclusión*)

CAPITULO II

LA TRANSFORMACION DE LE-ROY

19. Le-Roy (1) ha considerado la integral curvilínea

$$\int_C \frac{\varphi(x)}{1-zx}\, ax$$

donde C es una curva abierta o cerrada, para dar una representación analítica, de una función $f(z)$ dada por su desarrollo tayloriano

$$f(z) = \sum_0^\infty a_n z^n ,$$

mediante integrales de aquel tipo.

Aquí nos vamos a ocupar, del estudio de la correspondencia funcional que establece la integral de Le-Roy

$$f(z) = \int_C \frac{\varphi(x)}{1-xz}\, dx \qquad [1]$$

entre una función dada $\varphi(x)$ y la función $f(z)$ definida por la integral [1]. Luego proponemos algunas generalizaciones de la misma.

Trataremos primeramente el caso que la [1] esté tomada sobre el intervalo real (0,1).

(1) *Sur les séries divergentes et les fonctions définies par un dévéloppement de Taylor.* Ann. Toulouse (2) 2 (1900).

Sea la integral

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(t)}{1 - zt}\, dt \qquad [1]$$

donde $\varphi(t)$ es una función integrable y acotada en $(0,1)$, y z una variable compleja: $z = x + iy$. Representaremos los valores de z en el plano coordenado que tiene el mismo eje real t.

La integral [1] tiene un valor finito y bien determinado en el intervalo $(+1, +\infty)$; luego dada la función $\varphi(t)$ esta integral define una función $f(z)$, continua en todo el plano de la variable z, excluyendo los puntos del intervalo $(+1, +\infty)$. Esta correspondencia la indicaremos con la notación

$$f(z) = R[\varphi(x)]$$

A las funciones $\varphi(x)$ y $f(z)$, las llamaremos respectivamente *función generatriz* (R) y *función determinante* (R).

La función $f(z)$ es holomorfa en todo el plano con la cortadura $(+1, +\infty)$.

En efecto; sea C una curva cerrada situada en el plano de la variable z, que no tenga ningún punto común con el segmento $(+1, \infty)$; se tiene

$$\int_C f(z)\, dz = \int_C dz \int_0^1 \frac{\varphi(x)}{1 - xz}\, dx$$

$$= \int_0^1 \varphi(x)\, dx \int \frac{dz}{1 - xz}.$$

La función

$$\frac{1}{1 - xz}$$

es holomorfa en el dominio cerrado limitado por C, luego según el teorema de Cauchy se tiene

$$\int_C \frac{dz}{1 - xz} = 0$$

por tanto, resulta

$$\int_C f(z)\, dz = 0,$$

luego, en virtud del teorema de Morera la $f(z)$ es holomorfa en el interior de C.

Derivación. — Las derivadas sucesivas de la función holomorfa

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)}{1 - xz} dx$$

se deducen fácilmente derivando bajo la integral respecto de z. Se tiene

$$f'(z) = \int_0^1 \frac{x \,.\, \varphi(x)}{(1 - zx)^2} dx$$

$$f''(z) = 2! \int_0^1 \frac{x^2 \varphi(x)}{(1 - zx)^4} dx$$

. . . . . .

$$f^{(n)}(z) = n! \int_0^1 \frac{x^n \varphi(x)}{(1 - xz)^{n+1}} dx. \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots$$

En particular, para $z = 0$

$$\frac{f^{(n)}(0)}{n!} = \int_0^1 x^n \varphi(x)\, dx$$

20. *Propiedades fundamentales.* — Vamos a deducir algunas propiedades fundamentales de la transformada (R).

Sea

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(z)}{1 - zx} dx, \quad [1] \qquad g(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)}{1 - xz} dx \quad [2]$$

Puesto que

$$f(z) \pm g(z) = \int_0^1 \frac{\theta(x)}{1 - zx} dx$$

donde

$$\theta(x) = \varphi(x) \pm \psi(x)$$

resulta: *La suma* (diferencial) *de dos transformadas* (R) *es una transformada* (R), *cuya generatriz es la suma* (diferencia) *de las generatrices de los primeros.*

Probaremos ahora que el producto de dos transformadas (R) es una transformada (R) (1).

Haciendo el producto de las integrales [1] y [2], se tiene

$$f(z) \,.\, g(z) = \int_0^1 \int_0^1 \frac{\varphi(u)\, \psi(v)}{(1 - uz)(1 - vz)} du\, dv$$

(1) Seguiremos un razonamiento análogo al utilizado por M. Borel para el caso análogo del producto de integrales de Stieltjes (*Leçons sur les séries divergentes*, París, 1928, pág. 79).

El núcleo de esta integral doble se puede escribir en la forma siguiente

$$\frac{1}{(1-uz)(1-vz)} = \left[\frac{1}{1-uz} - \frac{1}{1-vz}\right] \frac{1}{z(u-v)}$$

luego la relación anterior resulta

$$z f(z) g(z) = J_1(z) + J_2(z) \qquad [2]$$

donde

$$J_1(z) = \int_0^1 \int_0^1 \frac{\varphi(u) \ \psi(v)}{(u-v)(1-uz)} du \, dv$$

$$J_2(z) = \int_0^1 \int_0^1 \frac{-\varphi(u) \ \psi(v)}{(u-v)(1-vz)} du \, dv$$

Estas integrales no tienen sentido debido a la presencia del factor $(u-v)$ en el denominador. En cambio existe el *valor principal* en el sentido de Cauchy.

La integral J_1 se puede poner en la forma

$$J_1 = \int_0^1 \frac{\varphi(u)}{1-uz} \left[\int_0^1 \frac{\psi(v) \, dv}{u-v}\right] du$$

$$= \int_0^1 \frac{\varphi(u) \, T(u)}{1-uz} du$$

donde

$$T(u) = \int_0^1 \frac{\varphi(v) \, dv}{u-v}$$

Del mismo modo

$$J_2 = \int_0^1 \frac{\psi(v)}{1-vz} \left[\int_0^1 \frac{-\varphi(u) \, du}{u-v}\right] dv$$

$$= \int_0^1 \frac{\varphi(v) \, S(v)}{1-vz} dv$$

donde

$$S(v) = \int_0^1 \frac{-\varphi(u)}{u-v} du \cdot \qquad (\beta)$$

Según la definición de valor principal de una integral definida, se tiene

$$T(u) = \lim_{\delta \to 0} \left[\int_0^{u-\delta} \frac{\psi(v)\, dv}{u - v} + \int_{u+\delta}^1 \frac{\varphi(v)\, dv}{u - v} \right]$$

donde $\delta > 0$.

La integración por parte nos da

$$\int_0^{u-\delta} \frac{\psi(v)\, dv}{u - v} = \Big| -\varphi(v) \log(u - v) \Big|_0^{u-\delta} + \int_0^{u-\delta} \log(u - v)\, \psi'(v)\, dv$$

$$= -\varphi(u - \delta) \log \delta + \psi(0) \log u +$$

$$+ \int_0^{u-\delta} \log(v - u)\, \varphi'(v)\, dv$$

y análogamente

$$\int_{u-\delta}^1 \frac{\psi(v)\, dv}{u - v} = -\psi(1) \log u + \psi(u + \delta) \log \delta +$$

$$+ \int_{u-\delta}^1 \log(v - u)\, \psi'(v)\, dv$$

Luego la suma de las integrales que figuran dentro del corchete es igual a

$$[\psi(0) - \psi(1)] \log u + [\psi(u + \delta) - \psi(u - \delta)] \log \delta$$

$$+ \int_0^{u-\delta} \log(v - u)\, \psi'(v)\, dv + \int_{u-\delta}^1 \log(v - u)\, \psi'(v)\, dv$$

Supongamos además que $\psi'(u)$ existe y sea acotada; entonces resulta

$$\log \delta\, [\psi(u + \delta) - \psi(u - \delta)] = 2\, \delta\, .\, \log \delta\, .\, \psi'(u + \theta\delta),\ |\theta| < 1$$

por tanto el primer miembro de esta relación tiende a cero cuando $\delta \longrightarrow 0$.

Se tiene finalmente

$$T(u) = \lim_{\delta \to 0} \left[\int_0^{u-\delta} + \int_{u+\delta}^1 \right] = [\psi(0) - \psi(1) \log u +$$

$$+ \int_0^1 \psi'(v) \log |v - u|\, dv$$

Razonando en la misma forma, se prueba que el valor principal de la integral $S(v)$ existe (1).

Según esto, la relación [2] se puede escribir

$$zf(z)\,g(z) = \int_0^1 \frac{\omega(x)}{1-xz}\,dx$$

donde

$$\boxed{\omega(z) = \varphi(x)\,T(x) + \psi(x)\,S(x)} \qquad (\gamma)$$

Por tanto,

Si

$$f(z) = R\,[\varphi(x)] \quad , \quad g(z) = R\,[\psi(x)]$$

resulta

$$zf(z)\,.\,g(z) = R\,[\omega(x)]$$

donde $\omega(x)$ *está dada por la relación* (γ).

La transformación de Le Roy tiene además, las dos propiedades siguientes:

Sea

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)}{1-xz}\,dx \qquad [1]$$

y veamos cuál es la transformada (R) de la función: $x\,\varphi(x)$.

Pongamos

$$g(z) = \int_0^1 \frac{x\;\varphi(x)}{1-xz}\,dx$$

se tiene

$$\frac{x}{1-xz} = \left(-1 + \frac{1}{1-xz}\right)\frac{1}{z}$$

luego

$$g(z) = -\frac{1}{z}\int_0^1 \varphi(x)\,dx + \frac{1}{z}\int_0^1 \frac{\varphi(x)\,dx}{1-xz}$$

$$= \frac{1}{z}\Big[f(z) - C\Big]$$

de donde resulta

$$\frac{1}{z}f(z) = \int_0^1 \frac{x\,\varphi(x)}{1-xz}\,dx + \frac{C}{z}$$

(1) Para establecer este valor principal, se ha supuesto que las funciones generatrices $\varphi(x)$ y $\psi(x)$ sean derivables, a fin de simplificar los cálculos.

De aquí, se deduce igualmente que

$$\frac{1}{z^2} f(z) = \int_0^1 \frac{x^2 \varphi(x)}{1 - xz} dx + \frac{C}{z^2} + \frac{C_1}{z}$$

y en general,

$$\frac{1}{z^n} f(z) = \int_0^1 \frac{x^n \varphi(x)}{1 - xz} dx + A_n(z)$$

donde $A(z)$ es un polinomio de grado n en la variable $\frac{1}{z}$.

Por tanto: *si la función $f(z)$ es la determinante (R) de la función $\varphi(x)$, la función $x^n \varphi(x)$ tiene por determinante (R) a la función*

$$\frac{1}{z^n} f(z),$$

a menos de un polinomio en $\frac{1}{z}$ de grado n.

Consideremos nuevamente la relación [1] y supongamos además que la generatriz $\varphi(x)$ sea derivable. Veamos cómo se obtiene la transformada (R) de la derivada $\varphi'(x)$.

Pongamos

$$h(z) = \int_0^1 \frac{\varphi'(x)}{1 - xz} dx,$$

la integración por parte nos da

$$h(z) = \left| \frac{\varphi(x)}{1 - xz} \right|_{x=0}^{x=1} - \int_0^1 \varphi(x) \frac{z}{(1 - x)^2} dx$$

$$= \frac{\varphi(1)}{1 - z} - \frac{\varphi(0)}{1} - z \int_0^1 \frac{\varphi(x)}{(1 - xz)^2} dx$$

es decir

$$h(z) = \frac{\varphi(1)}{1 - z} - \varphi(0) - z f'(z).$$

Por tanto

$$z f'(z) = - \int_0^1 \frac{\varphi'(z)}{1 - xz} dx + A(z).$$

21. *Desarrollo de Taylor.* — Determinemos el desarrollo tayloriano de la función determinante (R), en la proximidad del origen. Para ello, partamos del desarrollo de su núcleo

$$\frac{1}{1 - xz} = \sum_0^\infty (xz)^n.$$

Puesto que esta serie de potencias es uniformemente convergente para $|z| < 1$ y todo t de $(0,1)$; resulta entonces

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)}{1 - xz} dx = \int_0^1 \varphi(x) \left(\sum_0^\infty (xz)^n \right) dx$$

$$= \sum_0^\infty z^n \int_0^1 x^n \varphi(x)\, dx.$$

Poniendo

$$a_n = \int_0^1 x^n \varphi(x)\, dx$$

el desarrollo de $f(z)$ es

$$f(z) = \sum_0^\infty a_n z^n$$

El radio de convergencia de esta serie que se determina por el teorema de Cauchy-Hadamar, resulta: $R \leq 1$.

La función $f(z)$ coincide en el interior del círculo de convergencia con la suma de la serie [1]; por tanto, esta integral da la prolongación analítica en todo el plano de la función representada por esta serie.

Los puntos singulares de $f(z)$ solamente pueden estar situados en el intervalo $(+1, +\infty)$. En particular, si el radio de convergencia es $R = 1$, la función tiene solamente un punto singular: $z = 1$.

La $f(z)$ tiene como *cortadura* el segmento $(+1, +\infty)$ de la Ox. Esta cortadura es *esencial* si la generatriz $\varphi(x)$ no es analítica en el intervalo abierto $(0 < x < 1)$. En cambio si la $\varphi(x)$ es holomorfa en un área que contiene este segmento en su interior, entonces la integración se puede efectuar a lo largo de una curva de extremos 0 y 1; de donde se concluye que la cortadura no es *esencial* y que la función $f(z)$ no tiene otros puntos singulares que $z = 1$ y $z = +\infty$.

22. *Desarrollo en serie de polinomios.* — Vamos ahora a probar que la función $f(z)$ determinante (R) puede estar representada, en todo dominio D cuyo contorno no tenga ningún punto común con la

cortadura $(+1, \infty)$, por una serie uniformemente convergente de polinomios, cuyos coeficientes están determinados en función de su generatriz $\varphi(z)$. Para ello utilizaremos un razonamiento ya clásico, debido a M. Borel [1].

Sea

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)\, dx}{1 - xz} \qquad [1]$$

sabemos que la función $\frac{1}{1-t}$ puede ser desarrollada en serie uniformemente convergente de polinomios, en toda región del plano a distancia finita, cuyo contorno no tiene ningún punto común con el segmento $(+1, +\infty)$ del eje real. Sea entonces,

$$\frac{1}{1-t} = \sum_0^\infty P_n(t)$$

uno de estos desarrollos. El término general $P_n(t)$ es un polinomio de grado m

$$P_n(t) = C_{0n} + C_{1n}\, t + \ldots + C_{n,n}\, t^m$$

Según esto, el núcleo de la integral [1] admite el desarrollo en serie de polinomios

$$\frac{1}{1-xz} = \sum_0^\infty P_n(xz)$$

uniformemente convergente, en un cierto dominio que se deduce del anterior por la transformación

$$t = xz$$

donde x varía en el intervalo $(0,1)$.

En virtud de la convergencia uniforme, resulta entonces

$$f(z) = \int_0^1 \varphi(x) \left(\sum_0^\infty P_n(xz) \right) dx =$$

$$= \sum_0^\infty \int_0^1 \varphi(x) \,.\, P_n(xz)\, dx = \sum_0^\infty Q_n(z)$$

(1) E. Borel, *Loc. cit.*

donde

$$Q_n(z) = \int_0^1 \varphi(x)\, P_n(xz)\, dx$$

representa un polinomio en z. La expresión de este polinomio se calcula, teniendo presente que

$$P_n(xz) = C_{0\,n} + C_{1\,n}(xz) + \ldots + C_{m,\,n}(xz)^m$$

luego

$$Q_n(z) = \sum_{p=0}^{m} C_{p,\,n}\, z^p \int_0^1 \varphi(x)\, x^p\, dx$$

$$= \sum_{p=0}^{m} C_{p,\,n}\, a_p\, z^p$$

donde

$$a_p = \int_0^1 \varphi(x)\, x^p\, dx\,.$$

Se ve que, para todo punto z de la estrella rectilínea, resulta el desarrollo

$$f(z) = \sum_0^{\infty} Q_n(z)\,,$$

el cual, es también uniformemente convergente, en todo dominio D interior a la estrella.

23. *Relación con la integral de Borel.* — Consideremos la función $f(z)$ definida por la integral de Le-Roy

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)\, dx}{1 - xz}\,, \qquad [1]$$

y sea

$$f(z) = \sum_0^{\infty} a_n z^n \qquad [2]$$

donde

$$a_n = \int^1 x^n\, \varphi(x)\, dx\,,$$

su desarrollo de Taylor, convergente en el círculo de radio $R \leqq 1$.

Si aplicamos a la serie divergente [2], el proceso de sumación de M. Borel (1), debemos considerar su función asociada

$$\psi\,(xt) = \sum_0^\infty \frac{a_n}{n!}\,(zt)^n$$

luego la integral de Borel, será

$$f\,(z) = \int_0^\infty e^{-t}\,\psi\,(zt)\,dt \qquad [3]$$

tomada sobre el semi-plano real positivo.

Como los puntos singulares de la función $f\,(z)$ definida por la serie [2] en los puntos interiores de su círculo de convergencia, se encuentran en el intervalo $(+\,1,\ +\,\infty)$; el polígono de sumabilidad se reduce al semiplano que contiene el origen y limitado por la recta paralela al eje $0y$, trazada por el punto singular $z = 1$ más próximo del origen.

Por tanto, la integral de Borel [3] representa a la función determinante (R) en el semi-plano: $R\,(z) < 1$.

Se puede lograr un resultado más general, tomando la integral de Borel sobre un semi-rayo de origen 0, en lugar del camino real. En efecto: sea Δ uno de estos semi-rayos de argumento φ, y consideremos la integral de Borel

$$\int_0^\infty e^{-t}\,\psi\,(tz)\,dt \qquad [4]$$

donde t pertenece a Δ. Ella define la misma función $f\,(z)$ en todo el semi-plano D determinado del siguiente modo. Por el punto $z = 1$ tracemos la perpendicular (δ) al semi-rayo Δ' de argumento $(-\,\varphi)$. El dominio de convergencia D de la integral [4] es el semi-plano limitado por la recta (δ) y que contiene el origen (2).

(1) E. Borel, *Leçons sur les series divergentes,* Gauthier-Villard, París 1928.

(2) J. C. Vignaux, *Sobre la sumación de la serie de Taylor en una estrella rectilínea.* Publicación de la Univ. de Buenos Aires (1924).

La idea de considerar caminos radiales para la integral de M. Borel, creo que se inicia en este trabajo; donde se determina la región de sumabilidad (B) en el caso que la función definida por su desarrollo de Taylor

$$f\,(z) = \sum_0^\infty a_n\,z^n$$

tiene *uno* o *dos* puntos singulares. El problema general fué completamente resuelto

De este modo se consigue la prolongación analítica de la función $f(z)$ definida por la serie [2] a toda su estrella rectilínea de rayo $(+1, \infty)$.

24. *Prolongación analítica.* — La solución dada por Hausdorff, Polya y Amoroso, del problema de los momentos del tipo

$$a_n = \int_0^1 x^n \varphi(x)\, dx \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \quad [1]$$

permite resolver completamente el problema de prolongación analítica propuesto por M. Le-Roy.

Si se da una función $f(z)$ definida por su desarrollo de Taylor

$$f(z) = \sum_0^\infty a_n z^n \qquad [2]$$

cuyo radio de convergencia se supone igual a la unidad, y sus puntos singulares estén en el intervalo $(+1, +\infty)$; entonces la $f(z)$ se puede expresar en toda su estrella rectilínea por una integral de Le-Roy. En efecto; dada la sucesión $\{a_n\}$ se puede determinar una función $\varphi(x)$ solución de la [1]; por tanto, la [2] se puede escribir

$$f(z) = \sum_0^\infty z^n \int_0^1 x^n \varphi(x)\, dx = \int_0^1 \varphi(x)^n \left(\sum_0^\infty (xz) \right) dx$$

es decir

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)}{1 - xz}\, dx.$$

Mientras la integral de M. Borel, tomada sobre el camino real, permite solamente representar la $f(z)$ definida por la serie de potencia [2] en el semiplano $R(z) < 1$, la integral de M. Le-Roy permite representarla en todo el plano en el cual se ha efectuado la *cortadura* $(+1, +\infty)$ sobre el eje real; y esta representación tiene la gran ventaja de ser *única* y además de estar expresada mediante una integral entre límites finitos muy sencilla.

---

independientemente, adoptando también caminos radiales, por el profesor G. Doestch, en varios trabajos interesantes. Véase: G. DOETSCH, *Theorie und Anwendung der Laplace-transformation,* A. (1937) p. 77, y la bibliografía que adjunta.

25. Los resultados anteriores se pueden extender a las integrales de Le-Roy

$$f(z) = \int_C \frac{\varphi(t)}{1 - tz}\, dt$$

donde C es un arco de curva y $\varphi(t)$ función de los puntos de C.

Más general que la transformación (R) es la definida por la relación

$$f_{(\alpha)}(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)\, dx}{(1 - xz)^\alpha}$$

donde α es un número real: $\alpha \neq -1, -2, -3, \ldots$ que llamaremos *transformación* (R) *de orden* α.

El caso particular $\alpha = 1$ corresponde al estudiado.

Si $|z| < 1$, el núcleo de esta integral

$$\frac{1}{(1 - xz)^\alpha}$$

puede ser desarrollado en una serie uniformemente convergente para todos los valores reales de x del intervalo $(0,1)$

$$\frac{1}{(1 - xz)^\alpha} = \sum_0^\infty \frac{\alpha(\alpha + 1) \ldots (\alpha + n - 1)}{n!} (xz)^n.$$

Multiplicando todos los términos por $\varphi(x)$, se obtiene una nueva serie, la cual se puede integrar término a término, es decir

$$f_\alpha(z) = \int_0^1 \varphi(x)\, x^n \left(\sum_0^\infty \frac{\alpha(\alpha + 1) \ldots - (\alpha + n - 1)}{n!} z^n \right) dx$$

$$= \sum_0^\infty \frac{\alpha(\alpha + 1) \ldots (\alpha + n - 1)}{n!} z^n \int_0^1 \varphi(x)\, x^n\, dx$$

$$= \sum_0^\infty \frac{a_n}{n!} \alpha^{(n} . z^n$$

donde

$$a_n = \int_0^1 \varphi(x)\, x^n\, dx$$

y

$$\alpha^{(n} = \alpha(\alpha + 1) \ldots (\alpha + n - 1).$$

Se puede considerar la transformada de Le-Roy, adoptando integrales en el sentido de Stieltjes; es decir

$$f(z) = \int_0^1 \frac{d\,\varphi(x)}{1 - xz}$$

que llamaremos *transformación* de Le-Roy-Stieltjes. Nos limitaremos aquí a señalar estas nuevas cuestiones, que será tema de estudios posteriores.

26. *Transformada doble de Le-Roy.* — Vamos a ocuparnos ahora brevemente sobre la integral doble

$$f(z, w) = \int_0^1 \int_0^1 \frac{\varphi(x, y)}{(1 - xz)(1 - yw)} dx\, dy.$$

A cada función real $\varphi(x, y)$ definida en el cuadrado $\{0 \leq x \leqq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ corresponde una función compleja $f(z, w)$ de las variables complejas z y w, que llamaremos la transformada de Le-Roy doble.

$$f(z, w) = R[\varphi(x, y)].$$

Representemos las variables complejas z y w respectivamente en sus planos coordenados, en los cuales se ha hecho las cortaduras $(+1, +\infty)$ y $(+1, +\infty)$ sobre sus ejes reales.

La función $f(z, w)$ es holomorfa en este sistema de planos asociados. En efecto; sea C y C' dos curvas cerradas respectivamente situadas en cada uno de los planos de las variables z, w y cuyos contornos no tengan ningún punto común con las cortaduras; se tiene entonces

$$\int_C \int_{C'} f(z, w)\, dz\, dw = \int_0^1 \int_0^1 \varphi(x, y)\, dx\, dy \int_C \int_{C'} \frac{dz\, dw}{(1 - xz)(1 - yw)}$$

y como la función

$$\frac{1}{(1 - xz)(1 - yw)}$$

es holomorfa en el dominio cerrado; resulta

$$\int_C \int_{C'} \frac{dz\, dw}{(1 - zx)(1 - y)} = 0$$

luego

$$\int_C \int_{C'} f(z, w)\, dx\, dz = 0$$

por tanto la función $f(z, w)$ es holomorfa en el dominio asociado $[C, C']$.

Sus derivadas parciales sucesivas se obtienen con la fórmula

$$\frac{\partial^{m+n} f}{\partial z^m\, \partial w^n} = m!\, n! \int_0^1 \int_0^1 \frac{(-1)^{m+n}\, x^m\, y^n\, \varphi(x, y)\, dx\, dy}{(1 - xz)^{m+1}\, (1 - y)^{n+1}}$$

$$(m, n = 0, 1, 2, \ldots)$$

El núcleo tiene el siguiente desarrollo

$$\frac{1}{(1 - xz)\,(1 - yw)} = \sum_0^\infty \sum_0^\infty (xz)^m\, (yw)^n$$

uniformemente convergente para $\{\, |z| < 1,\ 0 \leq x \leq 1,\ |w| < 1,\ 0 \leq y \leq 1 \,\}$; se deduce entonces que

$$f(z, w) = \int_0^1 \int_0^1 \varphi(x, y) \left(\sum_0^\infty \sum_0^\infty (xz)^m\, (yw)^n \right) dx\, dy$$

$$= \sum_0^\infty \sum_0^\infty z^m\, w^n \int_0^1 \int_0^1 x^m\, y^n\, \varphi(x, y)\, dx\, dy$$

es decir

$$f(z, w) = \sum_0^\infty \sum_0^\infty a_{m, n}\, z^m\, w^n \qquad [2]$$

donde

$$\boxed{a_{m, n} = \int_0^1 \int_0^1 x^m\, y^n\, \varphi(x, y)\, dx\, dy} \qquad [3]$$

La [2] da el desarrollo tayloriano de la función $f(z, w)$ definiad por la integral doble [1].

Para resolver el problema recíproco, es decir, representar por una integral doble de Le-Roy, una función definida por su desarrollo [2], en el sistema de círculos $\{\, |z| < 1,\ |w| < 1 \,\}$; es necesario resolver el siguiente problema, que llamaremos de los *momentos dobles*

de Le-Roy-Hausdorff: *dada la sucesión doble* $a_{m,n}$ *determinar una función única* $\varphi(x, y)$ *de dos variables reales, tal que*

$$a_{m,n} = \int_0^1 \int_0^1 x^m y^n \varphi(x, y)\, dx\, dy \qquad (m, n = 0, 1, \ldots)$$

La aplicación del método de sumación de Borel a la serie doble de potencias [2] nos conduce al siguiente resultado.

La función asociada, es

$$\psi(zx, wy) = \sum_0^\infty \sum_0^\infty a_{m,n} \frac{(zx)^m}{m!} \frac{(wy)^n}{n!}$$

luego la integral doble de Borel, resulta

$$f(z, w) = \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-x-y} \psi(zx, wy)\, dx\, dy \qquad [3]$$

donde x e y son reales y positivas (1).

Si en los puntos: $z = 1$ y $w = 1$, trazamos las rectas δ y δ' paralelas a los ejes imaginarios, la integral doble [3] converge en el semi-plano asociado $\{ |z| < 1, \ |w| < 1. \}$

(1) J. C. Vignaux, *a*) *Sobre el método de sumación exponencial para las series dobles.* Publicaciones de la Fac. de Ciencias exactas de Buenos Aires, Enero 1933.

b) *Sulla sommabilita della serie doppia de Taylor col método exponentiale.* Pontificia. Accad. della Sc. 1933.

c) *Sur la sommation de la série double de Taylor divergente,* Accad. R. de Belgique (1933).

CAPITULO III

LA TRANSFORMACION DE HEINE

27. INTRODUCCION. — La integral definida

$$f(z) = \int_a^b \frac{\varphi(x)}{z - x} dx \qquad [1]$$

donde $\varphi(x)$ es una función dada e integrable en (a, b), ha sido utilizada frecuentemente por Heine en sus interesantes investigaciones sobre las *funciones de Lamé* (1), y por L. Schlessinger (2) en el estudio de las *ecuaciones diferenciales lineales.* Ella tiene, en efecto, la propiedad siguiente: si $\varphi(x)$ es una integral de una ecuación diferencial llineal a coeficientes racionales

$$\Delta\, \varphi(x) = 0, \qquad [2]$$

la función $f(z)$ definida por la (1), satisface a la ecuación lineal *no omogénea.*

$$\Delta\, \varphi(x) = \psi(x), \qquad [3]$$

donde $\psi(x)$, es *función racional.*

La transformada de una función $\varphi(x)$ en otra $f(z)$ por medio de la relación (1) ha sido denominada por S. Pincherle *transformación de Heine,* en una breve Nota (3).

Más general que la anterior, Pincherle considera la integral

$$f(z) = \int_C \frac{\varphi(t)}{t - z} dt$$

sobre una curva C abierta o cerrada del plano, siendo $\varphi(t)$ una función de la variable t sobre C.

(1) H. HEINE, *Journal de Crelle,* t. LX, LXI, LXII.
(2) L. SCHLESINGER, *Handbuch der linearen Differential.* Gleichungen. Berlin.
(3) S. PINCHERLE, *Funzioni Analitiche,* 1923.

En este capítulo, vamos a estudiar esta correspondencia funcional, dando algunas propiedades nuevas y estableciendo su relación con el problema de la prolongación analítica. Finalmente proponemos algunas generalizaciones.

Consideremos la integral definida

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)}{x - z} dx \qquad [1]$$

donde $\varphi(x)$ es una función de la variable real x de (0,1), y tal que la integral

$$\int_0^1 |\varphi(x)| \, dx$$

exista. Representaremos la variable compleja z en el mismo plano coordenado.

La función $f(z)$ definida por la (1), tiene un valor finito y bien determinado en todo punto z no situado en el intervalo (0,1), puesto que en este caso el integrando carecería de sentido.

Por tanto, dada la función integrable $\varphi(x)$ en (0,1) la (1) determina una función $f(z)$ de la variable compleja z, continua en todo el plano, en el cual se ha hecho la *cortadura* (0 — 1) sobre el eje real. Esta correspondencia funcional se llama *transformación de Heine* y se indica con la notación

$$f(z) = H[\varphi(x)].$$

A las funciones $f(x)$ y $f(z)$ llamaremos *generatriz* (H) y *determinante* (H) respectivamente.

La función $f(z)$ es holomorfa en todo el plano de la variable z en el cual se ha efectuado la cortadura (0 ... 1). En efecto; sea C una curva cerrada tal que el segmento (0,1) sea completamente exterior al dominio D limitado por C; se tiene

$$\int_c f(z) \, dz = \int_c dz \int_0^1 \frac{\varphi(x) \, dx}{x - z} = \int_0^1 \varphi(x) \, dx \int_c \frac{dz}{x - z}$$

y como la función $\dfrac{1}{x - z}$ es holomorfa para todo punto z de D y x del intervalo (0,1), resulta por el teorema de Cauchy

$$\int_C \frac{dz}{x - z} = 0.$$

luego

$$\int_C f(z)\, dz = 0;$$

por tanto, según el teorema de Morera, la función $f(z)$ es holomorfa en D.

Las derivadas sucesivas de $f(z)$ se obtienen derivando sucesivamente bajo signo integral

$$f'(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)\, dx}{(x - z)^2}$$

$$f''(z) = 2! \int_0^1 \frac{\varphi(x)\, dx}{(x - z)^3}$$

. . . . .

$$f^{(n)}(z) = n! \int_0^1 \frac{\varphi(x)\, dx}{(x - z)^{n+1}} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

Propiedades. — I. *Si*

$$f(z) = H[\varphi(x)] \quad , \quad g(z) = H[\varphi(x)]$$

resulta entonces

$$f(z) + g(z) = H[\theta(x)]$$

donde

$$\theta(x) = \varphi(x) + \psi(x).$$

La demostración es inmediata.

II. *Si*

$$f(z) = H[\varphi(x)] \quad , \quad g(x) = H[\psi(x)]$$

y las generatrices $\varphi(x)$ *y* $\psi(x)$ *son derivables en* $(0, 1)$, *entonces*

$$f(z)\, g(z) = H[w(x)]$$

donde

$$\omega(x) = \varphi(x) \int_0^1 \frac{\psi(v)\, dv}{v - x} + \psi(x) \int_0^1 \frac{-\varphi(v)\, dv}{v - x}$$

En efecto; se tiene

$$f(z) \cdot g(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(u)\, du}{u - z} \int_0^1 \frac{\varphi(v)\, dv}{v - z} \qquad]1]$$

$$= \int_0^1 \int_0^1 \frac{\varphi(u)\, \varphi(v)}{(u - v)\,(v - z)}\, du\, dv$$

El núcleo de esta integral doble se puede escribir del siguiente modo

$$\frac{1}{(u - v)\;(v - z)} = \left[\frac{1}{u - z} - \frac{1}{v - z}\right] \frac{1}{v - u}\,,$$

por tanto

$$f(z) \cdot g(z) = \int_0^1 \int_0^1 \frac{\varphi(u)\, \varphi(v)}{(u - z)\,(v - u)}\, du\, dv +$$

$$+ \int_0^1 \int_0^1 \frac{-\varphi(u)\, \psi(v)}{(v - z)\,(v - u)}\, du\, dv = I_1 + I_2$$

Además, se tiene

$$I_1 = \int_0^1 \frac{\varphi(u)}{u - z} \left[\int_0^1 \frac{\psi(v)\, dv}{v - u}\right] du = \int_0^1 \frac{\varphi(u)\; T\,(u)\, du}{u - z}$$

donde

$$T(u) = \int_0^1 \frac{\psi(v)\, dv}{v - u} \qquad (\alpha)$$

y

$$I_2 = \int_0^1 \frac{\psi(v)}{v - z} \left[\int_0^1 \frac{-\varphi(u)\, du}{v - u}\right] dv = \int_0^1 \frac{\psi(v)\; s\,(u)\, du}{v - z}$$

donde

$$S(v) = \int_0^1 \frac{-\varphi(u)\, du}{u - v} \qquad (\beta)$$

Estas integrales están tomadas en el sentido de *valor principal* de Cauchy, y su existencia se prueba en forma análoga al caso ya tratado para la transformada de Le-Roy.

Teniendo presentes estos resultados, la igualdad (1) resulta finalmente

$$f(z) \cdot g(z) = \int_0^1 \frac{\omega(x)\, dx}{x - z}$$

donde

$$\omega(x) = \varphi(x)\, T(x) + \psi(x)\, S(x)$$

$T(x)$ y $S(x)$ expresan las integrales (*1*) y (2).

28. Desarrollo en serie de potencias. — Como todos los puntos singulares de la función $f(z)$ están situados en el intervalo (0, 1), su desarrollo en serie de potencias de $\frac{1}{z}$, se deduce del siguiente modo. Sea

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)\, dx}{x - z}, \qquad [1[$$

podemos escribir

$$\frac{1}{z - x} = \frac{1}{z} \cdot \frac{1}{1 - \frac{x}{z}} = \frac{1}{z} + \frac{x}{z^2} + \ldots + \frac{x^n}{z^{n+1}} + \ldots$$

desarrollo convergente uniformemente para todo x de (0, 1) y $|z| > 1$; luego la (1) resulta

$$f(z) = -\int_0^1 \varphi(x) \left(\sum_0^\infty \frac{x^n}{z^{n+1}} \right) dx = \sum_0^\infty \frac{-1}{z^{n+1}} \int_0^1 x^n \varphi(x)\, dx.$$

Si ponemos

$$a_n = -\int_0^1 x^n \varphi(x)\, dx,$$

se tiene

$$f(z) = \sum_0^\infty \frac{a_n}{z^{n+1}}$$

y esta relación vale para todos los puntos exteriores del círculo de centro en el origen y radio $R \leq 1$.

El punto en el infinito $r = \infty$, pertenece al campo de regularidad de la $f(z)$ y el desarrollo tayloriano relativo está dado por la (2).

Supongamos ahora que la función $f(z)$ esté definida por su desarrollo tayloriano

$$f(z) = \sum_0^\infty \frac{\alpha_n}{z^{n+1}} \qquad [3]$$

en los puntos exteriores a un círculo de centro en el origen y radio $R \leq 1$; esta función se puede expresar por una integral (4). En efecto, como el problema de los momentos de Le Roy-Hausdorff

$$\alpha_n = -\int_0^1 x^n \varphi(x)\, dx$$

admite solución $\varphi(x)$ única, entonces la (3) se puede escribir

$$f(z) = \sum_0^\infty \frac{-1}{z^{n+1}} \int_0^1 x^n \varphi(x)\, dx =$$

$$= -\int_0^1 \varphi(x) \left[\frac{1}{z} \sum_0^\infty \left(\frac{x}{z} \right)^n \right] dx =$$

$$= \int_0^1 \frac{\varphi(x)}{z\left(1 - \frac{x}{v}\right)} dx$$

es decir

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)}{x - z} dx.$$

29. La integral de Heine se puede transformar en una integral de Laplace como sigue:

Sea

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(z)}{z - x} dx, \qquad [1]$$

su núcleo, se puede escribir

$$\frac{1}{z - x} = \int_0^\infty e^{-t(z-x)}\, dt \qquad (t \geq 0) \qquad [2]$$

para todo z tal que: $R(z - x) > 0$. Como el punto x pertenece al intervalo (0, 1), la integral (2) converge en el semi-plano $R(z) > 1$, y la convergencia es además uniforme en toda región cuyo contorno no tenga ningún punto común con la recta de convergencia $R = 1$; se tiene entonces

$$f(z) = \int_0^1 \varphi(x) \left[\int_0^\infty e^{-tz+xt}\, dt \right] dx$$

$$= \int_0^\infty e^{-tz} \left[\int_0^1 \varphi(x)\, e^{xt}\, dx \right] dt$$

pues la permutación de la integración es legítima en el caso presente (1).

Finalmente, si llamamos con $\psi(t)$ la transformada de Laplace limitada,

$$\psi(t) = \int_0^1 e^{xt} \varphi(x)\, dx \qquad [3]$$

la relación anterior se puede escribir

$$f(z) = \int_0^\infty \psi(t)\, e^{-zt}\, dt$$

integral de Laplace de camino real y cuya generatriz (L), es la determinante (L_1), de la generatriz (H).

Teniendo presente que la generatriz $\psi(t)$ de la transformada de Laplace es entera, se puede también de aquí concluir, en virtud de un conocido teorema de Pincherle, que la función $f(z)$ es regular y nula en el infinito.

La función definida por la integral de Heine, se puede expresar, por ser holomorfa y nula en el infinito, mediante una integral de Laplace

$$f(z) = \int_0^\infty e^{-zt} F(t)\, dt$$

cuya generatriz $F(z)$ entera, se determina por la fórmula de inversión de Rieman (2)

$$F(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_C f(z)\, e^{zt}\, dz$$

donde C es una curva cerrada cualquiera del plano z que contiene en su interior el segmento $(0, 1)$ (en el cual se encuentran situados todos los puntos singulares de $f(z)$.

La representación de la función $f(z)$ mediante una integral de Laplace de camino real se puede generalizar adoptando caminos radiales en el plano de la variable z, según S. Pincherle.

En efecto; si $f(z)$ es la transformada (H) de $\varphi(x)$, se tiene

$$f(z) = \sum_0^\infty \frac{a_n}{z^{n+1}}$$

(1) Véase: S. Pincherle, *Lezioni di Calcolo Infinitesimale*, p. 446.
(2) Véase Cap. I, pág. 2; G. Doetsch, obra citada, p. 64.

donde

$$a_n = -\int_0^1 x^n \varphi(x)\, dx,$$

y la serie converge en el exterior del círculo de centro en 0 y radio 1. Como es bien conocido, la $f(z)$ tiene por generatriz $\varphi(t)$ la función entera de tipo exponencial (¹)

$$\varphi(t) = \sum_0^\infty \frac{(-1)^n a_n t^n}{n!}$$

y, por tanto, la expresión de $f(z)$ mediante la $\varphi(t)$ es

$$f(z) = \int_0^{\theta\,\infty} \varphi(t)\, e^{-tz}\, dt$$

donde la integral se toma sobre el rayo de origen 0 y argumento θ. El campo de convergencia de esta integral, es el semi-plano que contiene el rayo de origen 0 y argumento $(-\theta)$ y limitado por la recta tangente a la circunferencia de convergencia en el punto de intercepción con este último rayo.

Al variar θ se tiene la prolongación analítica de la $f(z)$, en todo punto exterior a su círculo de convergencia.

30. Desarrollo en serie de facultad. — Consideremos la transformada (H)

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(x)}{z-x}\, dx,$$

su núcleo $\dfrac{1}{z-x}$ se puede escribir en la forma

$$\frac{1}{z-x} = \frac{1}{z} + \frac{x}{z(z+1)} + \frac{x(x+1)\ldots(x+n-z)}{z(z+1)\ldots(z+n)} +$$

$$+ \frac{x(x+1)\ldots(x+n)}{z(z+1)\ldots(z+n)} \cdot \frac{1}{z-x}$$

por tanto

$$f(z) = \sum_{v=0}^{n} \frac{1}{z(z+1)\ldots(z+0)} \int_0^1 x(x+1)\ldots(x+n-1)\, \varphi(x)\, dx + R_n$$

(¹) Doetsch, obra citada, pág. 66.

donde

$$R_n = \frac{x(x+1)\dots(x+n)}{z(z+1)\dots(z+n)} \frac{\varphi(x)}{z-x} dx.$$

Pongamos

$$a_n = \int_0^1 x(x+1)\dots(x+n-1)\,\varphi(x)\,dx$$

es decir (1)

$$\boxed{a_n = \int_0^1 x^{(n}\,\varphi(x)\,dx} \qquad [2]$$

entonces resulta

$$f(z) = \sum_{\nu=0}^{n} \frac{a_\nu}{z(z+1)\dots(z+0)} + R_n$$

Para todo punto z del semiplano: $R(z) \geq 1 + \delta$ $(\delta < 0)$ se tiene:

$$|R_n| < \frac{M}{\delta} \prod_0^n \left| \frac{x+n}{z+n} \right|$$

donde M es el extremo superior de la función $\varphi(x)$ en $(0, 1)$. De aquí resulta

$$\lim_{n \to \infty} R_n = 0$$

y por tanto la determinante (H): $f(z)$ está representada por la serie de facultad

$$f(z) = \sum_0^\infty \frac{a_n}{z(z+1)\dots(z+n)} \qquad [3]$$

convergente en el semi-plano $R(z) > 1$, donde los coeficientes a_n están determinados por la generatriz (H) : $\varphi(x)$, mediante la relación [2]. De aquí resulta que: *dada la determinante* (H) $f(z)$, *de generatriz* (H) *igual a* $\varphi(x)$, *su desarrollo en serie de facultad, convergente en el semiplano* $R(z) > 1$ *queda perfectamente determinado por la* [3], *donde los coeficientes* a_n *se determinan con la* [2]. Se puede dar también para la determinante H, $f(z)$ un desarrollo en series de polinomios análogo al caso de la transformada (R).

(1) La solución de la igualdad [2] cuando se da la sucesión $\{a_n\}$, es decir la determinación de una función $\varphi(x)$, que verifique la [2] para $i = 0, 1, 2 \dots$ hemos denominado problema de los *momentos factoriales de Hausdorff*.

EL GRANITO Y LAS EFUSIONES BASÁLTICAS DEL EXTREMO AUSTRAL DE LAS SIERRAS DE CÓRDOBA

POR EL

Dr. VLADIMIR BORZACOV

(*Conclusión*)

LAS EFUSIONES BASALTICAS

Las efusiones basálticas de que vamos a ocuparnos en este capítulo, aparecen formando los cerros « La Leoncita », « La Madera », «La Garrapata », « El Fortín », « Las Piedras » y « La Pícara », cuya ubicación relativa y con respecto al extremo austral de la Sierra de Córdoba, puede apreciarse en el plano nº 2 adjunto.

Ellos emergen sobre la llanura Pampeana con formas suaves y redondeadas.

Todos son accesibles en caminos de regular estado desde la localidad de Chaján (F. C. P. Estación « Glorialdo Fernández »).

A continuación se describe cada cerro en particular y finalmente se harán consideraciones generales sobre la base de todas las observaciones reunidas.

El cerro « La Leoncita »

A medio kilómetro al norte de la localidad de Chaján, se levanta el pequeño cerro « La Leoncita » a unos 60 metros sobre la llanura Pampeana, que lo rodea y sobre la cual se halla dicha población a 505 metros sobre el nivel del mar.

El rumbo longitudinal del cerro es N. 75° O., teniendo una extensión de 150 metros y un ancho en la cumbre de 10 a 15 metros.

Las faldas no son abrutas y permiten un acceso fácil a la cumbre del cerro.

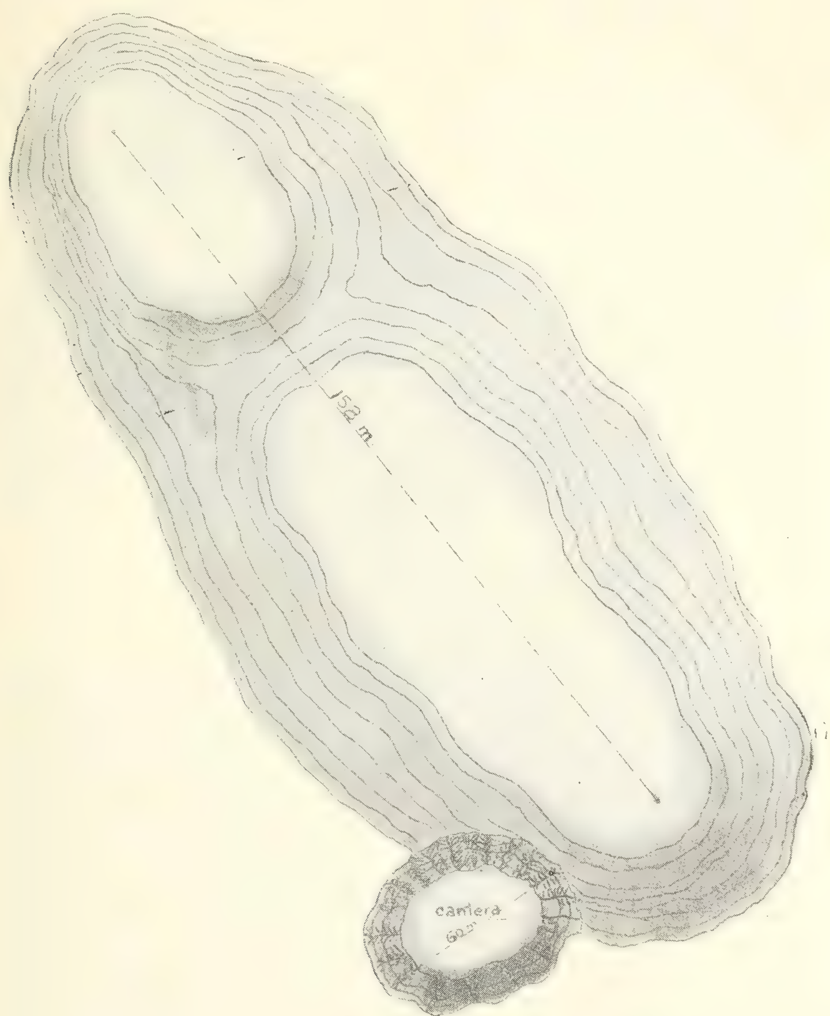


Fig. 13. - Croquis topográfico del cerro basáltico « La Leoncita », Dpto. Río Cuarto
Escala 1:1000

Una cantera abierta en el extremo S.O del cerro de forma circular y con un diámetro de 60 metros y que sirvió para la extracción de granito, permite conocer su constitución geológica hasta cierta profundidad.



FIG. 14. - Vista del cerro basáltico « La Leoncita ». Chaján, F.C.P.



FIG. 15. - Cantera de granito al pie del cerro « La Leoncita »

LA CONSTITUCION DEL CERRO «LA LEONCITA»

El basalto nefelínico [1]

Microscópicamente este basalto es una roca negruzca con cierto tinte verdoso. La masa es muy compacta y en ella resaltan los fenocristales de *olivino,* transparente y verdoso, que pueden llegar a medir, en algunos casos, hasta medio centímetro.

En la superficie, la parte descompuesta es de un color pardo claro. En nuestro trabajo [2] : «Investigaciones sobre el magnetismo de los cerros «La Leoncita», «La Madera» y «La Garrapata», se consignan las determinaciones del fuerte magnetismo que manifiesta este basalto. Microscópicamente se advierten los siguientes componentes:

El *olivino,* aparece en individuos nítidamente contorneados. Es perfectamente incoloro y carece de pleocroísmo en las preparaciones.

Está casi siempre parcialmente alterado en serpentina y la descomposición se ha realizado en el borde de los cristales y en las líneas de factura. Otras veces, la alteración ha consistido en la segregación de óxido de hierro.

Algunos cristales de olivino han sido transformados en un mineral de color anaranjado, con un pleocroísmo muy débil (iddingsita?).

La *augita* es muy abundante en pequeñas agujas de color verde claro y de secciones muy nítidas.

(1) Esta roca ha sido minuciosamente descrita por G. Avé Lallemant, «Estudios micromineralógicos hechos en las rocas de la provincia de San Luis (República Argentina)». Actas de la Academia Nacional de Ciencias de Córdoba. Tomo I, 1875.

Referencias de este basalto se encuentran también en los siguientes trabajos del Dr. G. Bodenbender:

1. «La Sierra de Córdoba». Anales del Ministerio de Agricultura, Sec. Geología, Mineralogía y Minería. Tomo I, Nº II, págs. 66, 136 y 136.
2. «Petrografía». Anales del Ministerio de Agricultura id. id. Tomo II, Nº 3. Buenos Aires, 1907, págs. 14 y 15.
3. «Triásico y Terciario en la Falda Oriental de la Sierra de Córdoba». Boletín de la Acad. Nac. de Ciencias. Tomo XXXI, págs. 136 y 137. Córdoba 1929.

(2) *Revista del Museo Provincial de Ciencias Naturales de Córdoba.* Nº 2. Córdoba 1936.

El pleocroísmo es muy reducido y la extinción es de 45°.

Las pequeñas varillas de este mineral forman una red muy cerrada dentro de la cual están alojados los individuos de *nefelino* que ha debido adaptar sus contornos al espacio que le dejaban libre aquellas.



FIG. 16. - Microfotografía del basalto de cerro « La Leoncita ». (40 aumentos)

La proporción de ese mineral es muy inferior a la de la augita. Son frecuentes las maclas de dos individuos.

La *magnetita* es un componente abundante y pueden distinguirse secciones cúbicas y octaédricas de tamayo muy variable. La *perowskita* se muestra en granos isométricos de color gris pardusco. La distribución de ambos minerales es muy irregular. Algo de vidrio intersticial también se ha advertido.

La textura de la pasta es algo fluidal lo que se advierte mejor alrededor de los cristales de olivino.

Las labores de la cantera de « La Leoncita », han revelado la existencia de depósitos sedimentarios de interpretación estratigráfica muy dudosa, por la ausencia de otras formaciones sedimentarias con las cuales se las pueden relacionar y por la falta de fósiles.

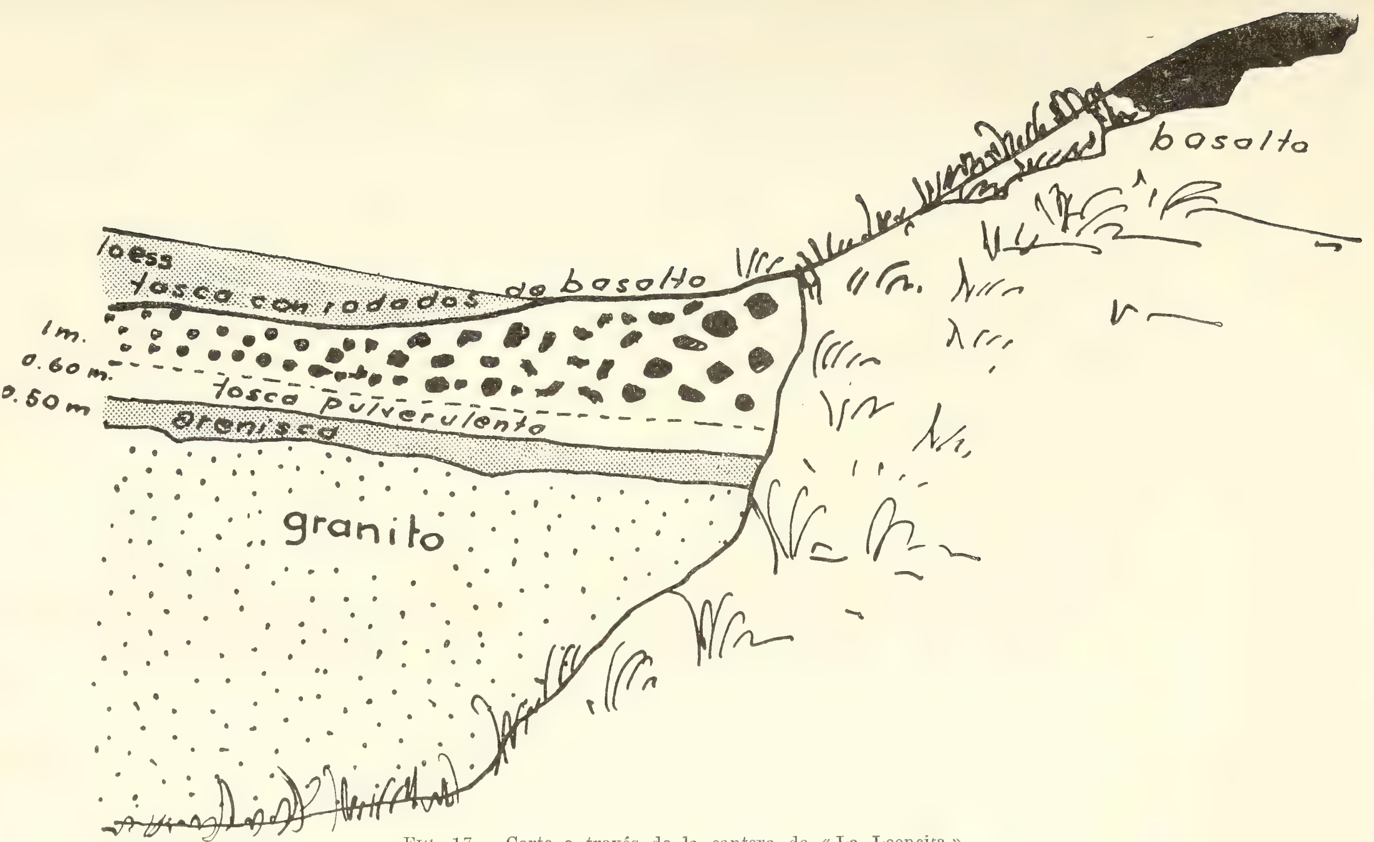


FIG. 17. - Corte a través de la cantera de « La Leoncita »

De arriba tenemos (véase figura 17).

1. Superficialmente hay una capa de tosca dura y compacta, de color gris claro, compuesta de carbonato de calcio y una cierta proporción de arcilla.

Contiene rodados de basalto lo que le comunica el aspecto de un conglomerado.

2. Continúa una capa de tosca pulverulenta blanquecina, sin rodados.

3. Entre esta tosca y el granito existe un banco de un espesor de medio metro constituído por una arenisca compuesta por abundantes hojas de mica, granos de cuarzo y feldespato, ligados por un cemento calcáreo — ferruginoso de color rojo — pardusco.

Se trata de una roca deleznable que se deja disgregar entre los dedos.

Su composición y aspecto hace muy probable que pertenezca al terciario moderno.

Lamentablemente las labores de la cantera no han llegado al punto en que debe haber un contacto entre esta arenisca y el basalto firme, circunstancia que no permite conocer la diferencia de edad relativa entre ambas rocas (1).

En la falda del cerro, estos depósitos desaparecen debjo del loes.

El cerro « La Madera »

Este cerro se eleva a unos doce kilómetros y medio al sud del cerro « La Leoncita ». Su altura máxima sobre la llanura que lo circunda es de unos 80 metros.

Un relevamiento topográfico ha revelado que el cerro « La Madera », tiene la forma representada en la figura 18.

Como puede verse en ella la efusión basáltica ha adoptado la forma de una herradura, dentro de la cual puede reconocerse que aquella se ha realizado de acuerdo a los siguientes rumbos:

1ª parte	N.75° O.
2ª parte	N. 15° E.
3ª parte	N 75° O.
4ª parte	N. S.

(1) A. Stelzner, menciona de que al pie del cerro andesítico Poca (Dptos. Pocho y Minas de Córdoba) existen « Areniscas amarillas y coloradas alternadas con tobas volcánicas » a las que atribuye edad terciaria. R. Beder, considera a esas areniscas como correspondientes a los estratos calchaqueños (terciario moderno).

Véase G. Bodenbender: Triásico y Terciario en la Falda Oriental de la Sierra de Córdoba, etc. etc., págs. 137 a 139.

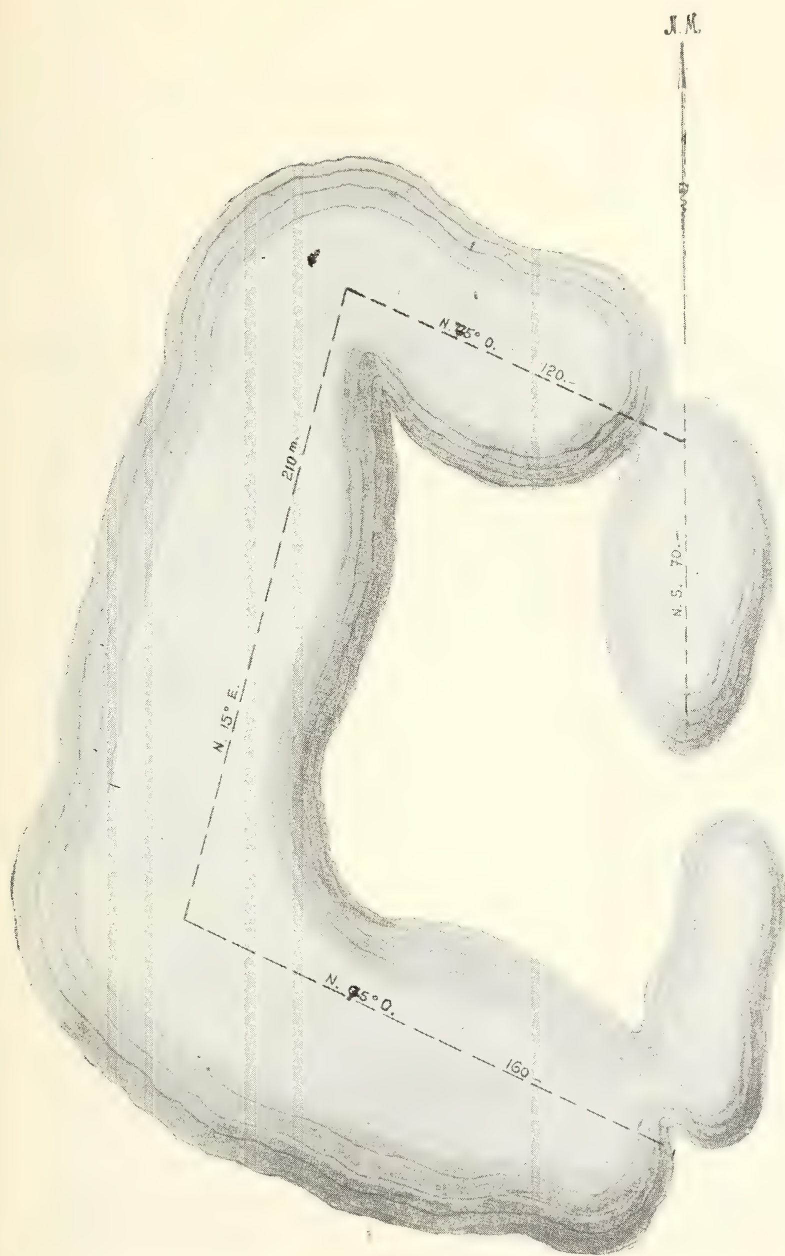


Fig. 18. - Croquis topográfico del cerro basáltico « La Madera ». Dept. Río Cuarto
Escala 1:2000

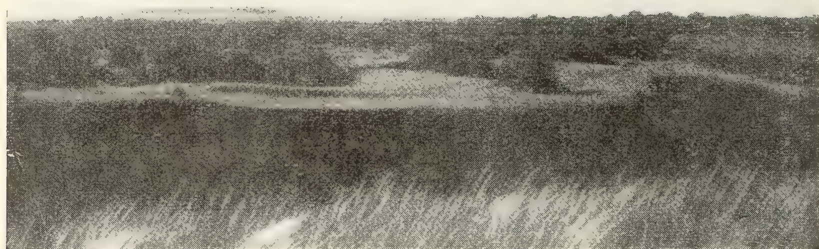


Fig. 19. - Vista del cerro « La Madera »



Fig. 20. - Vista del cerrito basáltico « El Fortín »

Más adelante veremos la correspondencia que existen entre estos rumbos y los de las diaclasas del granito de la cantera de « La Leoncita ».

El fundamento del cerro « La Madera », está constituído por el mismo granito de « La eLoncita », según lo comprueba el hecho de que en varias partes se han encontrado fragmentos de aquella roca dentro del basalto. Igualmente se ha observado la tosca calcárea que cementa rodados de basalto.



FIG. 19 a - Cerro « La Madera »

Otras observaciones no pudieron hacerse por falta de labores que permitan conocer el interior del cerro.

El basalto nefelínico de este cerro, muestra la misma composición que el de « La Leoncita ». Las diferencias consisten en que aquí los individuos de nefelino adquieren un tamaño mayor y tienen la tendencia a asociarse. Los individuos de olivino son más pequeños en « La Madera », pero existen en mayor número.

El cerro « La Garrapata »

Este cerro se encuentra ubicado en dirección S.O. y a veinticinco kilómetros de « La Leoncita », dentro del territorio de la Provincia de San Luis y muy aproximadamente al límite de la Provincia de Córdoba.

Se trata igualmente de una elevación chata que llega a una altura máxima de 120 metros sobre la llanura.

La efusión ha producido tres cuerpos aislados cuya posición es la siguiente (véase croquis topográfico adjunto, figura 21).

1ª parte .... N. 45° E.
sigue una depresión de 150 metros de largo.
2ª parte .... E. O.
sigue una depresión de 100 metros de largo.
3ª parte, es un cuerpo de forma cónica sin rumbo determinado.

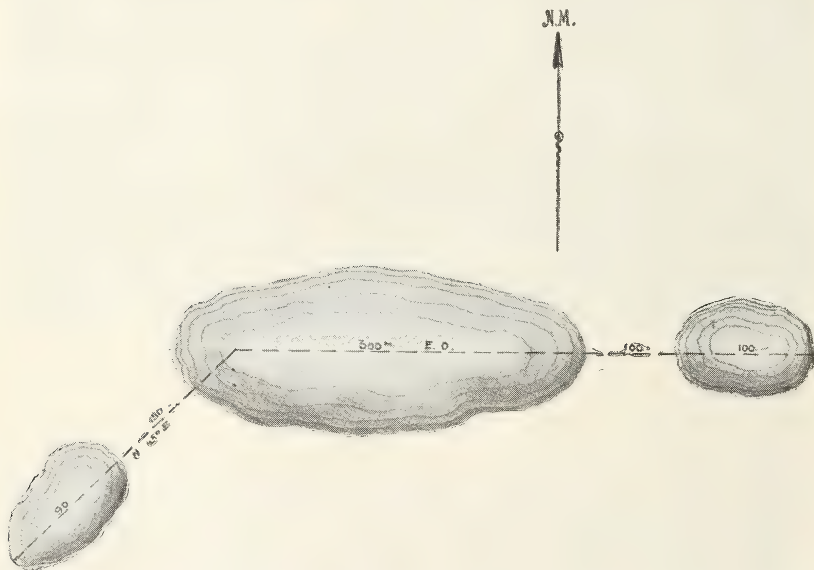


Fig. 21. - Croquis topográfico del cerro basáltico « La Garrapata ». Dept. Río Cuarto
Escala 1:5000

La falta de labores no permite conocer la constitución interna del cerro, pero puede deducirse que ha de ser análoga a la de « La Leoncita », pues incluídos dentro del basalto se han encontrado fragmentos del granito conocido de este último cerro.



FIG. 20 a - Cerro « La Garrapata »



FIG. 24. - Vista de la superficie del basalto en el cerro « La Garrapata » mostrando la separación concéntrica y la textura fluidal.

En las faldas del cerro se encuentran también los conglomerados de tosca calcárea con rodados de basalto.

El basalto nefelínico no muestra diferencias con respecto del de « La Leoncita ».

En algunas partes se nota un fenómeno particular en el basalto y especialmente en la parte nº 1 del cerro.

El basalto muestra una textura marcadamente fluidal y en partes llega a una separación concéntrica.

Normalmente a los círculos existen planos de separación orientados convergentemente hacia el centro de aquellos.

Al N.E. del cerro y a unos 600 metros de distancia, se abrió un pozo para la obtención de agua.



Fig. 25. - Esquema correspondiente a la fotografía de la Fig. 24

Dicho pozo tiene una profundidad de treinta metros y no dió con la roca viva.

Como efusiones menores del basalto, deben considerarse las dos pequeñas ondulaciones del terreno, conocidas con el nombre de « El Fortín » y « Las Piedras ».

El pequeño cerrito « El Fortín », no había sido señalado antes de la presente investigación y consiste en una ligera ondulación cuya altura máxima llega a 12 metros.

Sobre ella se construyó a mediados del siglo pasado una fortificación destinada a la defensa contra las invasiones de los indios.

No se observa el basalto como roca firme pero sí la tosca con fragmentos de esa roca.

En la construcción de la fortificación, se emplearon fragmentos mayores de basalto, que fueron extraídos al afrirse los cimientos.

El cerrito « El Fortín », se encuentra casi sobre la línea de unión entre los cerros « La Madera » y « La Garrapata » y a una distancia de 6 kilómetros del primero.

A unos ocho kilómetros al S.O. de « La Leoncita » y sobre la línea de unión de este cerro con el de « La Garrapata », existe una pequeña elevación — menos importante aún que « El Fortín » — constituída por basalto y que es conocida con el nombre de « Cerrito de Las Piedras », o « La Pícara ».

Recapitularemos ahora las observaciones relativas a la posición y orientación de los cuerpos efusivos de los cerros basálticos.

Compararemos los rumbos de dichos cuerpos con los rumbos de las diaclasas del granito que les sirve de base:

Diaclasas del granito	CERROS		
	« La Leoncita »	« La Madera »	« La Garrapata »
N. S.	—	N. S.	—
N. 15° E.	—	N 15° E.	—
N. 50° E.	—	—	N. 45° E.
E. O.	—	—	E. O.
N. 50° O.	—	—	—
N. 75° O.	N. 75° O.	N. 75° O.	—

De esta esarecha concordancia — representada gráficamente en la Fig. 28 — deducimos que las efusiones del basalto han atravesado el granito, aprovechando las diaclasas que atraviesan a éste.

En cuanto a la ubicación relativo de los diversos cerros pueden hacerse las siguientes observaciones:

Los cerros « La Garrapta », « Las Piedras » y « La Leoncita », se encuentran sobre una línea que prolongada coincide con la dislocación que divide las areniscas de Cerro Suco y de las canteras de Sampacho.

La circunstancia de encontrarse toda la región cubierta por un

espeso manto de sedimientos modernos impide hacer otras deducciones sobre el mecanismo de las erupciones basálticas.

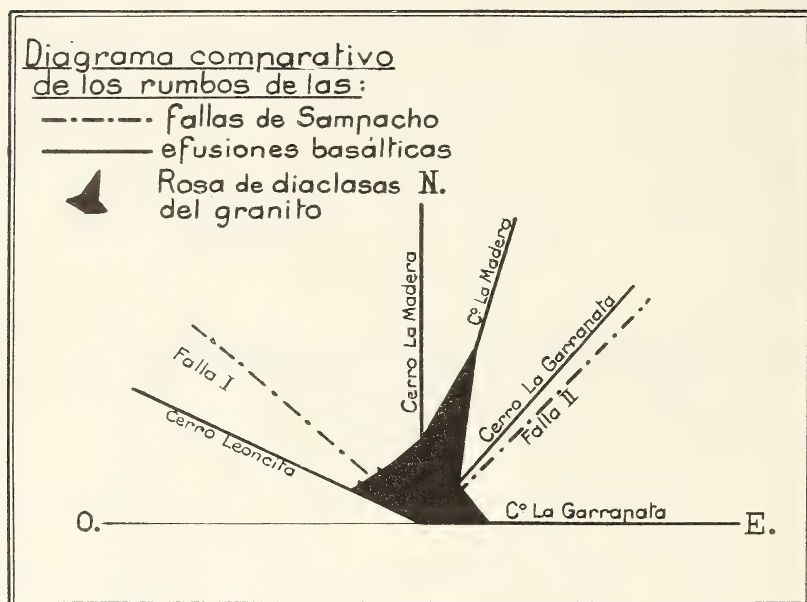


Fig. 26

Es imposible saber si la salida del basalto ha producido abovedamientos del fundamento, semejantes a los observados en « El Morro » de San Luis.

Es muy sugestivo el hecho de que los pozos de agua existentes al lado de algunos de los cerros (« La Leoncita » y « La Garrapta ») y que llegan hasta treinta metros de profundidad, no hayan dado con la roca viva.

No se puede decir si la desaparición del granito en esos puntos se debe a la deudación o si a la inversa los afloramientos del granito en los puntos de erupción se deben a que han sido empujados por la presión de la roca efusiva, ascendente, elevándolos sobre el nivel del granito de la llanura que se extiende entre los cerros.

LA TECTONICA TERCIARIA

Trataremos ahora de ubicar cronológicamente al sistema de dislccaciones N. O. - S. E. y N. E. - S. O., que se hace presente en la región de las areniscas de Sampacho y con el cual están relacionadas, como lo hemos visto, las efusiones basálticas consideradas anteriormente.

Para ello, recordaremos nuestros conocimientos acerca de los procesos orogénicos ocurridos en nuestro territorio a partir del cretácico, en la que tuvo comienzo una gran fase orogénica que continuó durante el terciario y el pleistoceno y que se hace visible en la cordillera andina, en las sierras pampeanas y en las sierras bonaerenses (1).

La segunda fase de los movimientos terciarios en el área de nuestro país, tuvo su mayor exponente en el proceso de desaparición del antiguo continente basiloetiópico.

Esa destrucción está ligada a procesos que revelan la estructura de bloques del área continental.

La elevación del área de las sierras bonaerenses, arrasadas durante la era mesozóica, es debida a que sufrieron un movimiento ascendente mientras que otros elementos se movieron en sentido opusto, es decir, descendente.

Así se hundió un área desde la boca del Río de la Plata hasta el pié de las sierras de Catamarca y hasta más al sur de la sierra de San Luis.

En esa área penetró por la boca del Río de la Plata, el mar de la formación entrerriana.

Como ya lo señaló el Dr. A. Windausen (2), el suelo argentino muestra en sus particularidades orográficas e hidrográficas, un sistema de diaclasas que corresponden a aquel proceso de destrucción de la Arquelenis.

Ese sistema se pone de manifiesto con toda evidencia en la planicie costanera del norte de la Patagonia y las perforaciones realizadas en la llanura pampeana y que tocaron el zócalo cristalino, revelan igualmente la existencia de fallas que muestran una correspondencia de orientación con aquel sistema de diaclasas.

(1) A. Windhausen. « Geología Argentina ». Segunda parte. Buenos Aires, 1931. Pág. 416.

(2) A. Windhausen. « Rasgos de la Historia Geológica de la Planicie Costanera de la Patagonia Septentrional ». Boletín de la Academia Nacional de Ciencias. Tomo XXIII. Año 1918. Pág. 15.

Aquí en el zócalo cristalino cubierto por la llanura pampeana que se extiende hacia el Este y hacia el Sud de la Sierra de Córdoba, se ha comprobado la existencia de grandes líneas de dislocación de rumbo meridional o submeridional y otras de rumbo N.O. - S.E., es decir, en la misma dirección de la Sierra de la Ventana. Ella hizo pensar a Stappenbeck en la existencia de una interferencia de los dos sistemas de montañas.

En el cruce de las líneas de los sistemas, habría una tendencia ascendente del antiguo terreno, es decir, un afloramiento.

E. Gerth, ha señalado la existencia de hundimientos transversales de rumbo N.O. - S.E., en el extremo austral de la Sierra de San Luis y a las que se debe la desaparición de las rocas cristalinas [1].

La depresión ocupada por el Dique del Potrero, es uno de esos hundimientos en las rocas cristalinas, lo mismo que el Bajo del Portezuelo y el de Chorrillos, que atraviesan toda la Sierra.

Esas fosas están rellenadas con capas terciarias. Según Getrh, las interrupciones en las prolongaciones de la misma Sierra de San Luis, más al Sud, son debidas a hundimientos análogos.

Relacionado a esos procesos orogénicos, se exteriorizó un vulcanismo cuyas efusiones se produjeron en diversas partes del sistema de las Sierras Pampeanas (San Luis y Córdoba).

Por los trabajos de E. Gerth [2] y F. Pastore [3], conocemos la disposición de las efusiones andesíticas de la Sierra de San Luis.

Así dice Gerth: « Hay tres centros de erupciones (Cº Tomolasta, Cº Tiporco, Sierra del Morro,) situados en una línea que cruza la Sierra con rumbo N.O. - S.E.

El primero, en el medio de la montaña es el más extendido; pertenecen a él los cerros de La Carolina, una fila de erupciones andesíticas, que han seguido fallas de rumbo N. - S. ».

Comparando las líneas tectónicas en la parte ausral de las Sierras de Córdoba y San Luis, de acuerdo al mapa geológico de la Prov. de San Luis, construida por E. Gerth, con los rumbos de las líneas de diaclasas, señalados por A. Windhausen, y con las

(1) 7. Gerth. « Constitución Geológica, Hidrogeológica y Minerales de Aplicación de la Prov. de San Luis ». Anales del Ministerio de Agricultura. Sección Geológica, Mineralogía y Minería. Tomo X, Nº 2. Año 1914, págs. 28 y 33.

(2) E. Gerth. Op. cit. pág. 28.

(3) F. Pastore. « Estudio geológico y petrográfico de la Sierra Del Morro, Prov. de San Luis ». Anales del Min. de Agricultura, Sec. Geología. etc. Tomo XI, Nº 3. Buenos Aires, 1915.

líneas de dislocaciones, que atraviesan la región de Sampacho y que están en la relación con las efusiones basálticas, encontramos que la concordancia entre todos esos rumbos es sorprendente y ella nos sirve de fundamento para sincronizar esas líneas tectónicas y atribuirlas a la segunda fase orogénica del terciario, de acuerdo a las razones expresadas anteriormente.

Como también queda dicho, esas líneas tectónicas pertenecen al sistema de las Sierras Bonaerenses.

Si ahora consideramos las líneas de dislocación de rumbo N. - S., que han dividido la Sierra de Córdoba dándole su estructura actual y a la que corresponde la falla que limita por el O., la Sierra de Comechingones, estamos en presencia de una interferencia de los dos sistemas tectónicos (Sierras Bonaerenses y Sierras Pampeanas) que se evidencia en el extremo austral de las Sierras de Córdoba y San Luis.

Esa interferencia ya había sido supuesta, como se dijo anteriormente, por R. Stappenbeck (1), sobre la base de las revelaciones de las perforaciones profundas hechas en la llanura Pampeana, al E. y al S. de la Sierra de Córdoba.

La edad de las diaclasas del granito

Estamos ahora en condiciones de ensayar una clasificación cronológica de los diversos sistemas de diaclasas reconocidos en el granito de « La Leoncita », cerros « Blanco » y « Negro » y « Las Achiras ».

1º Par

N. 15° E. diaclasas « S » primarias
N. 75° O. diaclasas « Q » primarias.

Este par corresponde por su orientación a la textura del granito y en consecuencia debe ser considerado como « primario », es decir, de edad paleozoica.

2º Par

N. 50° E. diaclasas « S » secundarias
N. 50° O. diaclasas « Q » secundarias.

(1) R. Stappenbeck. « Geologie und Grundwasserkunde der Pampa, Stuttgart. 1926. páginas 19 a 30.

Este par coincide con el sistema de fallas que hemos considerado como correspondiente a la 2ª fase orogénica del terciario.

3º Par

N. S. diaclasas « S » secundarias
E. O. diaclasas « Q » secundarias.

Este par corresponde al sistema de la Sierra de Córdoba (3ª fase orogénica del terciario).

LA POSICION GEOLOGICA DE LAS EFUSIONES BASALTICAS DEL EXTREMO AUSTRAL DE LA SIERRA DE CORDOBA

Vamos a ensayar de determinar la edad geológica de las erupciones basálticas de los cerros « La Leoncita », « La Madera » y « La Garrapata ».

Contamos con los siguientes elementos de juicio:

1. Las efusiones basálticas se han realizado a través de las diaclasas del granito y que como hemos visto, corresponden las « primarias » al paleozoico y las « secundarias » a las fases segunda y tercera del terciario.
2. Las erupciones andesíticas de la Sierra de San Iuis (cerros Tomolosta, Tiporco y El Morro), se han producido según líneas N. - S., sobre la falla de rumbo N.O. - S.E. que atraviesa dicha Sierra.

Según las investigaciones de E. Gerth (1), esa actividad volcánica, tuvo lugar durante el terciario superior.

Existen analogías marcadas entre los dos centros volcánicos. El cerro « La Garrapata », se encuentra sobre el cruce de dos líneas: la línea N.S. del sistema de la Sierra de Córdoba, que limita por el oeste la Sierra de Comechingones y la N.E. - S.O. de la falla II de Sampacho (véase Mapa adjunto nº 2).

La circunstancia de encontrarse el subsuelo de la región cubierto de sedimentos Pampeanos, impide comprobar si en los cerros « Las Piedras » y « La Leoncita », situados sobre esa falla, hay también fallas N.S.

(1) E. Gerth. « El Morro de San Luis ». Boletín de la Academia Nacional de Ciencias en Córdoba. Tomo XXX, pág. 175, año 1927.

Tampoco es posible decir si el cerro « La Madera », se encuentra sobre un cruce semejante.

La circunstancia de haber intervenido en las efusiones basálticas en cuestión las líneas tectónicas que atraviesan la región, correspondientes a la segunda y tercera fases orogénicas del terciario y las diaclasas del granito, que pertenecen a las mismas, apoyan la idea de que *dichas efusiones se han producido durante la tercera fase orogénica del terciario.*

RESUMEN

1º En el extremo austral de la Sierra de Córdoba, en la región de las efusiones basálticas de los cerros « La Leoncita », « La Madera », « La Garrapata », « El Fortín » y « Las Piedras », aparecen los siguientes elementos geológicos de antigüedad decreciente:

esquistos cristalinos (gneis)	arcaico-precámbrico.
granito	paleozóico
areniscas	pérmicas?
basalto	terciario
areniscas?	
toscas calcáreas	
loes pampeano.	

2º La investigación de la tectónica del granito de la región ha revelado la existencia de tres sistemas de diaclasas:

1º par	N. 15° E.	« diaclasas primarias » porque coinciden.
	N. 75° O.	con la textura del granito.
2º par	N. 50° E.	« diaclasas secundarias » que coinciden.
	N. 50° O.	con las fallas de Sampacho, producidas probablemente durante la 2ª fase orogénica del terciario.
3º par	N. S.	coinciden con las líneas tectónicas más modernas de la Sierra de Córdoba (3ª fase orogénica del terciario).

3º Los cerros « La Leoncita », « La Madera », « La Garrapata », « El Fortín » y « Las Piedras », están constituídos por un basalto nefelínico.

Sus efusiones se han hecho según líneas que coinciden con los rumbos de diaclasas del granito correspondientes a los tres pares indicados.

De allí se deduce que las diaclasas han sido aprovechadas para la salidad de la roca basáltica.

4º La circunstancia de que las efusiones basálticas han utilizado las diaclasas más modernas para surgir, y las analogías entre ellas y las efusiones andesíticas de la Sierra de San Luis, llevan a al conclusión de que se produjeron durante el terciario moderno.

TARIFAS FERROVIARIAS DE UTILIDAD MAXIMA

POR EL

ING. EMILIO REBUELTO

I. — GENERALIDADES

La fijación de las tarifas ferroviarias, de modo tal que se obtenga con ellas un máximo de utilidad, constituye un interesante problema de economía ferroviaria, objeto ya, desde larga fecha, de numerosos estudios. Iniciadas estas investigaciones por los analistas belgas, pronto se creó toda una teoría — hoy clásica, — mediante la cual, Launhardt obtuvo, hace más de medio siglo, interesantes resultados fundamentales.

Recordaremos que Guillermo Launhardt, ilustre director de la Escuela Politécnica de Hannover, expuso los resultados de sus estudios en una obra que sobre el *Trazado de los ferrocarriles*, desde el punto de vista comercial, publicó en 1887. Muchos años después se tradujo al italiano, pero antes lo fué al español, en una versión libre de sus principales capítulos, publicada precisamente en los *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tomo XXXIX, 1er. semestre de 1895, págs. 5 a 76 y siguientes. El autor de esta versión española fué el ingeniero Alberto Schneidewind, quien desarrolló después estas teorías en sucesivas publicaciones, y en sus conferencias de clase como profesor de Ferrocarriles en la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Buenos Aires.

Los estudios de Launhardt y de su escuela, han sido, pues, conocidos y vulgarizados desde muy antiguo entre nosotros, no sólo por la acción de Schneidewind, sino también por los comentarios y aplicaciones que de ellos han hecho los ingenieros González Roura, Labarthe y Nogués entre otros.

Pero no creo que ahora se recuerden suficientemente estos trabajos ni merezcan, en el momento actual, toda la importancia a que

son acreedores. He tenido ocasión de presenciar frecuentemente cómo los « expertos » en tarifas resuelven en numerosos casos cuestiones de esta índole, recurriendo a la ayuda de su experiencia — indiscutiblemente valiosa, — más que a la de su propio raciocinio; y aplicando en un sitio o en un caso lo que hicieron o vieron hacer con buen resultado en otro, sin detenerse a verificar antes la igualdad o semejanza de ambientes, circunstancias y características que son indispensables para asegurar el éxito de semejantes trasplantes de tarifas. Y si precauciones de esta clase han sido siempre necesarias, lo son más todavía en los momentos actuales, cuando la industria de los trasportes por riel se halla en todo el mundo bajo los efectos de una intensa crisis, para salvarse de la cual es forzoso evitar cuidadosamente todo error, aguzar el ingenio e intensificar los trabajos de investigación y análisis en varias direcciones.

Una de ellas es la de estudiar lo más profundamente que sea posible — y, por lo tanto, no sólo con los métodos económicos y estadísticos, sino con los matemáticos, — la determinación de los precios del transporte o tarifas, tratando de fijarlas de modo que procuren a la empresa transportadora una utilidad máxima, lo que no es tan fácil ni tan concreto como pueda aparecer a primera vista. Obsérvese, por de pronto, que las tarifas *más caras* pueden no ser las que aportan los *mayores productos* o entradas brutas, pues el mayor precio influye naturalmente en la disminución del volumen transportado, originando mermas en el monto de las sumas a cobrar. Por su parte, las que proporcionan los mayores productos, tal vez no permitan obtener la *máxima utilidad* o ganancia, pues a partir de cierta longitud para el transporte, los gastos pueden crecer con más rapidez que los productos; y las tarifas de máxima utilidad, no siempre van a darnos el *coeficiente de explotación más favorable,* pues aquélla resulta de la diferencia entre productos y gastos, y éste del cociente de gastos y productos; y las de mejor coeficiente de explotación, tampoco aseguran el *más alto interés* al capital, pues una mayor inversión, obligada por un incremento de tráfico, puede muy bien procurar un aumento en las ganancias de menor monto que el correspondiente al interés del nuevo capital, rebajando en consecuencia el interés medio resultante para la totalidad del negocio.

Y esto no es todo; porque la máxima utilidad obtenida con un tráfico, puede serlo a expensas de otro, en cuyo caso es preferible contentarse con no llegar al máximo en el primer tráfico y plantear el problema de modo que nos conduzca a encontrar el máximo de la suma de los dos. También debe tenerse en cuenta que la relación

entre la utilidad obtenida por la Empresa y el valor total de las mercaderías transportadas, o la extensión de las superficies cultivables (en el caso de tratarse de tarifas de productos agrícolas, etc.), o de las ganancias que por su parte obtengan los productores (o los consumidores de las cargas que transporta el ferrocarril, etc.) son factores muy dignos de tenerse en cuenta: porque si una tarifa ferroviaria le produce a la empresa una utilidad máxima en un año — o en un intervalo de tiempo dado, — pero a condición de agotar económicamente la zona, no es aconsejable el adoptarla. Esta consideración del « tiempo » en los cálculos económicos es un detalle casi siempre descuidado, a pesar de su innegable importancia.

La complejidad del problema implicado por la fijación de las tarifas ferroviarias es, pues, lo suficientemente grande, para que sea difícil abarcar todas las relaciones existentes entre las causas y efectos que en ellas actúan, sin más auxilio que los raciocinios a base exclusiva de palabras y los tanteos de cálculos aritméticos, por más numerosos que éstos sean; se hace forzoso tomar como guía, la expresión abreviada y sintética que suministran las fórmulas matemáticas, efectuando, claro está, la más cuidadosa discusión de los resultados teóricos, para corregirlos y complementarlos con las informaciones de la experiencia; pues siempre será la práctica bien interpretada, la que debe decir la última palabra.

En las páginas que siguen, recuerdo primeramente algunos conceptos fundamentales en la teoría clásica de las tarifas ferroviarias, y expongo después varios resultados que creo nuevos, así como diversas formas de comparar y combinar tarifas, de las que es fácil desprender conclusiones tan interesantes como de inmediata aplicación al actual medio ambiente argentino.

II. — FORMULAS FUNDAMENTALES

Todas nuestras consideraciones, las suponemos referidas al transporte de *una* sola clase de mercadería (o de un conjunto de mercaderías distintas pero poseyendo suficiente número de caracteres comunes para ser agrupadas en una misma clase); suponemos también que se trata de un transporte en sentido descendente, hacia la estación cabecera del ferrocarril, donde suponemos esté el mercado de consumo o el puerto de exportación de la mercadería transportada, hipótesis que corresponde a la realidad en el caso de los ferrocarriles que llegan a los puertos (Buenos Aires, Rosario, Santa Fe,

Bahía Blanca, etc.) desde las zonas cerealistas. Igualmente haremos la hipótesis de que la región atravesada por el ferrocarril es llana, uniforme, de igual capacidad de producción agrícola, sin accidentes geográficos que alteren su continuidad, interrumpiendo las comunicaciones transversales o radiales de acceso al ferrocarril (ríos, sierras), o estableciendo partes estériles (grandes salinas, bosques impenetrables, etc.). Precisamente, la extensa planicie de la « pampa » argentina, cumple bien estas condiciones, y en ella la realidad no se aleja mucho de las condiciones teóricas supuestas.

Sea P_v el precio de venta de la mercadería (supongamos, para fijar las ideas, que se trata de un cereal, trigo, maíz... o de un oleaginoso como el lino); y C_p el costo de producción, incluso la ganancia normal del capital invertido en la explotación agrícola correspondiente. Entonces, la diferencia $P_v - C_p$ es la cantidad de \$ m/n por tonelada, de que puede disponer el productor para gastar en el transporte de su mercadería, tanto en el efectuado por camino hasta la estación (transporte que podemos llamar transversal o radial), como por ferrocarril hasta el punto de venta, donde la mercadería, que valía C_p al empezar a moverse, adquiere la posibilidad de valer P_v. A esta diferencia de precios, $P_v - C_p$, se la acostumbra a llamar *coeficiente de transporte* o amplitud o capacidad de transporte. En lo sucesivo la representaremos por v.

Designemos con y a la ordenada de la curva que nos representa la tarifa a cobrar por el ferrocarril en \$ m/n para transportar una tonelada de carga a la distancia x; entonces y será una cierta función de x, de cuya forma prescindimos por ahora; si llamamos z a la ordenada (en kilómetros) de la curva que limita a ambos lados de la vía la *zona* de producción posible, o sea el lugar geométrico de los puntos más alejados del ferrocarril desde donde le es posible al productor traer cargas sin pérdida hasta la estación, que suponemos ubicada a la distancia x del mercado, tendremos que, siendo f el costo del transporte por caminos, en \$ m/n por ton-Km., se verificará, por definición, que

$$v = y + zf,$$

pues y es la tarifa, o lo que el productor va a gastar por el transporte en ferrocarril, y zf es el costo del transporte de z kilómetros por caminos, a razón de f \$ m/n el Km.; y la suma de estos dos gastos, será *menor* que v para puntos cercanos a la estación del ferrocarril e igual a v, tal como lo hemos escrito para las cargas provenientes

del límite extremo de la zona, a la distancia z. De la fórmula anterior sale

$$z = \frac{v - y}{f}$$

expresión con la cual es fácil calcular el ancho de la posible zona de influencia de un ferrocarril de acuerdo con la tarifa y que se aplique a una mercadería de coeficiente de transporte v en una zona donde el acarreo cuesta f. O también el valor de v que debe tener una mercadería producida en un punto dado para que su transporte sea posible; o la tarifa máxima que puede soportar la producción de un lugar determinado, etc. Como el objeto principal del presente trabajo no es el de resolver estos problemas, los dejaremos de lado.

Haremos una excepción observando que la influencia de las variaciones de f en el valor de z, es superior a la que tienen las de y. O sea, que muchos pretendidos problemas de tarifas ferroviarias se resuelven más fácilmente actuando sobre otros de los elementos que también intervienen en la cuestión. Los transportes automotores por caminos, que tan gran desarrollo están adquiriendo entre nosotros, pueden prestarse a solucionar muchas dificultades, si colaboran con los ferrocarriles, contribuyendo a abaratar el transporte.

El ejemplo siguiente muestra un aspecto de esta cuestión:

En los alrededores de cierta estación, se produce determinada mercadería cuyo coeficiente de transporte es 11 \$ m/n, y a la cual la empresa del ferrocarril aplica una tarifa de 9 \$ m/n. Los caminos de la zona, o los procedimientos de acarreo, se supone que son malos, por lo cual el costo respectivo es de 0,10 \$ m/n por ton-Km. En estas condiciones la distancia máxima de la estación a la que puede producirse la mercadería es

$$\frac{11 - 9}{0{,}1} = 20 \text{ Km}$$

Se desea poder llegar a producirla hasta los 30 Km, para lo cual la empresa debería rebajar la tarifa a 8 \$ m/n.

Supongamos que el tráfico total fuera de 10.000 ton. y que por haber aumentado el ancho de la zona en un 50 % (de 20 Km. a 30 Km.), el tráfico pudiera experimentar análogo incremento, llegando a 15.000 ton. que a la nueva tarifa de 8 \$ m/n, darían 120.000 \$ m/n.

A la empresa le conviene más invertir 10.000 \$ m/n en el arreglo de los caminos de acceso a la estación, o en adquirir y poner a disposición de los productores elementos más eficientes que reduzcan el costo del transporte por camino a 0,07 \$ m/n por ton-Km., y rebajar ella además la tarifa ferroviaria sólo a 8,90 \$ m/n; el ancho de la zona de producción posible, sería, entonces, a cada lado de la vía, de

$$\frac{11 - 8{,}90}{0{,}07} = \frac{2{,}10}{0{,}07} = 30 \text{ Km.}$$

tal como se desea, habiéndose obtenido el resultado con la simple rebaja de diez centavos. En cuanto a la suma cobrada por la empresa va a alcanzar a

$$15.000 \times 8,90 = 133\,500 \text{ \$ m/n},$$

y aun descontando de aquí los 10.000 $ m/n empleados en mejorar el costo del transporte caminero, siempre queda un total superior al que se obtiene con la tarifa de 8 $ m/n.

Si no se hiciera ninguna rebaja, pero la empresa consiguiera organizar mejor el transporte caminero, gastando los 10.000 $ m/n supuestos, reduciendo el costo a 0,07 $ m/n, el ancho de la zona sería

$$\frac{11 - 9}{0,7} = \frac{2}{0,7} = 28,6 \text{ Km},$$

habiendo aumentado en un 43 %. Si el tráfico, supuesto de 10.000 toneladas, aumenta en la misma proporción, daría 38.700 $ m/n más. Quiere decirse que no sólo 10.000, sino 20.000 y hasta 30.000 $ m/n podría gastar la empresa ferroviaria, y aun saldría beneficiada, (respecto al total de productos), sin tener necesidad de rebajar sus tarifas.

Sea g el gasto en $ m/n que le irroga al ferrocarril el transporte de una ton-Km. de peso útil, valor que suponemos bien determinado para cada mercadería, según el aprovechamiento que hace del peso muerto del vagón, y de otras modalidades del transporte (a velocidad de tren expreso o a común de carga, vagón completo o en lotes, etc.); entonces gx es el gasto originado por el transporte a la distancia x; y como el ferrocarril cobra por ese servicio la tarifa y, le quedaría como ganancia o utilidad por tonelada transportada, la diferencia $y - gx$.

Para avaluar la utilidad total habrá que multiplicar esta diferencia, por el total de toneladas que constituyen el tráfico. Consideremos un elemento diferencial de vía, dx, y el área del rectángulo de zona que le corresponde a cada lado, zdx, lo que hace una área infinitesimal de $2\,zdx$. Llamando γ la producción en toneladas por Km. cuadrado, la expresión diferencial de la producción Q será

$$dQ = 2\,\gamma\,z\,dx = 2\,\gamma\,\frac{v - y}{f}\,dx$$

y la expresión diferencial de la utilidad de la Empresa, será

$$dU = (y - gx)\,dQ = 2\,\gamma\,\frac{(v - y)}{f}\,(y - gx)\,dx$$

de la cual obtendremos la utilidad total, por simple integración entre los límites relativos a las distancias propias de cada caso.

En general, se supone que v, γ y f son constantes a todo lo largo de la línea, de modo que su valor no está influenciado por el de x, lo cual simplifica mucho los cálculos. Por otra parte, esta hipótesis corresponde bien a la realidad, pues la constancia de v presupone la de P_v y la de C_p. O sea, que la mercadería producida en los diferentes puntos de la zona es de igual calidad y obtiene por lo tanto igual precio de venta; y que también el costo de su producción, en el que influye el valor de los arrendamientos, los jornales, el precio de las semillas, los gastos de recolección, etc. (si se trata de un cereal), es el mismo a diferentes distancias del mercado de venta o del puerto exportador, todo lo cual es muy aproximadamente cierto sobre grandes extensiones de la zona agrícola argentina. Lo mismo cabe decir de γ, o número de toneladas producidas por Km. cuadrado, que son sensiblemente constantes a través de centenares de kilómetros de terrenos geológicamente uniformes y con muy pocas variantes de lluvia, clima y temperaturas. Y lo mismo cabe decir de f, pues si la región es uniforme, lo es también en término medio el estado de los caminos, y por lo tanto el costo f del transporte a lo largo de ellos.

Pero si v, γ y f fueran variables, con igual o diferente ley; o si unos fueran constantes y otros variables; o si los constantes lo fueran sólo dentro de ciertos límites, adoptando fuera de ellos otro valor, constante o variable, no habría ningún inconveniente en considerarlo así en la fórmula, dejando bajo el signo integral las cantidades variables, o efectuando integraciones parciales o combinando ambos procedimientos. Todas las particularidades susceptibles de presentarse en la práctica, pueden ser tenidas en cuenta para hacer un buen estudio teórico.

Tomando el caso más sencillo, de que fueran constantes, e integrando, hasta la distancia x, resulta

$$U = \frac{2\gamma}{f} \int_0^x (y - gx)\,(v - y)\,dx$$

fórmula general con la que, como veremos en seguida, se resuelven numerosos problemas. En cuanto al límite superior de la integración, se elige generalmente el que resulta de igualar la tarifa y a los gastos de transporte, pues es evidente que la cantidad cobrada por el ferrocarril y, deberá ser mayor o a lo sumo igual a los gastos:

$$y \geq gx \quad \therefore \quad x \leq \frac{y}{g}.$$

Este valor de x lo llamaremos *distancia máxima de transporte* posible por ferrocarril, y es el que, como hemos dicho, se adopta frecuentemente como límite superior de la integración. Otras veces se fija teniendo en cuenta que la tarifa y, no puede ser mayor que la cantidad v de que dispone el productor para gastar en transporte, deduciendo de aquí el valor correspondiente de x, según la expresión en x que tenga y. También puede ser determinado según la longitud del ferrocarril, o la de la zona productora, o la ubicación de puntos de competencia, o de interferencia, o combinación con otras tarifas, etc.

Para seguir adelante en nuestro estudio, hay ahora que elegir una expresión para y, en función de la distancia x, o sea, determinar explícitamente la forma de la tarifa. Los tres tipos de estas expresiones más comúnmente usados, son:

El correspondiente a las *tarifas kilométricas*, en las cuales

$$y = ax;$$

El de las *tarifas terminales*,

$$y = mx + n;$$

Y el de las *tarifas parabólicas*,

$$y = K\sqrt{x}$$

Los valores de las constantes a, m, n y K, se determinan por condiciones de máximo. Es curioso observar que la famosa tarifa de máxima utilidad de Launhardt, puede deducirse inmediatamente, observando que para cualquier distancia x, lo que gana la empresa por tonelada transportada es $y - gx$; y como el número de toneladas transportadas es proporcional al ancho de la zona transversal o $v - y$, la utilidad total es proporcional al producto

$$(y - gx)(v - y)$$

Pero estos dos factores, ambos positivos, tienen, para cada x, una suma constante:

$$y - gx + v - y = v - gx.$$

Luego su producto (y, por lo tanto, la utilidad de la empresa) será máximo cuando ambos sean iguales,

$$y - gx = v - y$$

$$y = \frac{v + gx}{2}$$

que es, efectivamente, la ecuación de la tarifa de máxima utilidad encontrada por Launhardt, con raciocinios bastante más complicados, pues hacía intervenir el cálculo de variaciones y la resolución de la ecuación diferencial de Euler-Lagrange. (Ver *Teoría de las Tarifas*, por A. Schneidewind, en « Revista del Centro Estudiantes de Ingeniería », nº 195, Septiembre de 1918, 2ª ed., pág. 525).

La distancia máxima a la que podrá aplicarse, resultará de

$$x \leq \frac{y}{g} \quad \therefore \quad x \leq \frac{v + gx}{2\,g} \quad \therefore \quad x \leq \frac{v}{g}$$

Habiendo encontrado así el límite superior de la integración y la expresión de y, sustituyendo en la fórmula que nos daba U y operando, resultará sucesivamente

$$U = \frac{2\,\gamma}{f} \int_0^{\frac{v}{g}} \left(\frac{v + gx}{2} - gx \right) \left(v - \frac{v + gx}{2} \right) dx$$

$$= \frac{\gamma}{2f} \int_0^{\frac{v}{g}} (v - gx)^2\, dx = \frac{\gamma}{6fg} \Big[(gx - v)^3 \Big]_0^{\frac{v}{g}}$$

$$= \frac{\gamma\, v^3}{6fg} = 0{,}166 \frac{\gamma\, v^3}{fg}$$

Esta es la utilidad máxima que puede aportarle a una empresa la implantación de una *tarifa terminal*, dentro de las hipótesis hechas.

Para determinar el valor de a correspondiente a la tarifa *kilométrica* de la forma $y = ax$, sustituiremos el valor de y en la expresión de U, dejando por ahora indeterminado el límite superior de la integral: tendremos

$$U = \frac{2\,\gamma}{f} \int_0^x (ax - gx)\,(v - ax)\,dx$$

$$= \frac{2\,\gamma\,(a - g)}{f} \int_0^x x\,(v - ax)\,dx$$

$$= \frac{2\,\gamma\,(a - g)}{f} \left[\frac{vx^2}{2} - \frac{ax^3}{3} \right]_0^x$$

El valor máximo de x, lo determinaremos por la condición de que

la tarifa, ax, debe ser menor, o a lo sumo igual a la cantidad v de que dispone el productor para gastar en transportes, o sea

$$v \geq ax \quad \therefore \quad x \leq \frac{v}{a}$$

Sustituyendo este valor límite, queda

$$U = \frac{2\gamma(a-g)}{f}\left[\frac{v^3}{2a^2} - \frac{v^3}{3a^2}\right]$$

$$= \frac{\gamma v^3}{3f} \cdot \frac{a-g}{a^2}$$

El primer factor es constante; el segundo, depende de a, y podemos buscar entonces un valor de a que haga máxima a U. Derivando dos veces a U con respecto a a,

$$\frac{dU}{da} = \frac{\gamma v^3 (2g-a)}{3fa^3}$$

$$\frac{d^2U}{da^2} = \frac{2\gamma v^3 (a-3g)}{3fa^4}$$

Igualando a cero la primera derivada, resulta

$$a = 2g$$

valor de a que hace negativa a la derivada segunda; luego se trata en realidad de un máximo. La tarifa respectiva será

$$y = 2gx$$

La distancia máxima de aplicación, resulta

$$x = \frac{v}{a} = \frac{v}{2g}$$

y la utilidad que proporciona a la empresa, de acuerdo al valor encontrado para a, es:

$$U = \frac{\gamma v^3}{3f}\,\frac{2g-g}{4g^2} = \frac{\gamma v^3}{12fg} = 0{,}083\,\frac{\gamma v^3}{fg}$$

Esta es la utilidad máxima que puede aportarle a una empresa la implantación de una *tarifa kilométrica*, dentro de las hipótesis hechas. Como se ve, es justamente *la mitad* de la obtenida con la

tarifa terminal, lo que justifica la tendencia de las empresas a adoptar, siempre que pueden, el tipo de tarifas terminales. Observemos también que la distancia máxima de transporte es doble en la terminal, $\frac{v}{g}$, que en la kilométrica $\frac{v}{2g}$, lo que permite extender la benéfica influencia del ferrocarril a doble distancia en el interior del país, gracias a las tarifas terminales, detalle éste muy digno de tenerse en cuenta por lo que representa como ventaja para los intereses generales. De ahí que el Gobierno haya prestado siempre su aprobación a las gestiones llevadas a cabo por las empresas para facilitar la paulatina sustitución de sus primitivas tarifas kilométricas, o *proporcionales,* por otras de tipo terminal o *diferenciales,* a pesar de las protestas que generalmente ocasionan estas últimas entre el público transportador.

Protestas que, justo es decirlo, tienen su razón fundada en el mayor precio que se cobra con las terminales en los transportes a distancias cortas, que precisamente son los más numerosos. En efecto: siendo en la kilométrica

$$y = 2\,gx$$

y en la terminal

$$y = \frac{v + gx}{2}$$

la primera resulta menor que la segunda hasta una distancia tal que

$$2\,gx = \frac{v + gx}{2}$$

$$\therefore \quad x = \frac{v}{3\,g}$$

o sea, hasta la tecera parte de la distancia máxima de aplicación.

Este inconveniente de las terminales, ha sido corregido con las parabólicas, de la forma

$$y = K\sqrt{x}$$

en las cuales se determina a K de modo que se llegue con el valor máximo v a la distancia máxima a que permiten alcanzar las terminales que era $\frac{v}{g}$; luego

$$v = K\sqrt{\frac{v}{g}} \quad \therefore \quad K = \sqrt{v\,g}$$

Entonces la tarifa es

$$y = \sqrt{v\,gx}$$

y calculando con ella la utilidad máxima, resulta

$$U = \frac{2\,\gamma}{f}\int_0^{\frac{v}{g}} (\sqrt{v\,gx} - gx)\,(v - \sqrt{v\,gx})\,dx$$

$$= \frac{2\,\gamma}{f}\left[\frac{2}{3}\,v\,\sqrt{vg}\;x^{3/2} - v\,g\,x^2 + \frac{2}{5}\,g\,\sqrt{vg}\;x^{5/2}\right]_0^{\frac{v}{g}}$$

$$= \frac{2\,\gamma\,v^3}{15fg} = 0{,}133\,\frac{\gamma\,v^3}{fg}$$

o sea, un poco menos que con las terminales, que dieron $0{,}166\,\frac{\gamma\,v^3}{fg}$; pero tal resultado es obtenido gravando los transportes cortos mucho menos que con las terminales y permitiendo a la vez transportes largos hasta una distancia doble que con las kilométricas. Las tarifas parabólicas representan, pues, un conjunto de propiedades ventajosas simultáneamente para el público productor (baratura en los transportes cortos); para la empresa transportadora (una utilidad bastante elevada); y para los intereses generales del país (máxima distancia de aplicación). En particular, estos últimos resultan especialmente beneficiados por todo cuanto contribuye a favorecer los transportes de largo recorrido.

En resumen: con los tres tipos de tarifas

kilométricas	*terminales*	*parabólicas*

cuyas ecuaciones son:

$y = 2\,gx$	$y = \frac{v + gx}{2}$	$y = \sqrt{v\,gx}$

se extiende la influencia del ferrocarril hasta la distancia máxima

$x = \frac{v}{2g}$	$x = \frac{v}{g}$	$x = \frac{v}{g}$

y con ellas obtiene la empresa, en el supuesto de que toda la zona

cultivable (o productora) se encuentre efectivamente en actividad, una utilidad de

$$U = \frac{\gamma v^3}{12 fg} \qquad U = \frac{\gamma v^3}{6 fg} \qquad U = \frac{2 \gamma v^3}{15 fg}$$

o sea, proporcional a los números

0,083 0,166 0,133

Tales son los resultados fundamentales que proporciona la teoría clásica de las tarifas ferroviarias; en base a ellos, y ampliando el método aplicado para obtenerlos, se pueden llegar a resolver interesantes problemas de economía ferroviaria.

Efectuando investigaciones de esta clase, pero variando un poco las hipótesis de partida o generalizando las condiciones finales, hemos obtenido los resultados que exponemos a continuación, principiando con problemas sencillos y continuando con otros cada vez mas complicados.

III. — TRANSPORTE DESDE UN PUNTO UNICO

En vez de suponer que la producción de la mercadería a transportar se haga o pueda hacerse uniformemente a ambos lados de la vía sobre toda la zona atravesada por el ferrocarril, consideraremos el caso en que se produzca o pueda producirse *exclusivamente* alrededor de una estación, ubicada a la distancia x. A su vez, la distancia desde el punto más alejado de producción posible hasta la estación, puede estar limitada, o no, dos casos muy distintos para la determinación de la tarifa.

Considerando las mismas notaciones anteriores empleadas, tendremos ahora que la máxima distancia de transporte radial, o hacia la estación por los caminos, será $\frac{v - y}{f}$. El área total será un círculo de este radio y con centro en la estación, que proveerá un tráfico en toneladas de

$$\gamma \pi \left(\frac{v - y}{f}\right)^2$$

el cual, transportado a la tarifa y, ocasionando por unidad transportada el gasto gx, dejará una utilidad igual a

$$U = \frac{\gamma \pi}{f^2} (v - y)^2 (y - gx)$$

El problema es determinar y de modo que U sea máximo; las dos primeras derivadas de U respecto a y, son

$$U' = \frac{\gamma \pi}{f^2} [(v - y)^2 - 2 (v - y) (y - gx)]$$

$$= \frac{\gamma \pi}{f^2} (v - y) (v - 3 y + 2 gx)$$

$$U'' = \frac{2 \gamma \pi}{f^2} [3 y - 2 v - gx]$$

Igualando U' a cero, y despreciando la solución $y = v$, que evidentemente no conviene al problema, resulta

$$v - 3 y + 2 gx = 0$$

$$y = \frac{v + 2 gx}{3}$$

tarifa de tipo terminal, más baja que la de Launhardt, y con la cual se llega, lo mismo que con ésta, a la distancia máxima $\frac{v}{g}$. El signo de U'' es efectivamente negativo para el valor encontrado de y, pues sustituído éste en U'', da

$$U'' = \frac{2 \gamma \pi}{f^2} [- v + gx]$$

y por ser siempre $x < \frac{v}{g}$, resulta $U'' < 0$.

El valor de la utilidad máxima, será

$$U = \frac{\gamma \pi}{f^2} \left(v - \frac{v + 2 gx}{3}\right)^2 \left(\frac{v + 2 gx}{3} - gx\right)$$

$$= \frac{\gamma \pi}{2 7 f^2} (2 v - 2 gx)^2 (v - gx)$$

$$= \frac{4 \gamma \pi}{2 7 f^2} (v - gx)^3$$

fórmula con la cual calcularíamos la utilidad correspondiente a la carga recogida en la estación ubicada a la distancia x. Si en vez de una, se trata de varias estaciones, A, B, C, D... a las distancias respectivas x_1; x_2; x_3; x_4;... repetiríamos los cálculos aisladamente para cada una de ellas, y tendríamos, por un lado, la serie de precios a cobrar,

$$y_1 = \frac{v + 2\,gx_1}{3} \quad ; \quad y_2 = \frac{v + 2\,gx_2}{3} \quad ; \quad y_3 = \frac{v + 2\,gx_3}{3}$$

y por otro la serie de utilidades

$$U_1 = \frac{4\,\gamma\,\pi}{27\,f^2}(v - gx_1)^3$$

$$U_2 = \frac{4\,\gamma\,\pi}{27\,f^2}(v - gx_2)^3$$

. . . .

cuya suma nos daría la utilidad total. En esta forma, es más sencillo el tener en cuenta las variaciones en los valores de γ, v y f, que con el método clásico de integración, pues si en las diferentes zonas de afluencia de las varias estaciones fueron γ_1, γ_2, $\gamma_3 \ldots$ v_1, v_2, $v_3 \ldots$ f_1, f_2, $f_3 \ldots$ determinaríamos las sucesivas tarifas

$$y_1 = \frac{v_1 + 2\,g_1\,x_1}{3} \quad ; \quad y_2 = \frac{v_2 + 2\,g_2\,x_2}{3} \quad ; \quad y_3 = \frac{v_3 + 2\,g_3\,x_3}{3}$$

y las diversas utilidades

$$U_1 = \frac{4\,\gamma_1\,\pi}{27\,f_1^2}(v_1 - gx_1)^3$$

$$U_2 = \frac{4\,\gamma_2\,\pi}{27\,f_2^2}(v_2 - gx_2)^3$$

$$U_3 = \frac{4\,\gamma_3\,\pi}{27\,f_3^2}(v_3 - gx_3)^3$$

. . . .

También se prestan estas fórmulas para evidenciar la rápida disminución de la utilidad al crecer x, pues aumenta con ello el término sustractivo gx, rebajándose notablemente el valor del binomio $v - gx$ que debe ser elevado a la tercera potencia. Igualmente muestra la importancia del valor de f: una disminución cualquiera

en éste, sea por mejora en los caminos de acceso a las estaciones o por efectuarse el servicio con vehículos automotores de mayor rendimiento, aumenta el radio del círculo que forma la zona de afluencia, y por lo tanto el tráfico posible, a igualdad de los otros factores, incrementando así la utilidad en proporciones muy fuertes, pues f figura elevado al cuadrado y en el denominador. Una disminución de 20 % en este costo de acarreo, por ejemplo, obligaría a multiplicar el valor de U por

$$\frac{1}{(0,8)^2} = \frac{1}{0,64} = 1,56.$$

o sea, la disminución del 20 % en el costo del transporte caminero, puede originar un aumento de 56 % en la utilidad del ferrocarril. Esto permite vislumbrar la importancia que tiene el transporte caminero barato para los ferrocarriles y las ventajas que pueden derivarse de una buena coordinación con los vehículos automotores.

Ejemplo. — Un ferrocarril tiene a la distancia de 210 Km. de la estación cabecera, una zona apta para producir, a razón de 80 ton. por Km. cuadrado, una mercadería cuyo coeficiente de transporte es 9 $ m/n ton.; el transporte caminero en la región, cuesta 0,08 $ m/n por ton-Km., y el gasto ferroviario se ha calculado en 0,024 $ m/n por ton-Km. ¿Cuál es la tarifa que producirá el máximo de utilidad a la empresa, suponiendo cultivada toda la zona?

Sustituyendo valores se tiene

$$y = \frac{v + 2\,gx}{3} = \frac{9 + 2\,(0,024)\,310}{3} = 6,36 \text{ \$ m/n.}$$

Con esta tarifa, el radio de la posible zona de afluencia, será

$$\frac{v - y}{f} = \frac{9 - 6,36}{0,08} = \frac{2,64}{0,08} = 33 \text{ Km.}$$

El área de la zona resultará

$$\pi \left(\frac{v - y}{f}\right)^2 = 3,14\,(33)^2 = 3419 \text{ Km. cuadr.}$$

La producción total, llegará a

$$\gamma\,\pi \left(\frac{v - y}{f}\right)^2 = 80\,(3419) = 273.520 \text{ ton.}$$

Lo que cobrará la empresa, a razón de 6,36 \$ m/n la ton. importa

$$\gamma \pi \left(\frac{v - y}{f} \right)^2 y = 273{,}520 \ (6{,}36)$$

$$= 1.739.587 \ \$ \ m/n.$$

y lo que gasta por hacer el transporte alcanzará a

$$\gamma \pi \left(\frac{v - y}{f} \right)^2 gx = 273\ 520 \ (0{,}024) \ (210)$$

$$= 1.378.541 \ \$ \ m/n.$$

Luego la ganancia será

$$\gamma \pi \left(\frac{v - y}{f} \right)^2 (y - gx) = 1.739.587 - 1.378.541$$

$$= 361.046 \ \$ \ m/n.$$

A este mismo resultado hubiéramos llegado directamente con la fórmula

$$u = \frac{4 \gamma \pi (v - gx)^3}{27 f^2}$$

que con los valores numéricos correspondientes, da, despreciando decimales en los cálculos

$$u = \frac{4 \ (80) \ (3{,}14) \ [9 - 0{,}024 \ (210)]^3}{27 \ (0{,}08)^2}$$

$$= \frac{1.004{,}80 \ (3{,}96)^3}{0{,}1728} = 361.046 \ \$ \ m/n.$$

Para comprobar que, en efecto, con la tarifa de 6,36 \$ m/n se obtiene un máximo de utilidad, calcularemos los resultados con una algo menor, de 6,30 \$ m/n, y con otra mayor, de 6,40 \$ m/n. Para facilitar las comparaciones, dispondremos los diferentes elementos del cálculo en la forma siguiente:

Resultados con las tarifas de:

	6,30 \$ m/n	6,36 \$ m/n	6,40 \$ m/n
Radio de la zona de afluencia en Km. . .	33,7	33	32,5
Area de la zona de afluencia en Km² . . .	3567	3419	3318
Producción total en ton.	285.360	273.520	265.440
Productos cobrados en \$ m/n.	1.797.768	1.739.587	1.698.816
Gastos del transporte en \$ m/n.	1.438.214	1.378.541	1.337.817
Utilidad en \$ m/n	359.554	361.046	360.999

Las diferencias son pequeñas, pero es bien evidente que la tarifa de 6,36 \$ m/n directamente suministrada por la fórmula, es la que proporciona la utilidad o ganancia máxima.

En la práctica, debe cuidarse de que se cumpla la hipótesis hecha, y que la zona explotable sea la supuesta, pues, de lo contrario, los resultados son otros. Por ejemplo, con los mismos datos del ejemplo anterior, supongamos que la zona de producción posible se extendiera *solamente* hasta una distancia R igual a 20 Km. alrededor de la estación, por impedir una mayor amplitud un accidente geográfico, una modificación en la composición química del suelo, o la proximidad de otra estación. Entonces la tarifa la determinaríamos por la relación

$$\frac{v - y}{f} = 20 \quad \therefore \quad y = v - 20f$$

que con los valores supuestos de v y f, daría

$$y = 9 - 20\ (0{,}08) = 9 - 1{,}60 = 7{,}40\ \$\ \mathrm{m/n}$$

y con ella obtendríamos en este caso la utilidad máxima, pues no siendo posible que aumente la zona más allá de los 20 Km. fijados de antemano, *si rebajamos la tarifa, rebajaríamos los productos a obtener; y si elevamos la tarifa, rebajaríamos también los productos, porque disminuiríamos la zona.*

Esta manera de fijar una tarifa por la relación

$$y = v - Rf$$

no es en realidad muy lógica, pues no se hace intervenir la distancia a que va a ser hecho el transporte, pero permite obtener del tráfico todo lo que el tráfico puede dar, y se presta bien para la determinación de una tarifa especial a aplicarse en un punto aislado. Por otra parte, y como veremos más adelante, pueden existir tarifas en las que no intervenga para nada el factor distancia, tal como sucede en las tarifas tranviarias y en las postales.

Cuando se fija el valor de y por medio de la relación últimamente escrita, hay que tener en cuenta los gastos propios de la empresa, para limitar de acuerdo a ellos las condiciones de aplicación. Por lo tanto, habrá que tener cuidado de no utilizarla más que cuando

$$v - Rf > gx \quad \therefore \quad R < \frac{v - gx}{f}$$

Cuando R es mayor que este valor límite, no se lo toma en cuenta

y se fija directamente otro valor de R por la condición de obtener la utilidad máxima. Como la tarifa correspondiente es

$$y = \frac{v + 2\,gx}{3}$$

y el radio de la zona es $\frac{v - y}{f}$, resultará

$$R = \frac{v - y}{f} = \frac{v - \frac{v + 2\,gx}{3}}{f} = \frac{2\,(v - gx)}{3\,f}$$

Si el radio real de la zona posible es mayor que el calculado así, se toma el calculado, pues es el que dará la utilidad máxima. Si es menor, se toma el real, pues el calculado no podrá ser obtenido, por hipótesis.

Cuando f disminuye, R aumenta rápidamente; para una disminución de 50 % en f, R aumenta, no en 50 sino en 100 %. Cuando la distancia x aumenta, acercándose el producto gx a valer v, el transporte va dejando de ser remunerativo para la empresa y la zona de producción posible, o mejor dicho, explotable, tiende a anularse.

Ejemplo. — Con los mismos datos anteriores, se trata de fijar las tarifas a aplicarse en tres estaciones de un ferrocarril cercanas a la punta de rieles de un ramal: La primera, a 280 Km., tiene una zona de producción posible de 16 Km. de radio alrededor de la estación. La segunda, a los 300 Km. puede producir hasta los 20 Km. La tercera, a los 350 Km., puede disponer de zona hasta los 10 Km. Se trata de buscar las tarifas que proporcionen mayor utilidad.

Las deducidas con la fórmula

$$y = \frac{v + 2\,gx}{3}$$

serían, respectivamente,

7,48 $ m/n ; 7,80 $ m/n ; 8,60 $ m/n

pero esto supone que se cultivan todas las zonas de producción posibles, cuyos radios calculados según la fórmula

$$R = \frac{2\,(v - gx)}{3\,f}$$

serían

19 Km ; 15 Km ; 5 Km,

Y de acuerdo a los datos del problema, la primera estación no dispone más que

de una zona posible de 16 Km. de radio; la tarifa respectiva podría, en consecuencia, subirse hasta la deducida de

$$y = v - Rf = 9 - 16\ (0{,}08) = 7{,}72\ \$\ \text{m/n},$$

que es la que procuraría en este caso la utilidad máxima. En cuanto a las otras dos, no podrían, evidentemente, cultivar toda la zona posible a su alrededor, de 20 y 10 Km, respectivamente, con los valores supuestos para v, f y g, y debido, también, al alto valor de x. No hay que olvidar que hemos supuesto estaciones extremas, próximas a punta de rieles: para la última de ellas, los gastos son

$$gx = 0{,}024\ (350) = 8{,}40\ \$\ \text{m/n},$$

con muy escaso margen sobre los 8,60 $ calculados para la tarifa.

Y eso que estamos tratando de tarifas de utilidad máxima.

La designación de « utilidad máxima para las empresas », es un engañoso calificativo, que puede inducir al lector hacia consideraciones equivocadas, suponiendo que prevemos ganancias fabulosas para los ferrocarriles. Nada de eso. La utilidad máxima que puede conseguir una empresa, es siempre — o casi siempre — muy inferior a la permitida por la ley.

En efecto; la ley 5315 (ley Mitre), en su art. 9, establece como valor normal de la relación de gastos a productos o coeficiente de explotación, E, el 0,60. Este coeficiente mide la cantidad a gastar para conseguir 100 $ de productos brutos, y de ahí que la ganancia líquida o utilidad sea $(1 - E)\ P$. Interesa, pues, que E sea lo menor posible, pues con eso aumenta U. Para la tarifa de utilidad máxima que estamos considerando, se tiene

$$E = \frac{G}{P} = \frac{gx}{y} = \frac{gx}{\frac{v + 2\,gx}{3}} = \frac{3\,gx}{v + 2\,gx}$$

$$= \frac{3\,g}{2\,g + \frac{v}{x}}$$

expresión que varía, *creciendo* evidentemente con x. Quiere decirse que sólo en los primeros kilómetros es posible esperar un coeficiente de explotación favorable. Si quisiéramos determinar hasta qué distancia puede ser inferior a 0,60, escribiríamos

$$\frac{3\,gx}{v + 2\,gx} \leq 0{,}60 \quad \therefore \quad x < \frac{0{,}6\,v}{1{,}8\,g} = \frac{v}{3\,g}$$

o sea, hasta la tercera parte de la distancia máxima de transporte; y en las dos terceras partes restantes, las tarifas de utilidad máxima, proporcionan por tonelada una utilidad inferior a la máxima permitida por la ley.

Con los datos empleados en los ejemplos anteriores, se tendría

$$x = \frac{v}{3\,g} = \frac{9}{3\,(0{,}024)} = \frac{9000}{72} = 128{,}5 \text{ Km.}$$

Prácticamente, a partir de los 130 Km, tendríamos ya coeficientes de explotación superiores al normal de 0,60. Para la última estación, supuesta a los 350 Km, resulta

$$E = \frac{8{,}40}{8{,}60} = 0{,}97,$$

a pesar de tratarse, como ya hemos dicho, de tarifas de utilidad máxima.

Un ferrocarril que dispusiese de 2000 a 3000 Km. de vía, y que determinase las tarifas en sus diferentes estaciones por las condiciones de utilidad máxima, resultaría en total con un coeficiente de explotación evidentemente alto y por lo tanto poco favorable.

Esto llevaría equivocadamente a pensar que las empresas ferroviarias obtendrían mejores resultados económicos fijando sus tarifas de acuerdo al máximo de utilidad que les permite la ley, o sea, escribiendo

$$\frac{G}{P} = \frac{gx}{y} = 0{,}6 \quad \therefore \quad y = \frac{gx}{0{,}6} = 1{,}66\,gx$$

tarifa de tipo kilométrico, perfectamente legal, pero inaplicable en algunas estaciones y antieconómica en otras, como se comprueba en los ejemplos a continuación.

Para la estación ubicada a 210 Km en la que habíamos obtenido una ganancia de 361.046 $ m/n, con la tarifa de 6,36 $ m/n, resultaría que ahora obtendríamos:

Nueva tarifa: $1{,}66\,(0{,}024)\,(210) = 8{,}37$ $ m/n.

Radio de la zona de afluencia:

$$\frac{9 - 8{,}37}{0{,}08} = \frac{0{,}63}{0{,}08} = 8 \text{ Km.}$$

Antes era 33 Km. Esta reducción del radio indica ya una fuerte disminución en a extensión de la zona, en el volumen de las cargas transportadas y en la suma de los productos percibidos. En efecto:

Area de la zona: 3,14 (64) = 200,96 Km².
Producción total: 80 (200,96) = 16.077 ton.
Productos cobrados: 8,37 (16.077) = 134.564,49 $ m/n.
Gastos del transporte: 0,024 (16.077) (210) = 81.026,40 $ m/n.

Utilidad resultante: 53.538,09 $ m/n, en vez de los 361.046 $ m/n que había producido la tarifa anteriormente calculada. Una séptima parte. Pero el coeficiente de explotación resulta mucho menor.

Para las tres estaciones últimas, también estudiadas en un ejemplo anterior, la tarifa deducida con el coeficiente de explotación de 0,60 resulta inaplicable, pues ya a los 280 Km. se tendría

$$y = 1{,}66\ (0{,}024)\ 280 = 11{,}15 \text{ \$ m/n},$$

cuando el coeficiente de transporte de la mercadería no es más que 7 $ m/n.

Un inconvenieente susceptible de presentarse en la práctica, es el originado por la interferencia o superposición de las zonas de dos estaciones sucesivas. Si los radios de los dos círculos respectivos son tales que su suma es mayor que la distancia entre las dos estaciones, o sea cuando

$$\frac{2\,(v - gx_1)}{3f} + \frac{2\,(v - gx_2)}{3f} > x_2 - x_1$$

siendo x_1 y x_2 las distancias desde las estaciones hasta el origen de la línea, la superposición de zonas se produce. Entonces es inútil esperar que en cada estación afluya el tráfico calculado; los resultados prácticos no coincidirán con las previsiones teóricas y la utilidad máxima no será obtenida.

En principio, si la superposición no es muy grande, se puede prescindir de ella, calculando antes la merma que va a tenerse en la producción, para juzgar si vale o no la pena efectuar algún trámite para compensarla. Uno de éstos puede ser elevar la tarifa en la segunda estación, para reducir su zona, hasta que no se superponga con aquella de la estación precedente, y así, en ésta por lo menos, se consigue la utilidad máxima. También se puede elevar la tarifa, (dentro de ciertos límites) en la precedente, para obtener la utilidad máxima en la siguiente, aunque, en este caso, el resultado no sería tan favorable, pues los gastos de transporte crecen proporcionalmente con la distancia más de prisa que la tarifa, y por lo tanto una tonelada de carga deja más ganancia cuando de más cerca se la transporta, y por eso conviene intensificar el tráfico en la estación más cercana al origen de la línea.

Pero si la superposición es grande, y los valores del transporte caminero son distintos en las dos estaciones sucesivas, el problema

puede adquirir otros aspectos, pues el productor dirigirá la carga a una u otra estación, según el importe que le represente a él, no sólo la tarifa ferroviaria, sino el total de los gastos de transporte por camino y por ferrocarril. La línea de separación entre las zonas propias de las dos estaciones, cuyas zonas se superponen, no es entonces la línea recta, cuerda común de los dos círculos, sino un arco de hipérbola, y esto hace que el estudio puramente teórico del problema sea complicado, con poca ventaja práctica, pues las líneas de real separación de las zonas se establecen más bien de acuerdo a los caminos existentes, división de las propiedades, y otros detalles locales que un buen plano catastral permite determinar sin mayores cálculos; y la teoría puede conducirnos aquí a graves discordancias con la realidad. El mejor procedimiento es, pues, en estos casos, fijar una serie de tarifas, determinar sobre un plano catastral las zonas que pueden realmente dominarse con ellas desde cada estación y calcular las utilidades respectivas, hasta encontrar la máxima en la serie de resultados sucesivos. Bien entendido que se trata de la utilidad máxima obtenida en las dos estaciones, por suma de las dos utilidades, y no de la utilidad máxima en cada una de ellas.

Finalmente, debe observarse, una vez más, que la utilidad de la empresa depende, en fuerte porporción, del valor de f, y que éste, en la práctica, lo fijan los automotores establecidos en la zona, los cuales es lógico que traten ellos también de fijar sus tarifas de modo a obtener utilidades máximas. Es fácil demostrar, que si f_0 es el costo directo del transporte automotor por camino, la tarifa f que proporciona la utilidad máxima a los automotores es igual a 1,5 f_0. La demostración puede verse en *Anales de la Sociedad Científica Argentina*, tomo XXXIX, 1er. semestre 1895, pág. 49. Teniendo en cuenta este valor resultará, pues

$$U = \frac{8 \gamma \pi}{81 f_0^2} (v - g)^3$$

ó muy aproximadamente

$$U = 0,1 \frac{\gamma \pi}{f_0^2} (v - gx)^3$$

Como f_0 aumenta mucho (y por lo tanto disminuye U) con el mal estado de los caminos, se evidencia el interés vital que reviste para las empresas ferroviarias todo cuanto influya para mejorar las condiciones viales de las zonas que atraviesan sus líneas.

(Continuará)

SOBRE LA ETIMOLOGIA DE LA PALABRA « GARÚA »

Por el Dr. W. KNOCHE

Aparentemente el sentido o concepto de la palabra garúa, es algo diferente en las distintas partes de Sudamérica. Como se trata de un fenómeno típicamente sudamericano, aunque no falta en otras regiones de la tierra, como por ejemplo en la costa oeste desértica de Sudáfrica, será conveniente fijar el significado del vocablo de referencia para las distintas zonas Iberoamericanas.

El « Diccionario Marítimo Español », por José de Lorenzo, O. Gonzalo de Murya y D. Martín Ferreira, Madrid 1864, da la siguiente definición:

Garúa = Neblina muy húmeda que deja caer gotitas muy finas de agua pero que no llegan a correr por el suelo como las de la lluvia.

Citaremos las siguientes fuentes para este continente:

J. J. Tschudy, « Kechua-Sprache », Wien 1853, menciona:
Garúa = Vocablo quechua.

« Vocabulario Rioplatense razonado », por O. Daniel Granada, 2ª Edición por O. Juan Valera, Montevideo 1890.
Garúa = Llovizna.
Voz propia en Chile (Rodríguez) y en el Perú (Palma). En Lima, de donde quizás venga el vocablo, llaman de muy antiguo garúa, a la finísima llovizna en que se condensan las nieblas que durante el invierno oscurecen su cielo. Lloviznas menudas que es lo que llaman (en el Perú) garúas (Ulloa).

« Tesoro de Catamrqueñismos », por Samuel A. Lafone Quevedo, Buenos Aires 1898.
Garúa = Nombre que se da a la bruma o cerrazón, en el litoral.
Garúa. - Etim. puede asegurarse que está aún por determinarse. Así con g puede ser voz del Cuzco; pero dado la confusión de p y k puede ser « purua » que encierra la raíz « para », llover.

« Diccionario de Chilenismo », por Zorobabel Rodríguez, Santiago, 1875.
Garúa = Garuar es provincialismo peruano y chileno.
Garúa es en español llovizna, mollizna, cernidilla.
En Chile la gente zafia dice garuga y garugar.

« Diccionario de Peruanismos ». Ensayo filológico por Juan de Asona, Lima 1883.

Garúa = Llovizna menuda o como decían nuestros escritores del siglo pasado mollizna (del latín « mollis », blando, suave), rocío que puede caer en cualquier parte y que constituye la única lluvia del litoral peruano; extensión como de 500 leguas de arenales desiertos, con risueños valles interpuestos. Desde los primeros días de la conquista los historiadores primitivos de Indias denuncian esta peculiaridad y procuran explicarla físicamente a su manera sin usar más palabras que la de rocío y comparándola, éste, ya a las nieblas de Valladolid, ya a las de Escocia. El americanismo garúa es uno de esos provincialismos; lo llamamos americanismo, porque no lo creemos ni peruanismo, ni hispanismo de América...
Garuar, lloviznar tenuamente.

« Diccionario de barbarismos y provincialismos de Costa Rica », por Carlos Gazini, San José de Costa Rica, 1893.

Garúa = Con este nombre se designa en Costa Rica, en el Perú, en Chile, y acaso también en otras partes, la lluvia fina que los Españoles llaman llovizna, cernidilla, matapolvo. Garúa consta como Peruanismo en la 11ª Edición del Diccionario de la Academia. Garuar: lloviznar, molliznar, molliznear.

Nuestro vocablo se encuentra también en las Antillas:

« Diccionario Provincial de voces cubanas », por O. Esteban Pichardo, Habana 1862.

Garúa = Sinónimo de llovizna aun más menuda o leve.
Garuar (Peruanismo) o como sinómimo de garuíta, diminutivo de garúa. Lloviznar más a menudo — o levemente...

« Diccionario Cubano », José Miguel Macías, Vera Cruz 1885.

Garúa = Sig. Met. Llovizna menuda. Cit. en Salva se lee garúa.
Prov. per.: llovizna. Garuar (Prov. per.): lloviznar. Etim.: Guardan silencio los etimologistas. Deriv. garuar y garuíta.

De una fuente desconocida damos la siguiente descripción:

Garúa = Nombre que dan en el Perú a la lluvia menuda y cuasi imperceptible que no incomoda como la niebla cuando cae. Es por extremo contigua de la lluvia, principalmente de la más menuda, que llamamos garúa (P. Lozana). Paraguay; Reino de la Plata y Tucumán.
Garuar — lloviznar.

La « Enciclopedia Spasa-Calpe » se restringe a la siguiente explicación:

Garúa = (Voz quechua). Americanismo: llovizna, mollizna.
Garúa, mar.: Neblina muy húmeda que deja caer gotitas muy finas pero que no llegan a correr por el suelo como las de la lluvia. Garuar (Etim. de garúa) Amer. lloviznar.
Garuga, garugar: cernidilla.

« Diccionario de la Lengua Castellana », por la Real Academia Española, Madrid 1914, dice:

Garúa = Voz quichua Amer. y Mar. llovizna.

El Diccionario Enciclopédico Hispano-Americano, 1912:

Garúa = Neblina muy húmeda que deja caer gotitas muy finas de agua, pero

que no llegan a correr por el suelo como las de lla lluvia. Es voz usada por los marinos y en las Repúblicas de Sudamérica.

Debe agregarse que se usa en el Perú también los aumentativos de: Garúa = Garugón y garugoncito.

También en la Argentina la palabra garúa se refiere a un hidrometeoro más fino que la llovizna en transición a neblina.

V. Tschudi, en su « Fisonomía del Perú », se refiere al fenómeno de la garúa de la costa chileno-peruana, entre el río Loa y el Cabo Tumbes, y la describe en la forma siguiente:

« Al principio y al fin del invierno la niebla generalmente asciende entre 9 y 10 horas de la mañana y baja rara vez a las 3 horas de la tarde. En Agosto y Septiembre esta niebla es la más densa y queda durante semanas inmóvil sobre el suelo. Nunca se disuelve en lluvia verdadera sino solamente en una precipitación sumamente fina, penetrante, que los habitantes llaman garúa ».

J. Hann, en su Climatología (tomo II, Stuttgart, 1910), menciona, según Wolf, las garúas de la zona desértica en la costa ecuatoriana: « aparecen en los meses de Junio a Noviembre, es decir, durante el invierno, como lluvias-polvo, casi diarias, pero que pueden adquirir también el carácter de precipitaciones continuas fuertes. Estas garúas, que no tienen el aspecto de las neblinas del Perú, tienen su mayor frecuencia durante la noche y en las horas matinales; durante el día, con aumento de calor sobre la tierra, aparece la sequedad, pero sin estar sereno; durante la época lluviosa el día tiene una insolación fuerte aunque las lluvias en su mayoría también tienen lugar en la noche y en la mañana. Las lluvias de las garúas son en la misma costa más débiles que en tierra adentro, así que la costa es la región más seca, lo que se ve también por la vegetación ».

Weberbauer (Grundzüge von Klima und Pflanzenverteilung in den peruanischen Anden. Pet. Geogr. Mitt. 1906) divide la costa peruana en una sección norte que recibe durante intervalos de 5 a 12 años, precipitaciones en el verano en forma de lluvias, y en una sección sud, abajo de latitud 8° S., caracterizada por neblinas invernales, garúas. En las regiones de las garúas, en las colinas y regiones limítrofes, aparece en la mitad del invierno la « vegetación de la loma », formada principalmente por hierbas, y que se mantiene hasta los primeros meses de verano.

Wolf, en su obra y en sus estudios sobre el Ecuador (1888), habla también de las garúas continuas y muy fuertes, en forma de densas neblinas, en algunas de las Islas Galápagos. Así, por ejemplo, en

la Isla Floriana, durante el mes de Agosto (invierno), a una altura de 270 metros, no pasó un solo día sin 4-5 garúas, quedando los caminos bien mojados.

Koeppen, en su « Die Klimate der Erde », refiriéndose a la costa Oeste de Sudamérica, habla de un « clima de garúa », que produce nieblas frecuentes sobre todo durante el semestre invernal.

Si resumimos las distintas definiciones arriba mencionadas del fenómeno garúa, este vocablo se usa tanto para una lluvia débil, como para una llovizna, ya sea normal o leve, para una niebla húmeda y también para un fenómeno « sui generis ».

El autor, quien ha observado el fenómeno durante muchos años en diferentes partes de la costa Oeste, considera la garúa como un fenómeno típico de las regiones desérticas y estépicas costaneras, al lado de una corriente marítima fría, a pesar de que en ciertas partes este hidrometeoro puede entrar hasta más de 100 km. tierra adentro. Si bien se habla de « finísima llovizna en que se condensan las nieblas », de « lloviznas menudas », de « neblina muy húmeda que deja caer gotitas que no llegan al suelo como las de la lluvia », de « mollizna », « matapolvo », « cernidilla », de « lluvia menuda y cuasi imperceptible que no incomoda como la niebla », de « una precipitación sumamente fina penetrante », de « lluvias-polvo », etc., entonces uno debe darse cuenta que se trata aparentemente de un hidrometeoro típico, diferente tanto de la llovizna como de la neblina (húmeda). Cuando la llovizna todavía puede dar precipitaciones mesurables, aún pequeñas, la garúa, que en sí puede ser débil, mediana o fuerte, casi nunca dará cantidad en el pluviómetro. La garúa se distingue de la neblina por su mayor visibilidad y por la existencia de gotitas que se sienten como tales, generalmente en los pómulos Los extranjeros que bajan en el puerto de el Callao, la consideran como una llovizna, es decir, como una precipitación efectiva, llevando paraguas abiertos. Esta medida provoca la risa de los peruanos, porque aun con una garúa muy fuerte, con sus gotitas en suspensión, el paraguas no presta la menor protección.

Físicamente la garúa tiene gotitas de un diámetro muy pequeño, tal vez de un centésimo hasta un décimo de milímetro, con una velocidad de caída tan pequeña desde 0,00 hasta 0,25 mts/seg., es decir, el tamaño de las gotitas de agua como nieblas y neblinas. Esta velocidad pequeñísima, con el más leve movimiento de aire vertical, producirá el mencionado efecto de una suspensión aparente. Además debe existir, como en la Camanchaca, otro fenómeno de las costas húmedo-desérticas, sin la menor acción termodinámica, el fenómeno

de electrostricción que impide en ambos hidrometeoros la coagulación.

Con la garúa verdadera se observa generalmente una humedad relativa muy alta, de 90 hasta 98 %, pero que raras veces llega al estado de saturación, y menos aún de sobresaturación, como sucede en el caso de neblinas o nieblas.

Geográficamente se forma la garúa en las regiones de corrientes frías y acompañando los desiertos costaneros de atmósfera húmeda, sin dinamismo atmosférico (norte de Chile, Perú, costa sud del Ecuador, costa del sudoeste del Africa, etc.). Para Chile el autor ha demostrado cartográficamente (Ztsch. d. Ges. f. Erdkunde z. Berlín N° 3/4, 1931) la distribución típica de las garúas.

Resumiendo podemos decir que la garúa es una condensación probablemente puntiforme discontinua, que no llega al grado de precipitación como una llovizna fina, ni a un grado de continuidad de condensación, como una niebla húmeda. A pesar que las cantidades no son mesurables, fitogeográficamente tienen una importancia bastante acentuada, formando ellas la vegetación típica de las lomas desérticas.

Por lo anteriormente dicho a la garúa debía adjudicársele un símbolo como se ha hecho con la llovizna (•) o la niebla (≡). En Chile durante muchos años estuvo en uso el símbolo ||| para la garúa.

NOTA SOBRE LA PRESIÓN DE UN SÓLIDO

POR

FÉLIX CERNUSCHI

El estado de equilibrio de un cristal con el vapor producido por el mismo por sublimación, ha sido estudiado especialmente por Fowler (1). El objeto de esta nota es mostrar que dicho problema puede ser resuelto en forma mucho más sencilla, involucrándolo dentro de las ecuaciones de acción de masa (2), sin realizar un razonamiento estadístico especial.

Un cristal puede ser considerado como una enorme molécula construida por un indeterminado número de moléculas simples (las que componen el estado gaseoso). Si llamamos: N_g el número total de moléculas simples; N_s el número de moléculas simples que contiene la « molécula cristalina » (número de moléculas cristalizadas); A la moiácula simple; N_sA la « molécula cristalina ». El problema de la presión de vapor de un sólido es equivalente a la presión de equilibrio de un gas constituido por átomos o moléculas A en equilibrio con una « molécula cristalina » N_sA. Por consiguiente, llamando $f\ (T)$ la función de partición de la molécula en el estado gaseoso $K(T)$ la función de partición de las moléculas A en la « molécula cristalina »; la función de partición de la « molécula cristalina » será $[K(T)]\ N_s$ y las mencionadas leyes de la acción de masa se reducen de inmediato a la siguiente:

$$Ng^{N_s} = \frac{f\ (T)^{N_s}}{[K\ (T)]^{N_s}} \qquad [1]$$

o sea:

$$Ng = \frac{K\,(T)}{f\ (T)} \qquad [2]$$

(1) R. H. Fowler, *Satistical Mechanics*, p. 162 (1936).
(2) R. H. Fowler, *Statistical Mechanics* (1936), p. 164- ec. (497).

La ecuación (2) es idéntica a la obtenida por Fowler por otro camino. Llamando como Fowler X el calor de vaporización por átomo o molécula correspondiente al cero de la temperatura absoluta, la función de partición para el átomo o molécula en el estado gaseoso es:

$$f(T) = \frac{(2\,r\,m\,k\,T)^{\frac{3}{2}}}{h^3} V \, . \, b_g(T)\, e^{-\frac{x}{kT}} \qquad [3]$$

en la que $b_g\ (T)$ representa las posibles rotaciones y vibraciones de la molécula en el estado gaseoso.

De (2) y (3) y aplicando para el vapor la relación de los gases perfectos $pv = N_g kT$, obtenemos:

$$p = \frac{(2\,r\,m\,k\,T)^{\frac{3}{2}}}{h^3 K\,(T)}\; k\,T\,bg\,(T)\, e^{-\frac{x}{kT}} \qquad [4]$$

que nos da la conocida expresión de la presión del vapor en equilibrio con el cristal.

Observatorio Astronómico - Córdoba

BIBLIOGRAFIA

DE FOLLETOS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA N. DE CIENCIAS E. F. Y N. DE BS. AS.

POR C. C. D.

Actualités Scientifiques et Industrielles. Folletos (16 1/2 cm × 25 cm) editados por Hermann & Cía., París. Número de páginas y precios variables. Se detallan a continuación los últimos recibidos, siguiendo la numeración consecutiva.

N° 624. — LAPICQUE (LOUIS), *La Chronaxie et ses applications physiologiques.* 118 páginas con algunas figuras; 30 francos; 1938.

Fascículo V de la serie « Physiologique générale du systéme nerveux », dirigida por el autor, miembro del « Institut » y profesor honorario de la Sorbona.

Este folleto abarca la primera parte del tema: Introducción; Histórico y Relación intensidad-duración.

Previamente trata varias cuestiones relativas a la excitabilidad: del punto de vista de la fisiología general; como medio de investigación; orígenes de la teoría eléctrica de la transmisión, etc. Respecto de la Historia, se habla de las épocas pasadas: du Bois Reynaud, Berzold, Fick, Brucke, Engelmann, Koenig, Helmholtz, Hermann, Kries, Gruzner, Biedermann; y luego del período moderno: ley empírica de Hoorweg, *característica* de Waller, *labilidad* de Wendesisky e investigaciones de C. Weiss.

El último capítulo encara la relación intensidad-duración para tejidos diversos, y el libro termina con unas referencias bibliográficas.

El folleto n° 604 trae una comunicación de F. H. A. MARSHALL, en inglés, y las de JACQUES BÉNOIT, REMY COLLIN, L. DESGLIN y LUCIEN BROXCHA (en francés). Estos profesores son, respectivamente, de Cambridge, Estrasburgo, Nancy, Bruselas y Lieja. 66 páginas; 3 láminas. Precio 20 francos.

El último folleto (n° 605) trata del tema: *Pathologie, Toxicité, Antihormones. Cancer*, y trae las comunicaciones de los especialistas H. SELYE (de Montréal), J. W. ROWLANDS (Londres), MAX ARON (Estrasburgo), CH. HAMBURGER (Copenhague), C. S. MC EVEN (Montréal) y consideraciones generales por L. BROUCHA. El 2° y 4° artículo están escritos en idioma inglés; los otros en francés; 74 páginas y dos láminas; 20 francos.

El total comprende así 382 páginas. Precede una Introducción de ANDRÉS MAYER, secretario general de la Fundación Singer Polignac.

N° 625. — BURCKHARD (E.) y KAYSER (CH), *Régulation neurohormonale du Métabolisme des Glucides, Lipides et Protides.* 106 páginas con algunas figuras. 20 francos. 1938.

Fascículo XIII de la serie « Nutrition », dirigida por Emilio F. Terroine; los autores son: el primero, médico-jefe del Asilo de Stephansfeld; y Kayser, profesor adjunto de Fisiología en la Facultad de Medicina de Estrasburgo.

Los autores se han propuesto establecer, en lo posible, las líneas generales de una regulación neuro-horminal de los metabolismos.

Entre las numerosas publicaciones que han tratado este punto sólo han retenido aquellas que establecen un hecho o abren nuevas vías a la investigación, sin cuidarse del orden cronológico.

La primera parte del trabajo encara las generalidades; la segunda, la regulación neuro-hormonal del metabolismo de los glúcidos; la tercera, la del metabolismo de las grasas; y la última, la del metabolismo azoado.

Al final unas conclusiones generales y una muy nutrida bibliografía.

N° 626. — PROST ((MAURICE), *Travaux Pratiques de Physique.* 96 páginas con unas 30 figuras; 25 francos; 1938.

Este primer fascículo trata las *Medidas* y el *Calor.* Prost es jefe adscripto a los Trabajos de Física en la Escuela de Aeronáutica, y asistente en la Facultad de Ciencias de Paris.

Es un manual de trabajos prácticos cuya característica es interesar al alumno para que realice un trabajo personal y se dé cuenta del valor del mismo en un dominio donde, más que el resultado obtenido, se aprecia la manera de interpretar el trabajo realizado. Así lo expresa el autor en un prefacio. Los distintos parágrafos tratan sucesivamente de: Reglas generales para el trazado de curvas. Balanza de precisión. Medida de longitudes. Masas específicas. Densidades de los sólidos y de los líquidos. Péndulo simple y de torsión. Alargamiento de un caucho. Barómetros. Ley de Mariotte. Termómetros. Calorímetros. Tensiones máximas del vapor de agua. Densidad del vapor. Crioscopía. Viscosimetría.

N° 627. — DUBOIS (PIERRE), *Les Cristaux mixtes et leur structure.* 48 páginas con 38 figuras; 12 francos; 1938.

Es el fascículo XXIX de las Publicaciones de Laboratorio de Ensayos del « Conservatoire National des Arts et Metiers ». El autor, doctor en ciencias, es asistente en ese laboratorio.

Trata sucesivamente las nociones sobre las estructuras cristalinas y las generalidades sobre los cristales mixtos; luego se ocupa de los cristales mixtos con estructura igual o diferente de la de uno de los constituyentes.

Al final trae unas conclusiones; entre otras, dice que se puede clasificar los cristales mixtos, como si fueran simples, de acuerdo con la na-

turaleza de los vínculos que aseguran la estabilidad de los edificios cristalinos. Al final la bibliografía.

N° 630. — Millet (l'Abbé), *Etude expérimentale de la formation des voyelles.* 72 páginas; 12 francos; 1938.

Es el primer fascículo de la serie « Exposés sur la psycho-physiologie normale et pathologique du langage », dirigida por André Ombredane. El autor era profesor de fonética experimental en el Instituto Católico de París; falleció el 25 de febrero de 1937, lo que ha motivado una nota recordatoria que sirve de entrada. Después de unas definiciones, se exponen las generalidades relativas a las resonancias y a los resonadores, sus propiedades características, las propiedades sonoras del tubo vocal; condicionamiento fisiológico de su resonancia; principio de determinación y de clasificación de las vocales según sus elementos acústicos y físicos; concordancia de dos elementos; principio de determinación y de clasificación de las vocales según sus elementos fisiológicos.

Algunas figuras ilustran al texto.

Al final varias conclusiones interesantes.

N° 635. — Pacotte (Julien), *L'Espace Hermitien Quantique.* 60 páginas. 12 francos. 1938.

Fascículo XXIII de la serie « Physique Théorique », dirigida por L. de Broglie. El autor es « investigador científico » en Bruselas.

Trata previamente el espacio « infinidimensional » hermitiano; luego la utilización quántica del espacio hermitiano; finalmente, el « ultrafenómeno quántico ».

El último párrafo del libro dice así: « La base matemática verdadera de la mecánica quántica es un álgebra simbólica expresando los hechos del espacio infinitesimal hermitiano al igual que el álgebra simbólica de la geometría pura, no analítica, expresa los hechos del espacio ordinario ».

Nos. 636, 637, 646, 647 y 648. — Terroine (Emile F.) y varios, revista *Physiologie.* Cinco folletos; 1938.

Constituyen los fascículos 6 a 10 de esta revista dirigida por Terroine. Como ya dijimos, « Physologie » es efectivamente una revista anual que tiene por secretarios de redacción a Th. Cahu y Paul Lelu.

El n° 636 (60 págs., 12 fr.) se ocupa de los *Lípidos.* El n° 637 (28 pág., 10 frs.), de los *Estéridos.* El n° 646 (36 págs., 10 frs.), de la *Energética. Metabolismo basal, Termorregulación*; tiene por autores R. Wurmser y L. Chevillard. El n° 647 (44 págs., 12 frs.), de la *Digestión*; tiene por autor a Georges Delrue y diserta sobre la fisiología del tubo digestivo y glándulas anexas.

Finalmente el n° 648, redactado por D. Cordier, Robert Levy y y L. Rapkine, y que corresponde al período febrero 1937-febrero 1938 (84 págs., 20 frs.), trata la *Respiración*; tiene dos partes; la primera de ellas se ocupa de las *Oxidaciones celulares*; la segunda, de la *Función de respiración.*

Nos. 641, 642. — SCHAEFFER (G.) y LE BRETON (E.), *L'Action Dynamique Spécifique des Protides.* Dos folletos de 172 páginas en total; 45 francos; 1938.

Constituyen los dos primeros fascículos de la serie « Physiologie générale des échanges d'énergie », dirigida por G. Schaffer, profesor de la Facultad de Medicina de Strasburgo.

Se ocupan estos dos folletos de las teorías antiguas, y de la moderna, sobre el tema. Por lo demás, este trabajo sobre la acción dinámica específica de los prótidos, forma parte de un conjunto de investigaciones cuyo objeto es despejar en el interior de los intercambios totales de un animal, la parte que toca a la actividad de los diversos tipos bioquímicos de oxidaciones.

El primero de estos fascículos (78 págs., 20 frs.), se ocupa de la Teoría de Rubner y de la situación del problema del punto de vista experimental; así como de la repercusión que sobre el cálculo de la acción dinámica, tiene la retención y eliminación del ázoe ingerido; se ocupa de las teorías propuestas para explicar dicha acción dinámica de los prótidos, y otras cuestiones análogas.

El otro fascículo (182 págs., 25 frs.), se ocupa de las etapas del metabolismo de los prótidos capaces de librar calor extra; también, de las investigaciones experimentales concernientes a los caracteres fisiológicos del extra-calor debida a la acción dinámica de los prótidos en cuestión.

Un último capítulo trata el origen de la acción dinámica específica de los prótidos, que es debida a una excitación del sistema nervioso simpático.

Conclusión: el mecanismo exacto de aparición de la acción dinámica específica de los prótidos permanece ignota.

Los autores terminan con un anexo bioquímico y una bibliografía.

N° 643. — CARTAN (ELIE), *Lecons sur la Théorie des Spineurs. I. Les Spineurs de Espace à trois dimensions.* 100 páginas; 25 francos; 1938.

Es el fascículo IX de la serie « Exposés de Geométrie », dirigida por el mismo Elías Cartan. El texto ha sido redactado de acuerdo con los apuntes tomados por Andrés Mercier, doctor en ciencias.

Ese término de « spineurs » ha sido introducido por los físicos, en la Mecánica quántica. En su expresión matemática han sido los « spineurs » en cuestión, descubiertos por Cartan en 1913; dan una representación lineal del grupo de rotaciones de un espacio con un número cualquiera de dimensiones.

El objeto de este folleto es, principalmente, desarrollar sistemáticamente la teoría de los « spineurs » dando a esos entes matemáticos una definición puramente geométrica. Lo hace en cuatro capítulos; el primero de ellos trata el espacio euclídeo de n dimensiones,rotaciones y vuelcos. El siguiente trata los tensores; representaciones lineales de los grupos; matrices. El capítulo III trata los espinores del espacio tridimensional. El último se ocupa de las representaciones lineales del grupo de rotaciones del espacio tridimensional, real o complejo.

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borruat, Luis A.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Canal Feijoo, Bernardo
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Celasco, Juan L.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Delleplane, Luis J.
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Floriani, Luis
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Hortal, José Angel
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lignières, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Maresca, Antonio J.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Oliveri, Alfredo B.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Recce, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Rivarola, Rodolfo
Robles, Angel A.

Rodríguez Aravena, S.
Rodríguez, Germinal
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela Gil, José
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Wysztelewski, W. de
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Vistalli, Alina M.
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo F.
García, Daniel
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, Carlos
Rothlin, Edwin
Schmiedecke, Augusto
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Trebino, Natalio
Urciolo, Victorio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.
Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Benet, Pedro José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bonazzola, César J.
Borzone, Rodolfo
Bossi, Celestino
Caballero, Martín A.
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Cohan, Marcos
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.)
Gschwind, Eduardo P.
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá, Tolrá Antonio
Kleer, Gregorio
Lachaga, Dámaso A.
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Ing. Agr. José Raúl Ponce; Secretario, Ing. Agr. Julio Tolosa (h); Tesorero, Ing. Cayetano C. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruíz Leal; Vocales: Dr. Eduardo Carette; Dr. Mario Bidone; Ing. Alfredo Rosenthal; Sr. Manuel Tellechea; Ing. Agr. Rafael E. Pontis.

SOCIOS ACTIVOS

Alurralde, Juan Carlos
Anzorena, Jacinto
Ayala Castagnino, G.
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Carette, Eduardo
Castillo, José
Croce, Francisco M.
Espinosa, Norberto A.
Flor Alvarado, José M.
Gabrielli, Francisco J.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guevara, José R.
Guiard, Ricardo
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maneschi, Ernesto
Maroso, José Angel
Maveroff, Aquiles
Mayorga, Santiago C.
Miyara, Salomón
Navarro Correas, José A.
Paganotto, Juan P.
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Richard, Alfonso E.
Rosales, Ranulfo S.
Rosenthal, Alfrado
Ruíz, Aníbal
Ruíz Leal, Adrián
San Martín, José Benito de
Serra, Luis Angel
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Tolosa, Julio (h)
Toso, Juan F.
Villanueva, Miguel Angel

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretario, Ing. Adolfo P. Grissi; Tesorero, Dr. Carlos Teobaldo; Vocales: Dr. Hilario Magliano, Dra. Juana Cortelezzi; Ing. Juan Sabato; Dr. Federico E. Christmann.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Amarante, Pedro C.
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Basualdo, Washington S.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Canals Frau, Salvador
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E.
Daló, Héctor R.
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Loedel Palumbo, Enrique
Mc Loughlin, Rogelio P.
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño, Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Kinart, Fernando	Amberes
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Shepperd, William R.	Wáshington
Tello, Julio C.	Lima
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

ABRIL 1939 — ENTREGA IV — TOMO CXXVII

SUMARIO

Pág.

MATEMATICAS:

J. C. VIGNAUX. — Sobre las funciones polígenas de variable compleja y bicompleja hiperbólica 241

A. E. SAGASTUME BERRA Y AGUSTÍN DURAÑONA Y VEDIA. — Fundamentación axiomática del cálculo vectorial 268

FISICA:

ENRIQUE LOEDEL PALUMBO Y ERNESTO R. SABATO. — Una nueva forma de introducir la temperatura 271

QUIMICA:

CARLOS A. SAGASTUME Y VIRGILIO OLIVA. — La urobilina en la identificación de ínfimas cantidades de cobre y de mercurio 282

CIENCIAS NATURALES:

KENNETH J. HAYWARD. — Hesperioidea argentina IX 285

CARLOS RUSCONI. — Observaciones craneanas en los elefantes de mar.. 294

CIENCIAS ECONOMICAS:

EMILIO REBUELTO. — Tarifas ferroviarias (*Continuación*) 306

C. C. D. — Bibliografía 319

BUENOS AIRES

CALLE SANTA FE 1145

1939

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escrito. Tienen derecho a la corrección de do pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

SOBRE LAS FUNCIONES POLÍGENAS DE VARIABLE COMPLEJA Y BICOMPLEJA HIPERBÓLICA (*)

POR

J. C. VIGNAUX

INTRODUCCION. — M. POMPEIU, ha creado en estos últimos años, una nueva y fecunda rama de la teoría de funciones a la cual han aportado ya, valiosas contribuciones y numerosas aplicaciones a la Física Matemática, los recientes trabajos de KASNER, NICOLESCO, CALUGAREANO, THEODORESCO, y otros (1).

El fin principal de esta teoría, es el estudio de las funciones complejas de una variable compleja ordinaria

$$w = f(z) = u(x, y) + i\,v(x, y) \quad , \quad (i^2 = -1),$$

sin imponer a sus componentes reales u y v las condiciones de mono eneidad de CAUCHY-RIEMANN.

En esta teoría, juega un rol importante la noción de derivada areolar (POMPEIU) y la fórmula de POMPEIU, que generaliza a las funciones polígenas, la célebre fórmula de CAUCHY, de las funciones holomorfas (2).

(*) Trabajo entregado para su publicación en Enero de 1937.

(1) Las investigaciones de KASNER, HEDRICK, ZUGOLD, WESTFALL, y HOFMANN, tienen un caracter puramente geométrico.

(2) Una exposición de los fundamentos de esta teoría y su extensión a las funciones de varias variables, hemos dado en un curso del Colegio Libre Superior correspondiente al año 1933. Véase: *Anales de la Soc. Científica Argentinal* t. CXXI (1935). Sobre las funciones polígenas de varias variables véase una importante memoria del DR. E. MARTINELLI. *Reale Accademia d'Italia*, nº 3, (1937).

Nos proponemos desarrollar, en la primera parte de esta memoria, una teoría análoga, para las funciones complejas de una variable compelja hiperbólica (¹); es decir, funciones de la forma

$$f(z) = u(x, y) + j\,v(x, y) = j_1 P(z', z'') + j_2 Q(z', z'')$$

donde

$$z = x + j\,y = z' j_1 + z'' j_2$$

j, es la unidad imaginaria hiperbólica ($j^2 = +1$) y j_1, j_2 son las unidades imaginarias isótropas; sin imponer, a sus componentes la condición de *monogeneida hiperbólica* (¹).

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{o bien} \quad \frac{\partial P}{\partial z''} = 0 \, , \, \frac{\partial Q}{\partial z'} = 0 \, .$$

En la segunda parte de este trabajo, se extienden los resultados de la primera, a las funciones de variable *bicompleja* hiperbólica

$$z = x + j y \qquad (j^2 = +1)$$

donde x e y son dos complejos ordinarios

$$x = x_1 + i x_2 \quad , \quad y = y_1 + i y_2. \qquad (i^2 = -1)$$

A este tipo de bicomplejo se reduce fácilmente el hipercomplejo (cuartenion)

$$\alpha = x_1 + i x_2 + j x_3 + k x_4$$

considerado recientemente por M. Futagawa, el cual desarrolla con método muy complicado, en dos extensas memorias, el Algebra de estos hiperbicomplejos (²).

(¹) El estudio de las funciones *analíticas de una variable compleja hiperbólica*, ha sido hecho en el siguiente trabajo: A. Durañona y Vedia - J. C. Vignaux. *Sobre la teoría de lsa funciones de una variable compleja hiperbólica*. Contribución al Estudio de las C.F.M. La Plata. (1935). E. 2.

Un estudio de las funciones polígenas de variable *compleja dual*, he dado en mi memoria de las *Contribuciones*, (1936) E. 3, 4, y en la Nota I. (*Rendiconti della R. Accademia N. dei Lincei*, Vol. XXVII, giugno 1938).

(²) M. Futagawa, *On the theory of a quaternary variable* («Te Tôhoku Math. Journal», v. 29 (1928), pags. 175-222; v. 35 (1932), págs. 69-120).

La reducción de este cuaternion, a la forma normal o isótropa

$$\alpha = x + jy = t' j_1 + t'' j_2$$

y los resultados expuestos en la primera parte, nos permite obtener todos los resultados de Futagawa y otros nuevos con método mucho más simple y directo.

El trabajo abarca varios capítulos, que comprende las siguientes cuestiones. En el capítulo I, se estudian las propiedades fundamentales del número complejo hiperbólico, completando en varios puntos un trabajo anterior del autor.

En el Capítulo II, se introduce la noción de *derivada radial* y se dan algunas fórmulas fundamentales. Luego se definen la *derivada areolar hiperbólica* y la *derivada simétrica hiperbólica*, como operadores diferenciales; estableciéndose las relaciones que ligan a éstas con la derivada radial. Concluye el capítulo, con la cuestión de determinar la derivada de una función polígena, respecto a otra función polígena hiperbólica.

Una clase muy particular de estas funciones, es la formada por las funciones holomorfas y seudo-holomorfas. Dichas funciones holomorfas, tienen la particularidad de desempeñar el papel de constantes a los efectos de la derivación areolar hiperbólica. Nuevas propiedades de estas funciones y de las funciones complejas de una variable real, se dan aquí.

Introdúcese en el Capítulo III, la noción de integral para las funciones contínuas y se prueban dos fórmulas fundamentales relativas a las integrales de las funciones polígenas. Termina el mismo con las nociones de derivada areolar y de derivada simétrica como operadores integrales.

En el Capítulo IV se desarrolla el Algebra del bicomplejo hiperbólico.

Finalmente en el Capítulo V, se desarrolla la teoría de las funciones polígenas de variable bicompleja hiperbólica.

PARTE I

CAPITULO I

EL NUMERO COMPLEJO HIPERBOLICO

1. Generalidades. — En el estudio del número complejo binario, se presentan tres tipos fundamentalmente distintos; los complejos ordinarios $a + b\,i$ donde $i^2 = -1$, los complejos hiperbólicos $a + bj$, con $j^2 = +1$, y los complejos duales $a + b\,k$ con $k^2 = 0$. De estos tres tipos, es únicamente la clase formada por los complejos ordinarios, los únicos que cumplen con todas las reglas formales del cálculo algebraico (1).

En esta parte, vamos a estudiar, las propiedades y las operaciones fundamentales de los números complejos hiperbólicos, completando en varios puntos una memoria anterior (2).

2. *Definiciones. — Se llama número complejo hiperbólico, el par ordenado* (a, b) *de dos números reales, los cuales cumplen a las siguientes condiciones.*

Igualdad. Dos complejos hiperbólicos (a, b), (a', b') son iguales, cuando se verifica

$$a = a', \quad b = b'$$

y se escribe

$$(a, b) = (a', b')$$

La igualdad de dos complejos hiperbólicos es por tanto *reflexiva, simétrica* y *transitiva.*

Dos complejos (a, b), (a', b') que no son iguales, se dicen desiguales y se pone en tal caso

$$(a, b) \neq (a', b') .$$

(1) Véase: E. Gigli, *Dei numeri complessi a due e a più unità. Questioni...* F. Enrrique. Vol. I, pág. 495.

(2) J. C. Vignaux, *Sobre el número complejo hiperbólico y su relación con la geometría de Borel*: Contribuciones... Vol. I, E. 1° (1935).

Respecto a la clase de los números complejos hiperbólicos, hay una brevísima indicación en las obras de L. Van Der Waerden: *Moderne Algebra* 2. I. (pág. 150, n° 5 (*a*); Stolz-Gmeiner: *Theoretische Arithmetik* t. II, (pág. 227) y en el artículo de E. Study de la *Enzyklopadie d. mahtr. Wessenschaften* I. Bd 155.

Suma. Se llama suma de los complejos hiperbólicos (a, b), (a', b'), al complejo hiperbólico $(a + a',\ b + b')$; pondremos

$$(a, b) + (a', b) = (a + a', b + b') .$$

La suma es por tanto *conmutativa* y *asociativa.*

Esta definición no difiere de la suma de los números complejos ordinarios.

Producto. El producto de dos complejos hiperbólicos (a, b), $a', b')$ es por definición, el complejo hiperbólico $(aa' + bb',\ ab' + a'b)$; pondremos

$$(a, b) \times (a', b') = (aa' + bb', ab' + a'b) .$$

El producto es *conmutativo* y también *asociativo* como fácilmente se verifica.

La potencia de exponente n entero y positivo del complejo (a, b) está definida por la relación

$$(a, b)^n = (a, b) \times (a, b) \ldots \overset{n}{\smile} \times (a, b) .$$

Unidad real e hiperbólica. — El número complejo hiperbólico $(a, 0)$ es idéntico al número real a; pondremos

$$(a, 0) \equiv a .$$

Un complejo hiperbólico, se reduce a un número real, solamente cuando su segundo componente es nula.

El complejo $(0, 0) = 0$ representa el *cero* escrito en forma de complejo hiperbólico.

El número complejo hiperbólico $(1, 0) = 1$, es la *unidad real*, mientras que el número complejo $(0, 1)$ es la *unidad hiperbólica* la cual indicaremos con el símbolo: $j = (0, 1)$. Se tiene por tanto

$$(0, 1) \times (0, 1) = (0 + 1, 0 + 0) = (1, 0) = 1$$

es decir

$$j \times j = j^2 = +1 .$$

De aquí resulta, como valor de las potencias sucesivas de la unidad j

$$j^1 = j \quad , \quad j^2 = +1 \quad , \quad j^3 = j \,.\, j^2 = j \quad , \quad j^4 = j^2 \,.\, j^2 = +1$$

es decir

$$j^{2n} = +1 \quad , \quad j^{2n+1} = j \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

con la convención que

$$j^0 = 1 .$$

Además se tiene

$$(b, 0) \times (0, 1) = (0, b)$$

es decir

$$bj = jb = (0, b) .$$

Forma normal. — Dado el complejo hiperbólico (a, b), se puede siempre escribir en la forma

$$(a, 0) + (0, b) = (a, b)$$

y como

$$(a, 0) = a \quad , \quad (0, b) = bj$$

resulta

$$(a, b) = a + bj$$

que constituye la *forma normal* del complejo hiperbólico. Los números reales a y b son respectivamente, la *primer* y *segunda componente* del complejo $a + bj$.

Resulta entonces

$$(a + bj) + (a' + b'j) = (a + a') + (b + b')j$$

y

$$(a + bj) \times (a' + b'j) = (aa' + bb') + (ab' + a'b)j$$

3. *Unidades hiperbólicas isótriopas.* — Llámase *unidades isótropas* a los números complejos hiperbólicos

$$j_1 = \frac{1}{2}(1 + j) \quad , \quad j_2 = \frac{1}{2}(1 - j) .$$

Se tiene entonces

$$j_1 = j_1 \quad , \quad j_2^2 = j_2 \quad , \quad j_1 \cdot j_2 = j_2 \cdot j_1 = 0$$

y en general

$$j_1^n = j_1 \quad , \quad j_2^m = j_2 \quad , \quad j_1^m \cdot j_2^n = 0$$

para todo entero positivo n y m.

Además; resulta que

$$j_1 + j_2 = 1 \quad , \quad j_1 - j_2 = j \; ; \qquad [1]$$

la suma de las unidades isótropas es igual a la unidad real, mientras que su diferencia es igual a la unidad imaginaria hiperbólica.

Forma isótropa. — Dado el complejo hiperbólico $a + bj$, se puede escribir teniendo en cuenta las relaciones [1]

$$a + bj = (a + b) j_1 + (a - b) j_2$$

y poniendo

$$a + b = A \quad , \quad a - b = B \, ,$$

resulta finalmente

$$a + bj = A j_1 + B j_2$$

que llamaremos la *forma isótropa* del complejo dado; y a los números reales A y B su primer y segunda componente isótropas respectivamente.

El pasaje de la forma normal a la forma isótropa y recíprocamente se obtiene mediante las relaciones siguientes

$$a + b = A \quad , \quad a - b = B$$

y

$$a = \frac{1}{2}(A + B) \quad , \quad b = \frac{1}{2}(A - B) \, .$$

De aquí, resulta

$$a = a + 0j = a j_1 + a j_2 = a (j_1 + j_2) = a \; ;$$

luego, el complejo hiperbólico: $a' j_1 + a'' j_2$ se reduce a un *número real* a, si $a' = a'' = a$.

La forma isótropa de un complejo hiperbólico puro: $\alpha = bj$ es

$$\alpha = b j_1 - b j_2 = b (j_1 - j_2) = bj \; .$$

Observación. — La expresión del número complejo en su « forma isótropa » y las propiedades de las « unidades isótropas »

$$j_1^2 = j_1 \quad , \quad j_1 j_2 = j_2 j_1 = 0 \quad , \quad j_2^2 = j_2 \ ,$$

característica exclusiva de estos números complejos a dos unidades distintas; prueba que este sistema de números complejos es la « suma directa » de dos *cuerpos isomorfos*, con el cuerpo de los números reales. (VAN DER WAERDEN: *Moderne Algebra*: 2. I, pág. 150, nº 5).

La denominación de «unidades isótropas» y de « expresión isótropa » que hemos introducido responden al hecho de adoptar como ejes para representar estas unidades, las rectas *isótropas reales* de la geometría hiperbólica de BOREL-KLEIN; rectas que coinciden con las dos rectas *características* que pasan por el origen, de la ecuación hiperbólica

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \ ,$$

a la cual satisfacen las componentes reales de una función holomorfa hiperbólica. Por esto, podríamos denominarlas también « unidades características » reservando la denominación « unidades » a las unidades 1 y j.

Operaciones directas. — Las operaciones fundamentales directas de dos complejos de la forma isótropa, se obtienen en la forma siguiente.

Sean

$$A = \alpha j_1 + \beta j_2 \quad , \quad A' = \alpha' j_1 + \beta' j_2$$

los dos complejos hiperbólicos; la suma está definida por la relación

$$A + A' = (\alpha + \alpha') j_1 + (\beta + \beta') j_2$$

y el producto, por

$$A \times A' = \alpha\alpha' j_1 + \beta\beta' j_2 \ .$$

La potencia de exponente entero y positivo por la relación

$$(\alpha j_1 + \beta j_2)^n = (\alpha j_1 + \beta j_2) \times (\alpha j_1 + \beta j_2) \times \ldots \times (\alpha j_1 + \beta j_2)$$

es decir

$$(\alpha j_1 + \beta j_2)^n = \alpha^n j_1 + \beta^n j_2$$

4. *La anulación del producto.* — El producto de un complejo hiperbólico (a, b) por el complejo nulo $(0, 0)$, es *cero*, puesto que

$$(a, b) \times (0, 0) = (a \times 0 + b \times 0) + (a \times 0 - b \times 0) = (0, 0) = 0 .$$

Si se tiene, el producto de varios complejos hiperbólicos, uno de los cuales es nulo, el producto es también cero.

La recíproca no se verifica necesariamente; así, por ejemplo,

$$(3 + 3j) \times (4 - 4j) = 0$$

Por tanto, *es condición suficiente pero no necesaria para que sea nulo el producto de dos complejos hiperbólicos, que uno de sus factores sea cero.*

Sean

$$\alpha = a + bj \quad \text{y} \quad \beta = x + yj$$

dos complejos no nulos y veamos cual es la condición necesaria para que su producto sea *nulo*. La condición

$$\alpha \,.\, \beta = (a\,x + b\,y) + (a\,y + b\,x)\,j = 0$$

implica que

$$a\,x + b\,y = 0 \quad [1] \qquad a\,y + b\,x = 0 \qquad [1]$$

De la (1) resulta

$$x = -\frac{a}{b}\,y ,$$

que substituyendo en la (2), se obtiene

$$(a^2 - b^2)\,y = 0$$

y como: $y \neq 0$, deberá ser entonces

$$a^2 - b^2 = 0$$

de donde resulta que $a = \pm b$.

Luego, para

$$a = +b \quad \text{resulta} \quad x = -$$

$$a = -b \qquad » \qquad x = y$$

por tanto, los productos

$$(a + aj) \times (x - yj) = 0$$

y

$$(a - aj) \times (x + yj) = 0$$

cualquiera sean las componentes a y x.

Si se ponen α y β en su forma isótropa

$$\alpha = Aj_1 + Bj_2 \quad , \quad \beta = Xj + Yj_2 ,$$

entonces resulta

$$a + aj = 2\,aj_1 \quad , \quad x - xj = 2\,xj_2$$

$$a - aj = 2\,aj_2 \quad , \quad x + xj = 2\,xj_1$$

y las relaciones (3) y (4), nos dan

$$2\,aj_1 \times 2\,xj_2 = 0$$

$$2\,aj_2 \times 2\,xj_1 = 0$$

Dados los complejos: $c \pm cj$; $d \pm d'j$, los números

$$c + cj = 2\,cj_1 \quad , \quad d + dj = 2\,dj_1$$

y

$$c - cj = 2\,cj_2 \quad , \quad d - dj = 2\,dj_2$$

llamaremos complejos de la *misma especie.*

Luego; *la condición necesaria y suficiente para que el producto de dos complejos hiperbólicos distintos de cero sean nulos es que sus factores sean de distinta especie.*

Llamaremos complejos hiperbólicos *conjugados* a los complejos

$$\alpha = a + bj \quad \text{y} \quad \bar{\alpha} = a - bj$$

Se tiene

$$(a + bj) + (a - bj) = 2\,a$$

y

$$(a + bj) \times (a - bj) = a^2 - b^2$$

es decir, su suma y su producto son números reales.

Llamaré *norma hiperbólica del complejo* $a + bj$, al número: $a^2 - b^2$ e indicaremos

$$Nh\,(a + bj) = a^2 - b^2 .$$

La forma isótropa de dos complejos hiperbólicos conjugados es

$$\alpha = A j_1 + B j_2 \qquad \bar{\alpha} = B j_1 + A j_2$$

y de la norma hiperbólica.

$$Nh\,(A j_1 + B j_2) = A \,.\, B \,.$$

Llamaré *módulo* o *valor* absoluto del complejo $a + bj$ e indicaremos con $| a + bj |$, el número real y positivo

$$\sqrt{a^2 + b^2}$$

Si el complejo $a + bj$ es nulo, resulta que $| a + bj | = 0$ y recíprocamente; *luego la condición necesaria y suficiente para que un complejo sea nulo es que su módulo sea cero.*

De la definición de suma se concluye que *el módulo de una suma de dos complejos hiperbólicos es menor o igual a la suma de los módulos de sus términos y mayor o igual que su diferencia.*

Además se tiene

$$| A j_1 + B j_2 | \leq \frac{|A| + |B|}{\sqrt{2}}$$

5. *Divisor de cero.* — Diremos que el complejo hiperbólico $\alpha = a + bj$ es un *divisor de cero*, si existe un complejo β, *no nulo* tal que

$$\alpha \times \beta = 0$$

El número α deberá ser necesariamente de la forma $a \pm aj$; por tanto resulta

$$N\,(\alpha) = a^2 - a^2 = 0$$

Recíprocamente, si se verifica la relación: $N(\alpha) = 0$ se tiene

$$a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b) = 0$$

luego

$$a = b \quad , \quad a = -b$$

y los complejos hiperbólicos

$$a + aj \quad , \quad a - aj$$

son divisores de cero. Portanto: *es condición necesaria y suficiente para que el complejo hiperbólico* $a + bj$ *sea un divisor de cero, que su norma hiperbólica sea cero.*

Si el complejo $a + bj$ se pone en su forma isótropa

$$a + bj = (a + b)\, j_1 + (a - b)\, j_2 = A j_1 + B j_2$$

se tiene

$$N\,(a + bj) = A . B \, .$$

La condición: $N(a + bj) = 0$, equivale por tanto a la

$$A . B = 0$$

Si

$$B = 0 \quad , \quad A \neq 0 \quad , \quad \text{resulta} \quad a = b$$

Si

$$A = 0 \quad , \quad B \neq 0 \quad , \quad » \quad a = -b \, ;$$

luego

$$a + aj = A j_1 \quad , \quad a - aj = B j_2 \, .$$

De aquí: *la condición necesaria y suficiente para que un complejo de la forma isótropa, sea un divisor de cero, es que sea nula una de sus dos componentes isótropas.*

Teorema I. — *Si los dos complejos hiperbólicos* $C = c + c' j$, $D = d + d' j$, *son divisores de cero de la misma especie, la expresión*

$$C + D\,\alpha = P j_1 + Q j_2$$

donde α *es un parámetro real o complejo hiperbólico no divisor de cero es también un divisor de cero y recírpocamente.*

Si $\alpha = \alpha' + \alpha'' j$, con $\alpha' \neq \alpha''$, se tiene

$$C + D\,\alpha = [(c + c')\, j_1 + (c - c')\, j_2] + [(\alpha + \alpha')\, j_1 + (\alpha - \alpha')\, j_2]$$

$$[(d + d')\, j_1 + (d - d')\, j_2] = [(c + c')\, j_1 + (c - c')\, j_2] +$$

$$+ [(\alpha' + \alpha'')\,(d + d')\, j_1 + (a' - \alpha'')\,(d - d')\, j_1] = [(c + c') +$$

$$+ (\alpha' + \alpha'')\,(d + d')]\, j_1 + [(c - c') + (\alpha' - \alpha'')\,(d - d')]\, j_2$$

Como por hipótesis es : $c = c'$, $d = d'$; o bien $c = -c'$, $d = -d'$, resulta en el primer caso que $Q = 0$ y en el segundo $P = 0$, luego el complejo $C + D\alpha$ es un divisor de cero.

Recíprocamente, si $Pj_1 + Qj_2$ es un divisor de cero, resulta

$$P = 0 \quad \text{ó bien} \quad Q = 0 \;;$$

en el primer caso resulta: $c = -c'$, $d = -d'$ y en el segundo: $c = c'$, $d = d'$; por tanto los complejos C y D son divisores de cero de la misma especie.

TEOREMA II. — *El complejo hiperbólico*

$$C + D\alpha \qquad (\alpha \text{ real}) .$$

es un divisor de cero, para los dos valores de α

$$\alpha_1 = -\frac{c + c'}{d + d'} \quad , \quad \alpha_2 = -\frac{c - c'}{d - d'} ,$$

siempre que $D = d + d'j$ *no sea un divisor de cero o cero.*

Se tiene

$$C + D\alpha = [(c + c') + \alpha\,(d + d')]\,j_1 + [(c - c') + \alpha\,(d - d')]\,j_2 \quad [1]$$

y la condición necesaria y suficiente para que la (1) sea un divisor de cero es que

$$(c + c') + \alpha\,(d + d') = 0 \qquad [2]$$

o bien que

$$(c - c') + \alpha\,(d - d') = 0 \qquad [3]$$

De la (2) resulta: $\alpha = -\dfrac{c + c'}{d + d'}$ puesto que $d + d' \neq 0$; y de la (3) se tiene: $\alpha = -\dfrac{c - c'}{d - d'}$ donde $d - d' \neq 0$.

En particular, si $C = c + c'j$ es un divisor de cero: $c = c'$ ó $c = -c'$; se tiene respectivamente que

$$\alpha_1 = 0 \quad \text{o} \quad \alpha_2 = 0 .$$

6. *Operaciones inversas.*—La *diferencia* de dos complejos: $\alpha = a + bj$, $\alpha' = a' + b'j$, es otro complejo que sumado al segundo, reproduce el primero. Se tiene

$$a - a' = (a - a') + (b - b')\,j$$

En particular

$$\alpha - \bar{\alpha} = 2\,bj\,.$$

Si

$$a = Aj_1 + Bj_2 \quad , \quad \alpha' = A'j_1 + B'j_2$$

resulta

$$\alpha - \alpha' = (A - A')\,j_1 + (B - B')\,j_2$$

y

$$\alpha - \bar{\alpha} = (Aj' + Bj_2) + (Bj_1 + Aj_2)$$

$$= (A - B)\,j_1 + (B - A)\,j_2$$

Se llama *recíproco* o *inverso* de un complejo $\alpha = a + bj$ a todo complejo $x + jy$ que multiplicado por α sea igual a 1. La igualdad

$$(a + bj) \times (x + yj) = 1$$

exige que

$$ax + by = 1 \quad , \quad bx + ay = 0$$

Si el determinante fundamental de este sistema lineal

$$\begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix} = a^2 - b^2 = N\,[\alpha]$$

es distinto de cero, resulta

$$x = \frac{a}{a^2 - b^2}\,,\; y = -\frac{b}{a^2 - b^2}$$

Por tanto, indicando con $\frac{1}{\alpha}$ el inverso de α, se tiene

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{a - bj}{a^2 - b^2}$$

Si el complejo hiperbólico $a + bj$ no es nulo ni divisor de cero, existe siempre su inverso y es único.

Llamaremos *cociente* de los complejos hiperbólicos $a + bj$, y $a' + b'j$, donde el segundo es *distinto de cero* o *divisor de cero*, al producto del primero por el inverso del segundo; es decir

$$\frac{a+bj}{a'+b'j} = a + bj \times \frac{1}{a'+b'j} = \frac{aa' - bb'}{a'^2 - b'^2} + \frac{ab' - a'b}{a'^2 - b'^2} j .$$

La división es por tanto posible y única, siempre que el divisor no sea un divisor de cero o un complejo nulo.

Si el complejo está dado en la forma isótropa $\alpha = \alpha' j_1 + \beta' j_2$ su inverso está definido por la relación

$$\frac{1}{\alpha' j_1 + \beta' j_2} = \frac{1}{\alpha'} j_1 + \frac{1}{\beta'} j_2$$

siempre que

$$\alpha' \neq 0 \quad \text{y} \quad \beta' \neq 0 .$$

El cociente de los complejos $\alpha_1 = \alpha j_1 + \beta j_1$, $\alpha'_2 = \alpha' j_1 + \beta' j_2$ es igual a

$$\frac{\alpha j_1 + \beta j_2}{\alpha j_1 + \beta j_2} = (\alpha j_1 + \beta j_2) \times \frac{1}{\alpha' j_1 + \beta' j_2} =$$

$$= (\alpha j_1 + \beta j_2)\left(\frac{1}{\alpha'} j_1 + \frac{1}{\beta'} j_2\right)$$

$$= \frac{\alpha}{\alpha'} j_1 + \frac{\beta}{\beta'} j_2$$

siempre que el complejo $\alpha j_1 + \beta j_2$ no sea un divisor de cero.

TEOREMA III. — *La condición necesaria y suficiente para que la expresión*

$$\frac{A + B\alpha}{C + D\alpha} \qquad [1]$$

donde C y D no son divisores de cero de la misma especie y α *no toma ninguno de los dos valores*

$$\alpha_1 = -\frac{c + c'}{d + d'}, \quad \alpha_2 = -\frac{c - c'}{d - d'},$$

sea independiente de α, *es que se verifique la relación*

$$AD = BC .$$

Según las hipótesis, la relación (1) tiene sentido; por tanto

$$\frac{A + B\alpha}{C + D\alpha} = \frac{(a'j_1 + a''j_2) + \alpha\,(b'j_1 + b''j_2)}{(c'j_1 + c''j_2) + \alpha\,(d'j_1 + b''j_2)}$$

$$= \frac{(a' + \alpha b')j_1 + (a'' + \alpha b'')j_2}{(c' + \alpha d')j_1 + (c'' + \alpha d'')j_2}$$

de donde

$$\frac{A + B\alpha}{C + D\alpha} = \frac{a' + \alpha b'}{c' + \alpha d'}\,j_1 + \frac{a'' + \alpha b''}{c'' + \alpha d''}\,j_2$$

La condición necesaria y suficiente para que la (1) sea independiente del parámetro α, es que sus componentes isotropas, sean independientes de α, lo cual exige que

$$a'd' = b'c' \quad , \quad a''d'' = b''c'' . \qquad [2]$$

Por otra parte, se tiene

$$A\,.\,D = (a'j_1 + a''j_2)\,(d'j_1 + d''j_2) =$$

$$= a'd'j_1 + a''d''j_2$$

y

$$B\,.\,D = b'c'j_1 + b''d''j_2\ ;$$

y teniendo en cuenta las igualdades (2), estas dos últimas resultan

$$AD = BC\,.$$

Potencia. — La potencia de exponente entero y positivo del número complejo hiperbólico $\alpha j_1 + \beta j_2$, está definida por la relación

$$(\alpha j_1 + \beta j_2)^n = (\alpha j_1 + \beta j_2)\,.\,(\alpha j_1 + \beta j_2)\,\ldots\,(\alpha j_1 + \beta j_2)$$

de donde

$$(\alpha j_1 + \beta j_2)^n = \alpha^n j + \beta^n j_2$$

Del mismo modo

$$(\alpha j_1 - \beta j_2)^n = \alpha^n j_1 \pm \beta^n j_2\,,$$

según sea *n par* o *impar* respectivamente corresponde el signo + ó —.

En el caso que el exponente es entero y negativo ($-n$) la potencia se define por la relación

$$(\alpha j_1 + \beta j_2)^{-n} = \frac{1}{(\alpha j_1 + \beta j_2)^n} = \frac{1\,.\,j_1 + 1\,.\,j_2}{\alpha^n j_1 + \beta^n j_2} =$$

$$= \frac{1}{\alpha^n}\,j_1 + \frac{1}{\beta^n}\,j_2 = j_1\,\alpha^{-n} + j_2\,\beta^{-n}\,.$$

siempre que el complejo no sea divisor de cero.

Raíz. — Llamamos raíz n^{esima} del complejo hiperbólico $\alpha j_1 + \beta j_2$, a todo complejo hiperbólico $x j_1 + y j_2$, tal que su potencia n^{esima} sea igual al primero. Se tiene entonces

$$\alpha j_1 + \beta j_2 = (x j_1 + y j_2)^n = x^n j_1 + y^n j_2 \qquad [1]$$

de donde

$$\alpha = x^n \quad [2] \quad , \quad \beta = y^n . \qquad [3]$$

Hay que considerar dos casos distintos según que el índice de la raíz sea par o impar.

I) Si *n es impar,* las relaciones (2) y (3) dan para x e y un solo valor real

$$x = \sqrt[n]{\alpha} \quad , \quad y = \sqrt[n]{\beta}$$

cualquiera sea el signo de α y de β. Por tanto el complejo $\alpha j_1 + \beta j$ tiene una sola raíz n^{esima}

$$\sqrt[n]{\alpha j_1 + \beta j_2} = j_1 \sqrt[n]{\alpha} + j_2 \sqrt[n]{\beta} .$$

II) Si *n es par* y $\alpha > 0$, $\beta > 0$, existen dos valores reales para x y dos valores reales para y.

$$x = \pm \sqrt[n]{\alpha} \quad , \quad y = \pm \sqrt[n]{\beta}$$

resultando como raíz n^{esima} del complejo $\alpha j_1 + \beta j_2$ los cuatro valores siguientes

$$\left\{ \begin{array}{ll} \delta_1 = j_1 \sqrt[n]{\alpha} + j_2 \sqrt[n]{\beta} \quad , & \delta_2 = - j_1 \sqrt[n]{\alpha} - j_2 \sqrt[n]{\beta} ; \\ \delta_2 = j_1 \sqrt[n]{\alpha} - j_2 \sqrt[n]{\beta} \quad , & \delta_4 = - j_1 \sqrt[n]{\alpha} + j_2 \sqrt[n]{\beta} ; \end{array} \right. \qquad [5]$$

fácil de verificar inmediataemnte. Por tanto: *todo complejo hiperbólico en la forma isótropa, tiene una sola raíz de grado impar dada por la relación* (4); *mientras tiene cuatro raíces de grado par, siempre que sus componentes isótropas sean positivas, las cuales están dadas por las relaciones* (5).

7. *Forma trigonométrica.*—Dado el complejo hiperbólico $a + bj$, se puede siempre determinar dos números ρ y φ tales que

$$a = \rho \cos \rho, \quad b = \rho \operatorname{sen} \varphi$$

de donde resulta

$$\rho = +\sqrt{a^2 + b^2}, \quad \cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \quad \operatorname{sen}\varphi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

y

$$a + bj = \rho(\cos\varphi + j \operatorname{sen}\varphi)$$

que llamaremos la forma trigonométrica del complejo hiperbólico.

El módulo ρ está determinado sin ambigüedad, meintras que su argumento φ, definido por sus funciones trigonométricas no está determinado sino a un múltiplo de 2π. Todo número complejo hiperbólico tiene una infinidad de argumentos que forman una sucesión aritmetica de razón igual a 2π (lo mismo que en el caso del complejo ordinario).

Si se multiplican dos complejos hiperbólicos

$$\alpha = \rho(\cos\varphi + j \operatorname{sen}\varphi) \quad , \quad \alpha' = \rho'(\cos\varphi' + j \operatorname{sen}\varphi')$$

resultan

$$\alpha . \alpha' = \rho\rho' [\cos(\varphi - \varphi') + j \operatorname{sen}(\varphi + \varphi')] , \qquad [1]$$

no se cumple por tanto, el conocido teorema de MOIBRE sobre producto de complejos ordinarios.

La fórmula (1) permite obtener una expresión simple del módulo del producto y un *límite superior* del mismo. En efecto; se tiene, llamando con R el módulo del producto

$$R^2 = \rho^2 \rho'^2 [1 + \operatorname{sen}^2(\varphi + \varphi') - \operatorname{sen}^2(\varphi - \varphi')]$$

de donde resulta

$$R = \rho\rho' \sqrt{1 + \operatorname{sen} 2\varphi \operatorname{sen} 2\varphi'}$$

y por tanto

$$\boxed{R \leqq \sqrt{2} . \rho\rho'} .$$

8. FORMA FACTORIAL.— Dado el complejo hiperbólico $a + bj$, se puede definir dos números reales ρ y θ por la relación

$$\begin{cases} a = \rho \cosh\theta . \\ b = \rho \operatorname{senh}\theta . \end{cases} \qquad (1)$$

siempre evidentemente que, $|a| > |b|$; puesto que de la [1] se deduce

$$a^2 - b^2 = \rho^2, \quad \text{es dicir:} \quad \rho = \pm\sqrt{a^2 - b^2} \qquad (2)$$

y

$$\frac{b}{a} = tg\,h\,\theta\,. \qquad (3)$$

Como $\cos h\,\theta$ es siempre *positivo*, resulta por la primera de las relaciones [1], que ρ es *positivo* o *negativo* según que $a > 0$, ó $a < 0$ respectivamente.

Sustituyendo en $a + bj$, a y b por los valores [1]; se tiene

$$a + bj = \rho\,(\cos h\,\theta + j \operatorname{sen} h\,\theta)$$

una nueva forma del complejo hiperbólico, que llamaré *forma factorial.*

El número real: $\rho \gtreqless 0$ es el *módulo hiperbólico* de $a + bj$, mientras que θ es su *argumento hiperbólico* $(-\infty < \theta < \infty)$.

Observemos que la correspondencia entre los números (a y b) y los números (ρ, θ) es *biunívoca,* sepún [2] y [3] y del hecho que la función $\cos h\,\theta$ y $\operatorname{sen} h\,\theta$ no tienen *período real.*

En el caso de $|a| < |b|$, bastará considerar las relaciones simétricas

$$\begin{cases} a = \rho \operatorname{sen} h\,\theta \\ b = \rho \cos h\,\theta \end{cases} \qquad (5)$$

de donde

$$\rho^2 = b^2 - a^2 \quad \text{es decir} \quad \rho = \pm\sqrt{b^2 - a^2}$$

$$\frac{a}{b} = tg\,h\,\theta\,.$$

En este caso, convendremos en tomar el número real

$$\rho = \pm\sqrt{b^2 - a^2}$$

como módulo hiperbólico; y la forma factorial del complejo $a + bj$, será

$$a + bj = \rho\,(\operatorname{sen} h\,\theta + j \cos h\,\theta)\,. \qquad (6)$$

Evidentemente, los divisores de cero $\alpha = a \pm aj$, carecen de expresión factorial.

Por tanto: *dado un complejo hiperbólico* $a + bj$ *no divisor de cero, se puede siempre poner en una de las dos formas* [4] ó [6], *según que* $|a| > |b|$ ó $|a| < |b|$ *respectivamente, y recíprocamente, dado el complejo en la forma factorial* [4] ó [6], *queda determinado unívocamente su forma normal:* $a + bj$. *Los divisores de cero no tienen expresión factorial.*

Módulo y argumento hiperbólico del producto. — Sean los dos complejos:

$$\alpha = \rho\,(\cosh\theta + j\,\operatorname{senh}\theta) \quad , \quad \alpha' = \rho'\,(\cosh\theta' + j\,\operatorname{senh}\theta')$$

se tiene

$$\alpha\alpha' = \rho\rho'\,[\cosh\,(\theta + \theta) + j\,\operatorname{senh}\,(\theta + \theta')]\,.$$

luego

$$\text{mód}h\,(\alpha\alpha') = \rho\rho' \quad , \quad \arg h\,(\alpha\alpha') = \theta + \theta'$$

Si los complejos son de la forma

$$\alpha = \rho\,(\operatorname{senh}\theta + j\cosh\theta) \quad , \quad \alpha' = \rho'\,(\operatorname{senh}\theta + j\cosh\theta')$$

se tiene

$$\alpha\alpha' = \rho\rho'\,[\cosh\,(\theta + \theta') + j\,\operatorname{senh}\,(\theta + \theta')]$$

y por tanto

$$\text{mód}h\,(\alpha\alpha') = \rho\rho' \quad , \quad \arg h\,(\alpha\alpha') = \theta + \theta'\,.$$

En el caso que fuera

$$\alpha = \rho\,(\cosh\theta + j\,\operatorname{senh}\theta) \quad , \quad \alpha' = \rho'\,(\operatorname{senh}\theta' + j\cosh\theta')$$

resulta

$$\alpha\alpha' = \rho\rho'\,[\operatorname{senh}\,(\theta + \theta') + j\cosh\,(\theta + \theta')]$$

luego

$$\text{mód}h\,(\alpha\alpha') = \rho\rho' \quad , \quad \arg h\,(\alpha\alpha') = \theta + \theta'\,.$$

De aquí: *el producto de dos complejos hiperbólicos tiene por módulo hiperbólico, el producto de sus módulos hiperbólicos y por argumento hiperbólico, la suma de los argumentos hiperbólicos.*

MÓDULO Y ARGUMENTO HIPERBÓLICO DEL COCIENTE. — Sea

$$\alpha = \rho\,(\cosh\theta + j\,\operatorname{senh}\theta) = a + bj\,,$$

un complejo hiperbólico no nulo ni divisor de cero; y multipliquémoslo por el complejo

$$\beta = \frac{1}{\rho}\,[\cosh(-\theta) + j\,\operatorname{sen}h\,(-\theta)]\;;$$

se tiene: $\alpha\beta = 1$, es decir

$$\frac{1}{\rho\,(\cosh\theta + j\,\operatorname{senh}\theta)} = \frac{1}{\rho}\,[\cos h\,(-\theta) + j\,\operatorname{senh}(-\theta)] =$$

$$= \frac{1}{\rho}\,(\cosh\theta - j\,\operatorname{senh}\theta)\,.$$

Por tanto, *el inverso de un complejo hiperbólico no nulo ni divisor de cero, tiene por módulo hiperbólico* $\frac{1}{\rho}$ *, y por argumento hiperbólico* $(-\theta)$.

El cociente de los dos complejos

$$\alpha = \rho\,(\cosh\theta + j\,\operatorname{senh}\theta)\quad,\quad \alpha' = \rho'\,(\cosh\theta' + j\,\operatorname{senh}\theta')$$

es por tanto

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \alpha\,.\,\frac{1}{\alpha'} = \rho\,(\cosh\theta + j\,\operatorname{senh}\theta)\,.\,\frac{1}{\rho'}\,(\cosh\theta' + j\,\operatorname{senh}\theta')$$

$$= \frac{\rho}{\rho'}\,[\cosh(\theta - \theta') + j\,\operatorname{senh}(\theta - \theta')]\,,$$

de donde resulta que: *el cociente de un complejo hiperbólico, por otro no nulo ni divisor de cero, tiene por módulo hiperbólico, el cociente de sus módulos hiperbólicos y por argumento hiperbólico, la diferencia de sus argumentos hiperbólicos.*

Al mismo resultado se llega operando con la forma

$$\rho\,(\operatorname{senh}\theta + j\,\cosh\theta)\,.$$

9. Extensión de la fórmula de Moivre. – Dado el complejo hiperbólico

$$\alpha = \rho\,(\cosh\theta + j\,\operatorname{senh}\theta)$$

la potencia α^n, n entero y positivo, es igual a

$$\alpha^n = \alpha . \alpha \ldots \alpha = \rho . \rho \ldots \rho\,[\cosh(\theta + \theta + \ldots + \theta) + \\ + j\,\operatorname{senh}(\theta + \theta + \ldots + \theta)]$$

es decir

$$[\rho\,(\cosh\theta + j\,\operatorname{senh}\theta)]^n = \rho^n\,[(\cosh(n\theta) + j\,\operatorname{senh}(n\theta)]$$

En el caso de exponente entero y negativo $n = -p$ con $p > 0$, se tiene:

$$\alpha^n = \frac{1}{\alpha^p} = \frac{1}{\rho^p\,(\cosh p\,\theta + j\,\operatorname{senh} p\,\theta)} =$$

$$= \rho^{-p}\,[\cosh(-p\,\theta) + j\,\operatorname{senh}(-h\,\theta)]$$

es decir

$$\alpha^n = \rho^n\,(\cosh n\theta + j\,\operatorname{senh} n\theta)\,.$$

La potencia α^n *tiene por módulo hiperbólico* ρ^n *y como argumento hiperbólico* $n\theta$

Al mismo resultado se llega, cuando el complejo es de la forma

$$\alpha = \rho\,(\operatorname{senh}\theta + j\,\operatorname{senh}\theta)\,.$$

10. La potencia e^z.– La potencia de exponente complejo $z = x + jy$, definiremos de modo que satisfaga a la propiedad fundamental expresada por la relación

$$e^z \times e^{z_1} = e^{z + z_1}\,.$$

Consideremos en primer lugar el caso de la potencia e^{yj} y pongamos

$$e^{yj} = \cosh y + j\,\operatorname{senh} y$$

Si multiplicamos por la potencia

$$e^{y'j} = \cosh y' + j\,\operatorname{senh} y'$$

resulta

$$e^{yj} \times e^{y'j} = \cosh(y + y') + j\,\operatorname{senh}(y + y') = e^{(y+y')j}$$

Además, si se quiere conservar las reglas del cálculo ordinario, la operación e^{x+jy} deberá significar el producto de e^x por e^{yj}. Por tanto

$$e^z = e^{x+yj} = e^x \cdot e^{yj} = e^x (\cosh y + j \operatorname{senh} y) ;$$

la potencia e^{x+yj} tiene por módulo hiperbólico e^x y por argumento hiperbólico y.

Esta definición cumple con todas las reglas fundamentales de la potencia. En efecto:

$$e^z \times e^{z_1} = e^{x+yj} \times {}^{x'+jy'} = e^x (\cosh y + j \operatorname{senh} y) \times e^{x'} (\cosh y' + j \operatorname{senh} y')$$

$$= e^{x+x'} [\cosh (y + y') + j \operatorname{senh} (y + y')] = e^{x+x'} \cdot e^{(y+y')j} = e^{z+z_1}$$

Del mismo modo

$$e^\circ = 1 \, , \, e^1 = e \, , \, (e^z)^m = e^{mz} \, , \, \frac{e^z}{e^{z^1}} = e^{z-z'}$$

La potencia e^z coincide con la exponencial e^x, cuando z se reduce a un número real x.

Se puede también, para definir la potencia e^z proceder de otro modo.

Dada la sucesión $\{\alpha_n = a_n + b_n j\}$ diremos que tiene por límite el número $\alpha = a + bj$, si a todo número arbitrario $\varepsilon > 0$, corresponde un entero p, tal que

$$| \alpha - \alpha_n | < \varepsilon \quad \text{para} \quad n \geq p \, .$$

De aquí se deduce que: *la condición necesaria y suficiente para que la sucesión $\{\alpha_n\}$ tenga por límite el número α, es que*

$$a_n \longrightarrow a \quad \text{y} \quad b_n \longrightarrow b \, .$$

Pongamos por definición

$$e^z = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{z}{n}\right)^n .$$

Se tiene

$$1 + \frac{z}{n} = 1 + \frac{x + y j}{n} = \left(1 + \frac{x}{n}\right) + \frac{y}{n} j$$

y pasando a la forma isotropa, resulta

$$z = x + j\,y = z'\,j_1 + z''\,j_2 \quad , \quad z' = x + y \quad , \quad z'' = x - y$$

$$1 + \frac{z}{n} = \left(1 + \frac{z'}{n}\right) j_1 + \left(1 + \frac{z''}{n}\right) j_2$$

de donde

$$\left(1 + \frac{z}{n}\right)^n = \left(1 + \frac{z'}{n}\right)^n j_1 + \left(1 + \frac{z''}{n}\right)^n j_2$$

y tomando límite para $n \to \infty$; se tiene finalmente

$$\boxed{e^z = e^{z'j_1 + z''j_2} = j_1\, e^{z'} + j_2\, e^{z''} ,} \qquad [1]$$

expresión que nos define e^z en la forma isótropa.

De aquí se deduce, pasando a la forma normal que

$$e^z = \frac{1}{2}\,(e^{x+y} + e^{x-y}) + \frac{1}{2}\,(e^{x+y} - e^{x-y})\, j$$

$$= \frac{1}{2}\,[e^x\,(e^y + e^{-y}) + e^x\,(e^y - e^{-y})\, j]$$

es decir

$$e^z = e^{x+jy} = e^x\,(\cosh y + j\,\operatorname{senh} y) \; .$$

que coincide con la expresión primera.

De la [1] se obtiene

$$e^z \times e^{z_1} = e^{z'j_1 + z''j_2} \times e^{z'_1 j_1 + z_1'' j_2} = (j_1\, e^{z'} + j_2\, e^{z''}) \times (j_1\, e^{z'_1} + j_2\, e^{z''_1})$$

$$= j_1\, e^{z' + z'_1} + j_2\, e^{z'' + z''_1} = e^{(z'+z'_1)j_1 + (z'_1 + z''_1)j_2} = e^{z+z'} \; .$$

Se puede también probar que la única función continua

$$f\,(z) = u\,(z) + j\,v\,(z)$$

de la variable compleja z, que satisface a la ecuación funcional

$$f\,(z_1)\,f\,(z_2) = f\,(z_1 + z_2)$$

donde z_1 y z_2 son dos valores cualesquiera de z, y que para *valores reales* de z ella tome valores reales, es la función

$$f\,(z) = a^z \qquad (a \text{ constante real})$$

En particular, la exponencial $f(z) = e^x$.

Podemos definir también la función e^z mediante la serie convergente

$$e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} .$$

Todas sus propiedades se deducen de las propiedades de estas series (1).

Según lo anterior resulta que:

$$a + bj = \rho (\cosh \varphi + j \operatorname{senh} \varphi) = \rho\, e^{j\varphi}$$

si $|a| > |b|$; en el caso de $|a| < |b|$ se tiene

$$a + bj = \rho (\operatorname{senh} \varphi + j \cosh \varphi) = \rho \,.\, j\, e^{j\varphi}$$

11. LOGARITMO NEPERIANO. – Llamaremos *logaritmo neperiano* del complejo hiperbólico $\alpha = a + bj$, a todo número complejo hiperbólico z que verifique la igualdad

$$e^z = \alpha \qquad \alpha = a + bj ,$$

Si

$$\alpha = \alpha' j_1 + \alpha'' j_2 \qquad \text{y} \qquad z = z' j_1 + z'' j_2$$

la igualdad anterior; se pude escribir

$$e^{z' j_1 + z'' j_2} = \alpha' j_1 + \alpha'' j_2$$

es decir

$$j_1\, e^{z'} + j_2\, e^{z''} = \alpha' j_1 + \alpha'' j_2$$

de donde

$$e^{z'} = \alpha' \qquad \text{y} \qquad e^{z''} = \alpha''$$

Si los números reales α' y α'' *son positivos;* se tiene

$$z' = \log \alpha' \qquad \text{y} \qquad z'' = \log \alpha''$$

por tanto

$$\boxed{z = j_1 \log \alpha' + j_2 \log \alpha'' = \log (\alpha)}$$

Las condiicones $\alpha' > 0$, $\alpha'' > 0$, nos da

$$a + b > 0 , \quad [1] \qquad a - b > 0 \qquad [2]$$

(1) DURAÑCNA y VIGNAUX, *Loc. cit.* p. 242.

Sumando miembro a miembro las desigualdades [1] y [2] se obtiene

$$2a > 0, \quad \text{es decir} \quad a > 0 ;$$

por tanto

$$a > b \quad , \quad a > -b .$$

Las condiciones [1] y [2] equivale a

$$a > 0 \quad , \quad a > | b |$$

que corresponde a todos los puntos interiores del ángulo de vértice en $O(0,0)$, y lados $y = x$, $y = -x$, y que tienen al semi-eje positivo Ox.

Por tanto: *todo número complejo hiperbólico* $a + bj$, *tal que* $a > 0$, $a > | b |$, *tiene un logaritmo, determinado por la relación*

$$z = j_1 \log \alpha_1 + j_2 \log \alpha_2 = j_1 \log (a - b) + j_2 \log (a + b) .$$

Se puede llegar a este mismo resultado en otra forma. Sea

$$e^z = \alpha \quad , \quad z = x + j y \quad , \quad \alpha = \rho (\cosh \omega + j \operatorname{senh} \omega)$$

se tiene, entonces

$$e^x = \rho \quad , \quad y = \omega .$$

Si

$$\rho = \sqrt{a^2 - b^2} > 0 ,$$

la primera igualdad nos da

$$x = \log \rho ,$$

luego

$$z = \log \rho + j \omega .$$

La condición $\rho > 0$, implica todos los puntos del ángulo antes definido.

Las reglas del cálculo algebraico ordinario se extienden a los logaritmos de los números complejos hiperbólicos.

12. Extensión de la fórmula de Euler. — De la relación

$$e^{\omega j} = \cosh \omega + j \operatorname{senh} \omega$$

resulta

$$e^{-\omega j} = \cosh \omega - j \operatorname{senh} \omega .$$

Por tanto

$$\begin{cases} \cosh \omega = \dfrac{e^{\omega j} + e^{-\omega j}}{2} \\ \\ \operatorname{senh} \omega = \dfrac{e^{\omega j} - e^{-\omega j}}{2j} \end{cases}$$

fórmulas análogas a las de Euler para el complejo ordinario.

13. Representación geométrica. –Fijado un sistema de coordenadas rectangulares x e y, representaremos el complejo hiperbólico $a + bj$, por un punto M (índice) de coordenadas (a, b).

Tomando como eje polar el eje Ox y como polo de origen O, si r y φ son las *coordenadas polares* del punto M; se tiene

$$a + bj = r\,(\cos \varphi + j \operatorname{sen} \varphi)\ ;$$

por tanto, el módulo de $a + bj$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2}\,,$$

es la distancia euclideana del punto M al origen O, mientras que su argumento es el ángulo polar de dicho punto.

Cuando el complejo hiperbólico, es de la forma

$$\rho\,(\cosh \theta + j \operatorname{senh} \theta)\,,$$

en este caso, el módulo hiperbólico: $\rho = \sqrt{a^2 - b^2}$ es la *distancia hiperbólica* del punto $M(a, b)$ al origen O, y el *argumento hiperbólico* φ son « *rotaciones hiperbólicas* » (1).

(1) J. C. Vignaux, a) «*Sobre el númuero complejo hiperbólico y su relación con la geometría de Borel.* (Contribución ... E. (1) 1935).

b) «*Sobre la forma factorial del número complejo hiperbólico*» Anales de la *Soc. Cient. Argentina* (1937).

(*Continuará*)

FUNDAMENTACIÓN AXIOMÁTICA DEL CÁLCULO VECTORIAL

POR

A. E. SAGASTUME BERRA — AGUSTÍN DURAÑONA Y VEDIA

1. — El objeto de esta comunicación es dar un sistema de postulados que permiten desarrollar el cálculo vectorial en forma abstracta, y que difieren de los dados por J. v. Neumann [1]. La diferencia esencial entre ambos sistemas, está en que, en el que proponemos, no es necesario postular la existencia de los *multiplicadores*, sino que se deduce de las propiedades del grupo aditivo de los vectores y del producto escalar. Es, en cambio, necesario otro postulado, el IV (nos limitamos al caso de multiplicadores reales).

2. — El sistema de postulados es el siguiente:

Postulado I. — Existe un conjunto V de elementos $A, B, C, \ldots$, llamados *vectores*. El conjunto V, que llamamos *espacio vectorial*, es un *grupo abeliano* respecto a una operación $+$, la *suma* de vectores. Es decir, que se verifica:

I. 1. Cualesquiera sean los vectores A, B, existe el vector $C = A + B$;

I. 2. Es $(A + B) + C = A + (B + C)$;

I. 3. Es $A + B = B + A$;

I. 4. Existe un *vector nulo* o *cero*, O, tal que $A + O = A$, cualquiera sea A;

I. 5. Para cada A existe el *vector opuesto*, $-A$, tal que $(-A) + A = O$.

Postulado II. — A cada par de vectores A, B corresponde un número real a, el *producto escalar*, tal que:

[1] *Die mathematischen Grundlagen der Quantenmechanik.* Berlín, J. Springer.

II. 1. Cualesquiera sean los vectores A, B, existe el número real $a = A \times B$;

II. 2. Es $A \times B = B \times A$;

II. 3. El *cuadrado escalar* de cualquier vector A no es negativo: $A \times A = A^2 \geq O$.

POSTULADO III. — El producto escalar y la suma de vectores están ligados por las siguientes relaciones:

III. 1. $A \times (B + C) = A \times B + A \times C$.

III. 2. Si $A^2 = O$, necesariamente A es el *vector nulo*: $A = O$.

POSTULADO IV. — Cualquiera sea el vector A, existe un vector B tal que $B + B = A$.

POSTULADO V. — Si $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ es una sucesión de vectores, y la suceción numérica $(A_m - A_n)^2$ tiende a cero al crecer m, n, existe un vector A, el *límite* de la sucesión, tal que la sucesión numérica $(A_n - A)^2$ tiende a cero.

POSTULADO VI$_n$. — Existe al menos un sistema $U_1, \ldots, U_n$ de n vectores linealmente independientes (respecto al cuerpo de los números reales); $n + 1$ vectores son siempre dependientes.

3. — La *independencia* ordenada de estos postulados es fácil de demostrar, por el método usual de los *modelos*, en este caso conjuntos construídos artificialmente, en los que mediante definiciones *ad-hoc* de las operaciones se consigue que valgan todos los postulados que preceden a aquel cuya independencia se trata de demostrar, pero no este último.

Para el postulado I es conocida la demostración de la independencia. Para los postulados II, III y IV se pueden tomar como modelo los números enteros ligados por las operaciones de suma ordinaria, y otra que represente el producto escalar, definida oportunamente; para II. 2 basta poner por ejemplo $A \times B = A^B$; para II. 3, $A \times B = -(AB)$; para III. 1, $A \times B = AB + n$ con $n > 0$ fijo; para IV $A \times B = A \cdot B$. En cambio para III. 2 se puede recurrir a los complejos duales. Análogamente, la independencia de V y VI_n se demuestra fácilmente.

La *compatibilidad* de los axiomas se demuestra inmediatamente construyendo un modelo que satisfaga a todos, por ejemplo, el con-

junto de complejos $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ siendo las a_i números reales, y estableciendo las definiciones

$$(a_1, \ldots, a_n) + (b_1, \ldots, b_n) = (a_1 + b_1, \ldots, a_n + b_n)$$

y

$$(a_1, \ldots, a_n) \times (b_1, \ldots, b_n) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_n b_n = a.$$

4. — Del postulado I resulta la posibilidad de definir los *multiplicadores enteros* de los vectores, definiendo, para m entero positivo:

$$mA = A + A + \ldots + A \ (m \text{ veces}) \ ; 0A = 0 \ ; (-m)A = -(mA),$$

y resulta así la posibilidad de operar con estos múltiplos, en las sumas y productos escalares, como es corriente.

La importante *desigualdad de Schwarz*

$$(A \times B)^2 \leq A^2 . B^2$$

y sus consecuencias

$$|A + B| \leq |A| + |B| \quad , \quad |A - B| \geqq ||A| - |B||$$

donde el *módulo* $|A|$ de un vector A está definido por

$$|A| = +\sqrt{A^2}$$

se demuestran haciendo uso sólo de los tres primeros postulados.

El postulado IV permite, en combinación con lo anterior, operar con multiplicadores de la forma $\frac{m}{2^k}$ (m, k enteros), y como el conjunto de estos números es denso en el campo real, el postulado de la continuidad, V nos lleva a los multiplicadores reales cualesquiera.

A partir de aquí se define la dependencia lineal como de costumbre, y el postulado VI_n nos define la dimensionalidad que atribuímos al espacio vectorial V. Se pueden entonces definir todos los conceptos del cálculo vectorial, y demostrar todos los teoremas, extendidos al espacio n-dimensional. Las *orientaciones* de las n-uplas de vectores independientes (ortogonales o no) se definen por comparación con una fija, y permiten definir luego el producto *mixto* de n vectores, y el producto *vectorial* de $n - 1$ vectores, con propiedades que generalizan las ordinarias.

UNA NUEVA FORMA DE INTRODUCIR LA TEMPERATURA

POR

ENRIQUE LOEDEL PALUMBO Y ERNESTO R. SABATO

Introducción. — Se sabe que toda definición de la temperatura comprende, parcial o totalmente, al segundo principio de la termodinámica. — Según esto, la temperatura debería ser introducida, solamente después de haber enunciado los dos primeros principios de la teoría del calor, lo que, sin embargo, no se hace, debido a que, seguramente, parece imposible definir y medir cantidades de calor, encontrar la equivalencia del mismo con el trabajo, definir transformaciones adiabáticas e isotermas y enunciar el segundo principio, sin la ayuda de un termómetro cualquiera. En lo que sigue trataremos de probar que, a pesar de ello y de otras dificultades que en un principio parecen infranqueables, es posible un desarrollo lógico y consecuente de la termodinámica, introduciendo la temperatura sólo después de haber enunciado los dos primeros principios; y se verá además que este camino es mucho más económico que el que se sigue corrientemente.

Cantidad de calor. — Si se tiene una masa de hielo en contacto con agua proveniente de su fusión a la presión normal, que supondremos constante, diremos que ese sistema está aislado y en equilibrio cuando se mantenga invariable la relación entre las masas de hielo y agua.

Si el sistema pasa de un estado de quilibrio a otro en el cual la masa de agua aumenta por ejemplo en m (disminuyendo en consecuencia la masa de hielo) diremos que el sistema ha recibido una cierta « *cantidad de calor* » Q que supondremos proporcional a m:

$$Q = C\,m$$

La constante C depende únicamente de las unidades que se elijan.

Equivalencia de trabajo en calor. — Si se hace girar una rueda de paletas en el interior del calorímetro de hielo se constata que existe rigurosa proporcionalidad entre el trabajo entregado y la masa de hielo fundida por este procedimiento. Concluímos que el trabajo se ha convertido o transformado en calor. Siendo el trabajo A, y el calor que él produce Q, eligiendo en forma conveniente las unidades se podrá escribir:

$$A = Q$$

Primer principio. — Sea un sistema « aislado »; esto es que no intercambia calor ni ninguna otra forma de energía con el exterior.

Llamemos U a la energía total de tal sistema. Si ese sistema recibe del exterior la cantidad de calor Q, y el trabajo A, su energía interna final U_2, será mayor que su energía inicial U_1, siendo:

$$U_2 - U_1 = Q + A \qquad [1]$$

Medidas de cantidades de calor. — *a*) *Calentamiento a presión constante.* — Sea un cuerpo que a presión constante (por ejemplo la atmosférica) pase de un estado en que su volumen es V_1 a otro en el cual el volumen es V_2, por la acción de eso que llamamos calor.

La [1] nos da en este caso:

$$U_2 - U_1 = Q_{2,1} + P(V_2 - V_1)$$

Llamando $Q_{2,1}$ al calor puesto en juego y que deseamos medir.

Si, conservando la presión constante, llevamos al cuerpo de los estados [1] y [2] al calorímetro de hielo en el cual supondremos que tiene un volumen V_0 y una energía U_0 tendremos:

$$U_1 - U_0 = Q_{1,0} + P(V_1 - V_0)$$

y

$$U_2 - U_0 = Q_{2,0} + P(V_2 - V_0)$$

de donde

$$U_2 - U_1 = Q_{2,0} - Q_{1,0} + P(V_2 - V_1)$$

con lo cual

$$Q_{2,1} = Q_{2,0} - Q_{1,0} \qquad [2]$$

donde $Q_{2,0}$ y $Q_{1,0}$ se miden directamente con el calorímetro.

Calentamiento a volumen constante. — En este caso, se demuestra también de inmediato, que se puede aplicar la [2] para medir el calor puesto en juego. Se comprende también que la [2] podrá aplicarse aún en aquellos casos en que se cumpla:

$$A_{2,1} + A_{0,2} + A_{1,0} = 0$$

Siempre que

$$A_{i,k} = -A_{ki} \quad [1]$$

representando por $A_{2,1}$, el trabajo recibido por el cuerpo, o sistema, del exterior, en su pasaje del estado 1 al 2.

Transformación inversa del calor en trabajo

Definiciones. — Llamaremos *fuente térmica* o simplemente fuente a un cuerpo o sistema de cuerpos capaces de intercambiar calor con otros cuerpos.

Denominaremos *máquina térmica* a un mecanismo de funcionamiento periódico capaz de transformar calor en trabajo.

Diremos que una máquina funciona « entre » las fuentes A, B, C, etc., cuando al cabo de cada período haya extraído o entregado algo de calor a las mismas.

Se dirá que dos cuerpos o dos fuentes se ponen en *contacto térmico* duando se haga posible por cualquier procedimiento el pasaje de calor de uno al otro.

Sean, por ejemplo, dos fuentes de calor constituídas la una por vapores de agua en ebullición a la presión normal, fuente F_1, y la otra por hielo en fusión también a la presión normal fuente F_2. Un cuerpo cualquiera, hierro, por ejemplo, que no reaccione químicamente con las substancias de las fuentes y que se lleve sucesivamente de una a la otra puede establecer entre ellas un contacto térmico. Se constataría en este caso que por intermedio del hierro transportamos calor de F_1 a F_2.

Eentre esas fuentes será posible hacer funcionar una máquina térmica, la cual podría estar constituída simplemente por una varilla metálica o por un cilindro provisto de un pistón que contiene en su interior un líquido o un gas y que se lleva sucesivamente de una a otra fuente.

Las variaciones de longitud de la varilla o del volumen de la substancia contenida en el cilindro experimentadas al pasar de una a

otra fuente podrán aprovecharse para levantar pesas a cierta altura. La suma del calor entregado por la máquina a la fuente F_2, más el trabajo realizado, dará el calor sacado de F_1.

Segundo principio. — Lo enunciaremos así: *Es condición necesaria y suficiente para el funcionamiento de una máquina térmica entre dos fuentes A y B, que se establezca entre ambas, al ponerlas en contacto térmico, un pasaje de calor de una a la otra.*

Temperaturas iguales. — Diremos que dos cuerpos están a igual temperatura cuando puestos en contacto térmico no pasa calor del uno al otro.

Fuente térmicamente homogénea. — Es aquella que tiene todas sus partes a igual temperatura. En adelante, al hablar de fuentes térmicas, consideraremos únicamente fuentes homogéneas (1).

Podría pensarse que el solo hecho de admitir la existencia de fuentes térmicamente homogéneas implica la admisión de la propiedad transitiva de la igualdad de temperatura, ya que si consideramos una fuente de esa clase y la suponemos dividida en tres partes A, B, C, deberá cumplirse que $T_A = T_B$; $T_B = T_C$, y también que $T_A = T_C$, pues si esta última igualdad no se cumpliera pasaría calor de A a C, o de C a A aún cuando no pasara de A a B ni de B a C.

Pero si se trata de una fuente física y químicamente homogénea en todas sus partes la propiedad anterior es algo completamente trivial, mientras que la propiedad transitiva de la igualdad de temperatura se refiere a substancias cualesquiera, y es en este caso que aquella propiedad constituye un hecho físico de singular importancia y que en sí mismo no tiene ni mayor ni menor evidencia que el enunciado mismo del segndo principio. Si un trozo de hierro no intercambia calor con cierta porción de agua y ésta no intercambia calor con otra porción de mercurio, se trata de probar que el trozo de hierro tampoco intercambiará calor con el mercurio (*).

Del enunciado del segundo principio y de la definición de temperaturas iguales se desprende que es imposible el funcionamiento de una máquina térmica que no haga otra cosa al cabo de cada período

(1) Si tales fuentes « homogéneas » pueden realmente existir, es una cuestión que no interesa por el momento.

(*) Piénsese, por ejemplo, en el caso del equilibrio eléctrico, donde la propiedad transitiva no vale; pues una barra de Zn y otra de Cu están en equilibrio eléctrico con una solución de ácido sulfúrico sin estar en equilibrio entre sí.

que sacar calor de una única fuente (térmicamente homogénea) y produzca trabajo.

Temperatura mayor y menor. — Si una máquina funciona entre dos fuentes F_1 y F_2, deberá extraer calor de una de ellas y entregar parte del mismo a la otra transformando la diferencia en trabajo. No pudiendo la máquina funcionar sacando calor de una única fuente tampoco podrá funcionar sacando calor de las dos, pues si así lo hiciera, bastaría transformar parte del trabajo de la máquina en el calor que ella ha sacado de una de las fuentes y restituirlo a la misma, con lo cual se tendría así una máquina que funciona con una única fuente. Diremos que la fuente de la cual la máquina extrae calor tiene temperatura mayor que la otra.

En particular, si la máquina extrae calor de F_1, y entrega calor a F_2, siendo T_1 y T_2, las temperaturas respectivas de las fuentes, diremos que

$$T_1 > T_2$$

Para que esta definición tenga sentido es necesario probar que cualquier máquina que funcione entre las mismas fuentes sacará calor de F_1 y entregará parte del mismo a F_2. En efecto: Si suponemos que entre las mismas fuentes una segunda máquina funcionara sacando calor de F_2, y entregando parte a F_1, bastaría hacer que el calor que sacara de F_2, igualara al entregado por la primera para tener una máquina que funcionara con una sola fuente.

Si la máquina no entrega trabajo al exterior se convierte en un cuerpo que pasa periódicamente de F_1 a F_2, estableciendo así un simple contacto térmico entre ambas transportando calor de una a la otra.

Que este pasaje de calor es irreversible se prueba de inmediato, pues si así no fuera se podría hacer que una máquina funcionara con una única fuente.

Luego al poner las fuentes F_3 y F_2 en contacto, pasará calor de F_1 a F_2, y no en sentido inverso.

Por lo tanto un *cuerpo cualquiera* que pase sucesivamente de F_1 a F_2, transportará calor de la primera a la segunda fuente.

Sea ahora una tercera fuente F_3, cuya temperatura T_3, sea tal que

$$T_2 > T_3$$

o sea una máquina que funcionando entre F_2 y F_3, saca calor de F_2 y entrega calor a F_3. Se trata de probar que deberá ser:

$$T_1 > T_3 .$$

En efecto: La máquina que funciona entre F_2 y F_3, puede sacar de F_2, el calor entregado por la primera máquina (que funciona entre F_1 y F_2), con lo cual se tiene una máquina que saca calor de F_2 y entrega parte del mismo a F_3, con lo que queda probada la última desigualdad.

Carácter transitivo de la igualdad de temperatura. — Probemos primero que si

$$T_1 > T_2$$

y

$$T_2 = T_3$$

deberá ser

$$T_1 > T_3$$

o sea: pasa calor de F_1 a F_2, y no pasa de F_2 a F_3. Se trata de probar que deberá pasar de F_1 a F_3. Consideremos a F_3 como un cuerpo que no intercambia calor con F_2. Si lo llevamos a F_1, y luego lo traemos *nuecamente* a F_2 deberá transportar calor de F_1 a F_2, para lo cual deberá absorber calor al estar en contacto con F_1. Luego si pasa calor de F_1 a F_3 queda probada la última desigualdad.

Sean ahora las fuentes F_1, F_2 y F_3 tales que

$$T_1 = T_2 \quad \text{y} \quad T_2 = T_3$$

se trata de probar que

$$T_1 = T_3$$

Si fuera $T_1 \gtrless T_3$, o sea si F_1 intercambiara calor con F_3, por lo probado más arriba debería ser también $T_1 \gtrless T_2$, lo que contradice lo supuesto, pues se ha admitido que F_2 y F_1 no intercambiaban calor al ponerse en contacto.

Ordenamiento de las temperaturas. — *Termoscopio.* — Por la definición dada de cantidad de calor y de temperatura mayor y menor será fácil saber qué cuerpos tienen temperatura mayor o menor que la temperatura del hielo en fusión. Los cuerpos que al ponerse

en contacto con el calorímetro de hielo hagan fundir hielo estarán a temperatura mayor; los que provocan la congelación del agua, a temperatura menor, y los que no alteren el equilibrio, a temperatura igual.

Sean ahora dos fuentes térmicas F_1 y F_2, cuyas temperaturas T_1 y T_2 sean ambas mayores que la temperatura T_0 del hielo en fusión (F_0). Se trata de poder decidir experimentalmente si $T_1 \lesseqgtr T_2$.

Tomemos un cuerpo cualquiera C, un trozo de hierro, por ejemplo, y dejémosle un cierto tiempo t en contacto con F_1. Llevémosle luego al calorímetro de hielo y midamos el calor transportado Q. Esta cantidad de calor depende del tiempo t en que el cuerpo C permanece en contacto con F_1. Pero se observa que a partir de un cierto intervalo de tiempo t_0 la cantidad de calor transportada por C se hace constante. Decimos entonces que a partir de t_0 se ha establecido el equilibrio térmico, pues a partir de ese momento el cuerpo no absorbe ni entrega calor a la fuente F_1. Luego, en ciertas condiciones, para un intervalo de contacto igual o mayor que t_0, entre C y F_1, las temperaturas de C y F_1 se igualan.

Llamemos Q_1 a la cantidad de calor que transporta entonces el cuerpo C al pasar de F_1 a F_0.

Sea Q_2 el calor transportado por el mismo cuerpo C de F_2 a F_0 habiendo alcanzado el equilibrio térmico con F_2. Todas estas operaciones suponemos que se realizan a presión constante. (Ver pág. 272).

Si fuera

$$Q_1 > Q_2$$

querrá decir que el cuerpo C al pasar de F_1 a F_2 y alcanzar las temperaturas T_1 y T_2 cede el calor

$$Q_1 - Q_2$$

a la fuente F_2, por lo cual si pasa calor de F_1 a F_2 deberá ser

$$T_1 > T_2$$

Se tiene así un medio para poder realizar un ordenamiento de las temperaturas (1).

(1) Si no nos referimos a los estados de equilibrio de C, con F_1 y F_2, lo que compararíamos serían las temperaturas T_1' y T_2' de C antes de su introducción en el calorímetro.

Se constata además que el volumen de C no varía una vez establecido el equilibrio térmico. Además para la mayoría de las substancias se cumple, llamando V_1 y V_2 a los volúmenes que adquieren estando en equilibrio con las fuentes F_1 y F_2 para las cuales es $T_1 > T_2$ que $V_1 > V_2$ o sea que el volumen es una cierta función creciente de la temperatura.

En esto se basan los termómetros comunes de escala arbitraria y que quizá conviniera llamar simplemente termoscopios.

Podría pensarse que este ordenamiento pudo ya haberse hecho antes de enunciar el segundo principio, pero no es así, puesto que, si haciendo la experiencia con hierro resulta $T_1 > T_2$, habría que probar que con cualquier otra substancia se conserva el signo de la desigualdad (o de la igualdad), lo que es consecuencia del segundo principio.

Definicion de temperatura

Máquina reversible. — Sea una máquina que funciona entre F_1 y F_2 extrayendo de F_1 el calor Q_1, entregando a F_2 el calor Q_2, y transformando en trabajo la diferencia $Q_1 - Q_2 = A$. Si dicha máquina puede funcionar en sentido inverso recibiendo del esterior el trabajo A, sacando de F_2, Q_2 y entregando Q_1 a F_1 diremos que es reversible.

Llamaremos rendimiento a la relación

$$\rho = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Del segundo principio se desprende de inmediato que dicho rendimiento es máximo para una máquina reversible y que no depende de la naturaleza de la misma. Por lo tanto otra máquina reversible que funcionara entre las mismas fuentes intercambiando con ellas los calores Q'_1 y Q'_2 deberá dar el mismo rendimiento que la anterior, de donde resulta que

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q_1'}{Q_2'}$$

Esta relación constante no depende de la máquina (de su substancia); depende únicamente de las fuentes, y diremos que es igual a la relación de sus temperaturas:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{o sea} \quad \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

Si $T_1 = T_2$ será $Q_1 = Q_2$, el rendimiento será nulo, lo que significa que ninguna máquina podrá funcionar entre esas fuentes en ese caso, lo que corresponde a la definición de igualdad que ya habíamos dado.

Si $T_1 > T_2$, $Q_1 > Q_2$ o sea se saca calor de F_1 y se entrega a F_2, de acuerdo a la definición anterior de temperatura mayor y menor.

Siendo la conducción del calor irreversible, así como también la producción de calor por roce o la expansión de un gas sin producción de trabajo como se demuestra fácilmente apoyándose en el segundo principio, se deduce que en una máquina reversible no deben efectuarse ninguno de los procesos anteriores. Su funcionamiento tendría que consistir en la sucesión de estados de equilibrio, y no siendo posible la conducción del calor, las únicas transformaciones admisibles serían las efectuadas a temperatura constante (isotermas) y aquellas en que no se intercambie calor con el exterior (adiabáticas). En una palabra, la máquina debe recorrer el conocido ciclo de Carnot.

Termómetros de gas. — Sea una substancia cuya presión p por cierta función de su volumen $f(v)$ se mantiene constante si la temperatura no varía:

$$p f(v) = C$$

Dependiendo C únicamente de la temperatura. Si una substancia de esta clase existiera, la validez de la ley anterior se podría verificar con un simple termoscopio. Si es $F(v) = V$, se trataría de la ley de Mariotte. Supongamos además que la energía interna U es función únicamente de la temperatura (Ley de Joule), ley que también podría verificarse, si alguna substancia la cumpliera, con un termoscopio.

Hagamos recorrer a la substancia un ciclo de Carnot entre las isotermas T y T_0. Sean los calores respectivos Q y Q_0, y los volúmenes extremos de cada isoterma V' y V para la primera y V_0' y V_0 para la segunda.

Sea además C_0 el valor de la constante correspondiente a T_0. Se tendrá:

$$Q = \int_v^{v'} p\, dv = C \int_v^{v'} \frac{dv}{f(v)} = C F(v' v)$$

y análogamente

$$Q_0 = C_0 F(v_0' v_0)$$

De acuerdo a la definición de temperatura deberá ser:

$$\frac{C\,F\,(v'\,v)}{C_0 F\,(v_0'\,v_0)} = \frac{T}{T_0}$$

o sea

$$\frac{C}{T} F\,(v'\,v) = \frac{C_0}{T_0} F\,(v_0'\,v)$$

es decir que esta expresión debe ser independiente de la temperatura T, para lo cual deberá ser

$$C = R\,T$$

Siendo R una constante.

De aquí

$$p\,f\,(v) = R\,T$$

o sea, manteniendo constante el volumen resulta ser la presión proporcional a la temperatura. Se tendría así un medio de medir T si existiera una substancia que cumpliera con la ley de Mariotte y con la ley de Joule.

Reducción de una escala arbitraria. — Consideremos un ciclo de Carnot infinitamente pequeño que en el plano de las presiones y los volúmenes rodea al punto p, v, T.

Sea dT la diferencia de temperatura entre las dos isotermas, diferencia que en la escala arbitraria corresponde a un dt. El rendimiento será $\frac{dT}{T}$ igual al área del ciclo $dp\,.\,dv$ sobre el calor total absorbido de la fuente a temperatura mayor ΔQ. Es:

$$\Delta\,Q = p\,d\,v + \left(\frac{\partial\,U}{\partial\,v}\right)_T d\,v$$

de donde

$$\frac{dT}{T} = \frac{d\,p}{p + \left(\frac{\partial U}{\partial\,v}\right)_T}$$

Aquí dp es la variación de presión entre la isoterma T y la otra de temperatura $T + dT$ para el volumen v, que corresponde en la escala arbitraria a las isotermas t y $t + dt$. Luego será

$$d\,p = \left(\frac{\partial\,p}{\partial\,t}\right)_v dt = \beta\,dt$$

Sustituyendo e integrando entre t_0 y t o sea entre T_0 y T se tiene la conocida fórmula de Lord Kelvin:

$$ln \frac{T}{T_0} = \int_{t_0}^{t} \frac{\beta}{p + \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_t} dt$$

Si transcribimos aquí esta fórmula es porque en los tratados recién se llega a ella, por lo general, después de haber demostrado el teorema de Clausius y haber introducido la entropía en cuya expresión aparecen los calores específicos, que creemos sería más lógico introducir recién después de haber definido exactamente lo que se entiende por temperatura.

Nos es grato agradecer aquí las interesantes observaciones de los profesores R. G. Loyarte y E. Terradas con motivo de este trabajo (1).

(1) Cuando este trabajo fué sometido a la opinión del profesor E. Terradas nos observó que G. H. Bryan, en su monografía *Allgemeine Gründlegung der Thermodynamik* (1903), en la *Encyklopadie der Mathematischen Wissenschaften* (V. Band) seguía un camino más o menos análogo al propuesto por nosotros.

Consultado que fué ese trabajo, que hasta entonces desconocíamos, constatamos que, en efecto, trata Bryan de introducir la temperatura sólo después de enunciar el segundo principio.

Para lograr esto convierte el principio de equivalencia en una definición de la cantidad de calor quedando así reducido aquel principio a una simple tautología. Pero ésta no sería, sin embargo, la objeción más seria que pudiera hacerse del trabajo de Bryan. En él, estando definida la cantidad de calor por el trabajo capaz de producirla, aparte de no poder verificar experimentalmente el principio de equivalencia, se hace imposible, aún teóricamente, distinguir calor de trabajo, y no se tiene, en consecuencia, derecho alguno de hablar, por ejemplo, de transformaciones adiabáticas de un sistema (que no intercambian calor) y que reciben o entregan cierto trabajo.

Las mismas medidas experimentales del equivalente mecánico del calor se convierten así en simples medidas del calor específico del agua y es indispensable adoptar como equivalente la unidad.

Además el segundo principio lo enuncia en la conocida forma de Clausius en la cual interviene la noción de temperatura.

No insistimos en otras observaciones de segundo orden que a nuestro juicio también contribuyen a no hacer aceptable el desarrollo de G. H. Bryan.

LA UROBILINA EN LA IDENTIFICACIÓN DE ÍNFIMAS CANTIDADES DE COBRE Y DE MERCURIO

POR

CARLOS A. SAGASTUME y VIRGILIO OLIVA

La urobilina reacciona con las sales de mercurio y de cobre, formando un complejo que en soluciones muy diluídas presenta color rosa, que, por aumento de la concentración, se intensifica hasta el púrpura.

En lo que respecta a las sales cúpricas, esta reacción coloreada ya había sido aplicada por Studenski (1) en 1893 para investigar urobilina urinaria.

En 1930 Emmerie (2) usa esa reacción en la microdeterminación del cobre para cantidades de este metal que oscilan entre 0,01 y 0,0001 miligramos en soluciones amoniacales. Hace notar este autor que el mercurio produce la misma reacción, inconveniente que él elude precipitando este catión por ioduro de potasio. Recientemente (1936) Bertrand y Saint-Rat (3) presentan a la Academie des Sciences de Paris, una nota titulada: « Sobre una nueva reacción coloreada del cobre y de la urobilina ».

Es evidente que estos investigadores desconocían los trabajos anteriores, y de ahí que después de referirse al ferrocianuro de potasio y a la formaldoxima para reconocimiento del cobre en soluciones acuosas muy diluídas, expresen textualmente: « Nosotros hemos descubierto y estudiado un reactivo superior a los precedentes a la vez por su especificidad, su sensibilidad y la facilidad de su empleo: es la urobilina en solución al milésimo en alcohol a 60° ».

En punto a sensibilidad del reactivo expresan Bertrand y Saint-Rat que es capaz de acusar ínfimas contidades de ion cúprico (0,0001 miligramo) y en punto a especificidad afirman que lo han ensayado con sulfatos y cloruros de gran número de metales sin observar coloración con otra sal que la de cobre, pués en las soluciones

de zinc aparece fluorescencia verde, pero sin coloración del líquido. « La reacción dada por la urobilina es, pués, muy característica para las sales de cobre », afirman los autores, sin aludir para nada al mercurio.

Nosotros estamos realizando actualmente un trabajo con el propósito de resolver en forma práctica el problema de la evaluación por vía colorimétrica de la urobilina en diferentes líquidos del organismo. Aprovechamos para ese objeto la propiedad de dicho pigmento de reaccionar con el cobre, a la que nos hemos referido.

A poco de iniciar nuestros ensayos experimentales advertimos que el mercurio acusa también la misma coloración y en forma extremadamente sensible. Esto nos indujo a llamar la atención de quienes trabajan en química analítica, para que no incurran en el error de acordar a la reacción urobilina-cobre, la especificidad que le asignan Bertrand y Saint-Rat.

Por lo que concierne a la reacción entre la urobilina y el mercurio, Schmidt ([4]) (1900), Triboulet ([5]) (1909) y Goiffon ([6]) (1920) la emplean para caracterizar el pigmento en materias fecales.

Ateniéndonos a nuestras experiencias con soluciones de sales merc̃ñricas puras, opinamos que a los reactivos de que se sirve la química analítica para caracterizar el ion mercurio, se puede agregar la urobilina como muy sensible, pero siempre que se opere en ausencia de cobre.

Hemos obtenido la urobilina siguiendo la técnica de Watson ([7]). Preparamos una solución alcohólica al 1 en 10.000 y por otra parte sendas soluciones de cloruro y sulfato mercúrico en agua destilada. Observamos que al agregar el reactivo a la solución diluída de mercurio, se obtiene una coloración rosada que, según la dilución, se produce inmediatamente o después de algunos segundos.

La reacción es sensible para denunciar miligr. 0,001 de mercurio.

Con un exceso de urobilina, la coloración es tanto más intensa cuanto mayor es la concentración de mercurio.

En presencia de un exceso de mercurio, la coloración es proporcional a la cantidad de urobilina.

Hemos introducido una pequeña, pero ventajosa, modificación en la técnica de Bertrand y Saint-Rat para el cobre y que puede servir también para el mercurio.

Basándonos en la gran solubilidad en cloroformo de los complejos urobilina-cobre y urobilina-mercurio, hemos comprobado que se pueden extraer de la solución acuosa, y de este modo concentrar, intensificar y tornar más nítida la coloración. Aconsejamos proceder

en la siguiente forma: a 0,5 cm^3 de solución acuosa de sal mercúrica diluída, medidos en tubito muy estrecho, añadir 0,15 cm^3 de urobilina al 1/10.000 en alcohol. En otro tubito igual que servirá de control, se vierten 0,5 cm^3 de agua destilada y 0,15 cm^3 de urobilina. Una vez aparecido el tinte rosado, se sigue agregando urobilina a ambos tubos hasta que se observe que se torna naranja debido a que el color amarillo del pigmento afecta el rosa de la reacción. A cada uno de los tubitos se añade 0,1 cm^3 de cloroformo, se agita y después se abandona al reposo. En la capa clorofórmica se aprecia mucho mejor el color rosa de la reacción.

Los ensayos experimentales efectuados hasta este momento, nos autorizan a afirmar:

1° Las sales de mercurio en solución al 1/100.000 o sea en cantidades de mgr. 0,001 producen la misma reacción que el cobre, frente a la urobilina.

2° En ausencia de cobre, se puede usar la urobilina como reactivo muy sensible para la caracterización del mercurio.

3° Para sensibilizar la reacción, es aconsejable extraer con cloroformo el complejo coloreado.

BIBLIOGRAFÍA

(1) Studenski. Petsburg. *Med. Wochen.* 1893, p. 283, in *Chem. Zentralbl.* 1893, II, 668.

(2) Emmerie, A. *Chemical Weekblad*, 1930, 27, 552, in *Brit. Chem. Abstr.*, 1930, p. 1393.

(3) Bertrand, G., y Saint-Rat, L. *C. R. As. Sc.*, 1936, 203, 140.

(4) Schmidt. *Zeitsch. Prakt. Chem.*, 1900, p. 201.

(5) Triboulet. *C. R. Soc. Biol.*, 1909, p. 394.

(6) Goiffon. *C. R. Soc. Biol.*, 1920, p. 344.

(7) Watson, C. *Journ. Physiol. Chem.*, 1935, 233, 39.

HESPERIOIDEA ARGENTINA IX

POR

KENNETH J. HAYWARD

F.R.E.S., F.R.G.S., F.Z.S.

Con la preparación de este trabajo, se termina el estudio del material de Hespéridos argentinos conocidos hasta la fecha. Hay todavía ocho especies sin clasificar, todas representadas en mi colección por una sola hembra (algunas de éstas son nuevas para la ciencia), pero hasta tanto no se encuentren los machos correspondientes, será imposible describirlas.

Poco pensaba al iniciar esta revisación, en enero de 1932, que el trabajo me costaría seis años, durante los cuales ha sido necesario estudiar 400 especies de cerca de 140 géneros y describir más de 90 especies nuevas.

En adelante tenemos que esperar muchos cambios en la nomenclatura y, especialmente, en la posición genérica de ciertos insectos. Por el hecho de que el Brig. Gen. W. H. Evans, del Museo Británico, está trabajando en una revisación general de los Hespéridos americanos, he refrenado en lo posible la creación de nuevos géneros, colocando las especies, cuando he tenido necesidad, en el género viejo más próximo.

Aunque 400 especies parece un número muy elevado, no tengo la menor duda de que esta cifra aumentará anualmente por muchos años, especialmente si los coleccionistas se dedican un poco más a cazar los representantes de esta familia, especialmente las especies chicas y de colores oscuros.

No puedo dejar pasar esta oportunidad sin agradecer sinceramente a las siguientes personas, quienes han facilitado mi tarea en una forma u otra: Prof. Martín Doello-Jurado, por haber puesto a mi disposición la colección nacional de hespéridos, y don Carlos Rusconi la del Museo de Historia Natural de Mendoza; y a los señores Alberto Breyer, Fernando Bourquin, Pablo Köhler y otros por el préstamo de colecciones y material de estudio.

A las comisiones directivas de la Sociedad Entomológica Argentina (1932-38) y de la Sociedad Científica Argentina (1935-38), por haber publicado con la mínima demora unas 450 páginas de texto y láminas. Al Sr. Emilio Gemignani por haber en varias ocasiones prestado su ayuda en buscar referencias en la biblioteca del Museo y por otras cortesías. Especialmente tengo que agradecer a mis amigos Capt. N. D. Riley y Gral. Evans del Museo Británico y Sr. Ernesto Bell de Nueva York, por haberme ayudado mucho en clasificar ciertos insectos y, además, proporcionado otros datos de interés y utilidad.

Goniurus proteus L.

Una nueva procedencia para este insecto es la provincia de Salta (Köhler).

Goniurus dorantes Stoll.

Conocido ahora de Corrientes (Alberto Breyer).

Goniurus simplicius Stoll.

Nuevas procedencias son Corrientes (Alberto Breyer), Buenos Aires y Chaco.

Paches geometrinus Fldr.

Nueva procedencia: Corrientes (Alberto Breyer).

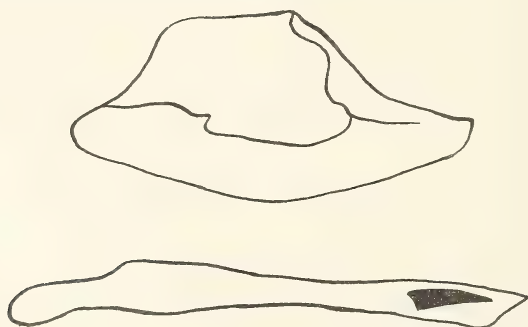


Fig. 1. — Genitalia de *Milanion leucaspis* Mabille. (Válvula y aedoeagus).

Milanion leucaspis Mabille. (Fig. 1).

1878. Mabille, Pet. Nouv. Ent., p. 230.

Difiere de *hemes* Cr. (ver Hayward, *Rev. Soc. Ent. Arg.* 5: 237, 1933), por tener la mancha blanca del ala posterior mucho más

ancha (siendo el borde oscuro del ala angosto) y el abdomen negro.

Patria. — Brasil y de Corrientes en la Argentina.

Pholisora minor (Schaus). (Fig. 2).

1902. *Staphylus minor* Schaus, Proc. U. S. Nat. Mus., p. 432.
1923. *Staphylus minor* Draudt in Seitz Macrolep. 5: 905.
1925. *Pholisora minor* Lindsey, Denison Univ. Bull. 21: 86, pl. 25, fig. 10, & pl. 27, fig. 5 (genitalia).
1936. *Staphylus minor* Kivirikko, Ann. Ent. Fennici 2, (2): 61.

Expansión alar 22 mm.

Pardo negruzco con un tono muy ligeramente purpúreo, el único diseño que se puede apreciar en los ejemplares a la vista siendo

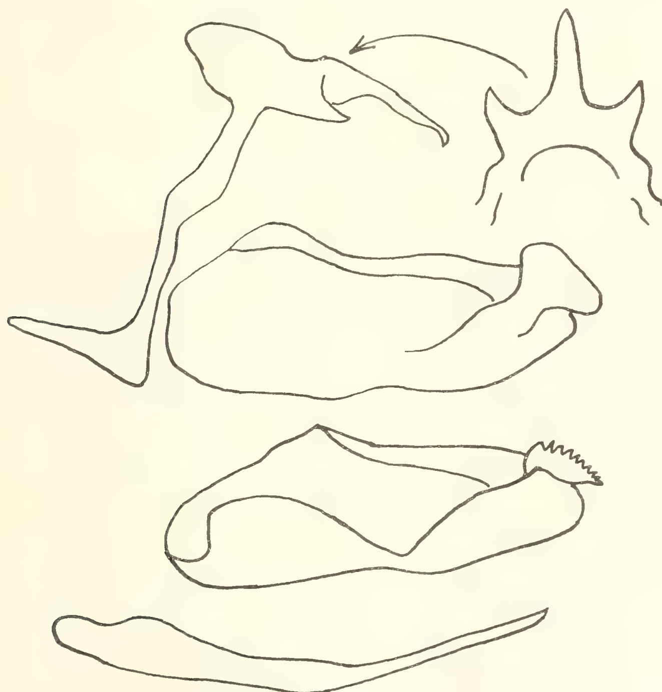


Fig. 2. — Genitalia de *Pholisora minor* (Schaus).

una fina línea algo amarillenta, antemarginal, en la faz superior; en el ala anterior, esta línea apenas visible.

La faz inferior algo más clara y sin diseño.

Traté de este insecto en mi *Hesperioidea Argentina* III (inéd.), como dudoso para la fauna argentina (Misiones, Kivirikko).

Patria. — Perú (Schaus), Colombia, Perú, Bolivia (Bell) y en la Argentina de Tucumán en mi colección.

Pholisora tucumanus (Plötz).

Staphylus fascia Hayward (*Rev. Soc. Ent. Arg.* 5, (24): 245, lám. 26, fig. 11 y lám. 22, fig. 3 (genitalia), 1933), *Pholisora fascia* (Hayward), (*Rev. Chil. de Hist. Nat.* 40: 276, lám. 19, fig. 2 (genitalia) 1936), es un sinónimo.

Gorgythion pyralina Mschlr.

Nueva procedencia: la provincia de Corrientes (Breyer).

Género *Dardarina* Evans.

En *An. Soc. Cient. Arg.* 125: 224, el nombre de este género está equivocadamente escrito como *Dardarinia.*

Género *Yvretta* Hemming.

1900. *Chaerephon* Godman, Biol. Centr. Amer. Rhop. 2: 474 (nom. praeoc.).
1935. *Yvretta* Hemming, Stylops 4:3 (nom. nov.).

Antenas la mitad del largo de la costa y con una corta maza, el ápice puntiagudo y de forma de gancho. Artejo final de los palpos corto y algo erguido. Apice del ala posterior agudo en los machos y más obtuso en las hembras. Tibias de las patas medianas y traseras espinosas, tibias traseras con dos pares de espolones. El estigma del macho está ausente en algunas especies, en otras consiste de una fina línea entre el punto de nacimiento de Cu^1 y la analis a $^1/_2$, ligeramente interrumpida en la célula cubital inferior.
Orthotipo *Pamphila citrus* Mabille.

Yvretta vesana Weeks.

1901. *Chaerephon vesana* Weeks, Proc. New Engl. Zool. Club. 2: 80.
1905. *Chaerephon vesana* Weeks, Illustr. Diurn. Lep. 1: 55, pl. 16, fig. 1.
1906. *Chaerephon mengeli* Weeks, Psyche 13: 68.
1911. *Chaerephon mengeli* Weeks, Illustr. Diurn. Lep. 2: 17, pl. 11, fig. 1.
1925. *Chaerephon pudorina* Lindsey (nec. Plotz), Den. Univ. Bull. Journ. Scien. Lab. 21: 92, pl. 26, fig. 10 & pl. 30, fig. 11 (genitalia).
1932. *Chaerephon lindseyi* Bell, Amer. Mus. Nov. Nº 555, p. 4, fig. 7 (genitalia).

♂ Expansión alar 25 mm.
Color de fondo pardo tirando a café, el borde externo finamente pardo más oscuro, las orlas del color de fondo, el estigma negruzco.

En el ala anterior hay rastros de tres puntos subapicales y otros dos en el disco del ala, pero por lo general estos cinco puntos faltan en la faz superior de los ejemplares argentinos.

En el ala posterior hay una hilera de puntos amarillentos discales, apenas visibles.

La faz inferior es más clara, los puntos del ala anterior más definidos y más grandes y con una manchita clara y difusa en la célula anal. En el ala posterior los puntos discales algo más distintos que en la faz superior.

♀ Igual al macho en tamaño y diseño, salvo por la falta del estigma y por tener la maculación, por lo general, algo más claramente definida. En algunos ejemplares se encuentra otro punto claro en el fin de la célula del ala anterior.

Patria. — Brasil, Paraguay, Argentina, Bolivia y Guayana Francesa. En la Argentina del Norte de Misiones (Hayward) en col. Mus. Arg. de Ciencias Naturales.

Género *Poanes* Scudder.

1872. *Poanes* Scudder, Rep. Peabody Acad. 1871, p. 76. Orthotipo *Hesperia massasoit* Scudder.
1872. *Phycanassa* Scudder, *op. cit.*, p. 77. Orthotipo *Hesperia viator* Edwards.
1872. *Choranthus* Scudder, *op. cit.*, p. 79. Orthotipo *Hesperia radians* Lucas.
1905. *Paratrytone* Dyar, Journ. N. Y. Ent. Soc. 13: 136. Orthotipo *Pamphila howardi* Skinner.

Por lo cual *Choranthus* (Hayward, *Rev. Soc. Ent. Arg.* 6: 123, 1934) debe ser eliminado, y la especie *immocerinus* Hayward, colocada en el género *Poanes*.

Género *Atrytone* Scudder.

1872. *Atrytone* Scudder, Rep. Peabody Acad. 1871, p. 77. Orthotipo *Hesperia iowa* Scudder.
1872. *Euphyes* Scudder, *op. cit.*, p. 80. Orthotipo *Hesperia metacomet* Harris.
1905. *Anatrytone* Dyar, Journ. N. Y. Ent. Soc. 13: 140. Orthotipo *Hesperia delaware* Edwards.

Por lo tanto debe suprimirse el género *Euphyes* (Hayward, *Rev. Soc. Ent. Arg.* 6: 116, 1934) y transferir la especie *meridiani* Hayward al género *Atrytone*.

Lerodea erythosticta Prittwitz.

1868. Prittwitz, Stett. Ent. Zeit. 29: 186, fig. 1.

En *An. Soc. Cient. Arg.* 125: 382 (11 del tiraje aparte) di en error como autor de esta especie « 1883, Plötz, *Exot. Schmett.* 20 Tab.

483 ». Tengo que agradecer a mi amigo Ernesto Bell por haberme señalado este error. En el lugar citado la especie figura como *Megistias erythosticta* (ver *Hesperioidea Argentina* VIII).

Lerodea tripunctata Latreille.

Nueva procedencia: la provincia de Corrientes (Alberto Breyer).

Lerodea tripuncta (Herrich-Schäffer).

1869. *Prenes tripunctus* Herrich Schaffer, Podr. Syst. Lep., p. 82.
1931. *Lerodea tripunctus* Lindsey, Bell & Williams, Den. Univ. Bull. 26: 134, pl. 32, fig. 36 (genitalia).

Es algo difícil separar esta especie de *tripunctata* Latreille. Por lo general los puntos subapicales resaltan más en *tripuncta*, pero a veces, son poco visibles o faltan por completo, y su número varía hasta tres. Los puntos amarillentos discales son como en *tripunctata*. La única forma de clasificar esta especie con seguridad es por un examen de sus genitales en que el aedoeagus tiene una espina larga en *tripunctata* y más corta en *tripuncta*. Además hay una ligera diferencia en la terminación de las válvulas.

Patria. — Cuba y toda América del Sur. Tengo o he visto ejemplares de Cuba, Brasil, Guayana Británica, Panamá, Perú, Paraguay, Ecuador y la Argentina, de la cual tengo ejemplares de Corrientes.

Lerodea noctis Plötz.

Nueva procedencia: Corrientes (Alberto Breyer).

Lerodea mocoreta nov. (Fig. 3).

Expansión alar 24 mm.

Es difícil distinguirla de la especie *tripuncta* Herrich-Schäffer (ver más arriba), salvo por un examen de sus genitales.

Color de fondo parduzco, apenas más claro hacia el borde externo. En el ala anterior hay tres puntos subapicales ligeramente en curva (la concavidad distad) y tres puntos claros discales, uno en el ápice de la célula mediana inferior, otro y el más grande en el ápice de la célula cubital superior y uno apenas visible en la célula cubital inferior. (Es de esperar que en algunos ejemplares estos puntos faltarán en parte o por completo, como pasa en las demás especies de *Lerodea*).

La faz inferior es más clara, la maculación del ala anterior como en la faz superior, pero más resaltante; el ala posterior con una hilera indistinta de puntos claros en el disco.

Las orlas son grisáceas.

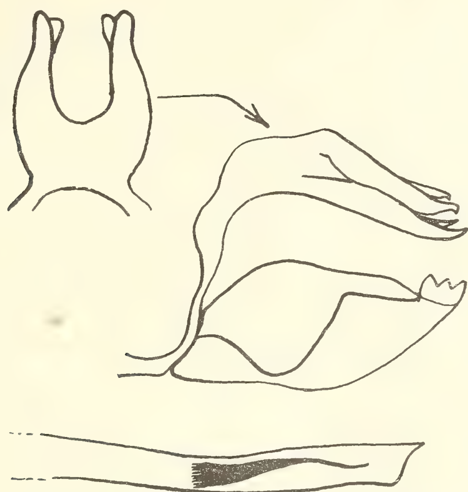


Fig. 3. — Genitalia de *Lerodea mocoreta* Hayw. (Holotipo ♂).

Nombrada como recuerdo de la tribu de indígenas que anteriormente habitó la región que conocemos ahora como la provincia de Corrientes.

Holotipo ♂ en mi colección, de Corrientes.

Phanes belli nov. (Fig. 4).

No puedo encontrar diferencias en tamaño, coloración o maculación entre esta especie y *Phanes cumbre* Schaus y *Phanes triumviralis* Hayward.

Estas tres especies vuelan juntas, y se puede separarlas solamente por un examen de los genitales de sus machos.

Desgraciadamente, el único macho que poseo tiene la terminación de las válvulas algo rotas, por lo cual el dibujo es defectuoso.

Tengo el placer de dedicar esta especie a mi amigo señor Ernesto Bell, de Nueva York, quien fué el primero en señalarme (*in litteris*) que había una tercera especie entre las *cumbre* capturadas durante mi viaje a Misiones en 1933-34 y de obsequiarme con un ejemplar macho.

Holotipo ♂ de Puerto Bemberg en Misiones (Hayward, XII, 1933), en mi colección.

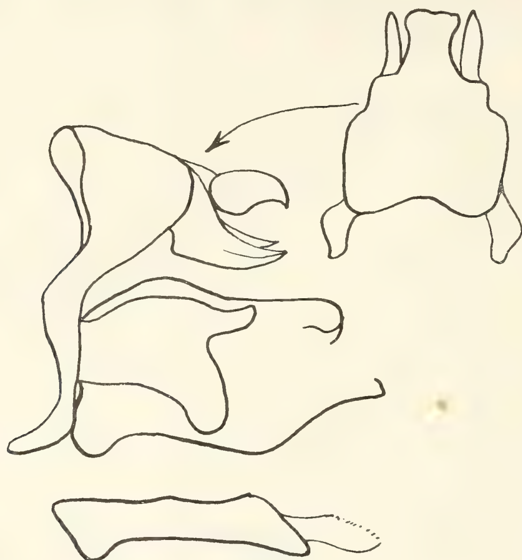


FIG. 4. — Genitalia de *Phanes belli* Hayw. (Holotipo ♂).

Género *Mnasicles* Godman.

1901. *Mnasicles*, Godman en Godman & Salvin, Biol. Centr. Amer. Rhop. 2: 602.

Antenas delgadas y la mitad (o más) del largo de la costa. Tercer artejo de los palpos largo. M^2 algo deprimida en su base. Alas posteriores redondeadas en el ángulo anal. Tibias medianas sin espinas. El estigma del macho formado por una línea (interrumpida en la célula cubital inferior) entre el punto de nacimiento de Cu^1 y la analis.

Ortothipo *Mnasicles geta* Godman.

Mnasicles köhleri nov. (fig. 5).

Expansión alar 24 mm.

Color de fondo parduzco, algo bronceado, algo más negruzco hacia el borde externo del ala anterior. Las orlas más claras.

En la base de ambas alas, y especialmente en el disco del ala posterior, hay pelos de color ocre.

La faz inferior mucho más clara, algo grisácea, la base y el disco del ala anterior negruzcos. En la mitad basal de la costa del ala anterior hay algunos pelos de color ocre.

Palpos grisáceos en la parte superior y blancos en la parte inferior.

Nombrada por mi amigo don Pablo Köhler, de quien he recibido muchas de las especies de hespéridos estudiados durante los últimos años.

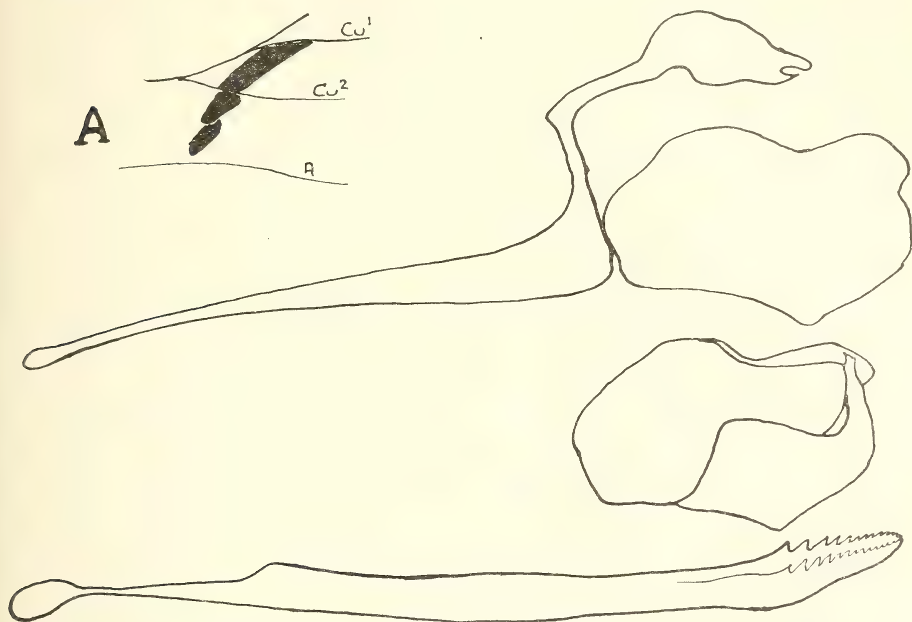


FIG. 5. — Genitalia de *Mnasicles köhleri* Hayw. (Holotipo ♂). (A) dibujo del estigma

Holotipo ♂, allotipo ♀ y un paratipo ♂ de Corrientes, todos en mi colección.

Mnasilus pencillatus Godman.

Nueva procedencia: provincia de Corrientes.

Paracarystus evansi Hayward.

En *An. Soc. Cient. Arg.* 125: 230 y 231, 1938, bajo esta especie, se encuentra citada la especie *P. menestriesi* Latreille. La ortografía correcta es *menestries* Latreille.

Godmania lunata Plötz, fa. *restricta* Hayward.

Nueva procedencia: Corrientes (Alberto Breyer).

Concordia, 11 de Diciembre de 1938.

OBSERVACIONES CRANEANAS EN LOS ELEFANTES DE MAR

POR

CARLOS RUSCONI

Entre nosotros poco es lo que se ha investigado sobre las modificaciones que se operan en el cráneo de los elefantes de mar (*Mirounga leonina* L.) durante su desarrollo extrauterino. Es cierto que materiales de esta naturaleza no son muy abundantes en nuestros museos pero es que tampoco se han preocupado de una manera especial a no ser alguno que otro estudioso que, por circunstancias diversas se concretaron al estudio relacionado con la protección de la fauna marina y entre cuyas investigaciones merecen ser destacadas las del distinguido zoólogo Dr. Marelli, las de Valette, etc.

Menos aún se han realizado trabajos monográficos vinculados con nuestros pinnípedos o en particular sobre cada uno de los géneros: *Otaria, Arctocephalus, Lobodon, Leptonychotes* y *Mirounga,* si se exceptúan las investigaciones hechas por especialistas extranjeros en base a materiales recogidos durante diversas expediciones que tienen sus comienzos desde hace varios siglos atrás. Para realizar una tarea de esa naturaleza que permita dar nuevos frutos o bien ampliar el conocimiento que de cada uno de esos géneros poseemos, no sólo se impone la tarea de practicar viajes y recoger materiales sinó de hacer pacientes investigaciones en los lugares donde esos animales habitan, especialmente aprovechando la época de parición que es precisamente cuando las hembras, por razones obvias, buscan en tierra un refugio adecuado para obtener el alimento a sus proles y por eso se hallan expuestas al alcance del observador.

Con excepción de los lobos de un pelo (*Otaria byronisa* Blainv.) que se muestran casi indiferentes al influjo de la civilización que va conquistando palmo a palmo la inmensidad de nuestras costas

y que pueden hallárselos solos o agrupados en manadas de a miles en diversos lugares de nuestra costa bonaerense o en la patagónica (Península Valdez, Río Negro, etc.). En cambio, tanto el otro género de los *Otariidae* o sea el lobo de mar de dos pelos (*Arctocephalus australis* Zimm) como los géneros de los *Phocidae* que comprende la foca cangrejera (*Lobondon carcinophagus* Gray); la foca de Ross o de grandes ojos (*Ommatophoca Rossi* Gray); el leopardo de mar (*Ogmorhinus leptonyx* Blainv.); el falso leopardo de mar o foca de Weddell (*Leptonychotes Weddelli* Lesson), todos ellos se encuentran circunscriptos a la zona más fría y semipolar.

Aun cuando los elefantes de mar tienen una distribución extraordinaria (Tierra del Fuego, Falkland, South Georgia, Shetlan, Juan Fernández, Kerguelen, S. Paulo, Tristán de Cunhna, sur de Nueva Zelandia, etc.), sin embargo, es más frecuente ver de vez en cuando parejas o individuos aislados que llegan a surcar las aguas del Atlántico viniendo a morir en las costas fluviales de la provincia de Buenos Aires, y cuando no remontan hasta muchos kilómetros el río Paraná, Uruguay, etc., como en el caso de las ballenas, delfines y otros animales marinos de organización anatómica inferior.

El movimiento emigrativo hacia el polo sur de nuestra especie *M. leonina,* o bien hacia el polo opuesto si se tratara de la otra especie *M. angustirostris,* no se debe a otra cosa que a la encarnizada caza a que se hallan sometidas tanto éstas como todas aquellas especies en que el lucro constituye el motivo principal.

Mientras tanto, señalaré aquí los principales detalles anatómicos craneanos de individuos pertenecientes a diferentes edades de nuestro elefante de mar, llamando la atención que algunos huesos modifican más profundamente su forma y tamaño durante el desarrollo completo del animal y para ello he de valerme de dos cráneos machos hallados por el extinto L. Kraglievich en la costa norte de la Península Valdez. Del adulto (nº 278 de la colección zoológica de Rusconi) poseo parte de su esqueleto y del joven (nº 506 de la misma colección) poseo su cráneo aunque tenía en el momento de su extracción todo el cuerpo que medía apenas un metro de longitud.

II

VISTA SUPERIOR

PRAEMAXILLARE. — Este hueso aumenta de volumen con la edad pero sufre pocas variaciones morfológicas, siendo en la parte superior o piso de la fosa nasal donde aparecen grandes crestas lon-

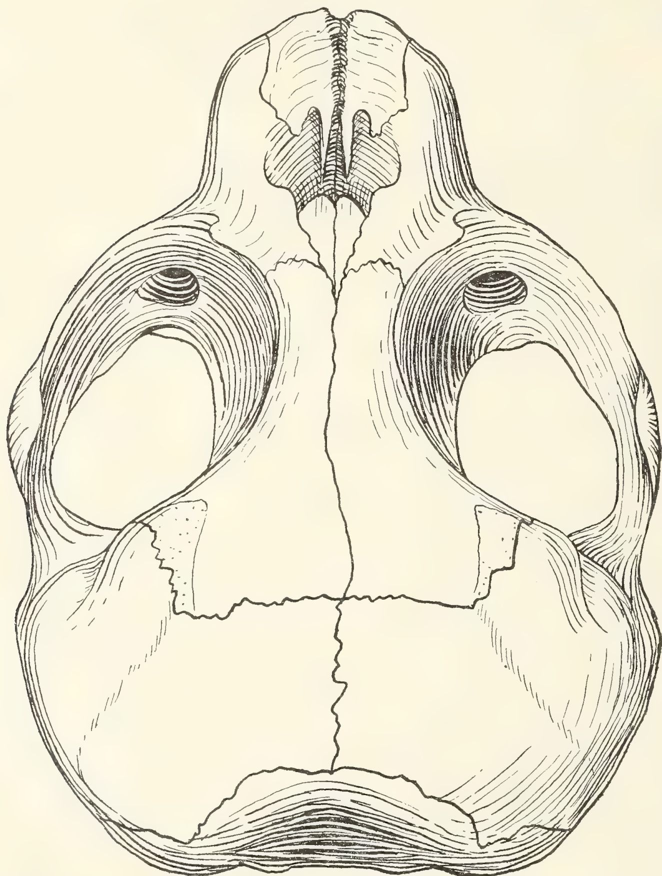


FIG. 1. — *Mirounga leonina* L. Ejemplar jóven ♂, visto de arriba, nº 506, a 1/2 del natural.

gitudinales que originan surcos profundos y sirven de alojamiento a los grandes músculos de la trompa que, como se sabe, adquiere ese órgano un gran desarrollo con la edad del animal (figuras 1 y 2).

MAXILLARE. — Estos huesos se prolongan mucho hacia adelante y adquieren también mayor robustés con la edad; pues, en los jóvenes ambos maxilares son estrechos en el extremo anterior mien-

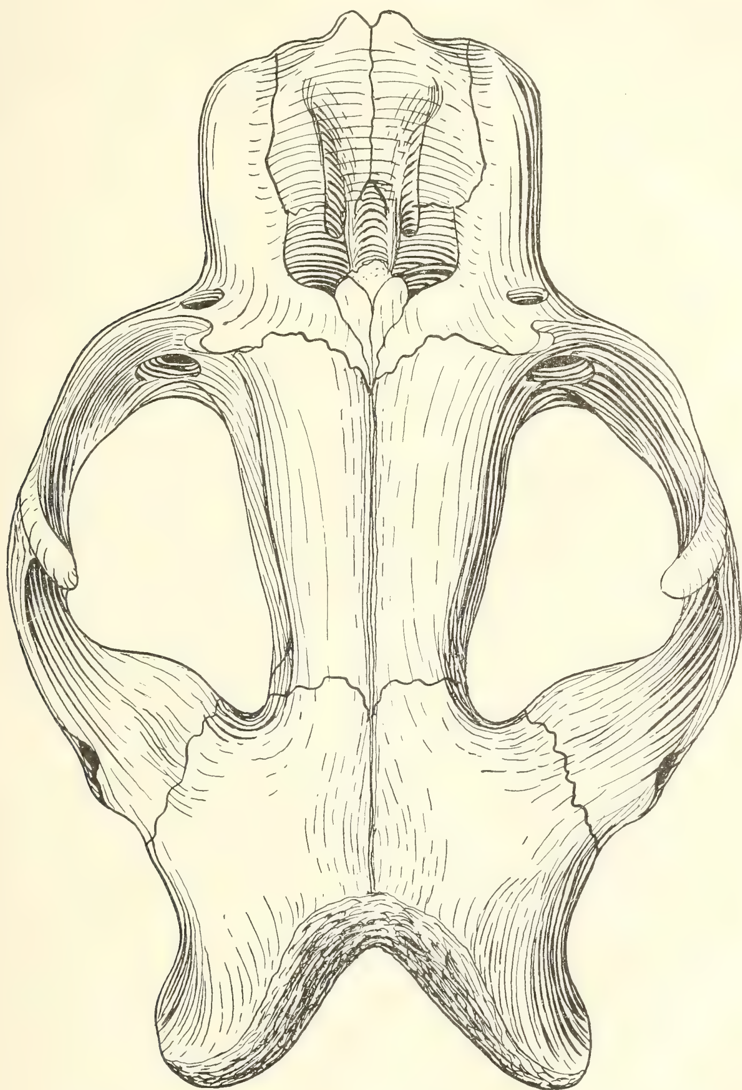


FIG. 2. — *Mirounga leonina* L. Ejemplar adulto ♂, nº 278, a 1/4 del natural.

tras que en los adultos ocurre un caso inverso sobre todo al nivel de los dientes caninos que es donde alcanza su mayor amplitud transversal. La longitud de este hueso (tomada desde la pun-

ta anterior al extremo posterior que une el frontal con el nasal, es de una vez y media el tamaño del joven.

Nasale. — Aumentan muy poco de amplitud pero en cambio sufren grandes modificaciones en el decurso de su desarrollo. En los jóvenes, la cara superior describe una línea recta que se dirige perpendicularmente hacia abajo, pero en los adultos, la orientación se invierte de modo que la superficie se curva fuertemente hacia arriba siendo debido, tal vez, al excesivo desarrollo del tabique nasal. Este último cartílago tiene en ese lugar un centímetro de espesor y se antepone a los huesos nasales de tal modo que quedan prácticamente encerrados por aquella sustancia cartilaginosa.

Frontale. — Muy importantes son también las modificaciones que se operan en estos huesos. En los juveniles se advierten dos planos principales: Una parte de la superficie es de línea casi plana en ambos sentidos anteroposterior y transverso; la otra mitad del hueso se orienta verticalmente de modo que se origina una línea divisoria y angulosa que viene a coincidir con el borde orbitario superior. Por el contrario, en los individuos adultos, los huesos adquieren una notable convexidad o abultamiento en su extremo anterior, describiendo transversalmente una sección semicilíndrica y no en forma de ángulo como en el caso de los jóvenes. Visto de arriba, los frontales del joven tienen la figura de un triángulo más o menos isósceles con su base situada hacia atrás, y su mayor constricción adelante; pero en los adultos se opera tal cambio que la mayor está precisamente en la parte anterior. Este enorme inflamiento está relacionado con el no menos desarrollo de los huesos etmoidales y además con la probóscide que adquiere su mayor amplitud en los individuos maduros. Con estas modificaciones que se operan en los frontales resulta también que el borde de la órbita es cada vez menos definido o mejor dicho no se destaca tan fácilmente como en los individuos de corta edad.

Parietale. — Esta es otra de las zonas craneanas en que se operan profundas modificaciones con la edad. Los parietales de los jóvenes describen una línea bastante convexa en ambos sentidos anteroposterior y transversa; mientras en los adultos la primera línea se torna cada vez más curva y el borde de ambos huesos se

eleva considerablemente contribuyendo a formar parte de la cresta occipital.

VISTA POSTERIOR

OCCIPITALE. — Notable es el cambio que se advierte también en estos huesos los cuales adquieren un enorme desarrollo sus alas laterales, prolongándose más de 10 centímetros hacia atrás del fondo del *planum occipitale*. Por esta causa dicha zona adquiere

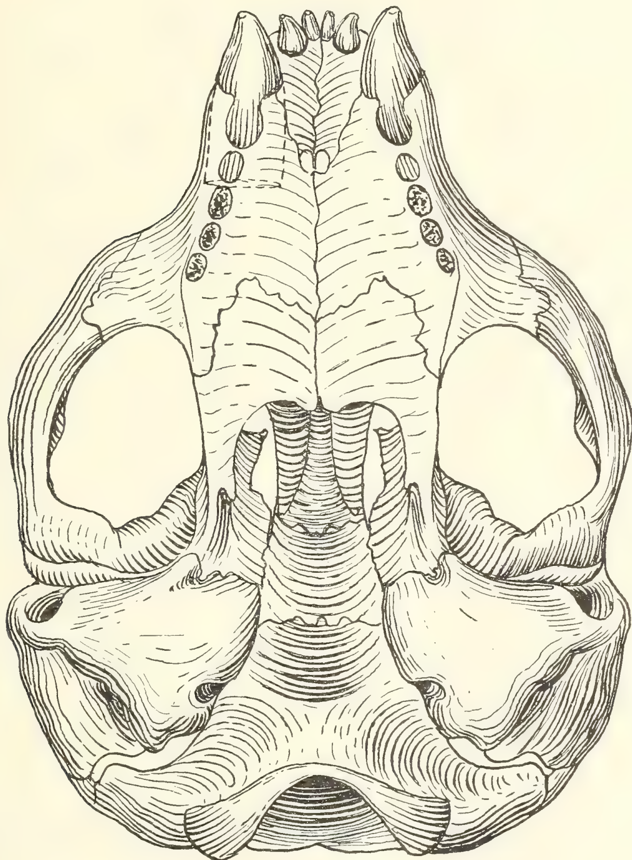


FIG. 3. — *Mirounga leonina* L. Ejemplar jóven nº 506, reducido a la 1/2 del natural.

con la edad una superficie muy cóncava en forma de una gran fosa. Interesante es observar, asimismo, el diámetro transverso del agujero occipital porque es más amplio en el joven, lo que en proporción resulta ser mucho mayor que el del adulto. En cambio no ocurre así con la distancia que media entre ambos lados

externos de los cóndilos occipitales que en el adulto es de media vez mayor. Dicha diferencia depende de la progresiva amplitud que adquieren lateralmente la superficie articular de los cóndilos occipitales.

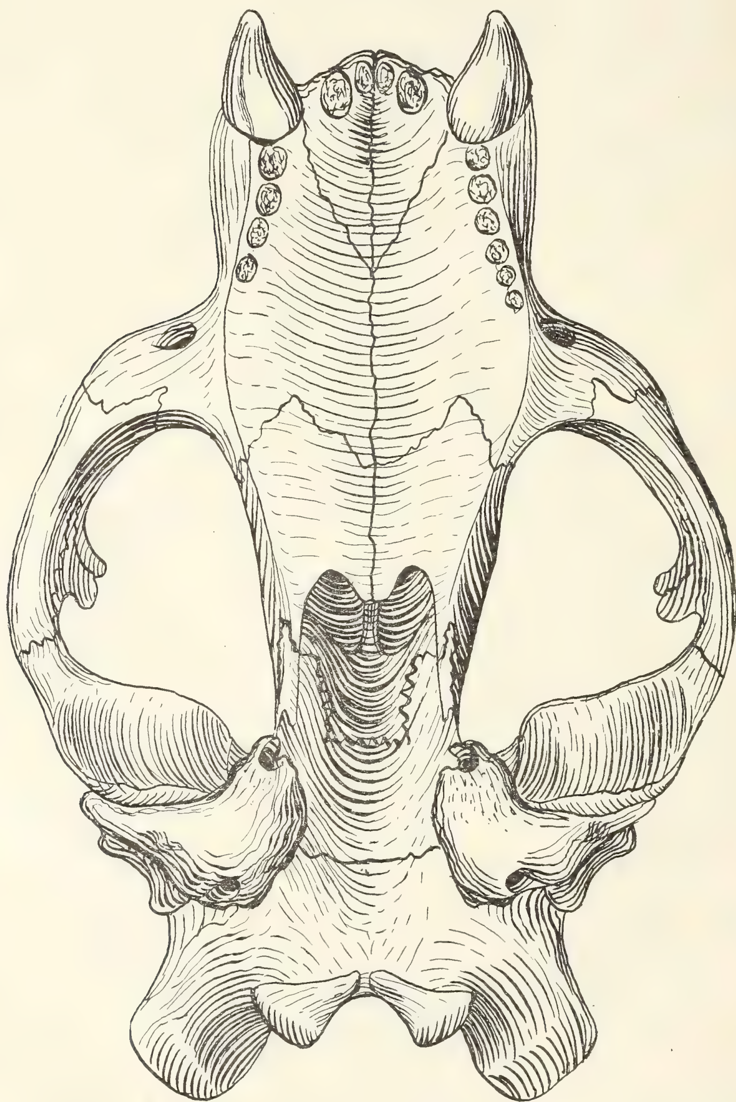


Fig. 4. — *Mirounga leonina* L. Ejemplar adulto ♂, nº 268, a 1/4 del natural.

VISTA INFERIOR

Ancho craneano. — En los individuos jóvenes, la distancia entre el borde de ambos agujeros audictivos es más o menos la misma que se obtiene cuando se miden ambos arcos cigomáticos (fi-

gura 3), pero en los adultos esta última aumenta considerablemente de anchura adquiriendo los arcos una fuerte curvatura y que es allí donde se encuentra su mayor anchura craneal (figura 4). Los arcos cigomáticos, a su vez, sufren algunas modificaciones en el decurso de su crecimiento; pues en los juveniles tiene el aspecto de una lámina ósea delgada, de borde filoso; mientras que en los adultos toman gran robustez y aquel borde se hace cada vez más romo presentando en estos casos una sección cuadrangular en una gran parte de su extensión. En los huesos restantes de la cara inferior, las modificaciones, por lo regular, consisten en un aumento progresivo.

VISTA LATERAL

El carácter morfológico que se advierte fácilmente cuando los cráneos son vistos lateralmente, es el que se refiere a los huesos parietales. En el joven (figura 5), el extremo posterior de los

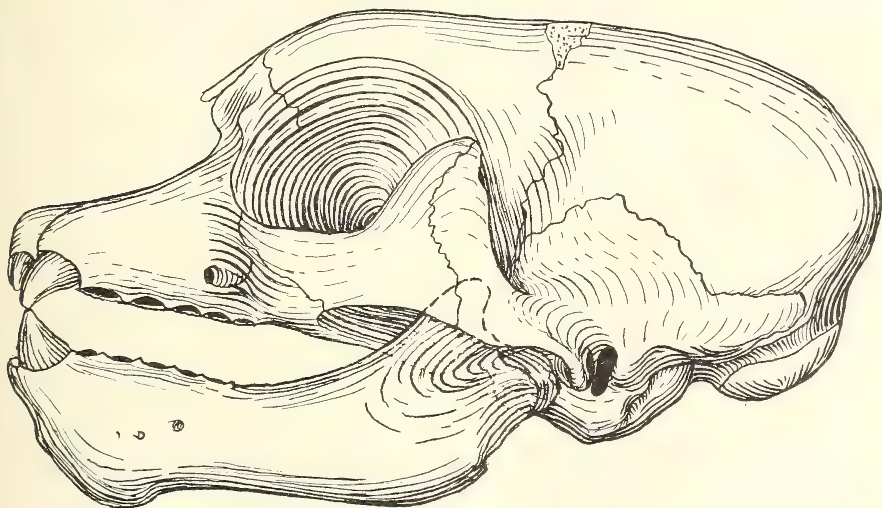


Fig. 5. — *Mirounga leonina* L. Ejemplar jóven, nº 506, a la 1/2 del natural.

parietales terminan describiendo una acentuada convexidad que cae verticalmente al borde posterior de los cóndilos occipitales; mientras en el adulto (figura 6), se opera un extraordinario desarrollo que motiva un recurvamiento hacia arriba y atrás de los citados huesos.

SUTURAS

Solamente en los individuos muy viejos debe operarse la obliteración de casi todas las suturas craneanas; pues el ejemplar que poseo, que es de gran magnitud y ha pertenecido a un individuo

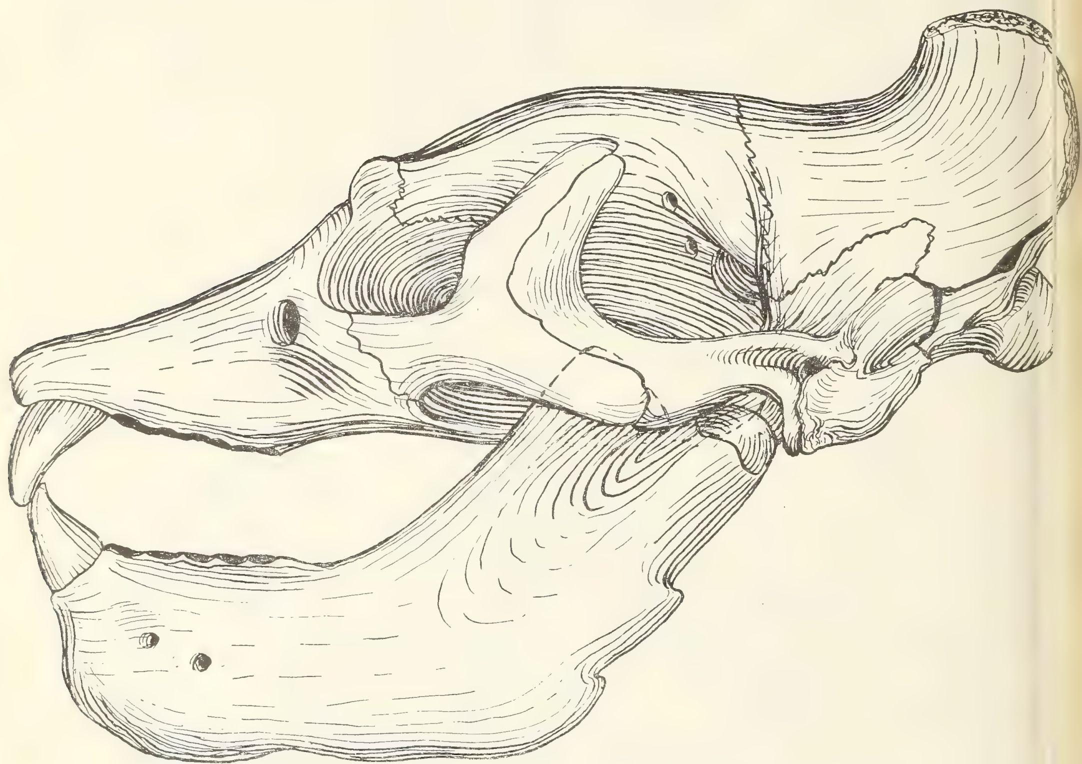


Fig. 6. — *Mirounga leonina* L. Ejemplar adulto ♂, nº 278, a 1/4 del natural.

viejo, sin embargo, todas las sinartrosis están abiertas igual que en el joven con excepción de la caja timpánica y del escamosal que se unen fuertemente desde una edad temprana.

MANDIBULA

La mandíbula adquiere un extraordinario crecimiento sobre todo en lo que respecta a la longitud sinfisiana, que es de dos veces y media la longitud de la que tiene en el joven. También es muy acentuado el crecimiento en altura de la rama la cual tiene en algunos trechos casi tres veces la altura de la del joven que

me sirve de término de comparación. Aparte de este extraordinario crecimiento, en la rama se operan modificaciones morfológicas relativamente apreciables. Una de ellas es, por ejemplo, el gran desarrollo de la protuberancia mentoniana lo que origina en la sínfisis una línea más ortognata que en la de los individuos jóvenes. Otro punto se refiere a su rama ascendente que se curva hacia arriba y adelante ofreciendo un ángulo cada vez más recto.

DENTADURA

La dentadura de los pinnípedos ofrece con frecuencia anomalías que consisten en la persistencia o ausencia de alguno de sus órganos dentales ya sea en ambos lados o en uno solo, tanto en los maxilares como en la mandíbula.

En el ejemplar juvenil existen cinco alvéolos postcaninos tanto en los maxilares como en la mandíbula, pero en el adulto hay seis órganos postcaninos en el maxilar del lado izquierdo y tan sólo cuatro en el lado opuesto.

Una característica interesante de los alvéolos es, por ejemplo, su profundidad que sólo la adquieren en el curso de su desarrollo extrauterino y en la edad adulta. En el espécimen joven, los alvéolos correspondientes a los premolares de leche tienen apenas dos milímetros de profundidad y su fondo de tejido óseo descansa inmediatamente sobre la raiz de los dientes caninos. Esta exigua profundidad se manifiesta también en los alvéolos de los dientes permanentes lo que me hace suponer que los folículos dentales no se desarrollan en una zona profunda, como ocurre esto último con muchos grupos de carnívoros, sinó superficialmente, cerca del borde alveolar. Con esto quedaría también explicado la pérdida frecuente de los dientes de los animales jóvenes sobre todo durante el proceso de maceración.

Los alvéolos, empero, van adquiriendo mayor hondura con la edad, de tal modo que en los viejos pueden alcanzar su fondo hasta cuatro centímetros y estar orientados oblícuamente hacia atrás y arriba en los del maxilar, y hacia atrás y abajo en los de la mandíbula.

También es interesante la modificación que sufre el diente canino; pues en el joven está orientado casi horizontalmente y su raiz ocupa una gran parte de los huesos premaxilares y además que la corona tiene mayor curvatura con la edad.

MEDIDAS CRANEODENTALES DE *MIROUNYA LEONINA* (L)

	Ejemplar ♂ nº 506 Col. Rusconi Loc.: Península Valdez	Ejemplar ♂ nº 278 Col. Rusconi Loc.: Península Valdez	Ej. ♂ según Turner 1888, Vol. XXVI. Loc.: Head Island	Ej. ♂ según Scott Loc.: Head Island	Ej. ♂ según Flower Loc.: Islas Falkland	Ej. ♀ según Turner Loc.: Islas Kerguelen
Longitud cóndilo basal	219	520	486	493	564	300
Longitud total	220	560	508	497	597	296
Longitud de los nasales	29	58	55	65	—	43
Ancho máximo de la fosa nasal anterior	37	87	98	96	—	48
Longitud de la fosa nasal desde la punta nasal al extremo del maxilar	56	180	—	—	—	—
Ancho bieigomático máximo	162	365	354	350	384	222
Ancho máximo de ambas crestas occipitales laterales	128	232	203	201	242	171
Ancho máximo detrás del agujero auditivo externo	160	300	284	303	—	199
Ancho del rostro al nivel de los caninos	60	162	160	146	158	62
Ancho interorbitario	26	75	65	71	—	38
Ancho del paladar por el lado externo del último molar	71	151	—	—	—	—
Diámetro bicondilar máximo	71	115	—	—	—	—
Longitud del paladar	104	275	—	—	—	—
Altura del cráneo desde el basion al supraoccipital	92	195	167	160	—	112
Longitud dental	70	160	—	—	—	—
Espacio ocupado por los dientes postcaninos	46	76	—	—	—	—
Diámetro transverso del canino al nivel alveolar	12	37	36	—	—	12
Longitud mandibular	147	370	350	326	375	191
Longitud sinfisiana	50	120	—	—	—	—
Altura de la apófisis coronoidea	60	215	—	—	—	—
Altura de la rama al nivel del último diente	25	100	—	—	—	—
Ancho del cóndilo mandibular	29	102	—	—	—	—
Espacio ocupado por toda la dentadura	63	110	—	—	—	—

DIFERENCIAS CON « M. ANGUSTIROSTRIS »

De las diversas especies de elefantes de mar propuestas por los autores, *Mirounga angustirostris* (Gill) es una de las buenas especies de la zona circunmpolar del norte y las diferencias craneanas que se advierten comparadas con las del sur son, entre otras, las que siguen:

El volumen craneano no difiere mayormente en ambas especies, pero en cambio el espesor o altura del arco cigomático es mucho menor en *M. leonina*. El hueso jugal es relativamente grácil y se prolonga en forma de una apófisis alargada con dirección hacia atrás y abajo; mientras que en la especie del norte dicho hueso es muy robusto verticalmente y casi truncado hacia atrás.

Además, en esta última especie, la parte posterior del maxilar al nivel del último diente, tiene una forma angulosa y de distinta morfología. En *angustirostris,* una parte del frontal es más alto y menos ancho que en el mismo hueso de *M. leonina.*

También la mandíbula acusa algunas diferencias, una de las cuales aparece en el borde inferior; pues, en la de *M. leonina* describe una línea en semicírculo bastante acentuado; mientras que la de *angustirostris* muestra entre el ángulo mandibular y la sínfisis una línea cóncava relativamente pronunciada. Sobre esta especie del norte se han ocupado también numerosos autores siendo uno de los recientes el artículo publicado por Townsend en 1912 quién dió a conocer diversos detalles de su anatomía craneana.

BIBLIOGRAFIA

Allen, J. A., *History of North American Pinnipeds,* 1880.

Flower, W. H., *On the elefant seal « Macrorhinus leoninus* (*Linn.*), en *Proc. Zool. Society,* pp. 145-162, London, 1881.

Marelli, C. A., *Los vertebrados exhibidos en los zoológicos del Plata,* en *Memorias del Jardín Zoológico de La Plata,* vol. IV, La Plata, 1931.

Marelli, C. A., *Bibliografía Eurística de los mamíferos de caza y caza marítima,* en *Memorias del Jardín Zoológico de La Plata,* La Plata, 1936.

Rusconi, C., *Los mamíferos del Jardín Zoológico de Buenos Aires y reseña de su antepasados prehistóricos,* en *Consejo General de Educación,* pp. 1-15, Paraná, 1935.

Scott, *Transv. New. Zeal Institut,* vol. XV, 1883.

Turner, H. N., *Challenger's Report,* 1888.

TARIFAS FERROVIARIAS DE UTILIDAD MÁXIMA

POR EL

ING. EMILIO REBUELTO

(Continuación)

IV. — TARIFAS DE PRECIO UNICO

Llamamos tarifas de precio único, o de tipo postal, o tranviario, a aquellas tarifas en las cuales el precio del transporte es fijo, único, igual para todas las distancias, tal como sucede con el franqueo postal que es el mismo para una carta, sea que su destinatario se encuentre alejado del punto de procedencia unos pocos centenares de metros o varios centenares de kilómetros. El precio del pasaje tranviario, también es el mismo para muy diversas longitudes de trayectos.

En las empresas ferroviarias no rigen aún comúnmente tarifas de este tipo, aunque los « abonos » vienen a serlo en cierto modo, pues su precio es el mismo cualquiera que sea el número de viajes y por lo tanto los kilómetros recorridos por el pasajero, en determinado intervalo de tiempo. Ciertas tarifas por zonas, cuando éstas son muy extensas, así como un gran número de tarifas especiales, sobre todo las establecidas por motivos de competencia, ofrecen también ejemplos en los que la tarifa es constante e independiente de la distancia recorrida por la carga.

Estudiemos el caso general, en que una empresa decidiera implantar una tarifa de esta clase, a lo largo de su línea. En este caso, siendo $y = c$, se iba a originar a ambos lados de la línea una zona de influencia de un ancho constante, igual a

$$\frac{v - c}{f}.$$

En cuanto al largo de esta zona rectangular, es evidente que no influyendo la distancia x, sería indefinido; o sea, que, en teoría,

la zona de influencia creada por la tarifa postal sería un rectángulo extendido hasta el punto extremo de la línea. Pero en la práctica, la tarifa c sería aplicable solamente hasta la distancia en que igualase a los gastos de transporte:

$$gx = c \qquad \therefore \qquad x = \frac{c}{g}$$

Esta será la distancia máxima de transporte.

La zona de influencia se compondrá, pues, de un rectángulo de largo $\frac{c}{g}$ y un ancho igual a $2\,\frac{(v - c)}{f}$; y además, de un semicírculo de radio $\frac{v - c}{f}$, que corresponderá a la zona desde la cual se podrán hacer transportes radiales hacia punta de rieles; en total, pues,

$$A = \frac{2\,(v - c)}{f}\,\frac{c}{g} + \frac{1}{2}\,\pi\left(\frac{v - c}{f}\right)^2$$

La producción total será $A\gamma$; y como la tarifa es c, los productos serán $A\,\gamma\,c$

$$P = A\,\gamma\,c = \frac{2\,\gamma\,(v - c)\,c^2}{fg} + \frac{\gamma\,\pi\,(v - c)^2\,c}{2\,f^2}$$

Para avaluar los gastos, en la parte rectangular habrá que multiplicar la producción correspondiente a un elemento dx de la línea ferroviaria, por el gasto gx que ocasiona su transporte a la distancia x; esta producción será la correspondiente al área del rectángulo elemental $\frac{2\,(v - c)}{f}\,dx$; escribiendo su expresión en toneladas e integrando desde cero hasta $\frac{c}{g}$, tendremos

$$\int_0^{\frac{c}{g}} \frac{2\,(v - c)}{f}\,\gamma\,gx\,dx = \frac{\gamma\,(v - c)\,c^2}{fg}$$

y agregando los gastos que origina el transporte de la producción del área semicircular, a la distancia $\frac{c}{g}$, que serán, por lo tanto, c, resultará finalmente

$$G = \frac{\gamma\,(v - c)\,c^2}{fg} + \frac{\gamma\,\pi\,(v - c)^2\,c}{2\,f^2}$$

Y la utilidad de la empresa, siendo la diferencia entre productos y gastos, importará para la distancia $\frac{c}{g}$,

$$U = P - G = \frac{\gamma (v - c) c^2}{fg}$$

En esta expresión, no aparece π, lo que demuestra que la carga procedente de la zona semicircular, no produce utilidad alguna; en efecto, se la transporta por un precio c a una distancia x, cuyos gastos son precisamente $gx = c$. Para los cálculos sobre la utilidad de la empresa, cuando se lleva la tarifa c hasta la distancia máxima $\frac{c}{g}$, puede, pues, prescindirse de la zona semicircular, pero no para el estudio aislado de los productos, gastos y coeficiente de explotación.

En realidad no debe en ningún caso prescindirse de cuanto facilite estos transportes desde punta de rieles, aunque se hagan al costo, pues ellos favorecen el desarrollo de la zona, e indirectamente, el tráfico de ella o hacia ella de otras cargas que, con otras tarifas, pueden ofrecer amplia compensación remunerativa.

Si buscamos ahora el valor de c que conduce al máximo de U, tendremos:

$$\frac{dU}{dc} = \frac{\gamma}{fg} [2\,vc - 3\,c^2]$$

$$\frac{d^2U}{dc^2} = \frac{2\,\gamma}{fg} [v - 3\,c]$$

El valor de c, distinto de cero, que anula a la derivada primera, es

$$c = \frac{2}{3} v$$

siendo fácil verificar que éste hace negativa a la derivada segunda; luego hemos encontrado el máximo, el cual será

$$U = \frac{\gamma}{fg}\left(v - \frac{2}{3} v\right)\frac{4\,v^2}{9} = \frac{4\,\gamma\,v^3}{27\,fg}$$

$$= 0{,}148\,\frac{\gamma\,v^3}{fg}$$

Recordemos que con las tarifas *parabólicas* no se llegaba más que a 0,133 $\frac{\gamma\,v^3}{fg}$; luego, las del tipo postal, ofrecen cierta ventaja

sobre aquéllas, si bien no alcanzan a igualar a la utilidad suministrada por las *terminales* que ya vimos era de $0{,}166 \frac{\gamma v^3}{fg}$.

En cuanto a la distancia máxima hasta la que pueden ser aplicadas estas tarifas, resulta de

$$c = gx = \frac{2}{3} v \quad \therefore \quad x = \frac{2v}{3g} = 0{,}66 \frac{v}{g}$$

algo mayor de la correspondiente a las kilométricas, $0{,}5 \frac{v}{g}$, pero un poco menor de la conseguida con las terminales y parabólicas. Esto último no es un inconveniente en la práctica, pues generalmente, para mercaderías de alto valor de v, y en ferrocarriles en que g es bajo, la longitud resultante para x, es superior a la necesaria en la realidad, por no haber a esas distancias tierras en explotación o mercaderías que transportar, y muchas veces, ni llega el ferrocarril a tener sus líneas extendidas hasta semejantes distancias.

En 1935 (ver *Estadísticas de los Ferrocarriles en explotación*, publicada por la Dirección General de Ferrocarriles), el gasto directo por ton-Km útil en el Central Argentino fué de 1,89 $ oro por 1.000 ton-Km, y el término medio de aprovechamiento de los vagones, de 2,27 ton. brutas para una ton. útil; de aquí se deduce que

$$g = 0{,}00189\,(2{,}27) = 0{,}00429$$

en $ oro o 0,0097 $ m/n por ton-Km útil, un centavo aproximadamente; entonces

$$x = \frac{2v}{3g} = \frac{2v}{0{,}03} = 67\,v$$

Bastaría que una carga tuviera un v igual o superior a los 14 $ m/n — lo que es un caso frecuente, — para que x resultara igual o superior a los 1000 Km, distancia de los puertos o de los grandes mercados consumidores que podría ser alcanzada fácilmente con estas tarifas de tipo postal; en el caso de

$$v = 14 \quad , \quad c = \frac{2}{3} v = 9{,}33 \text{ \$ m/n.}$$

Los valores de P y G, una vez fijado c, resultan, respectivamente

$$P = \left(\frac{2}{g} + \frac{\pi}{6f}\right)\frac{\gamma c^3}{3f}$$

$$G = \left(\frac{1}{g} + \frac{\pi}{6f}\right)\frac{\gamma c^3}{3f}$$

y entonces el coeficiente de explotación que resulta para toda la línea es

$$E = \frac{G}{P} = \frac{\frac{1}{g} + \frac{\pi}{6f}}{\frac{2}{g} + \frac{\pi}{6f}} = \frac{6f + \pi g}{12f + \pi g}$$

$$= \frac{1 + \frac{\pi g}{6f}}{2 + \frac{\pi g}{6f}}$$

o sea, aproximadamente, 0,5, pues el término $\frac{\pi g}{6f}$ es pequeño, alrededor de 0,1.

Si se prescinde del efecto de la zona semicircular, el valor de E es exactamente 0,50.

Esta es una característica de las tarifas de tipo postal, lo que era presumible, pues se trata de tarifas caras en los primeros kilómetros, donde se debe evidenciar más aún el descenso de E, debido a que los productos crecen linealmente con la distancia, y los gastos con el cuadrado de la distancia. En efecto: El valor de los productos, a la distancia x, es

$$P = 2\gamma \frac{(v - c)}{f} cx + \frac{\gamma}{2} \pi \left(\frac{v - c}{f}\right)^2 c$$

y el de los gastos

$$G = 2\gamma \frac{(v - c)}{f} \int_0^x gx\, dx + \frac{\gamma \pi}{2} \left(\frac{v - c}{f}\right)^2 gx$$

Una vez determinado el valor de $c = \frac{2}{3} v$ que produce la utilidad máxima, estas expresiones se convierten en

$$P = \frac{4\gamma v^2 x}{9f} + \frac{\gamma \pi v^3}{27 f^2}$$

$$G = \frac{\gamma g v x^2}{3f} + \frac{\gamma \pi v^2 g x}{18 f^2}$$

No debe extrañar que para $x = 0$, resulte un valor para los productos, lo que equivocadamente podría interpretarse como conduciendo al absurdo de que, no habiendo línea férrea, puesto que $x = 0$, existen, sin embargo, productos. Lo que sucede es que al suponer anulada la longitud del ferrocarril, no se anula el área de la zona semicircular con que termina la zona total del ferrocarril. Los productores de la zona pagan *c* $ m/n por el transporte de sus cargas cualquiera que sea la distancia x; y si los productores de la zona semicircular que queda cuando x es nula, efectuaran ese pago, tendríamos efectivamente, los productos que indica la fórmula para $x = 0$. En conclusión, así como el valor de x está limitado superiormente por $\frac{2v}{3g}$, lo está inferiormente por 0, y deberá ser siempre

$$0 < x < \frac{2v}{3g}$$

Si dejamos de lado el término correspondiente al área semicircular, el coeficiente de explotación se reduce a

$$E = \frac{G}{P} = \frac{3gx}{4v}$$

valor creciente con x, y que podrá bajar hasta límites extremos cuando v sea algo grande, y x reducido. El mayor valor de E se alcanzará para la distancia máxima x,

$$E = \frac{3g}{4v} \cdot \frac{2v}{3g} = 0{,}5$$

comprobándose así un resultado anterior.

Tomando en cuenta la zona semicircular, se tiene

$$E = \frac{\dfrac{\gamma g v x^2}{3f} + \dfrac{\gamma \pi g v^2 x}{18 f^2}}{\dfrac{4 \gamma v^2 x}{9f} + \dfrac{\gamma \pi v^3}{27 f^2}}$$

$$= \frac{(6fx + \pi v)\, 3gx}{(12fx + \pi v)\, 2v}$$

valor que es sorprendentemente pequeño cuando x no se acerca a la distancia máxima.

Por ejemplo, cuando $x = \frac{v}{3g}$, el término $\frac{3gx}{2v}$ resulta 0,5; y entonces

$$E = 0{,}5 \frac{6fx + \pi v}{12fx + \pi v}$$

$$= 0{,}5 \frac{\frac{2fv}{g} + \pi v}{\frac{4fv}{g} + \pi v} = 0{,}5 \frac{2f + \pi g}{4f + \pi g}$$

$$= 0{,}5 \frac{1 + \frac{\pi g}{2f}}{2 + \frac{\pi g}{2f}}$$

y como $\frac{\pi g}{2f}$ es en general menor que 0,3, el valor de E se aproxima a

$$E = 0{,}5 \frac{1{,}3}{2{,}3} = 0{,}5\ (0{,}56) = 0{,}28$$

Las tarifas postales son, pues, un ejemplo evidente de que un coeficiente de explotación bajo, no va acompañado de grandes utilidades, y que lo importante para la buena marcha de una empresa no es obtener muchos productos, ni tampoco incurrir en pocos gastos, sino en que unos y otros guarden entre sí la debida proporción para que la utilidad sea máxima. Más adelante, al comparar las utilidades conseguidas a una misma distancia con diferentes tarifas, volveremos sobre este punto.

Los resultados anteriores suponen que toda la zona de producción posible estuviera en actividad; pero en la práctica pueden presentarse circunstancias muy distintas. Supongamos que la zona *terminase bruscamente* a una distancia x_1; dejemos de lado por el momento la zona semicircular. La utilidad proporcionada por la parte rectangular, será

$$U = 2\gamma \frac{(v - c)}{f} \int_0^{x_1} (c - gx)\, dx = \gamma \frac{(v - c)}{f} (2\,cx_1 - gx_1^2)$$

Considerando esta expresión como una función de c, derivando respecto a c, igualando a cero, y despejando el valor de c, resulta

$$c = \frac{2\,v + gx_1}{4}$$

valor que hace negativa la derivada segunda; luego corresponde a un máximo de la utilidad de la empresa, la cual será

$$U = \frac{\gamma}{f}\left(v - \frac{2v + gx_1}{4}\right)\left(vx_1 + \frac{gx_1^2}{2} - gx_1^2\right)$$

$$= \frac{\gamma}{8f}(2v - gx_1)^2 x_1$$

Es claro que para $x_1 = \frac{2v}{3g}$, se obtiene el valor anterior de U,

$$U = \frac{4\gamma v^3}{27fg}$$

Al tener en cuenta el área semicircular con que termina la zona, el cálculo se complica un poco, pero es necesario tomarla en consideración, pues produce cierta utilidad, desde que la tarifa a la distancia x_1, es mayor que los gastos cuando x_1 es menor que la máxima $\frac{2v}{3g}$. La expresión de la utilidad en función de c, es

$$U = \frac{\gamma(v - c)}{f}(2cx_1 - gx_1^2) + \gamma\frac{\pi}{2}\left(\frac{v - c}{f}\right)^2(c - gx_1)$$

Igualando a cero la derivada con respecto a c, después de algunas simplificaciones, resulta la siguiente ecuación de segundo grado:

$$\frac{3}{2}\pi c^2 - [4fx_1 + \pi g x_1 + 2\pi v]\,c +$$

$$+ f g x_1^2 + (2f + \pi g)\,v\,x_1 + \frac{\pi}{2}v^2 = 0$$

Resolviéndola, se elige aquella de sus dos raíces que hace negativa a la segunda derivada; esta última es:

$$3\pi c - (4f + \pi g)\,x_1 - 2\pi v$$

para lo cual deberá ser

$$c < \frac{(4f + \pi g)\,x_1 + 2\pi v}{3\pi}$$

$$\therefore \qquad c < \frac{2v + g\,x_1}{3} + \frac{4f}{3\pi}$$

El siguiente ejemplo aclara el procedimiento del cálculo.

Sea un ferrocarril, en el cual el gasto directo por ton-Km útil es $g = 0{,}03$ \$ m/n; en una zona de malos caminos donde $f = 0{,}12$ \$ m/n. Se supone que se trata del transporte de una mercadería para la cual $v = 10$ \$ m/n, y $\gamma = 100$ ton.

El ferrocarril empieza a construirse, y ha librado al servivio una primera sección de 100 Km. Este sería el valor de x_1. La zona de afluencia termina bruscamente a los 100 kilómetros, tal como lo supone el caso teórico.

Si no tenemos en cuenta el área de la zona semicircular, la tarifa postal de utilidad máxima será

$$c = \frac{2\,v + gx_1}{4} = \frac{20 + 0{,}03\,(100)}{4} = \frac{23}{4} = 5{,}75 \text{ \$ m/n}$$

y la utilidad conseguida por la empresa resulta

$$U = \frac{\gamma}{8f}\,(2\,v - gx_1)^2\,x_1 = \frac{100}{8\,(0{,}12)}\,[20 - 0{,}03\,(100)]^2\,100 =$$

$$= \frac{10\,000}{0{,}96}\,17^2 = 3.010.415 \text{ \$ m/n.}$$

Cuando el ferrocarril libre al servicio público otra sección de vía, por ejemplo, 50 Km más, deberá subir la tarifa a

$$c = \frac{20 + 0{,}03\,(150)}{4} = 6{,}12 \text{ \$ m/n,}$$

y así sucesivamente, pero teniendo cuidado de no pasar de la distancia máxima de aplicación,

$$x = \frac{2\,v}{3\,g} = \frac{20}{0{,}09} = 222 \text{ Km}$$

para la cual la tarifa alcanzará al valor máximo de

$$c = \frac{2}{3}\,v = \frac{2}{3}\,10 = 6{,}60 \text{ \$ m/n}$$

Comprobemos que en los 100 primeros kilómetros, con la tarifa postal de 5,75 \$ moneda nacional, la empresa obtendría mayores utilidades que con tarifas de 5,60 y 5,90 \$ m/n.

Resultados con las tarifas de:

	5,60	5,75	5,90
Ancho de la zona a cada lado de la vía, en kilómetros	36,6	35,4	34,1
Area de la zona rectangular en Km²	7320	7080	6820
Producción total en ton.	732.000	708.000	682.000
Productos cobrados en \$ m/n.	4.098.200	4.071.000	4.023.800
Gastos del transporte	1.098.000	1.060.585	1.023.000
Utilidad	3.000.200	3.010.415	3.000.800

La mayor utilidad que proporciona la tarifa de 5,75 es de 10.000 $ m/n, sobre las otras dos, sean éstas mayores o menores. El coeficiente de explotación es para todas aproximadamente igual a 0,25, valor muy bajo, pero explicable por tratarse de un recorrido corto (100 Km).

Tomando ahora en cuenta la zona semicircular, tendremos que verificar los siguientes cálculos preparatorios:

$$\frac{3}{2}\pi = \frac{3}{2}(3,14) = 4,71 \qquad 4,71$$

$$4fx_1 = 4\,(0,12)\,100 = 48$$
$$\pi g x_1 = 3,14\,(0,03)\,100 = 9,42$$
$$2\pi v = 2\,(3,14)\,10 = 62,80 \qquad 120,22$$

$$fgx_1^2 = 0,12\,(0,03)\,10\,000 = 36$$
$$2fvx_1 = 2\,(0,12)\,(10)\,(100) = 240$$
$$\pi gvx_1 = 3,14\,(0,03)\,(10)\,(100) = 94,20$$
$$\frac{\pi}{2}v^2 = 3,14\left(\frac{1}{2}\right)100 = 157 \qquad 527,20$$

La ecuación de segundo grado a resolver, será

$$4,71\,c^2 - 120,22\,c + 527,20 = 0$$

o aproximadamente

$$4,7\,c^2 - 120\,c + 527 = 0$$

$$c = \frac{60 \pm \sqrt{60^2 - (4,7)\,(527)}}{4,7} = \frac{60 \pm \sqrt{1124}}{4,7}$$

La raíz correspondiente al signo negativo es la única que conviene al problema, y su valor es $c = 5,64$ $ m/n. Verifica también las condiciones del máximo, porque

$$\frac{2\,v + gx_1}{3} + \frac{4f}{3\,\pi} = \frac{20+3}{3} + \frac{0,48}{9,42} = 7,66 + 0,05 = 7,71$$

que es, efectivamente, mayor que c.

El cálculo de la utilidad, de acuerdo a la fórmula deducida antes, es:

De la zona rectangular:

$$U = \frac{\gamma\,(v-c)}{f}\,(2\,cx_1 - gx_1^2) =$$
$$= 100\,\frac{(10-5,64)}{0,12}\,(1128-300) = 3.008.400 \text{ \$ m/n}$$

De la zona semicircular:

$$u = \frac{\gamma\,\pi}{2}\left(\frac{v-c}{f}\right)^2 (c - gx_1) =$$
$$= \frac{314}{2}\left(\frac{4,36}{0,12}\right)^2 (5,64-3) = \qquad 547.159 \text{ \$ m/n}$$

Utilidad total 3.555.559 $ m/n

que supera en más de 500.000 $ m/n el resultado obtenido con la tarifa de 5,75 $ m/n, y sin tener en cuenta la ganancia dejada por la carga proveniente de la zona semicircular.

Puede hacerse el cálculo de c sin pasar por la resolución de la ecuación de segundo grado; para eso se adoptan diferentes valores de c, calculando separadamente las utilidades provenientes de las dos zonas, sumándolas, y buscando así por tanteos el valor de c que produce el máximo valor de esta suma.

Si llamamos C el capital invertido por Km. de vía, Cx será el correspondiente a los x kilómetros de vía. Relacionando la utilidad al capital, tendríamos el *interés* i del negocio ferroviario:

$$i = \frac{U}{Cx} = \frac{\gamma (v - c)}{Cf} (2c - gx) + \frac{\gamma \pi}{2C} \left(\frac{v - c}{f} \right)^2 \left(\frac{c}{x} - g \right)$$

En rigor, esto supone que en la línea no hay más transportes que los de las cargas cuya tarifa es c, o sea, que todas las cargas se transportan a igual tarifa. Admitamos por un momento que se verificase efectivamente ese caso extremo. La fórmula nos demuestra que el interés i disminuye con x, pues x figura con signo negativo en un término y en el denominador de otro. La conclusión es, que cuanto más se prolongue la línea, más disminuye el interés del capital invertido en ella.

Si se consideran diferentes mercaderías, a diferentes tarifas c_1, c_2, c_3... producirán las respectivas utilidades u_1, u_2, u_3... y el interés será

$$i = \frac{u_1 + u_2 + u_3 + \ldots}{Cx}$$

En la nueva suma, aparecerán varios términos en x, con signo negativo, y otros varios términos con la x en el denominador: o sea, el interés i disminuirá con x, tal como ya se evidenciaba en el caso de una sola tarifa.

Otro caso distinto que puede presentarse en la práctica, es aquel en que la zona de afluencia *principia* a la distancia x_1. Puede suceder, por ejemplo, que los primeros 50 o 100 Km. deban ser abandonados a la competencia de los camiones, o de otras empresas de transporte que converjan hacia el mismo mercado; o que se trate de cargas agrícolas, forestales o mineras, que sólo se producen a partir de

determinada distancia, etc. La fórmula fundamental que nos da la utilidad, sería en este caso

$$U = 2\gamma \frac{(v - c)}{f} \int_{x_1}^{\frac{c}{g}} (c - gx)\, dx =$$

$$= \gamma \frac{(v - c)}{fg} [c^2 - 2\, cgx_1 + g^2 x_1^2] =$$

$$= \gamma \frac{(v - c)}{fg} (c - gx_1)^2$$

De aquí sale, sucesivamente

$$\frac{dU}{dc} = \frac{\gamma (c - gx_1)}{fg} [- (c - gx_1) + 2 (v - c)] = 0$$

$$\therefore \qquad c = \frac{2v + gx_1}{3}$$

Este será el valor de la tarifa de utilidad máxima, pues anula a la derivada primera, y sustituído en la segunda, le da un valor negativo. La utilidad será entonces

$$U = \frac{\gamma}{fg} \left(v - \frac{2v + gx_1}{3} \right) \left(\frac{2v + gx_1}{3} - gx_1 \right)^2$$

$$= \frac{4\gamma}{27 fg} (v - gx_1)^3$$

Estos resultados se pueden combinar con los anteriores, suponiendo la zona dividida en varias secciones: una de 0 a x_1, en la cual la tarifa y la utilidad serán, según ya vimos

$$c = \frac{2v + gx_1}{4} \quad ; \quad U = \frac{\gamma}{8f} (2v - gx_1)^2 x_1$$

y otra de x_1 en adelante:

$$c = \frac{2v + gx_1}{3} \quad ; \quad U = \frac{4\gamma}{27 fg} (v - gx_1)^3$$

La utilidad resultante será la suma de estas dos, y se puede entonces plantear el problema de determinar a x_1 de modo que sea máxima la utilidad conseguida con estas dos tarifas postales escalonadas. También se pueden suponer nuevos puntos de división, x_1, x_2, $x_3 \ldots$, y determinar las tarifas más convenientes dentro de cada tramo, y para la suma de todos los tramos.

Otro grupo interesante de problemas es el que resulta de considerar *ya existente* una zona de producción, de dimensión, ubicación y forma independiente de la tarifa; entonces la determinación de ésta se plantea en forma distinta a la utilizada en las páginas anteriores; hasta puede suceder que el ancho de la zona *aumente* en vez de disminuir con la distancia, y por lo tanto con la tarifa, como hemos supuesto precedentemente. Hay que buscar entonces si conviene aprovechar toda la zona, o sólo ciertas partes de ella, y cuáles, y a qué tarifa, para obtener la utilidad máxima. El planteo inicial sería escribir

$$U = 2\gamma \int_{x_1}^{x_2} z\,(c - gx)\,dx$$

siendo z una función de x, que caracterizase los límites extremos de la zona; y x_1 x_2 los valores de x que limitan el intervalo dentro del cual z conserva la misma forma. En el caso general, en vez de una, habría que hacer varias integraciones.

Pero como no nos proponemos aquí agotar todos los problemas a que dan origen las tarifas de tipo postal, asunto al cual pensamos dedicar un estudio aparte, nos limitamos a la enunciación de estas cuestiones.

(Continuará)

BIBLIOGRAFÍA (*)

POR C. C. D.

DURRIEU (MAURICIO). *Tratado de los Presupuestos de Obras de Ingeniería y Arquitectura.* (Tomos I a IV) 812 páginas 18 x 27. Buenos Aires, Tomás Palumbo, 1935-7.

Nuestro distinguido consocio publicó, no hace mucho, en los Anales de la Sociedad Científica Argentina, un trabajo titulado "Cotejos económicos y selección económica" (1), el cual había sido anteriormente materia de una comunicación a la Academia Nacional de Ciencias. Este nuevo trabajo que nos ocupa, mucho más extenso, encierra el mismo concepto de aquélla, si bien referido al solo campo de la construcción. El concepto de este nuevo estudio no queda sin embargo aun bien explicado en los cuatro fascículos aparecidos, que tan solamente contienen dos capítulos de los seis que constituirán, una vez terminados, la obra completa. Algo más de las tres cuartas partes de las 800 páginas publicadas, corresponden al capítulo segundo y suministran la documentación más general necesaria, en la práctica de la construcción, para formular buenas análisis de precios y costos. Esa documentación se encuentra casi toda expresada en forma de tablas, pues el autor ha utilizado la exposición corrida sólo cuando la tabular resultaba inconveniente o desperdiciaba espacio.

El profesor Durrieu ha utilizado datos observados en el país por él mismo o por algunos de sus discípulos. Los datos que traen esas tablas son, en gran parte, nuevos o inéditos, cuando no totalmente nuevos.

Lo primero ocurre en las tablas relativas a Yesería, Pinturería y trabajos de hincadura; lo segundo en las de Carpintería de Taller, Obras Sanitarias e Instalaciones Eléctricas.

Esas tablas, cuya utilidad se verá probablemente más cuando el autor publique la continuación de su trabajo, solo encaran el campo de los trabajos generales sin abordar los particulares correspondientes a ramas o especialidades de las profesiones del ingeniero y del arquitecto.

Se trata, como se ve, de un estudio que exige una labor enorme y que, de llevarla enteramente a cabo, exigiría el concurso de varios colaboradores; el ingeniero Durrieu, por su parte, ha procurado precisar datos de interés general. Muy versado el autor sobre materiales de construcción, ha procurado asentar las informaciones más aceptables relativas a los materiales nacionales; seguramente esos datos serán ampliados en algún otro capítulo que continúe el trabajo publicado hasta este momento. Al parecer el plan completo de dicho trabajo requerirá 1200 páginas impresas, y puede afirmarse que es el más amplio y moderno que cabe concebir ya que, por un lado, la materia económica ha sido siempre bastante descuidada por los ingenieros; y apenas si se nota, en la actualidad,

(*) De la *S. C. A.*

(1) Publicado luego en libro aparte, 125 págs. (17 × 26 ½). Palumbo, 1937.

una señalada reacción en ese sentido. Un gran paso fué dado cuando se procedió a la organización de los costos, punto fundamental que el ing. Durrieu se ocupa con extensión en el capítulo 1º estableciendo cuadros reasuntivos originales. Es evidentemente ilusorio calcular sin una precisa calificación de las cantidades con que se opera.

Clasificados los costos, vuélvese posible agruparlos en las expresiones esenciales de la formación de otros costos más complejos, y en atención a su naturaleza y a las condiciones de su obtensión y aplicación, constituyen sistemas definidos de estimación.

La selección de estos sistemos con el objeto de utilizarlos en la práctica, es una nueva exigencia técnica que se resuelve encarando diversas modalidades de la economía de la construcción. La magnitud de las obras, su ubicación, su extensión, difusión o agrupación; los medios de ejecución (el material a ese efecto destinado, su abundancia o su escasez, la facilidad o no de obtenerlos, su propiedad (mayor o menor); el plan de realización, el sistema de ejecución (por contrato, etc.); la premura; y tantos otros asuntos son factores que concurren más o menos intrínsecamente a decidir esa economía y que han de her considerados al presuponer.

Sin duda, tantos y tan intrincados elementos hacen que aun con mucha versación y experiencia, resulte difícil adquirir seguridad y acierto; pero parece más peligroso desconocerlos o desatenderlos. Cree, por eso, el Ing. Durrieu, en la conveniencia de enseñar, en ingeniería económica, el imperio del método científico en los procedimientos ya que solo con él pueden estimarse aquellos elementos en forma adecuada. Tal estimación es una función del tiempo disponible para efectuarla, de la precisión de los proyectos y de la forma de realización. Ni los datos tabulares de materiales y tiempos de ejecución, ni las fórmulas corrientes, bastan para satisfacerla; se necesita también el conocimiento teórico-práctico del director de las obras; este conocimiento constituye un elemento más, tan indispensable como los otros, pues sirve de guía para el técnico a los efectos de anticipar costos correspondientes a los planes y a los medios de construir que determina. También se necesitan elementos de comprobación; ellos se obtienen principalmente mediante las verificaciones de los trabajos ejecutados.

El autor piensa dedicar a dichos elementos el capítulo 6º de su libro, y en general manifiesta que lo restante de su trabajo consistirá en una amplia exposición del concepto y de los procedimientos relativos a todos estos últimos puntos mencionados. Se ve que el ingeniero Durrieu abarca la materia con criterio integral. Su actuación en la enseñanza superior ha respondido por lo demás a ese pensamiento de inculcar al ingeniero y al arquitecto, un criterio teórico-práctico completo. Según su propia expresión, "hay que tratar de hacer de él una breva que madure temprano y no un simple higo". Los estudios económicos de esos profesionales deben, lo mismo que sus demás estudios, ser, a su juicio, profundos: nada de superficial ni de rudimentario.

Se trata, en suma, de un trabajo importante del ingeniero Durrieu que como otros de él, honra la ciencia en las ramas económicas de la ingeniería y de la arquitectura.

C. C. D.

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borruat, Luis A.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Canal Feijoo, Bernardo
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Dennler, Jorge
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Floriani, Luis
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Kervar, Juan B.
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucia
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Ogloblin, Alejandro
Oliveri, Alfredo B.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Recce, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.

Rodríguez, Germinal
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.

Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo

Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela Gil, José

Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.

Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.

Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano

Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Vistalli, Alina M.
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.

Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone

Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"

Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José

Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo F.
García, Daniel

Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis

Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo	Schmiedecke, Augusto	Taravella, Ambrosio L.	Vercello, Carlos
Ponce Laforgue, Carlos	Sparn, Enrique	Trebino, Natalio	Yadarola, Mauricio L.
Rothlin, Edwin	Stuckert, Guillermo V.	Urciolo, Victorio	Zimmer, Mcsde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Christen, Rodolfo G.	Marelli, Hipólito	Pozzo, Hiram J.
Ariotti, Juan Carlos	Damianovich, Horacio	Martino, Antonio E.	Ragonese, Arturo E.
Babini, José	Falco, Federico	Montpellier, Luis Marcos	Reinares, Sergio
Berraz, Guillermo	Fester, Gustavo A.	Mounier, Celestino	Rouzaut, Rodolfo
Bertuzzi, Francisco A.	Frenguelli, Joaquín	Muzzio, Enrique	Salaber, Julio
Bossi, Celestino	Gollán, Josué (h.)	Nigro, Angel	Salgado, José
Cerana, Miguel	Hereñú, Rolando	Niklison, Carlos A.	Santini, Bruno L. P.
Claus, Guillermo	Hotschewer, Curto	Oliva, José	Schivazappa, Mario
Cohan, Marcos	Juliá, Tolrá Antonio	Peresutti, Luis	Simonutti, Atilio A.
Courault, Pablo	Kleer, Gregorio	Piazza, José	Tissembaum, Mariano
Crouzeilles, A. L. de	Lachaga, Dámaso A.	Piñero, Rodolfo	Urondo, Francisco E.
Cruellas, José	Mai, Carlos		Virasoro, Enrique
Christen, Carlos	Mántaras, Fernando		

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Ing. Agr. José Raúl Ponce; Secretario, Ing. Agr. Julio Tolosa (h); Tesorero, Ing. Cayetano C. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruíz Leal; Vocales: Dr. Eduardo Carette; Dr. Mario Bidone; Ing. Alfredo Rosenthal; Sr. Manuel Tellechea; Ing. Agr. Rafael E. Pontis.

SOCIOS ACTIVOS

Ahumada, Ciro	Flor Alvarado, José M.	Maveroff, Aquiles	Ruíz, Aníbal
Anzorena, Jacinto	Galeano, Edgardo	Mayorga, Santiago C.	Ruíz Leal, Adrián
Ayala Castagnino, G.	García, José Federico	Navarro Correas, José A.	Sáez Medina, Miguel
Basso, Germinal	Godoy Vergelin, G.	Paganotto, Juan P.	San Martín, José Benito de
Benegas, Raúl	Gomensoro, José N.	Pelaia, Dante	Serra, Luis Angel
Bidone, Mario	Granzella, Sinibaldo	Piccione, Cayetano C.	Silvestre, Tomás
Borsani, Carlos Pablo	Guevara, José R.	Ponce, José Raúl	Stura, Angel C.
Burgoa, Pedro A.	Jofré, Alberto L.	Pontis, Rafael E.	Tellechea, Manuel
Carette, Eduardo	Lara, Juan B.	Richard, Alfonso E.	Tolosa, Julio (h)
Castillo, José	Lucero, Braulio G.	Rosales, Ranulfo S.	Toso, Juan F.
Croce, Francisco M.	Lugones, Manuel G.	Rosenthal, Alfrado	
Espinosa, Norberto A.	Magistretti, Guillermo		

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretaria, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Carlos T. Teobaldo; Vocales: Ingº Juan Sabato, Ingº Manuel Ucha, Dr. Pedro G. Paternosto, Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Amarante, Pedro C.
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Basualdo, Washington S.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Brau, Eduardo F.
Canals Frau, Salvador
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E.
Daló, Héctor R.
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Loedel Palumbo, Enrique
Mc Loughlin, Rogelio P.
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño, Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Shepperd, William R.	Wáshington
Tello, Julio C.	Lima
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

MAYO 1939 — ENTREGA V — TOMO CXXVII

SUMARIO

Pág.

MATEMATICAS:

ALBERTO E. SAGASTUME BERRA. — Sobre una definición algebraica de las derivadas 321

MISCHA COTLAR. — Estructuras de anágenos 328

QUIMICA:

M. ENRIQUE V. ZAPPI ET MLLE. ALICE MANINI. — Sur un nouveau réactif général de la forme énolique: le nitrate mercureux. (IV) établissement du mecanisme de la réaction 348

CIENCIAS FISICO-NATURALES:

AUGUST BUSCK. — Un lepidóptero nuevo que perjudica el níspero en la Argentina 361

EMILIO L. DÍAZ. — Sobre las invasiones de aire polar 366

W. KNOCHE. — Una nota sobre la formación del salitre chileno 375

CIENCIAS ECONOMICAS:

EMILIO REBUELTO. — Tarifas ferroviarias de utilidad máxima 377

C. C. D. — Bibliografía 393

BUENOS AIRES

CALLE SANTA FE 1145

1939

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

SOBRE UNA DEFINICIÓN ALGEBRAICA DE LAS DERIVADAS

POR EL

DR. ALBERTO E. SAGASTUME BERRA

Nos proponemos en esta nota someter a la consideración de los estudiosos una definición algebraica de las derivadas parciales de una función de varias variables. Creemos que el tema, tal como quedará aquí esbozado, y que tiene ciertos puntos de contacto con un trabajo publicado hace años por nuestro estimado Profesor Dr. Hugo Broggi [1], puede dar lugar a interesantes desarrollos y aplicaciones.

1. — Llamemos C al campo de números hipercomplejos a $n + 1$ unidades ($n \geq 1$), de las cuales la primera sea la unidad principal 1, y las demás las designaremos con $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$, que cumplan la condición (tabla de multiplicación):

$$\varepsilon_h \, \varepsilon_k = 0 \quad \text{para todo} \quad h, k = 1, \ldots n. \qquad [1]$$

Los coeficientes se supondrán reales. C es, en consecuencia, conmutativo, asociativo y distributivo.

En particular, es $\varepsilon_h^2 = 0$, por lo que podemos decir que las ε_h son unidades *duales*, y podemos llamar a C, un *sistema hipercomplejo dual general*.

Sean $i_1, i_2, \ldots, i_r$, r índices distintos entre los números $1, \ldots, n$, y consideremos una función real $f(x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_r})$ de las variables reales $x_{i_1}, \ldots, x_{i_r}$. Admitamos que a cada uno de esos índices, y para cada sistema de valores de las variables $x_{i_1}, \ldots, x_{i_r}$ (y eventualmente, no para todas las posibles f, sino para un conjunto más restringido), corresponda al valor $f(x_{i_1}, \ldots, x_{i_r})$ otro valor $D_h f$ ($h = i_1$-

[1] « Sobre la definición descriptiva de la derivada ». Contribución al estudio de las ciencias físicomatemáticas. Vol. I (1914), p. 239-43.

..., i_r), que será así función de las x_{i_k}, y consideremos en el campo C los hipercomplejos especiales de la forma

$$u = f(x_{i_1}, \dots x_{i_r}) + D_{i_1}f.\varepsilon_{i_1} + D_{i_2}f.\varepsilon_{i_2} + \dots + D_{i_r}f.\varepsilon_{i_r},$$

o mejor

$$u = f(x_{i_1}, \dots, x_{i_r}) + \sum_{h=1}^{n} D_h f.\varepsilon_h, \qquad [2]$$

si definimos

$$D_h f(x_{i_1}, \dots, x_{i_r}) = 0 \quad \text{para} \quad h \neq i_1, \dots, i_r. \qquad [3]$$

Cuando existan las $D_h f$ y se cumplan las condiciones A, B, B' C, que a continuación enunciaremos, diremos que la D_h es una *operación de derivación* respecto a la variable x_h, y a la $D_h f$ la llamaremos *derivada parcial de la función f respecto a la variable x_h*.

Por lo pronto, por la definición [3] se tiene el

Teorema I. — La derivada parcial de una función respecto a una variable de la cual no depende es cero.

En particular, si f se reduce a una constante:

Teorema I'. — Las derivadas parciales de una constante son todas nulas.

2. *Condición A. — El sistema de los hipercomplejos de la forma* [2] *es un cuerpo K.*

a) Esto significa, en primer lugar, que los hipercomplejos [2], variando r y los índices i, deben formar grupo respecto a la suma. Es decir, si [2] y

$$v = g(x_{j_1}, \dots, x_{j_s}) + \sum_{h=1}^{n} D_h g.\varepsilon_h \qquad [2']$$

son dos de ellos, tal debe ser también $u \pm v$, y el cero 0 (la propiedad asociativa se cumple, pues ya en el sistema total C se verifica). Como

$$u \pm v = (f \pm g) + \sum_{h=1}^{n} (D_h f \pm D_h g).\varepsilon_h,$$

para que $u \pm v$ pertenezca a K, es necesario y basta que

$$D_h(f \pm g) = D_h f \pm D_h g: \qquad [4]$$

Teorema II. — La derivada parcial de una suma, o diferencia, es la suma, o diferencia, de las derivadas parciales de sus términos (todas respecto a una misma variable).

Además, según el teorema I′, el complejo $0 + \sum_{h=1}^{n} 0 \,.\, \varepsilon_h = 0$ pertenece a K.

b) En segundo lugar, los hipercomplejos que consideramos, exceptuando el cero, deben formar grupo respecto al producto. Es decir, $u \,.\, v$ debe pertenecer a K, la unidad 1 también (lo que ya se verifica por el Teorema I′), y, si $u \neq 0$, también u^{-1} debe pertenecer a K. (La propiedad asociativa es obvia, por poseerla ya C). Se tiene, en virtud de [1]:

$$u . v = f . g + \sum_{h=1}^{n} (f . D_h g + g . D_h f) \varepsilon_h ,$$

que debe pertenecer a K, es decir, debe ser de la forma

$$f g + \sum_{h=1}^{n} D_h (f g) . \varepsilon_h$$

lo que exige que

$$D_h (f g) = f . D_h g + g . D_h f \qquad [5]$$

y recíprocamente.

Teorema III. — La derivada parcial de un producto de dos funciones es la suma de cada una de las funciones por la derivada de la otra (respecto a la misma variable).

Si $u \neq 0$, por el Teorema I′ debe ser $f \neq 0$ y recíprocamente, si esta condición se cumple, es $u \neq 0$. Luego, si suponemos $f \neq 0$, y en la [5] hacemos $g = \dfrac{1}{f}$, teniendo en cuenta que $D_h 1 = 0$, se tiene

$$D_h \frac{1}{f} = - \frac{D_h f}{f^2} . \qquad [5']$$

Teorema III′. — La derivada parcial de $\dfrac{1}{f}$ $(f \neq 0)$ *es igual a la derivada de f con signo contrario, dividida por el cuadrado de f.*

La [5′] expresa la condición de que u^{-1} pertenezca a K. En efecto, es fácil ver que u^{-1} está dado por

$$u^{-1} = \frac{1}{f} - \sum_{h=1}^{n} \frac{D_h f}{f^2} . \varepsilon_h$$

que en virtud de [5′] equivale a

$$u^{-1} = \frac{1}{f} + \sum_{h=1}^{n} D_h \frac{1}{f} . \varepsilon_h,$$

es decir, al hecho de que u^{-1} pertenezca a K.

c) La distributividad del producto respecto a la suma se verifica en K, porque se verifica ya en C.

Observemos que K, que acabamos de demostrar que es un cuerpo cuando se cumplen las condiciones [4] y [5], contiene al cuerpo R de los números reales, pues según el Teorema I′ los complejos

$$c + \sum_{h=1}^{n} 0 . \varepsilon_h \qquad (c, \text{ constante real})$$

pertenecen a K.

3. *Condición B. — El cuerpo K contiene a los complejos* $x_i + \varepsilon_i$ *para* $i = 1, 2, \ldots, n$. En otros términos: se tiene

$$D_h x_i = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad h \neq i \\ 1 & \text{si} \quad h = i \end{cases} \qquad [6]$$

Teorema IV. — La derivada de x_i *respecto a* x_h *vale* 0 *ó* 1 *según que sea* $h \neq i$ *ó* $h = i$.

Esto supone, naturalmente, que las x_i son todas independientes entre sí. Si en cambio algunas de ellas dependen de otras, impondremos la

Condición B′. — Si las variables $x_{i_1}, \ldots, x_{i_r}$ $(r < n)$ *se suponen funciones de las variables* $x_{j_1}, \ldots, x_{j_s}$ $(s \leq n - r)$, *siendo distintos todos los índices* i_k, j_h:

$$x_{i_k} = \varphi_k (x_{j_1}, \ldots, x_{j_s}), \quad (k = 1, \ldots, r) \qquad [7]$$

el cuerpo K contiene a los complejos de la forma

$$w = f(x_{i_1}, \ldots, x_{i_r}) + \sum_{k=1}^{r} D_{i_k} f . [\varepsilon_{i_k} - \varphi_k (x_{j_1}, \ldots, x_{j_s})]. \qquad [8]$$

Para ver cuál es el significado de la condición B', designemos por u_k el complejo correspondiente a la función φ_k y perteneciente a K, esto es:

$$u_k = \varphi_k + \sum_{h=1}^{s} D_{j_h} \varphi_k . \varepsilon_{j_h} \qquad (k = 1, \ldots, r).$$

Como u_k pertenece a K, también la combinación lineal $\sum D_{i_k} f . u_k$ pertenece a K, y lo mismo ocurre con

$$w + \sum_{k=1}^{r} D_{i_k} f . u_k = f + \sum_{k=1}^{r} D_{i_k} f [\varepsilon_{i_k} - \varphi_k + u_k] =$$

$$= f + \sum_{k=1}^{r} D_{i_k} f . \varepsilon_{i_k} + \sum_{h=1}^{s} \left(\sum_{k=1}^{r} D_{i_k} f . D_{j_h} \varphi_k \right) . \varepsilon_{j_h} .$$

Comparando con el complejo

$$f + \sum_{t=1}^{n} D_t f . \varepsilon_t$$

resulta

$$D_{j_h} f = \sum_{k=1}^{r} D_{i_k} f . D_{j_h} \varphi_k , \qquad [9]$$

es decir, el

Teorema V. — La derivada respecto a x_{j_h} de una función compuesta $f(x_{i_1}, \ldots, x_{i_r})$, donde las $x_{i_k} = \varphi_k (x_{j_1}, \ldots, x_{j_s})$, está dada por la [9].

En particular, para $r = 1$:

$$D_{j_h} f(x_{i_1}) = D_{i_1} f . D_{j_h} \varphi_1 . \qquad [9']$$

Recíprocamente, de la [9] se deduce que el complejo [8] pertenece a K.

4. — Si

$$u_m = f_m + \sum_{h=1}^{n} D_h f_m . \varepsilon_h \qquad (m = 1, 2, \ldots) ,$$

(donde $f_m = f_m (x_{i_1}, \ldots, x_{i_r})$ siendo los índices i_k independientes de m) es una sucesión de complejos de K, puede ocurrir que exista

$$u = \lim_{m \to \infty} u_m ,$$

en cuyo caso diremos que la sucesión u_m converge. Análogamente

puede considerarse la convergencia uniforme de u_m en un cierto campo. La convergencia significa que existen, separadamente,

$$f = \lim_{m \to \infty} f_m \quad , \quad \psi_h = \lim_{m \to \infty} D_h f_m \qquad (h = 1, \ldots n);$$

pero naturalmente, el complejo

$$u = f + \sum_{h=1}^{m} \psi_h . \varepsilon_h$$

no pertenecerá en general a K, es decir, en general será $\psi_h \neq D_h f$. Admitiremos esta circunstancia bajo una condición, que es:

Condición C. — Si la sucesión u_m (que depende de las variables x_{i_k}) tiende uniformemente al complejo

$$u = f + \sum_{h=1}^{m} \psi_h . \varepsilon_h$$

en un cierto campo de variabilidad de las x_{ik}, entonces u pertenece a K; es decir

$$\lim_{m \to \infty} D_h f_m = D_h \, (\lim_{m \to \infty} f_m) \qquad [10]$$

No se excluye que u pueda pertenecer a K aún en otros casos.

5. — Apliquemos al caso de una variable x ($n = 1$) lo que hemos expuesto en los párrafos anteriores; y más precisamente, comparemos las operaciones [2] Df y la ordinaria

$$f' = \frac{df}{dx} .$$

Es evidente que la aplicación reiterada de [4], [5], [5'] y [6] nos permite obtener Df cuando f es una función racional cualquiera. Más aún, en este caso se obtiene

$$Df(x) = f'(x) ,$$

es decir, ambas operaciones coinciden. Aplicando la condición C, se obtiene la misma coincidencia bajo la hipótesis más general de que f admita un desarrollo en serie de potencias de x, o de $\frac{1}{x}$ (basta

[2] En todo lo que sigue suprimimos los índices h en las expresiones $D_h f$, ϵ_h y análogas, por no ser ya necesarias.

tomar como f_m en la [10] la suma parcial de los m primeros términos de esa serie).

Sea ahora f una función cualquiera derivable en el sentido ordinario (es decir, tal que exista f') y su derivada f' sea continua (en un cierto campo).

Por ser f' continua, puede aproximarse uniformemente, según el conocido teorema de Weierstrasz, por una sucesión P'_m de polinomios. Si P_m es el polinomio obtenido integrando P'_m, los P_m aproximan también uniformemente la f. Entonces la sucesión

$$u_m = P_m + P'_m . \varepsilon = P_m + DP_m . \varepsilon$$

tiende uniformemente a

$$u = f + f' . \varepsilon$$

y por tanto, por la condición C, u pertenece a K, lo que significa que

$$Df = f' .$$

Llegamos así al interesante resultado:

Teorema VI. — *Si f es una función* (3) *que admite una derivada continua en el sentido ordinario, entonces dicha derivada coincide con Df, cuando se cumplen las condiciones A, B, C* (4).

Agregando la condición B', esto mismo es válido para una función de función que satisfaga análogas condiciones.

(3) El resultado se extiende a funciones de más de una variable, pues el teorema de Weierstrasz también es válido en ese caso. Véase E. W. Hobson: *The Theory of Functions of a Real Variable.* Cambridge (1926), vol. II, p. 230 y sig.

(4) Este resultado lo debo a la gentil colaboración, que aquí agradezco, de mi amigo y colega Dr. A. Durañona y Vedia.

ESTRUCTURAS DE ANÁGENOS (1)

POR

MISCHA COTLAR

INTRODUCCIÓN. — El objeto de este trabajo es dar un método *constructivo* cuya aplicación permite desarrollar varias teorías matemáticas en casos muy generales y pone en evidencia las relaciones existentes entre ellas. Al querer desarrollar una teoría en un campo nuevo, éste, en general, no reunirá las características necesarias. Entonces se recurre a un método *constructivo* que dote al campo de nuevos entes, cuya introducción haga posible el desarrollo de la teoría. Consideremos los siguientes ejemplos:

1) Al querer desarrollar la teoría de límites en el campo de los números racionales, como éste carecía de « la continuidad », fué necesario recurrir a uno de los 3 métodos constructivos de Dedeckind, Kantor y Weirstrass que amplían este campo con los números irracionales, formando así un campo « continuo ».

2) Para extender y sistematizar varios resultados de la Geometría, fué necesario introducir nuevos entes que son los puntos impropios e imaginarios.

3) Al querer desarrollar la teoría de divisibilidad en los cuerpos algebraicos, como en éstos no siempre dos números admiten un máximo común divisor, fué necesario ampliar los cuerpos con los ideales de Kummer-Dedeckind. La teoría de ideales es una teoría constructiva por excelencia.

4) Consideremos el conjunto de todos los números naturales menos los primeros 4 números: 5, 6, 7,... En este conjunto no se

(1) Un resumen del contenido de este trabajo fué presentado por el Prof. M. M. FRÉCHET y M. ARAUSZOJN al *Congrés des Socitétés Savantes A Bordeaux* de 1939, con los títulos: 1º *Les structures d'Anagènes et les Espaces-arithmétiques.* 2º *Anagènes généralisés. Application aux Espaces topologiques.*

puede desarrollar la teoría de divisibilidad puesto que evidentemente no hay única descomposición en factores primos, por ejemplo $60 = 5.12 = 6.10$. Luego para poder desarrollar dicha teoría, habría que recurrir a un método *constructivo* que amplíe este conjunto con los cuatro elementos que hemos quitado.

5) La teoría de series sumables puede considerarse, entre sus múltiples aspectos, como una teoría constructiva que amplía el campo de las series con suma.

6) Para el desarrollo de la teoría de funciones continuas en un espacio abstracto es necesario que éste sea compacto. Por eso los espacios métricos se completan por el método de Kantor-Cauchy hasta obtener un espacio compacto.

Como se ve, en cada uno de los ejemplos 1), 2), 3), 4) y 6) se utiliza un método diferente para lograr el objeto. Sin embargo, como vamos a mostrarlo, al examinar más profundamente el método de Dedekind citado en el ej. 1), se llega a un método constructivo, que es el que exponemos a continuación, el cual puede reemplazar a esos diferentes métodos en cada uno de los ejemplos citados. Más aún; aplicando este método se puede desarrollar la teoría de divisibilidad en campos donde la teoría de ideales no llega. Además resolvemos una cuestión más general que la citada en el ej. 6), o sea, demostramos que un espacio topológico muy general puede ampliarse hasta obtener un espacio compacto, y en el caso de que el espacio ya sea compacto esta ampliación no introduce ninguna modificación en la estructura topológica del mismo (permanencia).

Antes de exponer el método aclaremos sus características principales. Los nuevos entes creados por los métodos constructivos corresponden generalmente a conjuntos de entes primitivos que podemos llamar « sin origen », ya que el número irracional es una cortadura sin el menor (mayor) elemento, el ideal no principal es un anillo sin divisor común, el punto impropio es un conjunto de determinadas rectas sin punto común, etc. Por eso damos el nombre de « anágeno » al nuevo elemento creado por nuestro método (anágeno — « sin origen »).

Suponemos que todo método puede llamarse « método constructivo » si satisface a los 3 principios básicos siguientes. En algunos casos basta con los dos últimos. Estos principios constituyen la esencia de nuestro método.

1) Principio de Prolongación: La ampliación se efectúa de tal modo que el nuevo campo contiene al primitivo como subcampo. Así los números reales contienen a los racionales como caso particular conservando las leyes de suma multiplicación y monotonía.

2) Principio de Permanencia: El método constructivo que nos da el nuevo ente con el cual conseguiremos determinado objeto (antes imposible) en un campo, no da elementos nuevos si se aplica a un campo donde este objeto ya fué logrado. Por ejemplo: los ideales del anillo de los números naturales son todos principales, es decir, coinciden con los elementos primitivos; la sumabilidad de series coincide con la convergencia en el caso de las series convergentes.

3) Principio de Totalidad: Si se aplica el método a un campo ampliado ya una vez con el mismo método, no se obtienen nuevos entes.

Así, por ejemplo, la cortadura en el campo de los números reales no define nuevos números; en este caso la « totalidad » es la « continuidad ».

Este último principio es fundamental en todo nuestro trabajo, y con él llegamos a que la continuidad, o mejor dicho la totalidad es tan necesaria para la Teoría de Números como para la Teoría de Límites.

En otra memoria nos ocuparemos de las aplicaciones a la aritmética y los Espacios topológicos.

Cúmpleme agradecer al eminente matemático M. M. Fréchet por sus consejos y críticas muy preciosas; al Prof. J. C. Vignaux por los conocimientos matemáticos y el constante estímulo que recibo tan desinteresadamente desde hace tiempo y que yo aprecio en todo su valor y al Prof. A. Durañona y Vedia por sus observaciones tan atinadas.

I. — Anágenos (1). Método de Dedeking

1. — Un conjunto se dice « *parcialmente ordenado* » (*) si él contiene pares de elementos a, b, ligados entre sí por una relación $a \subset b$ (« *a precede b* ») tal que:

para todo elemento a del conjunto es $a \subset a$

$a \subset b$ y $b \subset c$ entraña $a \subset c$.

(*) Conservaremos la terminología de V. Clivenko, *Théorie des Structures*, Hermann, 1938.

Se llama « *estructura* » a todo conjunto parcialmente ordenado que verifica las siguientes dos condiciones:

1° A todo par de elementos a, b del conjunto corresponde un elemento $a\,b$ del conjunto (« *producto* de a y b ») tal que:

$$ab \subset a \quad ; \quad ab \subset b \quad ; \quad c \subset a \text{ y } c \subset b \text{ entraña } c \subset ab.$$

2° A todo par de elementos a, b del conjunto corresponde un elemento $a + b$ del mismo (« *suma* de a y de b ») tal que:

$$a \subset a + b \quad ; \quad b \subset a + b \quad ; \quad a \subset c \text{ y } b \subset c \text{ entraña } a + b \subset c.$$

De la misma manera se define la suma y producto de infinitos elementos, pero no siempre existen estos elementos. Una estructura tal, que para toda sucesión infinita de elementos existen la suma y producto de estos elementos, se llama « *estructura fuerte* ».

Se dice que la estructura $\overline{S}$ es « isomorfa » con la estructura S si se puede establecer una correspondencia biunívoca $a \longrightarrow \overline{a}$ tal que $ab \longrightarrow \overline{a}\,\overline{b}$ y $a + b \longrightarrow \overline{a} + \overline{b}$. Si esta correspondencia es unívoca sin ser biunívoca, la $\overline{S}$ es « homomorfa » con S.

Ahora vamos a demostrar que *todo conjunto parcialmente ordenado puede ampliarse con nuevos entes de acuerdo a los 3 principios enunciados, de modo que el conjunto ampliado sea una estructura fuerte.*

2. — Consideremos un conjunto parcialmente ordenado fijo. Si al mismo tiempo es $a \subset b$ y $b \subset a$ vamos a escribir $a = b$, y desde el punto de vista de conjuntos ordenados no les vamos a considerar como elementos distintos. Si el conjunto no tiene un « primer » y un « último » elemento, agregaremos esos dos elementos. Es decir, agregaremos los elementos « 0 » y « 1 » tales que para todo elemento a se tiene $0 \subset a$ y $1 \supset a$.

Sean $C_e(a)$ el conjunto de todos los elementos que siguen a a y $C_i(a)$ el conjunto de todos los elementos que preceden a a. Entonces a pertenece a ambos conjuntos y es el elemento « generador » de éstos. Las propiedades siguientes son inmediatas:

A) Si $C_e(a) \leq C_e(b)$ es $C_i(a) \geq C_i(b)$ y $a \supset b$,

y recíprocamente si $a \supset b$ es $C_e(a) \leq C_e(b)$.

Si $C_i(a) \leq C_i(b)$ es $C_e(a) \geq C_e(b)$ y $a \subset b$,

y recíprocamente si $a \subset b$ es $C_i(a) \leq C_i(b)$.

Si $C_e(a) = C_e(b)$ es $C_i(a) = C_i(b)$ y $a = b$,

y recíprocamente si $a = b$ es $C_e(a) = C_e(b)$.

B) Si $a' \varepsilon C_e(a)$ y $a'' \supset a'$ se deduce $a'' \varepsilon C_e(a)$.

Si $b' \varepsilon C_i(a)$ y $b'' \subset b'$ es $b'' \varepsilon C_i(a)$.

C) $C_i(a)$ está formado por *todos* los elementos que preceden a *todos* los elementos de $C_e(a)$. $C_e(a)$ está formado por *todos* los elementos que siguen a *todos* los elementos de $C_i(a)$.

Consideremos el conjunto de los posibles pares de conjuntos de la forma

$$[C_i(a) \quad ; \quad C_e(a)] .$$

Escribamos

$$[C_i(a) \quad ; \quad C_e(a)] \subset [C_i(b) \quad ; \quad C_e(b)]$$
$$\text{si} \quad C_i(a) \leq C_i(b) \quad \text{y} \quad C_e(a) \geq C_e(b) ,$$

entonces este conjunto será parcialmente ordenado y en virtud de (A) en vez del conjunto primitivo se puede considerar este último; es decir los dos conjuntos son isomorfos como conjuntos parcialmente ordenados.

3. — Llamemos « anágeno (1) » o simplemente (*) « anágeno » a todo par de conjuntos

$$(A_i \quad ; \quad A_e)$$

que verifica las siguientes dos condiciones:

1) A_i está formado por *todos* los elementos que preceden a *todos* los elementos de A_e.

2) A_e está formado por *todos* los elementos que siguen a *todos* los elementos de A_i.

(*) Escribimos anágeno (1) para distinguirles de los anágenos (2) y (3) que introduzcamos más adelante.

A_i es el « componente i o izquierda »; A_e es el « componente e o derecha » del anágeno, y dado uno de ellos queda determinado el otro. Evidentemente no todo conjunto puede ser un componente de anágeno; en efecto:

Para que un conjunto C sea un A_e (A_i) es necesario y suficiente que formando el conjunto C' de *todos* los elementos que preceden (siguen) a los de C, y luego el conjunto C'' de *todos* los elementos que siguen (preceden) a todos los C' — resulte $C'' = C$. Si los componentes del anágeno tienen un elemento común a diremos que es un anágeno « propio » de generador pripio a, o anágeno propio a. En caso contrario decimos que el anágenos $(A_i\,; A_e)$ define un generador « impropio » α y lo designamos $\alpha = (A_i\, A_e)$.

Sean $(A_i\,; A_e)$ y $(B_i\,; B_e)$ dos anágenos; si $A_i \leq B_i$ es $A_e \geq B_e$. En efecto, sean $\{a_i\}$ $\{a_e\}$ $\{b_i$ $\{b_e\}$ los elementos de A_i, A_e, B_i, B_e respectivamente. Todo b_e es $\supset b_i$ y si $A_i \leq B_i$ será todo $b_e \supset$ que cualquier a_i, luego $b_e \varepsilon A_e$ es decir $B_e \leq A_e$. Análogamente si $A_e \leq B_e$ es $A_i \geq B_i$ Por lo tanto podemos dar la siguiente

Definición. — Sean $a = (A_i\,; A_e)$ $\beta = (B_i\,; B_e)$. Escribamos

$$\alpha \subset \beta \quad \text{o} \quad (A_i\,; A_e) \subset (B_i\,; B_e) \quad \text{si} \quad A_i \leq B_i \quad \text{o si} \quad A_e \geq B_e\,,$$

$$\text{y} \quad \alpha = \beta \quad \text{si} \quad A_i = B_i \quad \text{o si} \quad A_\infty = B_e\,.$$

Según esta definición los anágenos forman un conjunto parcialmente ordenado, y de lo dicho en el § 2 se deduce el

PRINCIPIO DE PROLONGACIÓN. — El conjunto ordenado primitivo es isomorfo con el de los anágenos propios, siendo $a \rightarrow (C_i(a)\,; C_e(a)$.

TEOREMA I. — Sean $\alpha = (A_i\,; A_e)$ un anágeno cualquiera y $a = (C_i(a)\,; C_e(a))$ un anágeno propio. Si $a \supset \alpha$ es $a \varepsilon A_e$ y recíprocamente. Si $a \supset \alpha$ es $a \varepsilon A_i$ y recíprocamente.

Demostración. — Si $a \supset \alpha$ es por definición $C_e(a) \leq A_e$ y como $a \varepsilon C_e(a)$ resulta $a \varepsilon A_e$. Recíprocamente, si $a \varepsilon A_e$ como todo elemento que sigue a a también pertenece a A_e resulta $C_e(a) \leq A_e$ o $a \subset \alpha$. Análogamente se demuestra la otra parte del teorema.

Este teorema muestra que el componente e (i) de anágeno es el conjunto de todos los generadores propios que siguen (preceden) al generador del anágeno.

Pero además de estos generadores propios puede haber otros generadores, impropios, que preceden o siguen al generador dado. A éstos se refiere el siguiente

TEOREMA II. — Si β precede (sigue) a todos los elementos propios que siguen (preceden) a α, entonces β también precede (sigue) a todos los elementos impropios que siguen (preceden) a α. En particular $\beta \subset \alpha$ $(\beta \supset \alpha)$.

Demostración. — Sea A_e el componente e de α y a un elemento cualquiera de A_e. En virtud del teorema anterior es $a \supset \alpha$, luego, por hipótesis, es $\beta \subset a$. Si B_e es el componente e de β resulta $a \varepsilon B_e$. o $A_e \leq B_e$, es decir $\beta \subset \alpha$, lo que demuestra la tesis.

Llamamos conjunto « *completado* (1) » a un conjunto que ya fué ampliado con los anágenos (1). Ahora, el conjunto completado (es decir el conjunto de los anágenos) es a su vez un conjunto parcialmente ordenado y podría completarse de nuevo con anágenos. Pero, como lo muestra el siguiente teorema, esta nueva ampliación no introduce nuevos elementos; en otras palabras, los anágenos de anágenos no definen generadores impropios.

PRINCIPIO DE TOTALIDAD. — Todo conjunto completado es isomorfo con el de sus anágenos. En otras palabras, si $(\mathscr{A}_i\,;\,\mathscr{A}_e)$ es un par de conjuntos de anágenos tales que

$\mathscr{A}_i$ está formado por *todos* los anágenos que preceden a todos los de $\mathscr{A}_e$

$\mathscr{A}_e$ está formado por *todos* los anágenos que siguen a todos los de $\mathscr{A}_i$

hay un anágeno común a los dos conjuntos.

En efecto: Sean A_i, A_e los conjuntos formados por los elementos (anágenos) propios de $\mathscr{A}_i$, $\mathscr{A}_e$ respectivamente; en virtud del terema I ninguno de estos conjuntos es vacío. Vamos a mostrar antes que (A_i, A_e) es un anágeno:

Todo elemento de A_i pertenece a $\mathscr{A}_i$, luego precede a todos los generadores de $\mathscr{A}_e$ y en particular a los de A_e. Recíprocamente, todo generador propio que precede a todos los de A_e pertenece a A_i. En efecto, sea a tal generador y α uno cualquiera de $\mathscr{A}_e$. Como el componente «e» de α forma parte de $\mathscr{A}_e$ y como este componente está formado por generadores propios resulta que él forma parte de A_e; luego a precede a todos los elementos de este componente

y por lo tanto $a \subset \alpha$ (T. II). Así que a precede a todos los elementos de $\mathcal{A}_e$, luego $a \varepsilon \mathcal{A}_i$ y por ser propio $a \varepsilon A_i$.

Así que (A_i, A_e) es un anágeno; sea $\alpha = (A_i; A_e)$ y $\beta \varepsilon \mathcal{A}_i$ El componente «i» de β forma parte de $\mathcal{A}_i$ y por lo tanto de A_i, luego $\beta \subset \alpha$. Análogamente se verá que α precede a todo elemento de A_e así que α debe pertenecer a A_i y A_e l. q. d. d.

4. — La ampliación de un conjunto parcialmente ordenado con los anágenos (1) tiene por objeto obtener una estructura fuerte, y de acuerdo al principio de permanencia toda estructura fuerte debe ser un conjunto completado.

TEOREMA III. — La intersección (producto) de varios o infinitos (de potencia arbitraria) componentes « e » (« i ») de anágenos es un componente « e » (i) de anágeno.

Demostración. — Sean A_e, B_e, ... esos componentes, A_i, B_i, ... los componentes « i » correspondientes y $C = A_e \times B_e \times \ldots$ Sea C' el conjunto de los elementos que preceden a todos los de C. El conjunto C' es determinado porque C no es vacío puesto que desde el principio hemos adjuntado los elementos 0 y 1. Evidentemente $C' \geq A_i + B_i + \ldots$. Luego Si a es un elemento que sigue a todos los de C', resulta que a sigue a todos los elementos de A_i, y B_i,... y por lo tanto $a \varepsilon A_e$, $a \varepsilon B_e$,... luego $a \varepsilon C$. De manera que si C'' es el conjunto de los elementos que siguen a todos los de C' es $C'' \leq C$. Pero por definición de C'' es $C \leq C''$. luego $C = C''$, es decir que C es un componente « e » de anágeno (§ 3).

TEOREMA IV. — Los anágenos forman una estructura fuerte (*) tal que

$$\text{si } \alpha = (A_i, A_e),\ \beta = (B_i, B_e), \ldots \text{ y } \alpha + \beta + \ldots = (S_i, S_e),\ \alpha\beta = (P_i, P_e)$$
$$\text{es } S_e = A_e \times B_e \times \ldots\ ;\ P_i = A_i \times B_i \times \ldots$$

Demostración. — En virtud del teor. anterior es $S_e = A_e \times B_e \ldots$ un componente « e » de un anágeno que designemos

$$\alpha + \beta + \ldots = (S_i, S_e).$$

(*) Mejor dicho una structura « muy fuerte », porque las structuras fuertes se definen como tales que admiten la suma y producto para toda sucesión infinita de elementos, mientras que en nuestro caso esta infinidad puede ser de cualquier potencia.

Por definición se tiene que

$$\alpha \subset \alpha + \beta + \ldots , \quad \beta \subset \alpha + \beta + \ldots$$

Además si $\alpha \subset \mu$, $\beta \subset \mu$, ... el componente « e » de μ está contenido en A_e , B_e,... por lo tanto en S_e, luego $\alpha + \beta + \ldots \subset \mu$ l. q. d. d.

Principio de permanencia. — Toda estructura « muy fuerte » es isomorfa con la estructura de sus anágenos, es decir que está completada.

En efecto, sea (A_i , A_e) un anágeno de esta estructura. El producto de todos los elementos de A_e por una parte debe pertenecer a A_i, y por otra parte sigue a todos los elementos de A_i, y por lo tanto debe pertenecer a A_e .

Nota: El teorema queda cierto si cambiamos la condición: estructura muy fuerte, por la condición: un conjunto parcialmente ordenado que admite el producto (o suma) de un número cualquiera de elementos. Esta observación nos será muy útil en adelante.

El teorema siguiente puede ser útil en algunos casos.

Teorema V. — Dado un conjunto parcialmente ordenado tal que a todo elemento de este conjunto preceden un número finito de elementos no iguales, y para todo par de elementos existe el producto de estos elementos, entonces este conjunto ya está completado (1).

Demostración. — Sea A_e un componente « e » de este conjunto y a, b dos de sus elementos. Por hipótesis ab es un elemento del conjunto, y, como es fácil ver, pertenece a A_e. Si todos los elementos de A_e siguen a ab es A_e un anágeno propio. Si no, hay un $c \in A_e$ que no sigue a ab. Entonces $d' = abc$ pertenece a A_e y no es igual a ab. Si d' precede a todos los de A_e es éste un anágeno propio. Si no hay un $c' \in A_e$ que no sigue a d'. Entonces $d'' = d' c'$ pertenece a A_e y no es igual a d'. Siguiendo de la misma manera obtendremos la sucesión $a \supset ab \supset d' \supset d'' \supset \ldots$ que debe terminar en un $d^{(n)}$, pues de lo contrario a tendrá infinitos elementos que le preceden y no iguales entre sí; $d^{(n)}$ precede entonces a todos los de A_e luego éste es un anágeno propio.

5. — Entre los conjuntos parcialmente ordenados vamos a distinguir 2 tipos de estos conjuntos. En primer lugar llamemos « conjunto analítico » a todo conjunto que está ordenado de tal modo

que dados dos de sus elementos uno precede al otro, excluída la posibilidad de que no sean comparables. Acá el concepto de preceder es la generalización del concepto menor igual. El anágeno en este caso es una generalización de la cortadura de Dedecking y la teoría hasta ahora desarrollada la generalización de la teoría de límites. Así el principio de totalidad es el de la continuidad y definiendo convenientemente los « entornos » se obtiene un espacio topológico de Hausdorff, y por lo tanto se tiene la teoría de límites. Finalmente los elementos 0 ó 1 pueden definirse como el producto de todos los componentes « i » o de todos los componentes « e » del conjunto análogamente a la definición de los límites superior e inferior de oscilación.

Llamemos « conjuntos aritméticos » a los que están ordenados de manera que a todo elemento le preceden un número finito de elementos no iguales, en cambio a todo par de elementos les siguen infinitos no iguales entre sí. Los conjuntos aritméticos más importantes son el de los números naturales ordinarios o en general los anillos de los enteros de un cuerpo algebraico. Como vamos a mostrar los anágenos pueden reemplazar a la teoría de ideales para construir la teoría de la divisibilidad en los conjuntos aritméticos. Ahora sólo indicaremos que

TEOREMA VI. — En un cuerpo algebraico, haciendo $a \subset b$ si a es divisor de b, los componeness « e » de anágenos son ideales de Kummer-Dedeckind.

En efecto: Sean a, b dos elementos del componente A_e. Como a y b son múltiples de todos los elementos de A_i lo será también $a - b$, luego $a - b \varepsilon A_i$. Además todo múltiplo de un elemento de A_e pertenece a A_e, luego A_e es un ideal. Además el generador de A_e se confunde con el número ideal por ser ambos el máximo común divisor de A_e (T. V). Finalmente los ceros y unidades son los mismos para los anágenos e ideales.

El recíproco de este teorema no es siempre cierto. En efecto: Como se sabe (*) hay anillos donde cada elemento admite un número finito de divisores y cada par de elementos un máximo común divisor, pero este máximo común divisor de elementos no coincide con el de los ideales de estos elementos. En cambio, según lo demostra-

(*) V. DER VARDEN *Algebra*, § 16, t. I.

do (T. V), en este anillo todos los anágenos son propios. Luego en este anillo los anágenos no son isomorfos con los ideales.

6. — Indicaremos todavía brevemente cómo puede generalizarse lo dicho en el § 5 referente a los conjuntos analíticos.

Consideremos un conjunto completado (1) cualquiera. En él se puede introducir la definición de Frechet de « entorno » de la siguiente manera (*):

Definición. — Diremos que p es « elemento de acumulación » del conjunto $A = \{ a_i \}$ si existe un subconjunto $A_1 < A$ o bien un subconjunto $A_2 < A$, tales que p es el producto de los elementos de A_1 o bien la suma de los elementos de A_2 y además $p \bar{A_1}\, p \bar{A_2}$.

De este modo el conjunto completado puede considerarse como un espacio topológico de Frechet. Indiquemos el siguiente teorema que nos será util más adelante.

Teorema VII. — Toda sucesión $\{ a_i \}$ infinita tiene un elemento de acumulación.

Demostración. — Sea $d = a_1 a_2 \ldots a_n \ldots$ Si d no pertenece a $A = \{ a_i \}$ el teorema está demostrado. Si no sea $d = a_1$ y $A_1 = A - \{ a_1 \}$. Si $d_1 = a_2 a_3 \ldots$ no pertenece a A el teorema está demostrado si no sea $d_2 = a_2$. Siguiendo del mismo modo obtendremos $a_1 \subset a_2 \subset \ldots \subset a_n \subset \ldots$. Si esta sucesión es finita el teorema está demostrado, si no supongamos que esta sucesión es infinita; entonces $a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots$ no puede ser ninguno de esos elementos. Pero estos elementos pertenecen a A, luego $a_1 + \ldots + a_n + \ldots$ es un elemento de acumulación de A l. q. d. d.

En particular se tiene el siguiente: *Teorema de Weirstrass*: En un conjunto analítico todo conjunto que no admite más que un elemento de acumulación es numerable.

El espacio compacto así definido tiene varias propiedades interesantes, pero acá tenemos que limitarnos a lo expuesto, puesto que esta cuestión no entra en el objeto de este trabajo.

(*) El concepto de punto de acumulación dado acá es diferente del introducido por M. L. Kantorovitch (Clivenko, obra citada). El nuestro está tomado de la definición de Frechet para espacios abstractos, mientras que el segundo está tomado de la Aritmética de la teoría de conjuntos.

7. — Todo lo expuesto relativo a los anágenos (1) admite una generalización muy importante. Nos limitaremos a indicar lo necesario para el objeto de este trabajo. Sea E un espacio parcialmente ordenado contenido en otro tal espacio $\overline{E}$ de modo que si en E es $a \subset b$ también lo es en $\overline{E}$.

Definición. — Diremos que un conjunto A_e de E es un « *anágeno e* de E *respecto a* $\overline{E}$ », cuando al formar el conjunto A_1 de todos los elementos de $\overline{E}$ que preceden a todos los de A_e, luego el conjunto A_2 de todos los elementos de $\overline{E}$ que siguen a todos los de A_1, se verifica $E\,A_2 = A_e$. Análogamente se definen los anágenos i con respecto a $\overline{E}$.

Diremos que el anágeno (relativo $\overline{E}$) A_e sigue al anágeno B_e si $A_e \leqq B_e$.

El producto de anágenos relativos (en número o potencia cualquiera) *es un anágeno.* La demostración es idéntica a la del T. III, § 4. Luego de este teorema se deduce (Nota del § 4) que los *anágenos* relativos *forman una estructura muy fuerte.* Además a todo elemento de E corresponde un anágeno respecto a $\overline{E}$ formado de la siguiente manera: sea A el conjunto de los elementos de $\overline{E}$ que siguen a este elemento y $A_e = A \,.\, \overline{E}$; A_e es un anágeno como es fácil de verlo. Todavía indiquemos las 2 propiedades siguientes: Sea A_e un anágeno de E respecto a $\overline{E}$, A_1 el conjunto de los elementos de $\overline{E}$ que preceden a todos los de A_e y $A_i = A_1 \,.\, E$, entonces es A_i un anágeno i de E con respecto a E, es decir en sentido ordinario. Recíprocamente a todo anágeno i, A_i en sentido ordinario corresponde un A_e con respecto a $\overline{E}$; en efecto, si A' es el conjunto de los elementos de $\overline{E}$ que siguen a todos de A_i es $A_e = A' \,.\, E$ un anágeno respecto a $\overline{E}$.

En particular, si E es una estructura los anágenos que acabamos de definir proporcionan un método de « prolongación » de estructuras.

II. — La composición de anágenos

8. — *Definción.* — Llamemos « composición *e* » de dos conjuntos A, B, de una estructura, al conjunto C_e formado por todos los elementos de A, B y los posibles elementos de la forma ab donde $a \varepsilon A$, $b \varepsilon B$. En símbolos $C_e = A \overset{e}{-} B$.

Análogamente la « composición i » de A, B es el conjunto C_i formado por los elementos de $A + B$ y los elementos de la forma $a + b$, $a \varepsilon A$, $b \varepsilon B$; $C_i = A \overset{i}{-} B$.

La definición se extiende fácilmente a un número *finito* de conjuntos. Además es fácil ver que se verifica:

$$(A + B) \overset{e}{-} C = (A \overset{e}{-} C) + (B \overset{e}{-} C) \quad ; \quad (A + B) \overset{i}{-} C = (A \overset{i}{-} C) + (B \overset{i}{-} C).$$

Condición α. — Diremos que un espacio parcialmente ordenado verifica la condición α, o que es un espacio α, si la composición e de dos componentes e de anágenos del espacio es otro componente e de anágeno.

Como veremos esta condición es equivalente a la siguiente: la composición i de anágenos i es un anágeno i.

9. — Este capítulo lo dedicamos a las demostraciones de las siguientes propiedades:

1) Si A_e, B_e, C_e son componentes e de anágenos cualesquiera es

$$(A_e \times C_e) \overset{e}{-} (B_e \times C_e) = (A_e \overset{e}{-} B_e) \times C_e$$

1 *a*) Si A_i, B_i, C_i son anágenos i cualesquiera es

$$(A_i \overset{i}{-} B_i) \times C_i = (A_i \times C_i) \overset{i}{-} (B_i \times C_i).$$

2) Si A_e, B_e son anágenos e cualesquiera, $D = A_e \overset{e}{-} B_e$ y D_1 un anágeno e tal que $D_1 \leq D$, es $D_1 = A_1 \overset{e}{-} B_1$ donde A_1, B_1 son anágenos y $A_1 \leqq A$, $B_1 \leqq B$. Análogamente para los anágenos i.

3) Si A_e, $B_.$, C_e son anágenos e cualesquiera, de $A_e \overset{e}{-} C_e = B_e \overset{e}{-} C_e$, $A_e \times C_e = B_e \times C_e$ se deduce $A_e = B_e$. Análogamente para los componentes i.

4) Si el espacio verifica la condición α) y A_e, B_e, C_e son anágenos del mismo, es $(A_e \overset{e}{-} C_e) \times (B_e \overset{e}{-} C_e) = (A_e \times B_e) \overset{e}{-} C_e$, análogamente para los componentes de i.

5) En un espacio α la composición i de anágenos i es un anágeno i.

6) Los anágenos de un espacio α forman una estructura distributiva (*) y recíprocamente.

(*) Una structura es distributiva si se verifica la relación $(a + b)\, c = a\, c + b\, c$. Vea Clivenko, o. c.

Es muy importante hacer notar que 1), 2), 3) se verifican siempre, mientras que 4), 5), 6) suponen la condición α.

Sin embargo el objeto de este capítulo no es solamente el demostrar dichas propiedades, tanto más que utilizando las propiedades conocidas de las estructuras distributivas (*) las propiedades 4, 5, 6 pueden deducirse mucho más fácilmente de lo que hacemos acá. Pero como nuestras demostraciones se basan sobre un punto de vista muy diferente, o sea, sobre el de operaciones sobre conjuntos, ellas permiten extender todos estos resultados a conjuntos mucho más generales que los anágenos, lo que constituye precisamente el objeto de este capítulo.

Teorema I. — Los componentes e de un espacio cualquiera verifican la relación

$$(A \times C) \overset{e}{-} (B \times C) = C \times (B \overset{e}{-} A).$$

Demostración. — Sean

$$M_1 = A \times C \quad M_2 = B \times C \quad D = A \overset{e}{-} B \quad \Delta = M_1 \overset{e}{-} M_2 \quad M = D \times C \qquad [1]$$

se trata entonces de demostrar que $\Delta = M$. De la definición de la composición es fácil de ver que $\Delta < M$. Vamos a mostrar que $M < \Delta$.

Como $M_1 < A$ $M_2 < B$ podemos hacer

$$A' = A - M_1 \quad ; \quad B' = B - M_2 \qquad [2]$$

y tomando en cuenta [1] será

$$M = D \times C = (A \overset{e}{-} B) \times C = [(A' + M_1) \overset{e}{-} (B' + M_2)] \times C =$$
$$= [(A' \overset{e}{-} B') \times C] + [(A' \overset{e}{-} M_2) \times C] + [(M_1 \overset{e}{-} B') \times C] +$$
$$+ [(M_1 \overset{e}{-} M_2) \times C] \qquad [3]$$

Si $n \varepsilon M$ tiene que pertenecer n a uno de los cuatro sumandos de [3].

1) Si $n \varepsilon (A' \overset{e}{-} B') \times C$ es $n \varepsilon A' \overset{e}{-} B'$ luego o $n \varepsilon A'$ o $n \varepsilon B'$ o $n = a'.b'$, donde $a' \varepsilon A'$, $b' \varepsilon B'$. Las dos primeras posibilidades en

(*) Vea Clivenko u Hoore: *Algebra abstracta*.

virtud de [2] contradicen a $n \varepsilon C$. Si $n = a' b'$ será $a' \supset n$; como $n \varepsilon C$ será $a' \varepsilon C$, lo que contradice [2].

2) Si $n \varepsilon (A' \stackrel{e}{-} M_2) \times C$ es o $n \varepsilon A'$ o $n \varepsilon M_2$ o $n = a' . m_2$, donde $a' \varepsilon A'$ $m_2 \varepsilon M_2$. Como en [1] veremos que no puede ser ni $n \varepsilon A'$ ni $n = a' . m_2$, queda, pues, $n \varepsilon M_2$, y con más razón $n \varepsilon \Delta = M_1 \stackrel{e}{-} M_2$. *Luego en este caso* $n \varepsilon \Delta$.

3) y 4) Se verá, como en 1) y 2), que sólo es posible $n \varepsilon \Delta$; luego

$$\Delta > M \text{ l. q. d. d.}$$

Corolario. — Si A, B son anágenos $\stackrel{e}{-}$ de un espacio cualquiera, $D = A \stackrel{e}{-} B$ y D_1 un anágeno del espacio tal que $D_1 \leq D$, es $D_1 = A_1 \stackrel{e}{-} B_1$ donde A_1, B_1 son anágenos tales que $A_1 \leq A$ $B_1 \leq B$.

Demostración. — Como $D_1 \leq D$ se tiene

$$D_1 = D_1 \times D = D_1 \times (A \stackrel{e}{-} B)$$

y como D_1, A, B son anágenos,

es $$D_1 = D_1 \times (A \stackrel{e}{-} B) = (D_1 \times A) \stackrel{e}{-} (D_1 \times B) = A_1 \stackrel{e}{-} B_1$$

siendo $A_1 = A \times D_1$ $B_1 = B \times D_1$ anágenos por ser producto de anágenos.

De la misma manera se demuestran las propiedades enunciadas respecto a los anágenos *i*.

Teorema II. — Los componentes *e* de un espacio α verifican la relación

$$(A \stackrel{e}{-} C) \times (B \stackrel{e}{-} C) = C \stackrel{e}{-} (A \times B).$$

Demostración. — Sean

$$D_1 = A \stackrel{e}{-} C \; ; \; D_2 = B \stackrel{e}{-} C \; ; \; M = A \times B \quad W = D_1 \times D_2 \quad D = M \stackrel{e}{-} C \qquad [1]$$

Se trata de ver que $W = D$ para lo cual basta mostrar que $W < D$.

Haciendo $$A' = A - M \quad B' = B - M \qquad [2]$$
tenemos

$$W = [(A' \stackrel{e}{-} C) \times (B' \stackrel{e}{-} C)] + [(A' \stackrel{e}{-} C) \times (M \stackrel{e}{-} C)] + \\ + [(M \stackrel{e}{-} C) \times (B' \stackrel{e}{-} C)] + [(M \stackrel{e}{-} C) \times (M \stackrel{e}{-} C)] \qquad [3]$$

Si $n \varepsilon W$ tiene que ser n de uno de los 4 sumandos de [3]. Si n es de los tres últimos sumandos es $n \varepsilon M \overset{e}{-} C$ o sea $n \varepsilon D$. Supongamos, pues, $n \varepsilon (A' \overset{e}{-} C) \times (B' \overset{e}{-} C)$. Entonces es

o a la vez $n \varepsilon A'$ $n \varepsilon C'$
o a la vez $n \varepsilon B'$ $n \varepsilon C$
o a la vez $n = a' . c$ $n = b' . c_1$ donde $a' \varepsilon B'$, $b' \varepsilon B'$, $c \varepsilon C$, $c, \varepsilon C$.

De estas posibilidades la tercera incluye a las otras dos. Supongamos, pues, $n = a'.c = b'.c_1$. Entonces $a' \supset n$, luego $a' \varepsilon W$, puesto que W es un anágeno e (*). Por lo tanto podemos aplicarle a a' los mismos razonamientos que a n, es decir que o $a' \varepsilon D$ o $a' = b_1' c_2$ donde $b_1' \varepsilon B'$ $c_2 \varepsilon C$. La segunda posibilidad da $b_1' \supset a'$ $b_1' \supset c_2$, luego $b_1' \varepsilon A$, lo que es una contradicción (2).
Luego queda $a' \varepsilon D$, y como $n = a'.c$ es $n \varepsilon D$ l. q. d. d.

Corolario. — Si $M = A \times B$ y $M_1 \geq M$ es $M_1 = A_1 \times B_1$ donde $A_1 \geq A$ y $B_1 \geq B$ y A, B son anágenos e de un espacio α.

Demostración. — En virtud del teorema se tiene

$$M_1 = M \overset{e}{-} M_1 = (A \times B) \overset{e}{-} M_1 = (A \overset{e}{-} M_1) \times (B \overset{e}{-} M_1) = A_1 \times B_1$$

si hacemos

$$A_1 = A \overset{e}{-} M_1 \geqq A \;;\; B_1 = B \overset{e}{-} M_1 \geqq B.$$

Si A_e, B_e son anágenos e de generadores α, β, respectivamente, como se ha visto en el capítulo anterior es $A_e \times B_e$ un componente $\overset{e}{-}$ e cuyo generador es $\alpha + \beta$. Ahora si el espacio verifica la condición α) es $A_e \overset{e}{-} B_e$ también un componente e y, como es fácil de verlo, su generador es $\alpha\beta$; eso se ve inmediatamente, tomando en cuenta que el producto de los elementos de un componente e pertenece al mismo. Por lo tanto los teoremas precedentes pueden enunciarse así:
En un espacio α los generadores de anágenos verifican

$$(\alpha + \gamma)(\beta + \gamma) = \alpha . \beta + \gamma$$
$$\alpha . \gamma + \beta . \gamma = (\alpha + \beta) . \gamma$$

si $\mu = \alpha + \beta$ y $\mu_1 \subset \mu$ es $\mu_1 = \alpha_1 + \beta_1$ donde $\alpha_1 \subset \alpha$ $\beta_1 \subset \beta$.

(*) En virtud de la condición (α).

Es fácil de ver que esta última relación indica que la composición i de decomponentes i de anágenos de un espacio α es otro componente i de anágeno. Luego repitiendo los razonamientos de los teoremas I, II demostraremos sus tesis respectivas para la composición i y anágenos i.

De manera que los anágenos, o, lo que es lo mismo, los generadores de los anágenos de un espacio α forman una estructura « muy fuerte » y además distributiva. Recíprocamente, toda estructura fuerte y distributiva para ser isomorfa con la de sus anágenos es un espacio α.

Finalmente demostraremos el siguiente importante teorema.

TEOREMA III. — En un espacio cualquiera

para anágenos e: de $A \times C = B \times C$ $A \overset{e}{-} C = B \overset{e}{-} C$ se deduce $A = B$

para anágenos i: de $A \times C = B \times C$ $A \overset{i}{-} C = B \overset{i}{-} C$ se deduce $A = B$

Demostración. — Suponemos que A, B, C son componentes e y $M = A \times C = B \times C$ $\Delta = A \overset{e}{-} C = B \overset{e}{-} C$. Como $A < \Delta$ todo a de A pertenece a Δ. Pero $\Delta = B \overset{e}{-} C$ luego a o pertenece a B, o a C, o es $a = b\,c$, $b \varepsilon B$, $c \varepsilon C$.

1) Si $a \varepsilon C$ es $a \varepsilon M = A \times C = B \times C$, $a \varepsilon B$.

2) Si $a = b \, . \, c$ es $c > a$, $c \varepsilon A$, $c \varepsilon M = A \times C = B \times C$, $c \varepsilon B$

y como $a = b \, . \, c$ es $a \varepsilon B$.

De manera que en todos los casos $a \varepsilon B$ o sea $A < B$. Pero los mismos razonamientos sirven para ver que $B < A$ luego $A = B$ l. q. d. d.

Basándose en este teorema vamos a mostrar que hay estructuras de anágenos que no verifican la condición α). Para eso bastará ver que estas estructuras no verifican el teorema III. Consideremos, pues, el conjunto de los símbolos

$$(a_1 \, , a_2 \, , a_3)$$

donde a_1, a_2, a_3 son enteros ordinarios tales que

$$a_3^2 \equiv 0 \ (md \ a_2).$$

Diremos que (b_1, b_2, b_3) precede a $(a_1 \, , a_2 \, , a_3)$ cuando

$$a_1 \equiv 0 \ (md \ b_1) \quad ; \quad a_1 \, a_2 \equiv 0 \ (md \ b_1 \, b_2) \quad \text{y} \quad a_1 \, a_3 \equiv b_1 \, b_3 \ (md \ b_2)$$

En vez de preceder vamos a decir divisor. Es fácil comprobar (lo dejamos a cargo del lector) que todo símbolo tiene un número finito de divisores no iguales y que todo par de símbolos admite un máximo común divisor. Luego en virtud del teorema V, Cap. I, el conjunto de los símbolos ya está completado. Sin embargo el teorema III no se cumple, así p. ej. haciendo

$$\alpha = (1, 9, 0) \quad \beta = (1, 9, 3) \ , \ \gamma = (1, 3, 0)$$

se verá fácilmente que el máximo divisor de α y γ y de β y γ es el mismo, o sea $\delta = (3, 3, 0)$, y el mínimo común múltiple de α *y* γ y β y γ es también el mismo:

$$\mu = (3, 1, 0);$$

sin embargo α y β no son iguales puesto que para que dos símbolos sean iguales es necesario que sea $a_1 = b_1 \ a_2 = b_2 \ a_3 \equiv b_3 \ (md \ a_2)$.

Otro ejemplo muy simple es el siguiente:

Dado un conjunto cualquiera consideremos todas las familias F de subconjuntos de este conjunto que verifican

a) Todo elemento del conjunto pertenece a algún subconjunto de F.

b) Dos subconjuntos de F no tienen elementos comunes.

Escribimos $F \subset F'$ cuando cada subconjunto de F está contenido en algún subconjunto de F'. Es fácil ver que las familias F forman una estructura « muy fuerte », y por lo tanto ya están completadas por los anágenos. Sin embargo no siempre tales estructuras son distributivas.

Así supongamos que el conjunto se compone de 3 elementos a, b, c.

Consideremos las tres familias

$$F_1 \{ (a , b) \ ; (c) \} \qquad F_2 \{ (a , c) \ ; (b) \} \qquad F_3 \{ (a) \ ; (b , c) \}$$

entonces

$$F_1 + F_2 = \{ (a , b , c) \} \ \text{y} \ (F_1 + F_2) \ . \ F_3 = F_3 = \{ a , (b , c) \}$$

mientras que

$$F_1 F_3 = \{ (a) \ ; \ (b) \ ; \ (c) \} \ F_2 F_3 \{ (a) \ ; \ (b) \ ; \ (c) \}$$

y

$$F_1 F_3 + F_2 F_3 = \{ (a) \ ; \ (b) \ ; \ (c) \} \neq F_1 + F_2 \ . \ F_3 \ .$$

De estructuras de este tipo nos ocuparemos más detalladamente en el capítulo que sigue.

10. — Examinando la demostración dada del teorema II se verá que en ella sólo se utilizaron las siguientes propiedades de los anágenos e (i):

1) Si $a \varepsilon A_e (A_i)$ $a_1 \supset a (a_1 \subset a)$ es $a_1 \varepsilon A_e (A_i)$
2) Si $a \varepsilon A_e$ $b \varepsilon A_e$ $(a, b \varepsilon A_i)$ es $a . b \varepsilon A_e$ $(a + b \varepsilon A_i)$
3) La composición e (i) de anágenos es un anágeno.

La condición 3) equivale a la siguiente

3a) Si $d = a.b$ $d_1 \supset d$ existen $a_1 \supset a$ $b_1 \supset b$ tales que $d_1 = a_1 . b_1$
(Si $m = a + b$ $m_1 \subset m$ existen $a_1 \subset a$ $b_1 \subset b$ tales que $m_1 = a_1 + b_1$)

Además, de las propiedades de estructuras sólo se utilizaron las dos siguientes:

a) Si $a \supset b$ $b \supset c$ es $a \supset c$; b) Si $a.b = c$ es $a \supset c$
(Si $a \subset b$ $b \subset c$ es $a \subset c$) (Si $a + b = c$ es $a \subset c$).

Esta observación nos permite extender los resultados obtenidos de la siguiente manera:

Diremos que un conjunto parcialmente ordenado es un « *espacio base e* » cuando en él está definida una función uniforme o multiforme $D (a, b)$ que hace corresponder a todo par de elementos uno o infinitos elementos del conjunto y satisface a las dos siguientes condiciones:

I Si $D (a , b) = c$ es $a \supset c$ $b \supset c$
II Si $d = D (a, b)$ y $d_1 \supset d$ existen $a_1 \supset a$ $b_1 \supset b$ tales que $d_1 = D (a_1, b_1)$.

Acá $d = D (a, b)$ significa que d es uno de los valores que la función D hace corresponder al par a, b.

A todo espacio-base e hacemos corresponder anágenos e de esta base que son conjuntos A_e que verifican las siguientes dos condiciones:

A) Si $a \varepsilon A_e$ y $a_1 \supset a$ es $a_1 \varepsilon A_e$.

B) Si $a \varepsilon A_e$ $b \varepsilon A_e$ es $D (a,b) \varepsilon A_e$, donde $D (a , b)$ es cualquiera de las determinaciones de la función.

Diremos que un anágeno de la base precede a otro de la misma si lo contiene. En símbolos $A_e \supset A'_e$ si $A_e < A'_e$.

De II se deduce que la composición e de dos anágenos A_e, A'_e, o sea el conjunto formado por los elementos de A_e, A'_e y los posibles elementos de la forma $D(a, a')$ donde $a \varepsilon A_e$ $a' \varepsilon A'_e$, es un anágeno e de la base. Además el producto de dos o infinitos anágenos de la base es evidentemente un anágeno. Por lo tanto los anágenos forman una estructura muy fuerte (vea la nota del § 4), y además distributiva, puesto que las demostraciones de este capítulo son válidas para los anágenos e de la base, como lo hemos hecho observar.

De las subestructuras distributivas de la estructura de los anágenos de la base distinguimos la siguiente que llamaremos *estructura asociada a la base*. Esta está definida de la manera siguiente: Consideremos el conjunto de los anágenos de la base tales que cada uno contiene un elemento que precede a todos los demás. Luego consideramos los posibles productos y composiciones de estos anágenos y de los anágenos resultantes. La estructura así obtenida sigue siendo distributiva y es la estructura que llamamos « asociada » a la base e.

Evidentemente que toda estructura distributiva es una base e si hacemos $D(a, b) = a.b$ y los anágenos de la estructura asociada a esta base son los anágenos de la estructura misma y recíprocamente, es decir que la estructura de la base es en este caso la estructura misma. Es decir que toda estructura distributiva es una estructura asociada a una base. Pero una estructura no distributiva no puede considerarse como asociada de una base haciendo $D(a, b) = a.b$, puesto que en este caso no se verifica la condición II.

En el capítulo siguiente vamos a mostrar que en toda estructura puede definirse la función D de modo que la estructura sea una base, y además de tal manera que si la estructura es distributiva la función D coincide con el producto de la misma (principio de permanencia).

Es evidente que de la misma manera se definen las bases i y se extienden a éstos todos los resultados precedentes.

(*Concluirá*)

SUR UN NOUVEAU RÉACTIF GÉNÉRAL DE LA FORME ÉNOLIQUE: LE NITRATE MERCUREUX. (IV) ÉTABLISSEMENT DU MECANISME DE LA RÉACTION

PAR

M. ENRIQUE V. ZAPPI ET Mlle. ALICE MANINI

Résumé

La capacité de réduire a mercure métallique la solution de nitrate mercureux, qui possèdent les énols et d'autres substances avec des doubles liaisons actives, peut être expliquée par l'état d'équilibre dans lequel se trouvent les sels mercureuses, exprimé par l'équation:



$$(NO_3)_2Hg_2 \leftrightarrows Hg + (NO_3)_2Hg$$

Par son action mercurisante le nitrate mercurique donne lieu a la formation de complèxes peu solubles avec les énols et substances actives, ce qui provoque le déplacement de la réaction vers la droite, et la séparation de mercure métallique pour rétablir l'équilibre.

Nous avons annoncé dans des mémoires antérieures ([1–3]) que le nitrate mercureux est un réactif de la forme énolique, d'un caractère bien plus général que celui du chlorure férrique, étant capable de réveler aussi l'existence de pseudo-formes et de doubles liaisions actives qui échappent a l'investigation avec ce dernier réactif.

En résumant, notre observation fondamentale était, que les substances dont les molécules possèdent les fonctions énolique — C (OH) = CH —, imino-alcool — C (OH) = NH, thioimino-alcool — C (SH) = NH, isonitrile = C = NH, isocyano et isothio-

(1) Zappi E. V., *Anales Asoc. Quím. Argentina*, 1931, **19**; 199. *Bull. Soc. Chim. de France*, 1932, **51**; 54.

(2) Zappi E. V. et A. T. Williams, *Anales Asoc. Quím. Argentina*, 1932, **20**; 147. *Bull. Soc. Chim. de France*, 1932, **51**; 1258.

(3) Zappi E. V. et A. Manini, *Anales Asoc. Quím. Argentina*, 1934, **22**; 21.

cyano, $O = C = H$ et $S = C = NH$, isonitro $R_2C = N \langle^{OH}_{O}$, allylique $— CH_2 — CH = CH_2$ ou acétylenique $— C \equiv C —$, réduisent la solution de nitrate mercureux, en produisant la précipitación de mercure métallique très finement divisé.

Dans la présente mémoire nous donnons les résultats des études réalisés en vue d'établir les causes qui originent la précipitation du mercure des sels mercureuses et tachons d'établir une interprétation du mécanisme de cette réaction des énols.

Notre première observation donnà lieu a d'autres travaux de comprobation et de interprétation, dont quelques uns ont porté leurs auteurs a des conclusions imprévues.

Dansi et Sempronj ([4]) ont étendu ses investigations a d'autres substances et trouvèrent des règultats qui s'accordent avec la spécifité de nôtre réactif.

La méthyl-éthylcetone, la méthyl-nonylcetone, la méthyl-hepténone, capables de prendre la forme énolique le réduisent immédiatement a mercure métallique.

D'autres cétones, telles que la méthyl-acétophénone et la propylphenone, originent aussi une réduction, tout en passant par des composés intermédiaires de couleur jaune qui après un chauffage très lèger produisent du mercure métallique.

Etant donnée la rapidité de sa décomposition, ces corps jaunes n'ont pu être analysés, mais les auteurs ont constaté qui ne sont pas des nitrates basiques; qu'ils contiennent de la matière organique; qui réagissent comme des composés mercureux et que par l'action de la chaleur ils se décomposent en dégageant des gas niteux.

Parmi les nitriles, Dansi et Sempronj ont trouvé que le benzonitrile ni le p-nitro-benzonitrile ni l'acétonitrile, preparé avec de l'acétamide, n'ont pas d'action sur le nitrate mercureux, tandis que l'acétonitrile preparé avec du sulphate de méthyle et cyanure de potasium, et qui contienne par celà des petites quantités de méthyl carbylamine, est réducteur.

Ils résument leurs observations en disant que le « reactif de Zappi » est d'un emploi facile et complètement général.

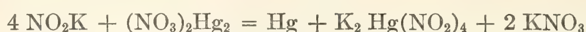
Sarkar et Ray ([5]) ont noté que les solutions des formiates alcalins réduisent la solution de nitrate mercureux, tandis que l'acide formique ou les formiates alkyliques ne le font pas. En partant de ce

([4]) Dansi A. et A. Sempronj, *Gazz. Chim. Ital.*, 1933, 63; 560.
([5]) Sarkar P. B. et B. C. Ray, *Nature London*, 1936, t. 137; p. 495.

phénomène ils tirent des conséquences intéressantes sur la structure électronique de l'acide formique, études qui ont donné naissance a plusieurs travaux physico-chimiques sur la même question (6).

Fialkow (7) attribue la réduction des sels mercureuses par les sulfocyanates a la facilité qui possède l'ion sulfocyanique pour former des complèxes avec le sels mercuriques, occasionnant de cette manière la séparation de mercure métallique. Il étudia la décomposition du chlorure, bromure, iodure, acétate, sulfate, et benzoate mercureux et trouva que dans tous les cas il y a précipitation de la moltié du mercure contenu dans le sel mercureux.

Une conclusion analogue est annoncée par Abbeg et Pick (8) comme résultat de ses études sur la décomposition du nitrate mercureux par le nitrite de potasium, laquelle répond a l'équation:



$$4\,NO_2K + (NO_3)_2Hg_2 = Hg + K_2\,Hg(NO_2)_4 + 2\,KNO_3$$

Plus récemment Tananaeff et Ostroshinskaja (9) suivèrent quantitativement la réaction antérieure sur le nitrate, sulfate et acetate mercureux et démontrèrent qu'elle peut être représentée toujours par l'égalité:



$$2\,Hg^{-} = Hg + Hg^{--}$$

Cette disproportion a été dejà signalé, il y a beaucoup de temps par M. Lang (10) lequel après avoir ajouté de la pyridine a une solution de nitrate mercureux nota que simultanément avec une séparation de mercure métallique le liquide perdait ses réactions mercureuses pour ne presenter plus que celles mercuriques.

Selon Abel (11) le mercure, dans les solutions mercureuses, se trouve en équilibre parmi ses divers degrés d'oxydation, ce qui

(6) Ray S. K., *Journ. Indian Chem. Soc.*, 1936, t. 13; p. 484. - Seshadri T. S., *Current Science*, 1936, t. 4; p. 650 et 812. - Wheelter T. S., Idem, ídem, p. 650; 1936, t. 5; p. 17. - Small P. A. et H. Wolfenden, *Journ. Chem. Soc. London*, 1936, p. 1811. - Madhusudanan P. K., *Journ. Indian Chem. Soc.*, 1937, t. 14; p. 172.

(7) Fialkow J., *Communication privée et après en Zeitschr. anorg. allgem., Chemie*, t. 205; p. 235.

(8) Abegg R. et H. Pick, *Zeitschr. anorg. allgem. Chem.*, 1906, t. 51; p. 20.

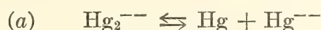
(9) Tananaeff N. A. et G. I. Ostroshinskaja, *Ukrain. Chem. Journ.*, 1930, t. 5; p. 67. *Chem Zentr.*, 1930, t. 2; 1581.

(10) Lang, *Ber. D. Ch. G.*, 1888, t. 21; p. 1578.

(11) Abel E., *Zeitschr. anorg. allgem. Chem.*, 1901, t. 26; p. 361.

explique la tendence des composés mercureux a se dédoubler en mercure et sel mercurique, dès que les conditions sont favorables.

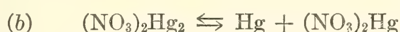
Dans le traité d'Abegg ([12]) cet équilibre est representé ioniquement par l'équation:



$$(a) \qquad Hg_2^{--} \leftrightarrows Hg + Hg^{--}$$

en signalant que la réaction peut se déplacer vers la droite lorsque l'ion Hg^{--} est introduit dans un complèxe suffisamment insoluble, ce qui détermine la précipitation de mercure métallique.

Par analogie avec les faits signalés, nous pensons que la solution de nitrate mercureux est dissociée selon:



$$(b) \qquad (NO_3)_2Hg_2 \leftrightarrows Hg + (NO_3)_2Hg$$

et que la réaction des énols et d'autres substances actives provient de sa combination avec le nitrate mercurique, formant un complèxe, ce qui dérange l'équilibre et donne lieu à une separation de mercure finement divisé.

Dans cette mémoire nous presentons les données expérimentales qui semblent confirmer nôtre hypothèse.

Parte expérimentale

Pour établir la posibilité de nôtre interprétation de la réaction des énols avec le nitrate mercureux nous avons observé les variations qui subit la concentration de l'ion mercureux après sa réaction sur des quantités molaires de substances actives, récueillant et pésant simultanément le mercure qui se dépose dans chaque opération.

Les complèxes formés par l'alcool allylique et la pyridine, en réagissant sur le nitrate mercureux ont été isolés et comparés avec ceux qui se forment avec le nitrate mercurique.

Effets de l'adition de 1 *mol. d'énol ou de substance active à une solution de nitrate mercureux.* — Cettes réactions furent établies en versant 0,01 mol. d'acétylacétate d'ethyle, a'alcool allylique ou de pyridine, dissous dans 5 cc. d'alcool, dans 50 cc. d'une solution de

([12]) Abegg R. et F. Auerbach, *Handbuch der anorganischen Chemie.* Leipzig, 1905, t. 2; p. 599.

nitrate mercureux, preparée selon (1), et dont la concentration initiale correspondait a 14,8 g. de mercure dans 100 cc.

Quelques minutes après, lorsque le liquide est bien limpide, on le filtre en récueillant le mercure precipité sur un filtre double, lavant avec de l'acide acétique (1 %) jusqu'à disparition de réaction mercureuse, puis avec de l'alcool et de l'éther.

On séche sur de la potasse caustique dans un exsiccateur qui contient un vase avec quelques globules de mercure et on pèse 24 heure après.

Sur une partie aliquote du liquide filtré on détermine la concentration residuelle de l'ion mercureux, en précipitant avec un excés de chlorure de sodium (13) et exprimant le résultat comme du mercure métallique.

Les tableaux I, II et III présentent les données dans la forme suivante:

La première colonne indique la concentration primitive de la solution mercureuse expresée en grammes de mercure; la deuxième, donne la concentration après avoir adjouté a la solution 0,01 mol. de substance active. La troisième porte la différence trouvée entre les deux chiffres antérieures, et la quatrième colonne est le poids du mercure métallique recueillé dans chaque opération.

Tableau I. — *Action de* 0,01 *mol. d'ester acetylacétique* (*gr.* 1,3) *sur* 50 *cc. d'une solution de nitrate mercureux*

Concentration en Hg			Poids du Hg précipité
Initiale	Finale	Différence	
7,410	5,308	2,102	1,099
7,410	5,405	2,005	0,996
7,410	5,357	2,053	1,040
7,410	5,340	2,070	0,965
7,410	5,315	2,095	1,168
7,410	5,310	2,100	1,163
7,410	5,489	1,921	0,914
	Moyenne	2,049	1,049

(13) Treadwell F. P., *Trattato di Chimica Analitica*, 1ère. ed. italienne, Valiardi, Milano, t. 2; p. 127.

TABLEAU II. — *Action de* 0,01 *mol. d'alcool allylique* (*gr.* 0,58) *sur* 50 *cc. d'une solution de nitrate mercureux*

Concentration en Hg			Poids du Hg précipité
Initiale	Finale	Différence	
7,410	5,316	2,094	1,038
7,410	5,349	2,061	1,063
7,410	5,406	2,004	1,009
	Moyenne	2,053	1,036

TABLEAU III. — *Action de* 0,01 *mol. de pyridine* (*gr.* 0,79) *sur* 50 *cc. d'une solution de nitrate mercureux*

Concentration en Hg			Poids du Hg précipité
Initiale	Finale	Différence	
7,410	5,412	1,998	0,990
7,410	5,392	2,018	0,994
7,410	5,478	1,932	0,956
	Moyenne	1,982	0,980

Action comparée des nitrates mercureux et mercurique sur la même substance active. — La précipitation de mercure observée quand on laisse agir les substances a forme énolique ou active sur les solutions de nitrate mercureux, est souvent accompagnée par la formation d'un complèxe mercuriel.

Nous avons taché d'isoler ces composés mais, malheureusement, dans beaucoup de cas il a été impossible de les purifier étant donnée leur insolubilité ou parce qu'ils continuaient a déposer du mercure après leur cristallisation.

Ce n'est que l'alcool allylique ou la pyridine qui se prètent bien a l'obtention de composés mercuriels purs, et nous les avons utilisés pour baser nos conclusions.

Action du nitrate mercureux sur l'alcool allylique. — Sur 50 cc. de la solution de nitrate mercureux nous avons versé 10 cc. d'alcool allylique dissous dans 30 cc. d'alcool ordinaire. On observe la sé

paration instantanée de mercure métallique, et on filtre maintes fois jusqu'a obtention d'un liquide limpide dans lequel commence a ce former un precipité.

Lavé a l'alcool et seché a l'air il forme des écailles blanches cristallines.

Analyse. — Dosage du mercure comme HgS.

A peu près 0,2 g. de substance sont traités par 20 cc. d'acide chlorhydrique concentré, 0,5 gr. de chlorate de potassium et évaporés lentement a siccité. On dilue avec de l'acide chlorhydrique dilué 1/10 et précipite avec de l'hydrogène sulfuré.

Le precipité est filtré, lavé; seché a 100-105° et pesé.

Substance, g. 0,2322	; HgS, g. 0,1695	; Trouvé Hg % 62,925
Substance, g. 0,2681	; HgS, g. 0,1948	; Trouvé Hg % 62,635
Substance, g. 0,2185	; HgS, g. 0,1597	; Trouvé Hg % 63,005
Substance, g. 0,2408	; HgS, g. 0,1757	; Trouvé Hg % 62,899
	Moyenne	; Trouvé Hg % 62,866

Le composé possède un aspect cristallin; sa solution dans l'acide sulfurique dilué n'absorbe pas du brome et donne un precipité blanc avec de l'acide chlorhydrique.

Il est soluble dans l'eau bouillante, d'ou récristallise par réffroidissement.

Les cristaux sechés sur acide sulfurique et a l'obscurité ont donné a l'analyse.

Analyse. — Dosage du mercure comme HgS.

Substance, g. 0,2162	; HgS, g. 0,1718	; Trouvé Hg % 68,484
Substance, g. 0,2211	; HgS, g. 0,1752	; Trouvé Hg % 68,308
	Moyenne	; Trouvé Hg % 68,396

Action du nitrate mercurique sur l'alcool allylique. — Dans 25 cc. d'une solution de nitrate mercurique d'une concentration égale a celle du nitrate mercureux employée dans ce travail, on verse 5 cc. d'alcool allylique dissous dans cc. 15 d'alcool éthylique.

Il ne se forme pas de mercure dans cette réaction et le composé mercuriel cristalise tout directement. Après deux heures on filtre, lave et sèche.

Analyse. — Dosage du mercure comme HgS.

Substance, g. 0,2124 ; HgS, g. 0,1564 ; Trouvé Hg % 63,47
Substance, g. 0,1817 ; HgS, g. 0,1323 ; Trouvé Hg % 62,76

Moyenne ; Trouvé Hg % 63,12

Action du nitrate mercureux sur la pyridine. — Dans cc. 10 de la solution de nitrate mercureux on verse cc. 5 de pyridine dissoute dans 10 cc. d'alcool. Après una heure on filtre pour séparer le mercure précipité; le liquide clair est additionné de cc. 10 d'alcool est laissé cristalliser pendant 24 heures.

Le composé est lavé a l'alcool et seché sur plaque.

Analyse. — Dosage de mercure comme HgS.

Substance, 0,2196 g. ; HgS, g. 0,1027 ; Trouvé Hg % 40,35
Substance, 0,2217 g. ; HgS, g. 0,1030 ; Trouvé Hg % 40,04

Récristallisé dans l'eau chaude, lavé a l'alcool et seché sur l'acide sulfurique il constitue des cristaux blancs. P. F. 246-248°.

Analyse. — Dosage du mercure comme HgS, selon la méthode antérieure.

Substance, g. 0,2136 ; HgS, g. 0,1020 ; Trouvé Hg % 41,16
Calculé pour 2 $C_5H_5N.H\ (NO_3)_2$ Hg % 41,56

Action du nitrate mercurique sur la pyridine. — On verse cc. 5 de pyridine dissoute dans cc. 10 d'alcool, dans cc. 25 d'une solution de nitrate mercurique a égale concentration que celle mercureuse employée. Il se forme inmédiatement un précipité blanc cristallisé, sans séparation de mercure.

Après demie-heure on filtre, lave a l'alcool et sèche a l'air. Cristaux blancs solubles dans l'eau chaude.

Analyse. — Dosage du mercure comme HgS.

Substance, g. 0,1443 ; HgS, g. 0,0635 ; Trouvé Hg % 37,92
Calculé pour 2 $C_5H_5N.Hg\ (NO_3)\ 2H_2O$ Hg % 38,68

Le composé récristallisé dans l'eau, et seché sur l'acide sulfurique, forme des cristaux blancs. P. F. 246-248°.

Analyse. — Dosage du mercure comme HgS.

Substance, g. 0,2157 ; HgS, g. 0,1030 ; Trouvé Hg % 41,15
Calculé pour 2 $C_5H_5N.Hg(NO_3)_2$ Hg % 41,56

Discussion

L'inéstabilité caractéristique des sels mercureuses peut être expliquée en considérant leur état de dissociation expresé par les équations (*a*) ou (*b*).

Maintes, causes peuvent rompre l'état d'équilibre et déplacer la reaction vers la droite, telles l'action de la lumière, d'une chaleur légère et jusque la simple action d'un dissolvent.

François indiqua la décomposition subie par l'iodure mercureux [14] lors de sa dissolution dans l'alcool, le phenol ou l'aniline, avec séparation de mercure.

Le chlorure mercureux est décomposé par ébullition avec de l'eau ou alcool [15] ainsi que le formiate ou l'acétate mercureux das les mêmes conditions [16].

Les solutions de nitrate mercureux chauffées a l'ébullition dégagent du mercure qui se volatilise et peut être condensé dans la vapeur distillée.

Cette curieuse propriété qui semble avoir être indiquée par Proust dès 1816 et qui ne figure pas dans les traités modernes, a été demontré de nouveau par Hada [17] lequel soutient qu'une décomposition analogue se produit même a froid, quand l'on dissout le nitrate mercureux pur dans l'eau.

Les solutions concentrées d'iodure de potassium, des chlorure alcalins et d'acide chlorhydrique a l'ébullition produissent aussi une séparation partiale du mercure des sels mercureuses [18].

D'une manière semblable agissent les solutions des cyanures ou d'acide cyanhydrique [19].

(14) François, *Compt. rend. Acad. Sciences*, 1895, t. 121; p. 253.

(15) Schmidt E., *Lehrbuch der pharmazeut Chemie*, 1919; p. 1186.

(16) Gmelin-Kraut, *Handbuch der anorganischen Chemie*, 1912, t. 5; p. 826.

(17) Hada, *Journ. Chem. Soc. London*, 1896, t. 69; p. 1667.

(18) Wentzki, *Zeitschr. angew. Chemie*, 1905, t. 18; p. 696. - Richards T. W. et E. H. Archibald, *Zeitschr. phys. Chem.*, 1902, t. 40; p. 385. - Fialkow J. et N. Tschownik, *Zeitschr. anorg. allg. Chemie.*, 1934, t. 219; p. 382.

(19) Jahn Fr., *Lieb. Ann.* 1837, t. 21; p. 149. - Wollschlaeger E., *Chem. Zentr.*, 1912, t. 2; p. 741, 1687. - Gmelin-Kraut, *Handbuch d. anorganischen Chemie*, 1912, t. 5; p. 347, 439, 641. - Zappi E. V. et A. Manini, *Anal. Asoc. Chim. Argentina*, 1934, t. 22; p. 21. - Clark R., *Journ. Chem. Soc. London*, 1936; p. 1050.

Les sulfocyanates (7 et 20), nitrites (8, 9 et 21), sulfites [22], ammoniaque [23]; les amines et aminoacides (10, 14 et 24); les alcaloïdes [25] aussi provoquent le dédoublement des sels mercureuses dans mercure et sels mercuriques, et dans tous ces cas avec formation de complèxes mercuriels.

Les sels mercuriques jouissent extensivement, de la propriété de remplacer des hydrogènes dans les composés aliphatiques ou aromatiques par du mercure, ou de s'additionner sur les doubles ou triples liaisons, des sels complèxes; propriétés découvertes et étudiées par O. Dimroth et K. A. Hofmann et bien d'autres chimistes [26].

L'introduction directe du mercure dans les substances organiques possède un caractère si general qu'il a été designé par le terme « mercuration » analoguement a ceux sulfonation, nitration ou halogénation.

Dès que les solutions de nitrate mercureux contiennent du nitrate mercurique, c'est possible sa fixation sur les doubles liaisons énoliques ou actives pour donner un complèxe peu soluble.

En conséquence l'equilibre initial:



$$(NO_3)_2\,Hg \leftrightarrows Hg + (NO_3)_2Hg$$

serà troublé et pour le rétablir une certaine quantité de mercure devra se séparer.

Les conséquences d'une telle hypothèse seraient les suivantes:

1ère. — Pour chaque atome gramme de mercure qui se trouve sépare, 2 at. gr. de sel mercureux doivent disparaitre de la solution.

(20) Pollacci E., *Chem. Zentr.*, 1904, t. 1; p. 1070. Idem t. 2; p. 478. Idem 1908, t. 1; 1576. - Grossmann H., *Zeitschr. Electrochem.*, 1903, t. 9; p. 736. *Zeitschr. Anorg. Chem.*, 1905, t. 43; p. 356.

(21) Lang R., *Journ. pratc. Chem.*, 1862, t. 68; p. 295. - Gmelin-Kraut's, *Handbuch*, 1912, t. 5; p. 637.

(22) Gmelin-Kraut's, *Handbuch*, 1912, t. 5; p. 638.

(23) Kane R., *Lieb. Ann.*, 1836, t. 18; p. 298. - Voyez aussi la blibliographie citée dans Gleditsch E. et Th. F. Egidius, *Zeitschr. anorg. allg. Chem.*, 1936, t. 226; p. 265.

(24) Grossmann H., *Ber. d. Chem. G.*, 1904, t. 371; p. 1253. - Houben, *Die Methoden der organischen Chemie*, Leipzig, 1924, t. 4; p. 562.

(25) Zwikker J., *Chem. Zentr.*, 1934, t. 1; 1360.

(26) Voyez: F. C. Whitmore, *Organic Compounds of Mercury*, New York, 1921. - E. Krause et A. von Grosse, *Die Chemie der metall-organischen Verbindungen*, Berlín 1937.

2ème. — Il doit se former un complèxe mercuriel avec l'ion mercurique présent.

3ème. — Si la formation du complèxe est due a l'ion mercurique présent dans la solution mercureuse, on devra obténir le même complèxe mercuriel tout en employant indifféremment des solutions mercureuses ou mercuriques.

L'observation et la comparation des chiffres presentées dans les tableaux I, II et III, démontre que le poids du mercure mercureux, disparu de la solution et celui du mercure métallique récouvré sont dans tous cas dans une rélation très approchée, comme 2 à 1.

En considérant que l'atome gramme de Hg = 200,6, nous pouvons bien dire que l'addition de 2 mols. d'une substance active a une solution mercureuse produit la diminution de 2 at. gr. de Hg mercureux, dont 1 at. gr. de Hg est récuperé a l'etat métallique et l'autre reste en solution comme ion ou combinaison mercurique.

Ainsi croyons nous démontrée l'éxactitude de la première conséquence.

La deuxième est évidente, parce que dans la plupart des réactions citées dans la littérature chimique ou dans celles effectuées par nous, il y a formation de complèxes mercuriels peu solubles et difficiles a purifier.

Seulement l'alcool allylique et la pyridine déposent des cristaux blancs de composés qui peuvent être analysés.

Finalèment. nous avons demontré que les mêmes complèxes ont été formés lorsque l'alcool allylique ou la pyridine agissent tant sur le nitrate mercureux que sur le mercurique.

En effet le composé de l'alcool allylique formé avec du nitrate mercureux, contient 62,9 et 68,42 % de mercure avant et après sa récristallisation.

Celui preparé du nitrate mercurique contient 63,1 et 68,6 % de Hg dans les mêmes circunstances.

Les composés de la pyridine avec les nitrates mercureux ou mercuriques donnent 41,16 et 41,15 % de mercure respectivement et ont le même point de fusion.

Cette quantité de mercure correspond a une substance de formule $2\ C_5H_5N . Hg\ (NO_3)_2$.

Dans le Beilstein ([27]) figure une combinaison isolé par Pesci: $2\ C_5H_5N . Hg\ (NO_3)_2 . 2\ H_2O$, dont le contenu en Hg = 38,68 %,

([27]) *Beilstein's Handbuch der organischen Chemie,* 3 Auf. 1899, t. 4; p. 107.

s'approche a celle du premier produit que nous avons isolé dans la réaction avec le nitrate mercurique.

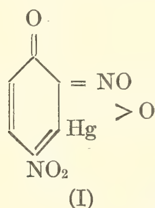
Les composés a 41,16 et 41,15 % de Hg seraient les produits de la deshydratation de ce dernier.

Ils semblent être idéntiques et confirmeraient notre hypothèse qui les atribue une origine commune a partir du nitrate mercurique présent dans les deux réactifs.

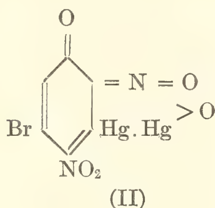
Un'autre façon d'éxpliquer les causes de la réaction est celle proposée par Mm. Dansi et Sempronj (4) consistant en admettre la formation intermédiaire d'un composé mercureux instable qui rapidement se dédoublerait dans mercure et composé mercurique.

En réalité ces auteurs fondent leur opinion sur la manière dont le nitrate mercureux réagit sur le picrate de potassium et sur le bromo-5-dinitro-2-4-phénate de potassium.

Dans le premier cas le réactif agit tout simplement en mercurisant la molécule et il se produit une substance jaune qui a été identifiée avec l'anhydride (I) dejà preparé par Hantzsch (28) lors de l'action de l'acide picrique sur l'oxyde mercure en milieu aqueux.



(I)



(II)

Dans l'autre réaction etudiée, ils obtinrent un composé qui donne les réactions des sels mercureuses et qui est réduit inmmediatement a mercure métallique par l'acétylacétate d'éthyle.

Par analogie avec les cas precédent ils assignèrent a ce composé la structure (II).

Dans les réactions effectuées avec d'autres nitrophénates ils constatèrent la formation de substances impures, en chemin de se réduire, et donnant aussi les réactions des composés mercureux, ce qui constitue pour Mm. Dansi et Sempronj une confirmation de leur hypothèse.

Sans avancer une opinion sur cette façon d'expliquer la réaction des enols sur le nitrate mercureux, nous dirons que dans toute la bibliographie consultée il n'est pas fait mention de complèxes mercu-

(28) Hantzsch, *Ber. d. chem. G.*, 1907, t. 40; p. 330.

reux, et qui pendant le cours de nos travaux ils n'ont pas été observés du tout.

Cependant, la difficulté géneralèment eprouvée dans la purification des composés mercuriels obténus au cours des réactions essayées, pourrait être bien un indice de la présence de complèxes mercureux instables et en voie de se décomposer.

Nous tacherons d'éclairer cette question dans une prochaine communication.

Facultad de Quimica y Farmacia
La Plata (Argentina)

UN LEPIDÓPTERO NUEVO QUE PERJUDICA EL NÍSPERO EN LA ARGENTINA

(Familia **Gelechiidae**)

POR

AUGUST BUSCK

Bureau of Entomology and Plant Quarantine,
United States Department of Agriculture

La siguiente descripción de una nueva especie de lepidóptero que perjudica la fruta del níspero en la República Argentina, me fué solicitada por el entomólogo Everard E. Blanchard de la División de Zoología Agrícola, del Ministerio de Agricultura de Buenos Aires.

Proclesis eriobotryae, nueva especie

Cara y cabeza de color amarillo claro, lisas. Palpo labial muy largo y delgado; el segundo segmento llega al vértice, liso, apenas engrosado con escamas, amarillo claro; segmento apical largo, pero más corto que el segundo, delgado, amarillo claro, escasamente salpicado con moreno en el lado externo, ápice agudo. Palpo maxilar corto, pero distinto, amarillo claro. Trompa larga, formando espiral con escamas amarillas en la base. Antena ¾, moreno rojizo claro; segmento basal sin peine. Tórax amarillo claro. Ala anterior amarillo claro, con las partes siguientes moreno rojizo oscuro: borde costal desde la base hasta el ápice, ápice, borde terminal y cilias; una primera mancha discal grande en el medio del ala, a veces confluyente con la raya costal; y una segunda mancha discal más pequeña en la extremidad de la célula, débilmente unida al borde dorsal moreno apagado por medio de una raya morena angosta. Todos estos dibujos morenos se borran fácilmente y se encuentran débiles en los adultos después del vuelo en los que el color amarillo del fondo predomina. Ala posterior ocráceo-blanquecina. Abdomen y patas claros ocráceos.

Nervulación típica del género (Fig. 3): ala anterior con todas las nervaduras; 2, 3, 4 y 5 casi equidistantes; 6 aproximada a la 7; 7 y 8 pecioladas a la costa; 9 nace de la base del pecíolo. Ala posterior con 7 nervaduras; 5 ausente; 3 y 4 pecioladas; 6 y 7 pecioladas.

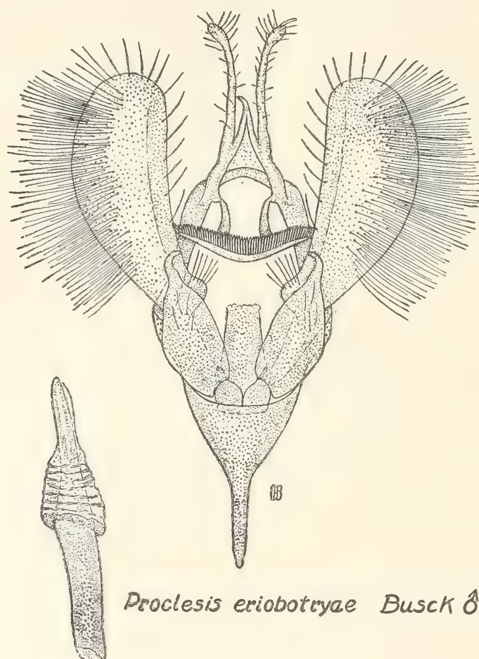


FIG. 1

Genitalia del macho típico del género (Fig. 1). Uncus débil, alargado, cónico, agudo. Socii muy alargados, filamentos delgados con ápices engrosados. Gnathos muy grande y prominente, con numerosos dientes en forma de rastrillo o peine transverso. Harpe dividido, parte superior más grande, espatulada, peludo y con los bordes engrosados; parte inferior fuertemente esclerotizada, terminando en una espina fuerte encurvada. Vinculum ancho, con borde engrosado y con apéndice largo anterior. Edego (*aedeagus*) casi recto, un poco ensanchado en el medio y con punta obtusa.

Genitalia de la hembra con el ostio (*ostium*) acopado y el extremo posterior del ductus bursae fuertemente esclerotizado; ductus largo; bursa ovalada, con signum angosto, fino y microespinoso, que casi alcanza el largo de la bursa.

Cada segmento abdominal con numerosas espinas antero-dorsales. Envergadura alar, 16-20 mm.

Tipo: U. S. National Museum, Nº 53116.

Localidad típica: Tucumán, Argentina.

Planta huésped: *Eriobotrya japonica,* LINDL.

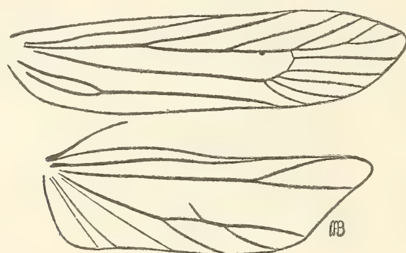


FIG. 2

Descripta de una serie de numerosos adultos criados por el Ing. Enrique F. Schultz de la fruta de nísperos en la Estación Experimental Agrícola de Tucumán, quien observa « que aunque en años anteriores esta plaga pasó inadvertida, había sido bastante abun-

dante durante la última estación (1938)». Las larvas se alimentan dentro de la fruta.

La especie presenta mucha similitud de tamaño y coloración con el tipo del género *Proclesis xanthoselene,* Walsingham, (Biologia Centrali Americana, vol. 4, p. 83, pl. 3, fig. 4, 1911), pero se separa fácilmente por los detalles de los dibujos y por la genitalia de ambos sexos. Las alas anteriores no presentan las escamas azul metálicascas de la especie de Walsingham y el ápice y borde terminal del ala son obscuros, contrastando con el ápice amarillo brillante del ápice alar de *P. xanthoselene.*



Proclesis eriobotryae Busck ♂

Fig. 3

La *P. xanthoselene* se alimenta de *Cassia grandis* en Panamá.

Meyrick (Genera Insectorum, Fasc. 184, 1925) colocó el género *Proclesis* como sinonimia de *Deoclona,* Busck, tipo *D. yuccasella* Busck (Proc. U. S. Nat. Mus., vol. 25, p. 837, pl. 30, figs. 24 y 24 bis, 1903), cuyas larvas se alimentan dentro de las cápsulas de semillas de la Yuca en la parte sudoeste de los Estados Unidos; pero aunque los dos géneros se hallan sin duda estrechamente vinculados, es preferible mantenerlos separados por las diferencias, tanto en los caracteres pterogósticos como de genitalia. La nervadura 9 del ala anterior de *Deoclona* se halla libre y no sale del peciolo de la 7 y 8, y el segmento apical del palpo labial es mucho más corto que en el género *Proclesis.*

El autor desea expresar aquí su sincero agradecimiento al entomólogo Everard E. Blanchard por haberle confiado material tan interesante y por la traducción al castellano de la descripción.

También agradece a la Sra. Foley Benson del Bureau of Entomology and Plant Quarantine, United States Department of Agri-

culture, por los excelentes dibujos de la nervulación alar y de la genitalia.

Summary

The author describes a new species of lepidopteron, *Proclesis eriobotryae*, n. sp., from Argentina, that damages the fruit of loquats (*Eriobotrya japonica*, Lindl.) in the province of Tucumán, where it was first noticed in 1938. The new species resembles *Proclesis xanthoselene*, Walsingham in size and colouring, but may be easily separated by the genitalia and details of the wing pattern. Meyrick sank *Proclesis* under *Deoclona*, Busck in 1925, but the author feels justified in retaining *Proclesis* on differences in genitalia and pterogostic characters.

SOBRE LAS INVASIONES DE AIRE POLAR

POR

EMILIO L. DIAZ

SUMARY

The autor is trying to investigate the caues producing the polar air sweeping on Argentina, and its mechanisme.

The results found are: it seems to be a augmentation of velocity of the air mass rising on tropical zones, then travelling in the inner of the stratosphere, doing, during its pass by the levels aloft the oceanic anticyclons of midle latitudes, a extension of the warmer air, southward. When the polar air masses increases its energy by the arrive of the travelling upper air; it wold originate the « cyclons train », and following that « train », the polar air will sweep the Argentine territory.

The factor cóntrolling that circulation seems to be the solar radiation.

The lag of making phenomena, is about 20 days; with a first solar radiation maximum 12 days before the « Sweeping », followed by the stratospheric wind maximum 1 day after.

The hipotesis explained conects the results got by the dinstics observers.

El presente trabajo fué emprendido con el objeto de tratar de investigar la génesis y mecanismo, que produce la invasión de las masas de aire polar sobre nuestro país; el procedimiento seguido consistió en determinar las fechas de iniciación del fenómeno considerado (« escobazo » de aire polar) y establecer a partir de ese momento, hacia atrás y hacia adelante, la evolución de las variables meteorológicas.

Se determinaron todas las fechas de comienzo de invasión de aire polar a la Patagonia, desde el 1º de Enero de 1936, al 30 de Junio de 1937; ocasionalmente se fijaron las fechas análogas, para Junio, Julio y Agosto de 1935; Agosto, Septiembre y Octubre de 1937; y Julio, Agosto y Septiembre de 1938; con el objeto de analizar los datos de los sondajes estratosféricos realizados en Omaha (EE. UU.), a fin de ligar la invasión del aire polar con la circulación de altas capas de la Atmósfera.

Los factores empleados en este trabajo fueron:

Radiación solar.
Temperatura en Panamá. (Lat. 12° N.).
Viento a 6.000 mts. de altura en Omaha (EE. UU.), dirección media NNW. (Lat. 41° N.).
Viento a 12.000 mts. de altura en Omaha (EE. UU.), dirección medía WNW.
Viento a 22.000 mts. de altura en Omaha (EE. UU.), dirección media E.
Presión atmosférica en Villa Mercedes (Argentina) (Lat. 34° S.).
Presión atmosférica en Río Gallegos (Argentina) (Lat. 52° S.).
Presión atmosférica en Orcadas (Argentina) (Lat. 61° S.).
Viento a 3.000 mts. de altura en F. Norhona (Brasil) (Lat. 4° S).
Viento a 6.000 mts. de altura en C. Redentor (Argentina) (Lat. 33° S.).
Viento a 5.000 mts. de altura en C. Rivadavia (Argentina) (Lat. 46° S.).

Para estas variables se anotaron, día por día, todos los valores de las mismas que precedían a cada invasión de aire polar, escribiéndolos horizontalmente hasta 48 días antes (70 días antes para F. Noronha), promediando luego por columnas los valores que correspondían a: 1 día antes, 2 días antes,..... 23 días antes,..... 48 días antes.

Presión en Villa Mercedes

Fecha « esc. polar »	Días antes 0	1	2	
My 5/37	60	64	65	.... etc.
My 9	57	61	57	.... etc.
My 12	62	65	64	.... etc.
.	.	.	.	....
.	.	.	.	....
.	.	.	.	....
.	.	.	.	....
Etc.	etc.	etc.	etc.	.... etc.
Promedio	....	....	....	.... etc.

En total se han analizado más de 102 « escobazos » polares.

Con los valores así obtenidos, se calcularon otros deducidos de promediar 3 días consecutivos:

$$y' = \frac{y_n + y_{n+1} + y_{n+2}}{3} \qquad [1]$$

Y a su vez para el análisis de las ondas de períodos largos, se promediaron 5 valores consecutivos de y' :

$$y'' = \frac{y'_n + y'_{n+1} + y'_{n+2} + y'_{n+3} + y'_{n+4}}{5}$$

Lo que equivale a hacer:

$$y'' = \frac{y_n + 2\,y_{n+1} + 3\,y_{n+2} + 3\,y_{n+3} + 3\,y_{n+4} + 2\,y_{n+5} + y_{n+6}}{15} \qquad [2]$$

Y además se consideraron los valores individualmente, con el fin de eliminar las ocasiones, en que el proceso de suavización falseara los hechos.

El análisis efectuado mostró que en líneas generales el origen de cada invasión de aire polar al territorio de nuestro país, hay que buscarlo en los fenómenos solares que ocurren a partir de unos 20 días antes del mencionado « escobazo polar ».

Mostró asimismo el análisis, como van conectados entre sí los resultados obtenidos por diversos observadores y por nosotros, entre la radiación solar; la presión y la temperatura de diversas zonas de la tierra; así como la ligazón que nosotros determinamos entre dicha radiación y el viento en la base de la estratosfera, en trabajos anteriores, aparecidos en estos mismos *Anales*.

Analicemos ahora la onda obtenida eliminando la de 3 días), (promedios de los valores correspondientes a 3 días consecutivos) disponiendo las curvas en la forma que muestra la figura 1 y 1 bis, radiación solar, temperatura en Panamá, viento a 12.000 y 22.000 mts. en Omaha (como representación de la circulación estratosférica), presión en Villa Mercedes, presión en Río Gallegos, y presión en Orcadas; podemos notar que la aparente desordenada evolución de los mismos desaparece cuando empiezo a manifestarse las oscilaciones del valor de la radiación solar que determinarán el « escobazo polar ».

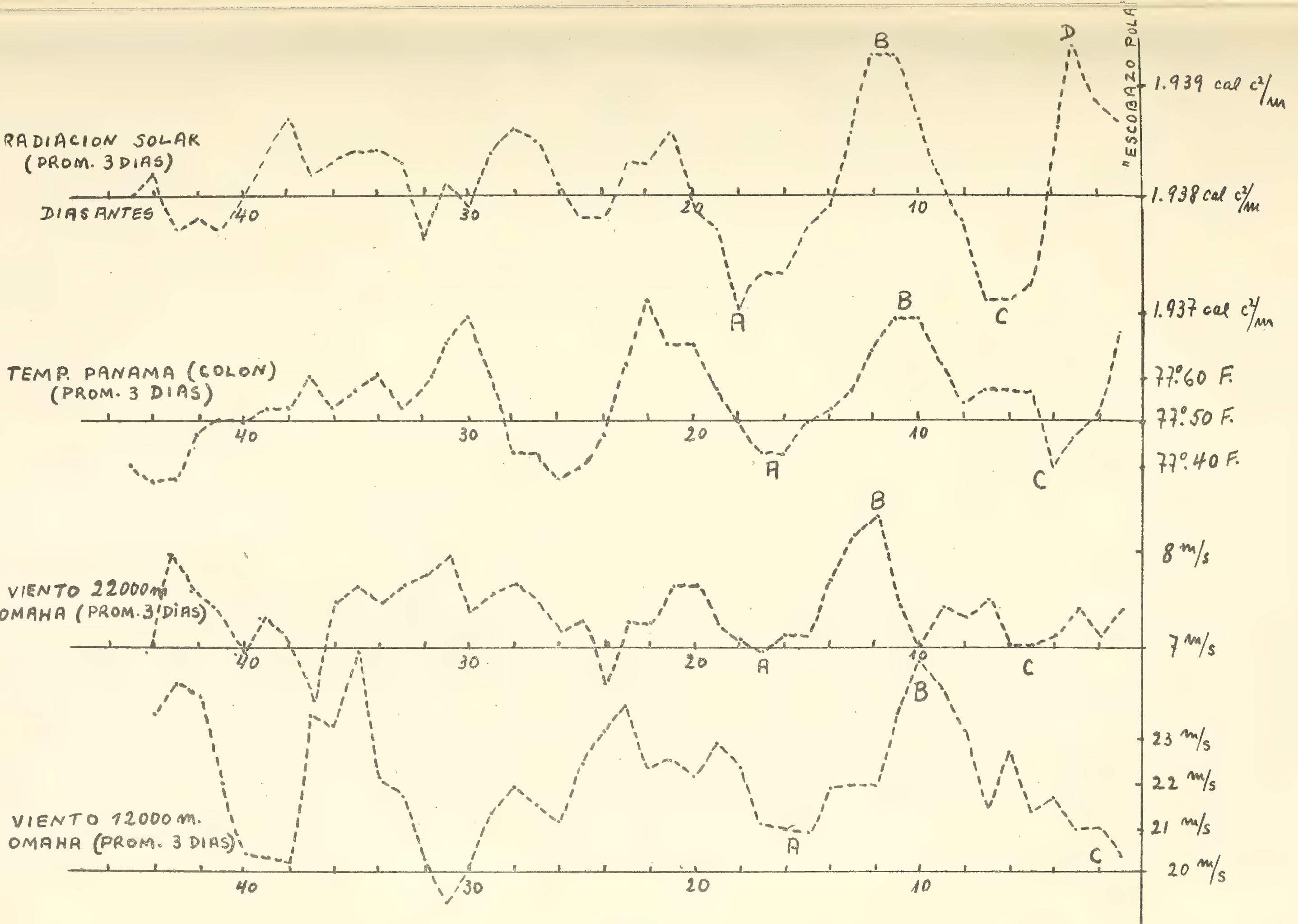

"ESCOBAZO POLAR"
1.939 cal c²/m
1.938 cal c²/m
1.937 cal c²/m
77°60 F.
77°50 F.
77°40 F.
8 m/s
7 m/s
23 m/s
22 m/s
21 m/s
20 m/s
RADIACION SOLAR (PROM. 3 DIAS)
DIAS ANTES
TEMP. PANAMA (COLON) (PROM. 3 DIAS)
VIENTO 22000 m OMAHA (PROM. 3 DIAS)
VIENTO 12000 m. OMAHA (PROM. 3 DIAS)

FIG. 1

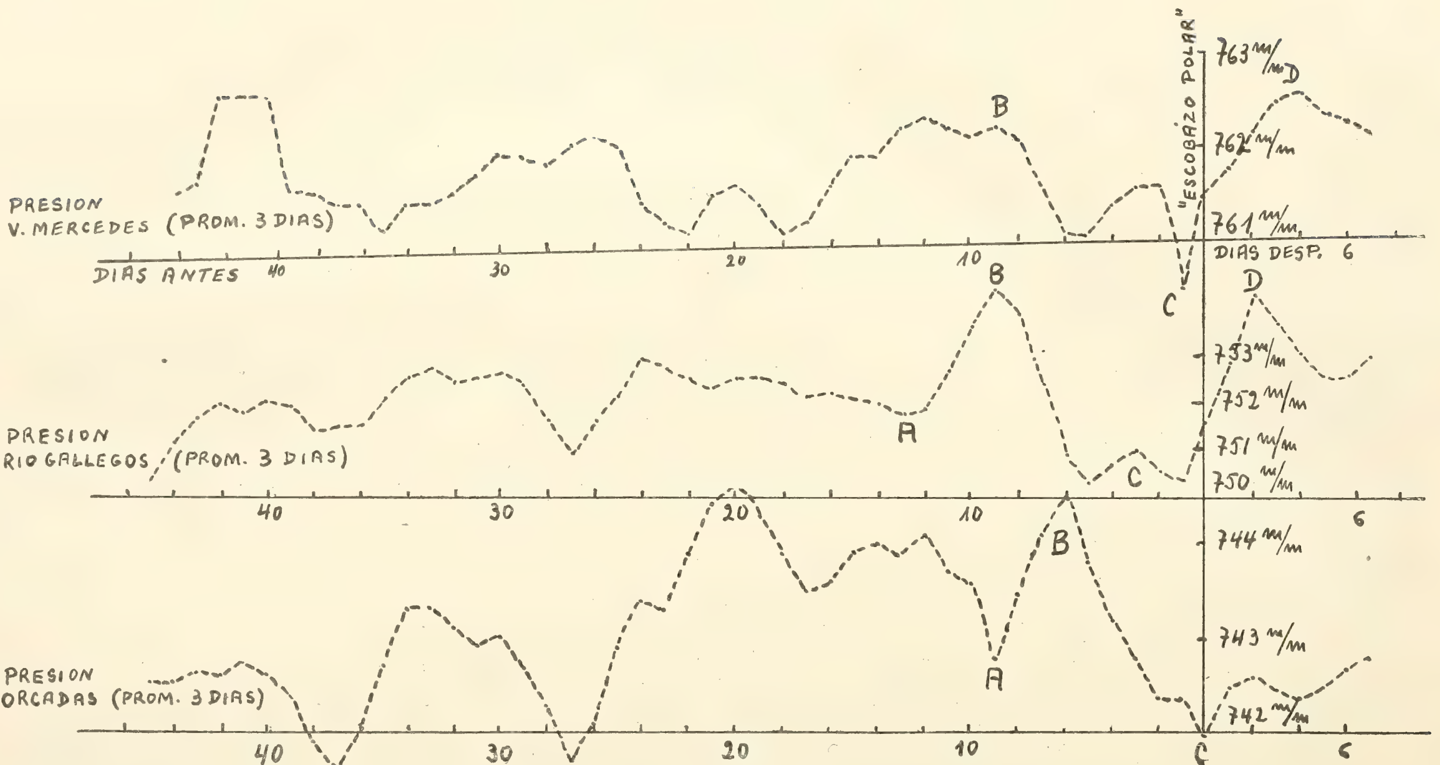

PRESION
V. MERCEDES (PROM. 3 DIAS)
DIAS ANTES
DIAS DESP.
"ESCOBAZO POLAR"
PRESION
RIO GALLEGOS (PROM. 3 DIAS)
PRESION
ORCADAS (PROM. 3 DIAS)
763 m/m
762 m/m
761 m/m
753 m/m
752 m/m
751 m/m
750 m/m
744 m/m
743 m/m
742 m/m
A
B
C
D
40
30
20
10
6

Fig. 1 bis

A partir del día — 21, la radiación disminuye, alcanzando un mínimo el día — 18 (A); dicho mínimo ocasiona:

Día	Mínimo en:
—17 a —16	Temperat. en Paraná Lat. 10° N.
—17	Vel. del viento a 22000 mts. de altura (Omaha) Lat. 41° N.
—16 a —15	Vel. del viento a 12000 mts. de altura (Omaha)
—13	Presión en Río Gallegos. Lat. 52° S.
— 9	Presión en Orcadas. Lat. 61° S.

La onda de la presión en Villa Mercedes aparece perturbada entre los días — 18 y — 12, por el extendimiento de un alza barométrica desde el Atlántico, cosa que se hace visible, dibujando las cartas isobáricas consecutivas de la presión, tomando como origen la presión media tenida durante el período de tiempo que se empleó para el trazado de estas curvas; sobre esto volveremos más adelante.

Desde el día — 18 al — 12, la radiación crece y alcanza un máximo (B); la variación observada es:

$$0{,}0023 \text{ cal. } c^2/\text{min.}$$

lo que significa un aumento de 0.12 % —

Este máximo va seguido:

Día	Máximo en:
—12	Viento a 22000 mts. de altura en Omaha.
—11 a —10	Temperatura en Panamá.
—10	Viento a 12000 mts. de altura en Omaha.
— 9	Presión en V. Mercedes.
— 9	Presión en Río Gallegos.
— 6	Presión en Orcadas.

Luego el mínimo (c) del día — 7 a — 6:

Día	Mínimo en:
—5	Viento a 22000 mts. en Omaha.
—4	Temperatura en Panamá.
—1	Viento a 12000 mts. de altura en Omaha.
—5 y —1	Presión en V. Mercedes.
—6 y —1	Presión en Río Gallegos.
0 y +4	Presión en Orcadas.

Estos mínimos en la presión son originados por el pasaje del tren de ciclones polares por el sud de la Tierra de Fuego.

Finalmente tenemos el máximo (D) de radiación solar del día — 3, (en la curva de los valores sin suavizar aparece el día — 2, pero por la forma de la misma y al promediar valores de 3 días consecutivos, se desplaza el día — 3).

En forma análoga, los máximos de presión en V. Mercedes y en R. Gallegos, que siguen al « escobazo polar » ocurren, empleando los valores « naturales » el día 1 en ambas estaciones; mientras que el mínimo ocurre en los días 0 y —1.

De esto entonces se tiene:

Del máximo solar (D) al mínimo de presión (valores « naturales ») :

En R. Gallegos	1 día.
Al mínimo en V. Mercedes	2 días.
Al máximo en Río Gallegos	3 días.
Al máximo en V. Mercedes	3 días.

Resultados concordantes con los obtenidos por diversos observadores en los cálculos de correlación entre la radiación solar y la presión en la zona templada argentina ([1]).

En un trabajo nuestro anterior ([2]), señalamos ya, que los máximos de radiación solar van seguidos por máximos de la velocidad del viento en la base de la estratósfera, cosa que vemos aquí confirmada en la secuencia del máximo (B) de viento a 22.000 mts. y 12.000 mts. en Omaha.

Con el fin de tratar de investigar otras causas actuantes en el « escobazo » del aire polar, hemos suavizado los valores de las diversas variables según la fórmula (2).

Tomando en cuenta los valores así obtenidos de la presión, y considerando como origen para cada estación la presión media deducida para el período de tiempo en que se hicieron las observaciones, y trazando las cartas de isobaras, se encontró:

a) Una onda que se traslada de SW. a NE., produciendo máximos el día —33 en Orcadas, el — 32 en R. Gallegos, y el — 27 en V. Mercedes.

b) Una onda de rumbo WSW a ENE, que ocasiona máximos el día — 22 en R. Gallegos y el — 20 en Orcadas.

([1]) Ver mi trabajo: « Contribución al estudio de la circulación atmosférica », *Anales de la S. C. Argentina*, Mayo de 1938.

([2]) « Sobre la circulación atmosférica », *Anales de la S. C. Argentina*, E. V, T. CXIX, pág. 215 y siguientes.

c) Entre los días —24 y —4 la presión en el Antártico es superior a la normal.

La causa origen de estas ondas, no aperece bien determinada y necesitará un ulterior estudio.

En presencia de todos los hechos que hemos mencionado, parecería que las cosas ocurren según la siguiente hipótesis:

El mínimo (A) de radiación solar ocasiona un decrecimiento de la velocidad de la circulación atmosférica y por tanto un mínimo en la presión de las zonas templadas y polares (mínimos (A) en las curvas de presión de R. Gallegos y Orcadas), a esto sigue un aumento de la radiación, y correspondiente, un máximo térmico en Panamá, es decir un activamiento en las corrientes ascensionales de la zona tropical, y una mayor velocidad de traslado de la masa aérea hacia los polos, en el seno de la estratofera (máximo (B) de la velocidad del viento a 12.000 mts. y 22.000 mts. de altura); cosa que no se observa en forma neta en altitudes más bajas (p. ej. en el viento a 6.000 mts. en C. Redentor).

La alteración del movimiento de traslado de esa gran masa de aire en la altura, provoca los máximos (B) en la presión, esa elevación barométrica en los centros de alta presión oceánica (recordemos la onda perturbadora del Atlántico sobre la curva de la presión en Villa Mercedes), intensificará su actividad dinámica con lo que las masas aéreas superficiales más cálidas de la zona templada, se extenderán hacia el Sud, hacia las regiones frías.

Esa extensión, y el aumento de energía de la masa aérea polar, consecuencia de la mayor llegada de aire proveniente de la región tropical, vías altas capas de la Atmósfera, y el aire más caliente extendido hacia el Sur en las capas bajas, dará origen a la formación del tren de ciclones polares, cuyo pasaje se manifiesta como mínimos (C) de la presión, el movimiento de esas depresiones se verá favorecido, por el hecho de que el nuevo decrecimiento de la radiación solar (C) proveerá menos aire a los anticiclones oceánicos de latitud media, con lo que su energía será menor; y finalmente, la gran masa aérea polar, que sigue a retaguardia del tren de ciclones, se extenderá sobre el territorio argentino, elevando nuevamente la presión, unos 3 ó 4 días después del 2º máximo (D) de la radiación solar.

Esta hipótesis que acabamos de enunciar y que explica los resultados que obtuvimos en trabajos ya citados entre la radiación solar y la velocidad del viento en la base de la estratosfera, y la presión,

necesitará un número mayor de observaciones a fin de poder determinar su exactitud y verdad.

Trazando las cartas isobáricas correspondientes, con el fin de establecer las variaciones del campo barométrico que determinan los máximos (B) y (D), se puede observar que el máximo (B) aparece como un área de alta presión que se desplaza de NW a SE, pasando por sobre el Sud de Santa Cruz; seguido del área ciclónica que viene del W; mitnras que el máximo (D), tiene un rumboSW a NE, que pasa por el Norte de Santa Cruz.

El hecho de que el máximo (B) de velocidad de viento en la estratosfera haya sido observado en una estación de 41°N. (Omaha) nos sugiere la idea de una formación simétrica de los trenes de ciclones polares en los hemisferios Sud y Norte.

Buenos Aires, Abril 30 de 1939.

UNA NOTA SOBRE LA FORMACIÓN DEL SALITRE CHILENO

POR EL

DR. W. KNOCHE

Hemos tratado ya anteriormente la formación del salitre por acción de ácidos nítricos atmosféricos sobre feldespatos (*).

Parece que existe otra posibilidad de la formación de esta sal en las regiones desérticas de la costa atacameña. En las regiones bastante secas al Oeste de las sierras costaneras existe, sea bajo la influencia del sol, es decir de la parte ultravioleta del espectro solar, o bajo descargas eléctricas silenciosas, la posibilidad de una disgregación del oxígeno normal (O_2) en su forma atómica, que así se combinaría directamente, o pasando por el ozono (O_3) con el N atmosférico. Se forman asociaciones nitrosas (N_2O, N_2O_3 etc.); éstas se encuentran además en la atmósfera de muchas partes de la tierra. El proceso posterior sería el siguiente: $N_2O_3 + O \rightarrow 2NO_2$.

Si entran las nieblas marítimas muy húmedas o camanchacas del Norte de Chile desde al mar al interior, debemos suponer la formación de ácidos nitrosos, por ejemplo: $NO_2 + H_2O = NO_3H_2$.

Característico para la costa chilena son las rompientes de gran poder, que pulverizan el agua hasta alturas bastantes grandes, así que partículas finísimas de sal o más bien de soluciones salinas pasan encima de la montaña costanera para entrar en combinación con el ácido nítrico según la fórmula siguiente:



$$NO_3H_2 + 2NaCl \rightarrow NO_3Na + 2HCl$$

Así tendríamos un proceso climático-químico puro para la formación del salitre natural.

(1) W. KNOCHE, *Zur Entstehung des Chile-Salpeters. Forschungen und Fortschritte* Nº 15, 1930.

Con la humedad de la camanchaca, el salitre es transportado como solución hacia la costra en la cuál penetra capilarmente. Para su existencia se necesita una región desértica sin precipitaciones y tal vez una morfología especial del terreno, como son las planicies que bajan desde la Puna hasta la costa del Pacífico pero con una valla formada por la baja cordillera costanera; al este de ella encontramos las pampas salitreras.

TARIFAS FERROVIARIAS DE UTILIDAD MÁXIMA

POR EL

ING. EMILIO REBUELTO

(Continuación)

V. — TARIFAS DE CLASE UNICA

Una empresa ferroviaria debe tener constantemente en servicio diversas clases de vehículos. Primero, por imponerlo así las disposiciones reglamentarias; segundo, por propia conveniencia de la empresa, que de tal manera puede aprovechar mejor el peso muerto del material rodante, o cobrar, gracias a ello, diferentes tarifas por el mismo servicio. Este último, es el caso particular de los coches de primera y segunda clase para el transporte de pasajeros.

Hay también otras razones, derivadas de la naturaleza especial de las cargas, que obligan a mantener en existencia vagones tanques, cañeros, de hacienda, frigoríficos, etc. Para ciertas mercaderías susceptibles de transportarse en unos o en otros, se dispone de tarifas distintas, según el vehículo que utilicen. Algo análogo sucede con la velocidad, (tren expreso, mixto, o de carga), cobrándose diversas tarifas, en forma más o menos encubierta. Por ejemplo, eliminando de los trenes rápidos la segunda clase; aplicando tarifas reducidas cuando el cargador admite un plazo de transporte superior al fijado por la ley, etc. En Europa, las tarifas de « Pequeña Velocidad » y « Gran Velocidad », permiten a la empresa cobrar distinto precio por el transporte de la misma carga a igual distancia, según sea la velocidad a que se efectúe el transporte.

Cuando el aprovechamiento de los vehículos (o del tren) es bueno, sin llegar al ideal máximo posible, no hay nada que observar; pero cuando es malo, por ejemplo, inferior al 50 %, es del caso preguntarse si sustituyendo dos vehículos (o dos trenes) que sirvan a dos clases distintas de tráfico, por uno solo, y las dos tarifas, por una sola, (que puede ser la menor de las dos anteriores o una in-

termedia), no se obtendría una ventaja efectiva, por la disminución en los gastos que acarrea el menor peso muerto movido, al efectuar el transporte del mismo peso útil.

Para fijar las ideas desde el principio, consideremos el caso de los pasajeros de primera y de segunda clase; lo común es que corran los coches respectivos con un aprovechamiento inferior al 30 %. Supongamos que hubiese igual número de unos que de otros; suprimiento una de las clases, llevaríamos a todos en la mitad del número de coches, y por lo tanto con un aprovechamiento del 60 % de los asientos y con la mitad de peso muerto. La disminución de los gastos directos será aproximadamente también un 50 % o algo menor, pero siempre superará a la experimentada por los importes, aunque se llevase a todos los pasajeros de primera con tarifa de segunda.

En efecto: tomando el caso más desfavorable de que ambos números de pasajeros fuesen iguales, y de que la tarifa de primera, t_1, fuese 50 % más elevada que la segunda, t_2, los importes con las dos tarifas, serían proporcionales a $t_1 + t_2$; la relación de ambos importes es:

$$\frac{2\,t_2}{t_1 + t_2} = \frac{2\,t_2}{1{,}5\,t_2 + t_2} = \frac{2}{2{,}5} = 0{,}80$$

o sea, una disminución de 20 % en las sumas cobradas, para una de 50 % en los gastos. Pero como los de primera son siempre menos que los de segunda, la disminución resulta todavía menor del 20 %, aunque la diferencia de las dos tarifas sea mayor que la supuesta y aunque los coches de primera sean más pesados que los de segunda.

Ejemplo: Un ferrocarril de trocha angosta tiene en servicio coches de primera con una tara de 34 ton. y 53 asientos; y de segunda, con 28 ton. de tara y 68 asientos; los asientos se ocupan en un 25%.

Las tarifas son 4,44 y 2,96 cts. m/n respectivamente por pas.-Km. El costo por ton.-Km. bruta es de 0,8 cts. m/n. El peso medio de un pasajero se supone en 70 Kg. Se quiere averiguar si conviene o no suprimir una clase y adoptar una tarifa única.

De acuerdo a los datos, los productos actuales son:

53 (0,25) (4,44) + 68 (0,25) (2,96) = 1,09 $ m/n por cada Km. recorrido por los dos coches.

Si se los lleva a todos los pasajeros con tarifa de segunda, y por lo tanto en un solo coche, se tiene:

[53 (0,25) + 68 (0,25)] 2,96 = 0,88 m/n ó 0,21 $ m/n de menos.

La relación de los dos importes es:

$$\frac{0,88}{1,09} = 0,81.$$

Quiere decirse que las entradas han experimentado una rebaja del 19 %. En cuanto a los gastos, si hemos suprimido el coche de segunda la economía ha sido de

$$28\ (0,008) = 0,224\ \$\ m/n.$$

Superior en más de un centavo por cada Kilómetro recorrido por los coches, a la disminución de importes. Si el eliminado fuera el de primera, resulta

$$34\ (0,008) = 0,272\ \$\ m/n.$$

con una economía superior a seis centavos. Para avaluar la disminución experimentada por los gastos, bastará relacionar los pesos muertos movidos. Con los dos coches se tienen 62 ton. de tara más 2,1 ton. de pasajeros. total 64 ton.; con la supresión del coche de segunda, se tiene

$$\frac{64 - 28}{64} = \frac{36}{64} = 0,56\ ; \qquad \text{economía del } 44\ \%$$

y con la del de primera

$$\frac{64 - 34}{64} = \frac{30}{64} = 0,47\ ; \qquad \text{economía del } 53\ \%$$

La tarifa única nos procura pues una merma de 19 % en los importes, pero se acompaña de porcentajes de economía muy superiores en los gastos.

Como se ve, no es indiferente suprimir la primera o la segunda. Para la empresa, convendría más hacerlo con la primera, pues para igual capacidad de pasajeros, los coches de segunda clase tienen menos peso muerto. Para los pasajeros en cambio, es más ventajoso que los suprimidos sean los coches de segunda y se viaje en los de primera con tarifa de segunda, con lo cual, los pasajeros de segunda resultan beneficiados en su confort y los de primera disfrutan de una rebaja de tarifas. Una solución intermedia, poniendo en servicio coches más lujosos que los actuales de segunda, y con mejor aprovechamiento del espacio, que los de primera, en los cuales se viajaría con una tarifa intermedia, puede dar la solución más favorable para ciertos casos.

El problema tiene aspectos muy distintos, debido a la multiplicidad de los factores que entran en juego, pero ninguno de ellos conduce a cuestiones de máximo. Quiere decirse, que no es posible determinar una tarifa que produzca una utilidad mayor que cual-

quier otra, ya que la investigación teórica debe limitarse aquí a señalar desde qué momento es más conveniente la tarifa de clase única. En cuanto al monto de ésta, constituye un problema aparte, para cuya solución deben contemplarse las condiciones locales, los horarios, el « standard » de vida de los pobladores de la región, su capacidad adquisitiva de pasajes, la necesidad de viajar que tengan, etc., tal como se hace generalmente para estudiar la posibilidad de ventas en un mercado cualquiera.

Pero en principio es aconsejable no introducir ningún aumento de tarifas, para no provocar disminuciones de tráfico y por eso parece más aconsejable adoptar lisa y llanamente la tarifa de segunda.

Llamando N_1 y N_2 al número de pasajeros (o de pas.-Km.) de primera y segunda clase, transportados a las tarifas $t_1 — t_2$, al cobrarles a todos la tarifa t_2, perdemos la diferencia $t_1 — t_2$ sobre los pasajeros de primera, que transportamos ahora con tarifa de segunda o sea, en total, $N_1 \ (t_1 — t_2)$. Si llamamos P al peso muerto en toneladas (o en ton.-Km.) y g al costo de una ton.-Km. de peso bruto, tendremos una economía de Pg. Para que la supresión de una clase sea conveniente se necesitará que la economía hecha supere al monto de la menor percepción, o sea

$$N_1 \ (t_1 — t_2) < Pg$$

$$\therefore \quad N_1 < \frac{Pg}{t_1 — t_2}$$

expresión que nos indica cual es el valor límite de los pasajeros de primera que deben transportarse para que convenga el mantenimiento o la supresión de dicha clase, y la influencia que en ello tienen el peso P dejado de mover, el gasto g y las tarifas existentes.

Por de pronto, se evidencia que cuando en un trayecto determinado, empiece a disminuir N_1, debe vigilarse esta merma y establecer el límite de ella, más abajo del cual, resulta antieconómica mantener la primera clase.

En el conjunto de los ferrocarriles argentinos, la disminución está ya bien acentuada.

No sólo baja el número, sino también su proporción respecto al total de primera y segunda, acusándose así una merma de más importancia en los pasajeros de primera clase que en los de segunda. Si esto es así sobre el conjunto, ha de serlo, con mayor razón en ciertos ferrocarriles, o en algunos de sus tramos o ramales, en los que se impondría como medida económica, la inmediata supresión.

Pasajeros transportados

Años	De 1ª clase	% del total
1930	77.055.600	45,31
1931	72.338.385	45,05
1932	65.974.167	44,21
1933	61.383.092	43,86
1934	59.619.254	43,04
1935	57.781.116	42,43
1936	57.982.000	41,62
1937	63.939.000	41,76

Contra lo que pudiera creerse, las mayores disminuciones las han experimentado los ferrocarriles en sus secciones generales, de largos recorridos, y no en las secciones urbanas alrededor de Buenos Aires, donde sin embargo, la opinión pública se muestra impresionada por la competencia de ómnibus y automotores. A este respecto son muy ilustrativas las cifras siguientes:

Pasajeros de primera clase en la sección
« Buenos Aires, local »
(en millares)

Ejercicio	Sud	Oeste	Central Argentino
1926-27	23.839	9.996	19.869
1927-28	24.621	10.809	20.653
1928-29	25.597	11.678	21.471
1929-30	26.051	14.140	21.698
1930-31	25.448	13.954	21.451
1931-32	23.544	12.834	19.763
1932-33	22.289	11.811	17.852
1933-34	21.369	11.044	16.662
1934-35	20.992	10.782	17.003
1935-36	19.262	10.212	17.135
1936-37	20.353	10.637	18.924
Disminución entre 1926-27 y 1936-37:	14,6 %	—	4,8 %
Aumento, idem:	—	6,41 %	—

Más lógico que calcular la disminución en una década, sería tomarla con rspecto al año máximo de la década, que es el 1929-30.

Entonces se tiene:

Disminución: en el F. C. Sud .... 21,91 %
en el F. C. Oeste .... 25,02 %
en el F. C. C. Argentino .... 12,80 %

En el F. C. Buenos Aires al Pacífico, la intensidad del tráfico urbano es mucho menor y de ahí que una misma disminución en valor absoluto, origine un alto porcentaje. En 1929-30 transportó 6.814.000 pasajeros, y en 1936-37 solamente 4.676.000; el porciento de la disminución alcanza a 31,44.

Por altas que parezcan estas cifras son mayores aún las obtenidas examinando lo acontecido en el resto de las líneas, excluída la sección « Buenos Aires local ».

PASAJEROS DE PRIMERA CLASE EN LAS LÍNEAS GENERALES
(en millares)

Ejercicio	Sud	Oeste	C.A rg.	B.A. al Pac.
1926-27	1.107	863	2.267	681
1927-28	1.021	867	2.259	646
1928-29	1.025	921	2.371	604
1929-30	994	931	2.257	659
1930-31	938	877	2.090	540
1931-32	820	711	1.763	401
1932-33	763	583	1.595	314
1933-34	755	545	1.375	270
1934-35	821	594	1.297	258
1935-36	814	530	1.190	223
1936-37	935	574	1.039	226
Disminución entre 1926-27 y 1936-37:				
	15,63 %	33,48 %	54,09 %	66,91 %
Disminución con respecto al año máximo:				
	15,63 %	38,34 %	56,20 %	66,91 %

Exceptuando el F. C. Sud, las otras tres empresas de trocha ancha, muestran disminuciones en los pasajeros de primera clase que superan en mucho las registradas en los tráficos urbanos y suburbanos. Este resultado evidencia un funcionamieto antieconómico, pues las estadísticas demuestran también que no ha disminuído el recorrido medio de un pasajero, de lo cual se infiere que los coches semi-vacíos deben seguir recorriendo las mismas largas distancias que antes, originando así los mismos gastos, o muy poco menos, con ingresos fuertemente disminuídos.

Si la adopción de una clase única, se impone en los trayectos cortos, por el uso de coches automotores, se impone también, por otras razones en las líneas generales. Una de estas razones es el mal aprovechamiento que hacen los pasajeros ferroviarios, de la capacidad de asientos puestos a su disposición. La estadística oficial, da para el conjunto de los ferrocarriles argentinos:

Relación entre los asientos ocupados y los disponibles

1930	23,42 %	1933	22,01 %
1931	22,25 »	1934	22,06 »
1932	22,29 »	1935	21,85 »

En 1925, había llegado a 26,20 %; aproximadamente solo una cuarta parte de los asientos era ocupada; pero ahora se está muy próximo a la quinta parte.

Y si esta baja proporción es la que resulta como término medio del conjunto, teniendo en cuenta que en los servicios urbanos el aprovechamiento es mayor, se deduce que para los transportes de largo recorrido debe ser aun mucho más desfavorable. No dispongo de estadísticas suficientemente detalladas para calcular el aprovechamiento de los asientos de primera y segunda clase, subdivididos cada uno en servicios urbanos y de largo recorrido, pero es evidente que en base a ellas, se podría llegar a conclusiones definitivas. Por de pronto, en los ferrocarriles con poca intensidad de servicios urbanos, el aprovechamiento medio es inferior al término medio general: la Estadística de 1935, ofrece estas cifras:

Relación entre los asientos ocupados y los disponibles en 1935

Cía. General	16,54 %	Central Córdoba	14,45 %
Prov. de Santa Fe	16,47 »	Puerto Deseado	14,24 »
Bs. As. al Pacífico	15,50 »	Del Este	14,04 »
Central del Chubut	15,30 »	Ros. a Pto. Belgrano	13,04 »
Entre Ríos	14,76 »	Bahía Bl. y N. O.	9,96 »

Como se ve, existen líneas en que la utilización de los asientos no llega al 10 %; y como es de suponer que los de segunda clase aprovechan más que los de primera la capacidad de los vehículos, se puede asegurar que en la República Argentina se están corriendo

ahora muchos coches de primera clase con un aprovechamiento inferior al 10 %.

Una segunda razón es, que la menor percepción al transportar a los pasajeros de primera al precio de segunda clase, estaba expresada por el producto $N_1 \ (t_1 - t_2)$, el cual será tanto menor cuanto menor sea N_1; ya vimos que N_1 disminuye en los últimos años, lo que es favorable para decidir la supresión de la tarifa de primera clase. Además, la proporción de los de primera sobre el total, que aparece alta en el conjunto, — más del 40 % — es tan reducida en algunas líneas, que la supresión no tendría en ellas ningún efecto sensible de disminución de productos. En efecto:

PROPORCIÓN DE PASAJEROS DE PRIMERA CLASE SOBRE EL TOTAL, EN 1935

Nord. Este Arg.	28,35 %	Cía. General	17,72 %
Central de Bs. As.	24,74 »	Central de Córdoba ...	17,65 »
Entre Ríos	23,19 »	Babía Blanca y N. A...	11,76 °
C. Norte Arg.	22,83 »	Del Este	10,80 »
Prov. de Santa Fe	17,88 »	Rosario a Pto. Belgrano	8,10 »

El tráfico de pasajeros, en determinadas líneas, se perfila pues, como un tráfico de muy débil intensidad, sobre todo en los de primera clase, y que utiliza muy mal la capacidad de los coches empleados en transportarlo. La reunión de las dos clases en una sola traería indiscutibles ventajas.

Y una tercera razón es que la diferencia $t_1 - t_2$, que es el otro factor del producto $N_1 \ (t_1 - t_2)$ tiende también a disminuir, y en consecuencia, la merma de productos provocada por el establecimiento de la clase única, sería muy reducida. En el interesante estudio del señor E. Hammar, titulado *The adoption of single class for passenger services in the Argentina,* leído en la sesión del 24 de junio de 1938 en el *Institute of transport - Argentine und River Plate Centre,* se dan entre otros, algunos datos sobre el número de pasajeros de primera y segunda clase, de sus importes totales y del importe medio por pasajero, — que directamente mide la tarifa— para los servicios locales alrededor de Buenos Aires, en los cuatro ferrocarriles: Sud, Oeste, Central Argentino y Buenos Aires al Pacífico. Destacaremos únicamente las cifras relativas a este último.

No deben extrañar las bajas percepciones unitarias por pasajero, pues están influenciadas por los abonos computados hasta 1929-30 como 60 viajes por mes para el boleto de abono común, 30 viajes

para el de mujeres y estudiantes y 24 viajes para los menores de edad.

F. C. BUENOS AIRES AL PACÍFICO

Años financieros	Producto medio de un pasajero de 1ª clase (en $ m/n)	Producto medio de un pasajero de 2ª clase (en $ m/n)	Diferencia en centavos
1926-27	0,369	0,220	14,9
1927-28	0,361	0,214	14,7
1928-29	0,362	0,216	14,6
1929-30	0,233	0,190	4,3
1930-31	0,227	0,190	3,7
1931-32	0,224	0,194	3,0
1932-33	0,221	0,197	2,4
1933-34	0,213	0,192	2,1
1934-35	0,214	0,196	1,8
1935-36	0,200	0,195	0,5
1936-37	0,203	0,184	1,9

Después de 1930 se han cmputado todos como 70 viajes lo que explica la brusca disminución que a partir de ese año se presenta. Pero el hecho más saliente evidenciado por las cifras del cuadro es la disminución de la diferencia entre las dos tarifas, hasta el extremo de confundirse casi en una, debido principalmente a la rebaja efectuada en las de primera clase (de 0,369 a 0,203, la disminución es de 0,166), mientras en las de segunda clase no llegó más que a 0,036. Con todos estos antecedentes parece bien demostrado que el número actual de pasajeros de primera, no puede justificar el mantenimiento de las dos clases.

Se puede calcular el incremento de pasajeros necesario para compensar la menor percepción a que conduce la tarifa única. Llamando ΔN a este incremento, se tiene que

$$\Delta N \,.\, t_2 = N_1 (t_1 - t_2)$$

$$\Delta N = \frac{t_1 - t_2}{t_2} N_1$$

Para el año financiero 1936-37, en el F. C. Buenos Aires al Pacífico, resulta

$$\Delta N = \frac{0{,}203 - 0{,}184}{0{,}184} N_1 = \frac{0{,}019}{0{,}184} = 0{,}103\, N_1$$

Bastaría pues un 10,3 % de aumento para que la empresa siguiera percibiendo los mismos importes. En cuanto a los gastos, habrán disminuído en mayor proporción, y por lo tanto la utilidad será ma-

yor. Hasta puede suceder que sin llegar a producirse el aumento ΔN, y *aun disminuyendo los pasajeros, la ganancia aumente.* Este aspecto del problema puede estudiarse con las siguientes fórmulas:

La utilidad dejada por N_1 pas.-Km. de primera clase transportadosa la tarifa t_1, y que obligan a mover un peso muerto P_1 con un gasto g, por ton.-Km. de peso bruto; más N_2 pas.-Km. de segunda close a la tarifa t_2, con un peso muerto P_2 y el mismo gasto g, es, con la hipótesis de que un pasajero pesa 70 Kg (o 0,07 ton.).

$$U = N_1\ t_1 + N_2\ t_2 - [P_1 + P_2 + 0{,}07\ (N_1 + N_2)]\ g$$

Si suprimimos los vehículos de segunda clase, y llevamos a todos los pasajeros en coches de primera a la tarifa de segunda, y suponemos además que la rebaja así introducida nos procura un aumento a sobre el total de pasajeros, la nueva utilidad será

$$U_0 = (N_1 + N_2)(1 + a)\ t_2 - [P_1 + 0{,}07\ (N_1 + N_2)\ (1 + a)]g$$

Para que la modificación convenga, será necesario que

$$U_0 > U \qquad \therefore \qquad U_0 - U > 0,$$

lo que conduce a

$$P_2\ g - N_1\ (t_1 - t_2) + (N_1 + N_2)\ (t_2 - 0{,}07\ g)\ a > 0$$

$$\therefore \qquad a > \frac{N_1\,(t_1 - t_2) - P_2\,g}{(N_1 + N_2)\,(t_2 - 0{,}07\,g)}$$

expresión que muestra la posibilidad de que a tenga un signo negativo, y por lo tanto, que represente una *disminución* en vez de un aumento, a pesar de lo cual, se obtenga una mayor utilidad.

Con los precios corrientes de las tarifas de segunda clase, la diferencia $t_2 - 0{,}07\ g$, será siempre positiva, pero el numerador,

$$N_1\ (t_1 - t_2) - P_2\,g$$

puede ser negativo, cuando N_1 tiene un valor reducido, coincidiendo con un alto valor de P_2.

Ejemplo. — Un ferrocarril hace en un ramal de 40 Km. un servicio con un coche de primera y otro de segunda, cuyos pesos muertos son 24 y 26 toneladas respectivamente. Las tarifas son 0,065 y 0,045 \$ m/n por pas.-Km. El gasto por ton.-Km. de peso bruso es de 0,02 \$ m/n. Se hacen 700 corridas

de tren al año. El tráfico es de 280.000 pas.-Km. de primera y 350.000 de segunda.

Se proyecta suprimir la corrida del coche de segunda y la tarifa de primera, estableciendo una clase única con la tarifa de segunda, para lo cual se desea calcular previamente la influencia que tales modificaciones tendrán en los productos, gastos y utilidades. Caso de que éstas mermen, calcular el aumento de tráfico necesario para compensar la disminución.

Los productos son:

$$N_1 t_1 + N_2 t_2 = 280.000\ (0{,}065) + 350.000\ (0{,}045) = 33.950\ \$\ m/n.$$

y después de suprimida la t_1, *serán*

$$(N_1 + N_2)\ t_2 = 630.000\ (0{,}045) = 28.350\ \$\ m/n$$

luego los productos van a disminuir en 5.600 $ m/n.

Para avaluar los gastos, consideremos que el peso total de los dos coches es de 54 ton. que han efectuado en el año 700 corridas de 40 Km. cada una, lo que hace un total de 1.512.000 ton.-Km. Habrá que agregar los 630.000 pas.-Km equivalentes a 44.100 ton.-Km. lo que hace un total de 1.556.100 ton.-Km. que a 0,02 $ m/n la ton.-Km. representan 31.122 $ m/n. de gastos, contra 33.950 $ m/n de productos. Las utilidades son 2.828 $ m/n.

La supresión del coche de segunda, representará una economía de

$$P_2\ g = 26\ (40)\ (700)\ (0{,}02) = 14.560\ \$\ m/n.$$

lo cual reducirá los gastos a

$$31.122 - 14.560 = 15.562\ \$\ m/n.$$

y como los productos se habían reducido a su vez a 28.350 $ m/n, las utilidades van a ser 11.788 $ m/n en vez de los 2.828 $ m/n que se obtienen haciendo correr los dos coches. Como se ve, la ventaja conseguida es tan considerable, que no hace falta preveer ningún aumento de tráfico para compensar los 5.600 $ m/n de disminución en los productos: eso y mucho más se cubre con la economía introducida en los gastos.

El signo de a, debe resultar negativo; en efecto:

$$N_1\ (t_1 - t_2) - P_2\ g = 280.000\ (0{,}02) - 14.560 = -8.960$$

Avanzando un poco más en el cálculo, se puede investigar el valor numérico de a:

$$a = \frac{N_1\,(t_1 - t_2) - P_2\,g}{(N_1 + N_2)\,(t_2 - 0{,}07\,g)} = \frac{-8.960}{630.000\,(0{,}045 - 0{,}0014)}$$

$$= -\frac{8.960}{27.468} = -0{,}326$$

Quiere decirse que aun con una disminución de 32 % en el tráfico las utilidades iban a conservar el monto primitivo; y para disminuciones menores del

2 %, las utilidades serían todavía mayores que las dejadas cuando corrían los dos coches y se cobraban las dos tarifas.

Pero el problema estudiado a fondo, es algo más complicado: por de pronto, el gasto por ton.-Km. del material de segunda clase, no es el mismo que el de primera, pues la conservación de ambos difiere mucho, y por lo tanto, en vez de un único valor de g, habría que considerar dos valores, g_1 y g_2. Además, el uso de los vehículos de primera para llevar los pasajeros comunmente acostumbrados a viajar en los de segunda, ofrece ciertos inconvenientes en la práctica, que las empresas ferroviarias conocen muy bien, y que les han impedido adoptar estas « clases únicas » en determinados tráficos urbanos. Por último, el material de primera aprovecha poco el peso muerto con relación al número de pasajeros transportados, y si bien el público iba a ocupar en mayor porcentaje los asientos disponibles, la capacidad útil por eje, del material en servicio iba a disminuir, lo que en principio, no es aconsejable. Se impone pues, la adopción de nuevos vehículos, con más capacidad de asientos que los de primera actuales y más comodidad que los de segunda, cuyo peso sería P_3, correspondiendo a un gasto g_3, distinto de los dos anteriores, por ser diferente el material. La nueva tarifa a aplicar para la clase única, no debería ser tampoco ni la t_1 ni la t_2, sino una intermedia, t_3, la cual es lógico que produzca una disminución d sobre N_2, (pues $t_3 > t_2$, conjuntamente con un aumento a sobre N_1. A la consideración de todos estos factores deberá agregarse aún, la proveniente del mayor capital incorporado a la explotación con los nuevos vehículos, o los gastos de transformación del viejo material, etc. Las fórmulas respectivas no son difíciles de establecer, aunque sean algo más complicadas que las anteriores.

Un problema análogo al de la « clase única », es el del « tren único ». En vez de correr trenes de pasajeros y de carga, ambos mal aprovechados, pueden implantarse trenes mixtos, que sustituyen a ambos con evidentes ventajas para la empresa y también para el público, pues la velocidad del tren mixto es superior a la del de carga. Y entre dos trenes, uno « expreso » de pasajeros y otro « mixto », de menor velocidad, puede estudiarse igualmente la concentración en uno solo, que puede ser expreso, pero con la tarifa más reducida, propia del mixto. Depende, del aprovechamiento propio de ambos trenes, el que puedan obtenerse mayores utilidades, haciendo correr un tren único.

Para tales investigaciones, debe conocerse el gasto directo de un

tren-Km., tanto de pasajeros, como de carga y mixtos, en forma explícita, para tener en cuenta la composición de cada convoy, o sea, el número de ejes y el peso total del mismo. No creo que los ferrocarriles particulares dispongan todavía de estos análisis, a pesar de que cada día les van a ser más imprescindibles.

La Administración General de los Ferrocarriles del Estado, donde recientemente, bajo la dirección del ingeniero Pablo Nogués, se han realizado estudios económicos de mucho interés, tanto desde el punto de vista teórico como del práctico, ha determinado una expresión analítica de tipo lineal

$$G = A + Bn + CP$$

para calcular el gasto directo de un tren-Km. de n ejes y un peso bruto total P. Acerca de esta fórmula se dan abundantes explicaciones en las *Memorias del Ministerio de Obras Públicas,* Anexo Ferrocarriles del Estado, relativas a los últimos años. Ver en particular, la de 1937, pág. 951, donde figuran las siguientes fórmulas:

COSTO DIRECTO DE UN TREN-KILÓMETRO EN EL CENTRAL NORTE ARGENTINO, 1937

en centavos moneda nacional

Pasajeros: $G = 124{,}013 + 1{,}197\ n + 0{,}22933\ P$

Carga: $G = 124{,}013 + 0{,}399\ m + 0{,}11467\ Q$

Mixtos: $G = 124{,}013 + 1{,}197\ n + 0{,}399\ m + 0{,}22933\ R$

Siendo n, el número de ejes de vehículos de pasajeros,
m, el número de ejes de vagones de carga,
P, el peso total del tren de pasajeros en ton.
Q, el peso total del tren de carga en ton.
R, el peso total del tren mixto en ton.

Para simplificar la aplicación de estas fórmulas a algunos casos prácticos, supondremos trenes de pasajeros compuestos de coches de 4 ejes con 25 ton. de peso, y capacidad para 50 pasajeros; remolcados por locomotoras de 60 ton.; con ténder de 30 ton. y furgón de cola de 15 ton. En estas condiciones, el peso muerto de un tren vacío compuesto de V vehículos, será

$$P_v = 60 + 30 + 15 + 25\ V = 105 + 25\ V.$$

Si hay 50 asientos por vehículo, a 70 Kg. por pasajero, serían 3,5 ton., y si el aprovechamiento de los asientos es α, el peso útil del tren será $3,5\ \alpha V$; y el peso bruto total

$$P = 105 + 25\,V + 3,5\,\alpha V$$

y como se trata de vehículos de 4 ejes, $n = 4\,V$, con lo cual, sustituyendo estos valores, en la fórmula, resulta:

$$G = 124,013 + 1,197\,(4\,V) + 0,22933\,(105 + 25\,V + 3,5\,\alpha\,V)$$
$$= 148,092 + 10,521\,V + 0,803\,\alpha\,V$$

Si llamamos t la tarifa cobrada por pas.-Km. los productos serán $50\ \alpha V t$; y la utilidad dejada por el tren en un Km. de su recorrido será

$$U_{pas} = (50\,t - 8,026)\,\alpha\,V - 148,092 - 10,521\,V$$

Para los trenes de carga, supondremos V_1 vagones de 4 ejes, con 12 ton. de tara y 30 ton. de capacidad; remolcados por locomotoras de 80 ton., con tender de 35 ton. y furgón de cola de 20 ton. Si el aprovechamiento de la capacidad es β, tendremos:

$$Q = 80 + 35 + 20 + 12\,V_1 + 30\,\beta\,V_1$$
$$= 135 + 12\,V_1 + 30\,\beta\,V_1$$
$$G = 124,013 + 0,397\,(4\,V_1) + 0,11467\,(135 + 12\,V_1 + 30\,\beta\,V_1)$$
$$= 139,493 + 2,972\,V_1 + 3,44\,\beta\,V_1$$

Tomando una tarifa media t_1 para la carga de este tren, los importes que nos procurará $30\,\beta\ V_1\ t_1$ y por lo tanto, la utilidad resultante es

$$U_{carga} = (30\,t_1 - 3,44)\,\beta\,V_1 - 139,493 - 2,972\,V_1$$

Finalmente, para un tren mixto, formado con los V vehículos de pasajeros más los V_1 de carga de los dos trenes analizados antes, remolcados por la locomotora del tren de carga, se tendrá:

$$R = 135 + 25\,V + 12\,V_1 + 3,5\,\alpha\,V + 30\,\beta\,V_1$$

$\therefore$

$$G_{mixto} = 124,013 + 1,197\,(4\,V) + 0,399\,(4\,V_1) +$$
$$+ 0,22933\,(135 + 25\,V + 12\,V_1 + 3,5\,\alpha\,V + 30\,\beta\,V_1)$$
$$= 154,972 + 10,521\,V + 4,348\,V_1 + 0,803\,\alpha\,V + 6,879\,\beta\,V_1$$

tomaremos este gasto con el originado por la corrida aislada del tren de pasajeros y del de carga, que dan, por suma

$$G_{pas} + G_{carga} = 287{,}585 + 10{,}521\,V + 2{,}972\,V_1 + 0{,}803\,\alpha V + 3{,}44\,\beta V_1$$

Tendremos así para expresión de la diferencia entre los gastos en ambos casos, o economía producida por el tren mixto,

$$\Delta G = 132{,}613 - 1{,}376\,V_1 - 3{,}439\ \beta V_1$$

Los términos negativos resultan de la mayor velocidad a que se supone transportada la carga contenida en los vehículos V_1 cuando éstos se llevan a la velocidad del tren mixto, superior a la del tren de carga, razón por la cual se origina un mayor gasto, que, evidentemente, puede llegar hasta no hacer aconsejable la solución de un tren único.

En cuanto a los productos, es lógico suponer que si el tren de pasajeros era expreso, a mayor velocidad y con menos puntos de parada que el mixto, la tarifa media de los pasajeros en él, puede haber sido superior a la del tren mixto, (por ejemplo, por no llevar incluídos coches de segunda), en cuyo caso, para el tren mixto hay que suponer otra inferior; entonces los productos de este tren, serían, respecto a pasajeros, 3,5 $t_2\ \alpha V$, siendo $t_2 < t$, y quedando los mismos para las cargas; en resumen, los productos habrán mermado en

$$3{,}5\ (t - t_2)\ \alpha V$$

valor que debe ser inferior a la economía obtenida en los gastos: luego

$$132{,}613 - 1{,}376\,V_1 - 3{,}439\,\beta V_1 > 3{,}5\ (t_1 - t_2)\ \alpha V$$

$$\therefore$$

$$1{,}376\,V_1 + 3{,}439\,\beta V_1 + 3{,}5\ (t_1 - t_2)\ \alpha V < 132{,}613$$

expresión final que nos permite estudiar la influencia relativa de algunos factos cuya presencia en estos problemas no siempre se tiene en debida cuenta.

Más interesante es el caso de sustituir un tren de pasajeros mas un tren mixto, ambos mal aprovechados, con un nuevo tren mixto, de otra composición y mejor cargado. El número de vehículos es entonces variable, lo mismo que los aprovechamientos; pero el aná-

lisis desarrollado en las líneas anteriores, permitirá fácilmente al lector plantear los problemas respectivos y encontrar su solución.

Un problema, en cierto modo inverso del que dejamos expuesto, es el de buscar cuándo *un* tren pesado y mal cargado, puede sustituirse por *dos* o más trenes de menor peso y mayor carga útil. A priori, la suma de los gastos de dos o más trenes, es superior a los del tren único, pero las locomotoras pueden ser menos pesadas y siendo también más liviano todo el convoy, la tarifa individual por pasajero puede ser rebajada, lo que unido al mayor número de trenes, que implica una mejora de horario, es susceptible de provocar un aumento de tráfico que conduzca finalmente a mayores utilidades. La sustitución de los largos trenes a vapor por varios coches automotores, es un ejemplo de hasta dónde puede llegarse en el empleo de un tren de tipo único, formado por un coche único con tarifa única.

(*Continuará*)

BIBLIOGRAFIA

DE LIBROS, FOLLETOS Y REVISTAS, RECIBIDOS EN LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

Por C. C. D.

TIMOSHENKO (S.). *Théorie des Vibrations* (versión francesa por A. de Riva-Berni). Un tomo (6 × 25), con 142 páginas conteniendo 229 figuras en el texto. Ch. Béranger. París, 1939, 250 francos.

El autor es profesor de mecánica teórica y aplicada en la Stanford University de California. La versión francesa actual es de la 2ª edición inglesa.

Después de tres prefacios: uno de M. F. Campus, profesor de la Universidad de Lieja, y dos del autor (referentes a la 1ª y a la 2ª edición), se desarrolla el tema de seis capítulos y un apéndice que estudian las vibraciones armónicas de un sistema de un grado de libertad, las vibraciones de los sistemas de características no lineales o que poseen varios grados de libertad; las de torsión, y las laterales de los árboles, de los cuerpos elásticos. El apéndice se refiere a los instrumentos para medir las vibraciones.

La primera edición de esta obra es bien conocida por los especialistas; esta segunda trae varias reformas llamadas a poner la obra al día y también hacerla más cómoda para la enseñanza. Trae varias agregados; por ejemplo, un estudio de las vibraciones forzadas, con amortiguaciones; vibraciones auto excitatrices; estudio general de los sistemas con amortiguamiento viscoso; movimiento en torbellino de los árboles, motivados por histéresis, etc.

BIGGERI (CARLOS). *Sobre las integrales determinantes ordinarias y generalizadas.* Un folleto de 86 páginas (15½× 22½). Córdoba. Imprenta de la Universidad, 1939.

El doctor Carlos Biggeri es una de las esperanzas de la Ciencia Matemática argentina. No hace mucho fué becado por la Comisión Nacional de Cultura para seguir en París cursos dictados por grandes profesores.

Acaba de publicar un estudio sobre las integrales ordinarias y generalizadas del que damos a continuación un resumen. El autor llama *integral determinante generalizada a la del tipo*

$$\int_0^{\infty} a(t) \,.\, e^{-\lambda(t)\,.\,z} \,.\, dt$$

donde $\lambda(t)$ es una función real de la variable real t, creciente (no necesariamente monótona) y cuyo límite, para $t \rightarrow \infty$, es $+\infty$. Si $\lambda(t) \equiv t$ se obtienen las integrales determinantes ordinarias (Laplace). Esta integral generalizada se destaca, por su importancia, entre los infinitos algoritmos para engendrar funciones analíticas, al lado de las series potenciales y de las series de Dirichlet.

No siempre una integral determinante generalizada se puede reducir a una ordinaria. Por ej. ello ocurre si $y = \lambda(t)$ representa, en coordenadas cartesianas, una curva que tenga, entre otros arcos, infinitos segmentos paralelos al eje real t.

Aun cuando el autor adopta como concepto de integral el de Cauchy, todos los teoremas que demuestra en esa monografía se verifican para las integrales Laplace-Stieltjes, cuyo tipo es

$$\int_0^{\infty} e^{-tz} \, . \, d \varphi (t)$$

siendo $\varphi(t)$ una función real de variable acotada en todo intervalo finito del semieje real y positivo t.

En una *Introducción*, el autor precisa, en detalle, la posición y relaciones mutuas de los teoremas que demuestra en su trabajo; introduce las nociones de abscisas de convergencia uniforme y de holomorfismo de una integral determinante. Además trae un teorema referente al comportaminto de la función analítica definida por una integral determinante en las proximidades de su recta de convergencia uniforme. Este teorema es de la naturaleza del primer teorema de Picard sobre las funciones analíticas uniformes con punto singular esencial aislado. El doctor Biggeri indica varios casos en que las abscisas de convergencia simple y de holomorfismo coinciden — casos que se refieren al comportamiento de la función generatriz.

Señala también una condición no necesaria pero sí suficiente para que se verifique la coincidencia de estas dos últimas abscisas. A pesar de que el autor no hace en este trabajo el estudio sistemático de las singularidades de las funciones analíticas definidas por integrales determinantes, indica las relaciones existentes entre los teoremas demostrados en él y la "teoría de las singularidades". Y así, entre otras cosas, explica cuál es la *razón funcional* para que el punto real de la recta de convergencia simple de una integral determinante, cuya generatriz es real y no negativa, sea singular (teorema de Landau).

Después de la referida *Introducción*, en la primera de las cuatro partes que componen el estudio del doctor Biggeri, éste demuestra varias fórmulas (universales) para el cálculo de las abscisas de convergencia simple y absoluta de toda integral determinante generalizada; y da varios criterios suficientes unos, pero no necesarios, otros necesarios y suficientes, para reconocer cuando se verifica la igualdad de dichas abscisas, criterio que son interesantes en la *Teoría de las singularidades* ya que a cada uno de ellos corresponde otro criterio para reconocer la singularidad de un punto perteneciente a la recta de convergencia simple.

Varias fórmulas para el cálculo de la abscisa de convergencia uniforme de toda integral determinante generalizada, de las que cuatro son generales y otra supone, esencialmente, que la abscisa sea positiva, son dadas en la segunda de las partes que componen el trabajo; en ella se plantea, también, entre otros, el siguiente problema: ¿cómo se obtienen criterios aptos para reconocer la igualdad de las abscisas de convergencia uniforme y simple y la igualdad de las abscisas de convergencia uniforme y absoluta?

En la "tercera" parte se demuestran varios teoremas relativos a los ceros de las funciones analíticas definidas por integrales drterminantes. Finalmente en la última parte del trabajo, el doctor Biggeri demuestra directamente un teorema sobre los puntos singulares de las funciones definidas por integrales del tipo indicado más arriba, análogo al de Fekete perteneciente a la teoría de las series de Dirichlet. Ya en un trabajo anterior, el autor había indicado un criterio necesario y suficiente para reconocer la regularidad o singularidad de un punto periférico, con el cual se demuestran brevemente varios teoremas nuevos y se simplifican las demostraciones de otros conocidos; la demostración del teorema traído en esta última parte del trabajo, permite ver, por comparación, la ventaja que, desde el punto de vista de la síntesis, reporta tal criterio.

El trabajo termina planteando varias generalizaciones de los resultados obtenidos.

Es satisfactorio, comprobar estos progresos de los estudios matemáticos entre nosotros.

BIBLIOGRAFIA

DE LIBROS, FOLLETOS Y REVISTAS, RECIBIDOS EN LA ACADEMIA N. DE C. E., F Y N.

POR C. C. D.

Actualités Scientifiques et Industrielles. Folletos (16 1/2 cm. × 25 cm), editados por Hermann & Cía., París. Número de páginas y precios variables. Se detallan a continuación los últimos recibidos, siguiendo la numeración consecutiva.

N° 633. — LEGENDRE (RENÉ). *Le Poisson.* 48 páginas con algunas figuras. 1938. 10 francos.

Fascículo XIV de la serie « Nutrition », dirigida por Emilio F. Terroine. El autor es director del Laboratorio de Fisiología comparada, etc.

Trata de las estadísticas de las pescas marítimas; la composición, valor alimenticio de los peces.

Una buena bibliografía termina el trabajo.

N° 639. — LOOSLI-USTERI (M.). *Le Diagnostic Individuel chez l'enfant au moyen du Test de Rorschach.* 94 páginas. 1938. 20 francos.

Fascículo III de la serie « Psycho-Biologie de l'enfant », dirigida por Henri Wallon, profesor en el Collège de France; el autor es encargado de cursos en el Instituto J. J. Rousseau de Ginebra.

Después de una Introducción explicativa y de una exposición sobre el referido « test », expone los resultados de su aplicación; un estudio estadístico de los mismos; la constancia de dichos resultados y su interpretación.

Las conclusiones son de que el « test » en cuestión puede utilizarse con niños de por lo menos 9 años de edad; que él ilustra respecto de la inteligencia y afectividad del sujeto; que proporciona señalados servicios en el diagnóstico afectivo (dominio en el que la experimentación es particularmente delicada). Pero eso bajo ciertas condiciones.

N° 651. — ROSTAND (JEAN). *La Parthénogenèse des vertébrés.* 62 páginas; 18 francos.

Fascículo I de la serie « Biologie et Reproduction », dirigida por el autor.

Después de recordar la definición y caracteres de la partenogénesis natural y artificial, el autor resume lo esencial de los conocimientos

adquiridos hasta el presente, relativamente a esa función, en la rama de los vertebrados, empezando por los batracios; sigue luego por los peces, y después por los pájaros y mamíferos. La bibliografía es abundante.

N° 653. — Fleury (Pierre). *Lecons de Métrologie.* Mesure des Temps, Vitesses, *Débits.* 112 páginas con 93 figuras y láminas; 30 francos. 1938.

Es el tomo III de estas lecciones. Trata los relojes mecánicos y eléctricos, cronógrafos, taquímetros, acelerómetros, estrobocopios, anemómetros e hidrómetros.

Inicia un capítulo relativo a los principios de la medida del tiempo.

Estas lecciones comportan 7 fascículos; los dos que preceden al actual, se referían a generalidades sobre las medidas (fasc. I) y las medidas geométricas (fasc. II).

N° 654. — Matricon (M.). — *Application de la Méthode du Champ self-consistent aux Noyaux atomiques.* 90 páginas; 25 francos; 1938.

Es el fascículo XXIII de la serie « Physique Théorique », dirigida por L. de Broglie.

El autor es ingeniero de la Cia. General de Radiología, y, a la vez, doctor en ciencias.

En la Introducción, hace presente que si bien todos los autores han deseado estudiar los núcleos atómicos conteniendo más de cuatro partículas, utilizando un método de más precisión que el estadístico, se valieron del campo self-consistente. Señala la forma deficiente con que emplearon ese método; por eso considera necesario previamente rever sistemáticamente toda la teoría aplicándola a un conjunto constituído por dos especies de partículas distintas, entre las que obran fuerzas de intercambio, en diversas maneras.

Primero hace un estudio analítico del método del campo self-consistente. Luego, se ocupa de la integración de las ecuaciones de dicho campo y trae una aplicación numérica al núcleo de helio.

Cierra el folleto la bibliografía del tema.

N° 655. — Leighton (Philip A.). *The Determination of the Mechanism of Photochemical Reactions.* 75 páginas con algunas figuras; 18 francos; 1938.

Constituye el fascículo II de la serie « Photochimie », dirigida por W. Albert Noyes, Jr., doctor en ciencias y profesor de Química-física en la Universidad de Rochester, N. York. El autor Leighton es profesor de Química en « Stanford University », California, U. S. A.

Consta este folleto de una Introducción explicativa de su objeto, seguida de cinco capítulos, de unas conclusiones y de una bibliografía, el todo escrito en idioma inglés. Los tres últimos de esos capítulos ilustran respecto del alcance y de las limitaciones del método usado para la determinación del mecanismo de las reacciones fotoquímicas y recalca todo lo que aun queda por hacer, tanto teórica como prácticamente.

N° 656. — ROLLEFSON (GERHAND K.). *The Photochemistry of the Halogens.* 56 páginas; 20 francos; 1938.

Es el fascículo IV de la serie recién referida. El autor es profesor adjunto de química, en la Universidad de California Berkeley, California.

El contenido del folleto trata, sucesivamente, de la naturaleza de los procesos primarios; reacciones con hidrógeno; reacciones que importan protóxido de carbono; y reacciones de substitución, de adición, etc. de halógenos.

También este fascículo está escrito en inglés y trae la correspondiente bibliografía.

N° 658. — BREMER (FREDERIC). *L'Activité Electrique de l'Ecorce cérébrale.* 48 páginas, con varias figuras y 14 láminas fuera de texto; 15 francos; 1938.

Es el fascículo 3 de la « Biblioteca de la Sociedad Filomática de París ». El autor es profesor en la Universidad de Bruselas.

En una introducción se exponen los antecedentes de esos estudios sobre la actividad eléctrica de la corteza cerebral. Se indica después el método seguido y los datos anatómicos. Otro capítulo se ocupa del reposo y los grados de actividad de la corteza, exponiendo las observaciones hechas en el hombre y en el animal. Y así se tratan después la naturaleza de las ondas eléctricas corticales, la actividad sensorial y la actividad motriz de la corteza. Finalmente se encara lo relativo a la epilepsia, al sueño y narcosis.

Después de todo esto el autor da las conclusiones de su trabajo; considera que la exploración metódica de las actividades eléctricas de la corteza cerebral, dará a la fisiología una revelación comparable a la que le dió la introducción de los métodos histológicos de impregnación fibrilar.

Acompaña una nutrida bibliografía.

Nos. 662 y 702. — KAHANE (ERNEST) y LÉVY (JEANNE). *Choline-Neurine. Acétylcholine.* Dos folletos de 62 páginas cada uno; precio 15 francos cada uno; 1938.

Constituyen los fascículos I y II de « Biochimie de la choline et de ses dérivés ».

Esta publicación tiene por objeto esencial la descripción de la colina, y comporta un estudio químico y fisiológico detallado así como los métodos de extracción, de caracterización y de dosaje químico y farmacológico. El fascículo N° 662, después de una Introducción, habla de la química de la colina, de sus sales y de su fisiología; luego se ocupa del histórico, preparación, propiedades, sales, reacciones y propiedades fisiológicas y farmacológicas de la neurina. Al final una copiosa bibliografía.

El fascículo N° 702 trata la química de la acetilcolina; la estudia como constituyente normal del organismo y expone el papel que desempeña del punto de vista fisiológico.

También acompaña una bibliografía del tema, que ocupa 17 páginas.

N° 663. — Spindler (Henry). *Les Nombres Structuraux en chimie.* 32 páginas; 1938; 10 francos.

El autor procura estudiar las propiedades físico-químicas de la materia con la introducción de los « números estructurales », noción ligada a la estructura o edificios moleculares según la disposición y número de los átomos constituyentes.

N° 707. — Jouniaux (A.). *Les origines francaises de la Chimie Analytique.* Fascículo VI de la serie « Exposés de Chimie Analytique », dirigida por el autor, profesor de la Facultad de Ciencias de Lila. 60 páginas; 1938; 15 francos.

El autor se propone poner en evidencia que las disciplinas de Análisis Químico han sido creadas, imaginadas e inauguradas por sabios franceses. Así la gravimetría ha salido de Lavoisier y de Proust. Gay Lussac ha creado el Análisis volumétrico; a ese nombre cabe agregar los de Margueritte y de Du Pasquier. En el dominio de los métodos físicos, a Baumé se debe la utilización de las medidas de densidad para la determinación de la concentración de las soluciones alcalinas.

N° 721, 722, 723. — *Reunion Intérnationale de Physique-Chimie-Biologie.* Congres du Palais de la Découverte. París, octubre 1937. Química General, Química Mineral, Química Orgánica.

El primer folleto (N° 721) trae relaciones de W. Henri sobre *La Predisociacion*; de W. Alberto Noyes (I.) sobre los *procesos primarios en las reacciones fotoquímicas*, y su discusión; de F. London sobre la *teoría de valencia en mecánica cuántica*; *supraconductibilidad en las combinaciones aromáticas.*

Total, 32 páginas; precio 10 francos; París, 1938.

El fascículo 722 trae las siguientes comunicaciones: Van Arkel, *La preparación de los metales puros*; U. R. Evans, *Estado de superficie de corrosión*; W. L. Bragg, *La clasificación de los silicatos y alúminosilicatos naturales*; N. Parravano, *Génesis y propiedades de los óxidos.*

Total, 72 páginas; precio 20 francos.

El fascículo 723, trae trabajos de: J. B. Bonino, *Los espectros de Raman en química orgánica*; Kurt H. Meyer, *Estado actual de nuestros conocimientos de la constitución, del modelo cristalográfico y de la textura de la celulosa*; L. Ruzicka, *Sobre la arquitectura de las politerpenas.*

Total, 56 páginas; precio 17 francos.

Index Generalis: 1939. Anuario General de las Universidades, Escuelas Superiores, Academias, Archivos, Bibliotecas, Institutos Científicos. Jardines Botánicos y Zoológicos, Museos, Observatorios, Sociedades Culturales, dirigido por S. de Montessus de Ballore. Masson & Cie. París, 1939. 2830 páginas (12 × 18).

Esta edición del conocido Anuario trae tablas que facilitan su empleo: Una lista de los premios Nobel, otra de los doctores *honoris causa.* otra de intercambios intelectuales; de los principales editores del mundo:

Una tabla alfabética del personal sabio o enseñante (unas 15000 referencias); una tabla geográfica, por países, de las ciudades donde existen Instituciones Científicas; otra tabla geográfica alfabética que indica para cada ciudad todos los establecimientos científicos, y, para los Estados Unidos de Norte América, todos los establecimientos cuyo nombre difiere del de la ciudad.

Además, una tabla general de las materias, y un Suplemento.

La parte relativa a la Argentina ha sido puesta al día.

Un prefacio firmado por A. Lacroix, secretario perpetuo de la Academia de Ciencias del Instituto de Francia, hace constar las mejoras realizadas en la presente edición y, entre otras, señala las informaciones relativas a la U. R. S. S.

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borruat, Luis A.
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Canal Feijoo, Bernardo
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Dennler, Jorge
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Floriani, Luis
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Kervor, Juan B.
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucia
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Ogloblin, Alejandro
Oliveri, Alfredo E.
Ortega Belgrano, Raúl
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví, y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.

Rodríguez, Germinal
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rospide, Juan
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela Gil, José
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Villalobos D., C.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Vistalli, Alina M.
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo F.
García, Daniel
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, Carlos
Rothlin, Edwin
Schmiedecke, Augusto
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Trebino, Natalio
Urciolo, Victorio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.
Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Gustavo A. Fester; Vice-presidente, Dr. José Piazza; Secretario de correspondencia, Ing. Quím. Francisco A. Bertuzzi; Secretario de actas, Ing. Quím. José Cruellas; Tesorero, Ing. Quím. Enrique Virasoro; Vocal 1º, Ing. José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocal suplente 1º, Prof. Julio Salaber; Vocal suplente 2, Ing. Quím. Guillermo Berraz; Encargado de Biblioteca y Canje, Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut; Encargado de Publicaciones, Ing. José Babini.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bossi, Celestino
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Cohan, Marcos
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.)
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá, Tolrá Antonio
Kleer, Gregorio
Lachaga, Dámaso A.
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan B. Lara; Vice-presidente, Ing. Agr. José Raúl Ponce; Secretario, Ing. Agr. Julio Tolosa (h); Tesorero, Ing. Cayetano C. Piccione; Bibliotecario, Sr. Adrián Ruíz Leal; Vocales: Dr. Eduardo Carette; Dr. Mario Bidone; Ing. Alfredo Rosenthal; Sr. Manuel Tellechea; Ing. Agr. Rafael E. Pontis.

SOCIOS ACTIVOS

Ahumada, Ciro
Anzorena, Jacinto
Ayala Castagnino, G.
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Carette, Eduardo
Castillo, José
Croce, Francisco M.
Espinosa, Norberto A.
Flor Alvarado, José M.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Granzella, Sinibaldo
Guevara, José R.
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maveroff, Aquiles
Mayorga, Santiago C.
Navarro Correas, José A.
Paganotto, Juan P.
Pelaia, Dante
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Richard, Alfonso E.
Rosales, Ranulfo S.
Rosenthal, Alfrado
Ruíz, Aníbal
Ruíz Leal, Adrián
Sáez Medina, Miguel
San Martín, José Benito de
Serra, Luis Angel
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Tolosa, Julio (h)
Toso, Juan F.

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretaria, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Carlos T. Teobaldo; Vocales: Ingº Juan Sabato, Ingº Manuel Ucha, Dr. Pedro G. Paternosto, Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Amarante, Pedro C.
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Basualdo, Washington S.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Brau, Eduardo F.
Canals Frau, Salvador
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E.
Daló, Héctor R.
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Loedel Palumbo, Enrique
Mc Loughlin, Rogelio P.
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño, Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Híjar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Shepperd, William R.	Wáshington
Tello, Julio C.	Lima
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

JUNIO 1939 — ENTREGA VI — TOMO CXXVII

SUMARIO

Pág.

SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:

Asamblea ordinaria del 29 de Abril de 1939 401

Visita a la destilería San Lorenzo, de Y. P. F. 401

Informe de la Presidencia leído en la asamblea ordinaria, del día 29 de Abril de 1939 402

MATEMATICAS:

J. C. VIGNAUX. — Sobre las funciones polígenas de variable compleja y bicompleja hiperbólica (*Continuación*) 407

CARLOS BIGGERI. — Sobre los puntos singulares de las funciones analíticas 430

MISCHA COTLAR. — Estructura de Anágenos (*Conclusión*) 432

CIENCIAS ECONOMICAS:

EMILIO REBUELTO. — Tarifas ferroviarias de utilidad máxima (*Continuación*) 462

Indice de materias contenidas en el tomo CXXVII 479

BUENOS AIRES

CALLE SANTA FE 1145

1939

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

SECCIÓN OFICIAL

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

SECCIÓN "SANTA FÉ"

Asamblea ordinaria del 29 de Abril de 1939

VISITA A LA DESTILERÍA SAN LORENZO DE Y. P. F.

El 29 de Abril de 1939, bajo la presidencia del Dr. Gustavo A. Fester, se realizó la Asamblea anual ordinaria de la Sociedad Científica Argentina (Sección « Santa Fe») en la que se leyó y aprobó la memoria de la presidencia así como los balances de tesorería correspondientes al período 1938-1939, procediéndose luego a la elección de las autoridodes de la Sección para el período 1939-1940.

Ese mismo día se realizó una visita a la Destilería San Lorenzo de los Yacimientos Petrolíferos Fiscales, situada en las inmediaciones de la localidad del mismo nombre, a la que concurrió un numeroso grupo de socios de la Sección y un grupo de estudiantes de la Facultad de Química Industrial y Agrícola de Santa Fe, invitados especialmente.

La planta visitada constituye un tipo nuevo para el país pues consta de una instalación combinada de topping y cracking de flujo continuo, sin interrupción desde el aceite crudo hasta los productos finales: gasolina, nafta, kerosene, agricol. gasoil y fueloil.

Al principio se somete el crudo al topping, que utiliza una caldera tubular en lugar de la usual batería de cilindros; y las partes pesadas, gasoil y « crudo reducido » se craquean en instalaciones con torres combinadas de expulsión y burbujeo. Los polimerizados, gasoil, de las fases anteriores se craquean igualmente, y al final en fase de vapor. Es también una novedad la instalación para el aprovechamiento de los gases (exceptuando gasolina y supergás) que

se polimerizan térmicamente y que dan una nueva porción de nafta. La planta prevé la elaboración de supergás que se comenzará dentro de poco tiempo.

Los visitantes fueron acompañados y amablemente atendidos por el Sr. Administrador Ing. Julio V. Canessa y los Ings. Bartolomé Bruera y Rómulo Demattei, retirándose muy agradecidos por las finas atenciones recibidas.

INFORME DE LA PRESIDENCIA LEÍDO EN LA ASAMBLEA ORDINARIA, DEL DÍA 29 DE ABRIL DE 1939

Estimados Consocios:

Dando cumplimiento a lo dispuesto por el inc. *h*) del Art. 19 de nuestros Estatutos, elevo a vuestra consideración, un informe sobre la labor realizada, durante el período 1938-1939, y que termina en la fecha.

Comunicaciones científicas

Se realizaron durante este último período, dos sesiones de comunicaciones científicas, donde se presentaron los siguientes trabajos:

Sesión del 21 de Junio:

J. Gollán - O. Mallea. — Determinación de la capacidad de adsorción y bases intercambiables en los suelos.

J. Gollán - V. Nicollier. — Límite líquido en suelos.

G. Kleer. — Algunas rocas de Tierra del Fuego.

G. A. Fester. — La Cordillera Darwin.

J. Cruellas - R. Valetto. — Dosaje del Manganeso con la formaldoxima.

Sesión del día 4 de noviembre de 1938:

J. Babini. — Sobre un tipo de ecuaciones diferenciales lineales.

H. Damianovich. — ¿Puede obtenerse helio molecular a partir de compuestos helio-metal?

J. Gollán - M. Codoni. — Control del análisis mecánico en suelos.

G. A. Fester. — Las materias tanantes del quebracho colorado.

Estas comunicaciones tuvieron lugar en el Museo Tecnológico de la Facultad de Química Industrial y Agrícola, gentilmente cedido por el señor Decano.

Conferencias

En esta actividad, la Sociedad contó con la valiosa colaboración de estudiosos conocidos en el país y extranjero, que versaron sobre temas de singular interés, y que fueron escuchados por numeroso y atento auditorio. Las conferencias, cuyos temas se exponen más abajo, fueron ilustradas con trabajos personales y acompañadas de proyecciones luminosas.

El Dr. Joaquín Frenguelli, disertó el 1º de Julio de 1938 sobre « Qué son y para qué sirven las Diatomeas ».

El 8 de Octubre, habló el Dr. Alfredo Castellanos sobre « El subsuelo de Rosario », y el 14 del mismo mes el Dr. Ricardo A. Gaibrois sobre « Algunos aspectos modernos de la Ingeniería Sanitaria ». La Sociedad lamenta el fallecimiento de este distinguido profesional y hombre estudioso, acaecido en diciembre del mismo año, y oportunamente hizo llegar a sus familiares sus sentimientos.

Biblioteca

Como en años anteriores, la biblioteca ha ido engrosando sus estantes, con los *Anales,* publicaciones por canje, donaciones, y compras; en este último caso limitadas solo a completar la obra « Comptes rendues hebdomadaire des seances de l'Academie des Seiences », por razones pecuniarias.

A la « Nómina de publicaciones existentes en la biblioteca de la Sociedad Científica Argentina, Sección Santa Fé, de 1935 », debemos agregar dos suplementos, compilados por el Ing. Quím. Rodolfo Rouzaut, que tiene a su cargo la sección Biblioteca y Canje, completamente al día, lo que es oportuno destacar. Estos Suplementos Nos. 1 y 2 de fechas Abril de 1937 y Febrero de 1939, ya impresos, se distribuirán en la semana próxima.

Tesorería

Tesorería a cargo del Ing. Quím. Enrique Virasoro, presenta un balance, cuyo detalle se agrega a este informe, y que acusa una entrada bruta de $ 1505.78 (incluso el saldo del ejercicio anterior de $ 283.78) y una salida por $ 1417.45. Vale decir que hay un saldo favorable en los dos últimos años de $ 88.33, depositado en efectivo en Tesorería. Conviene recordar, al tener en cuenta lo exiguo de estos saldos, que esta Sociedad gira a la Central 1.50 $ por cada

socio activo; quedando a favor nuestro solamente $ 0.50; aporte que la experiencia ha demostrado ser muy bajo e insuficiente para el desenvolvimiento de la Sociedad, pues aparte de los gastos de secretaría, debe tenerse presente la necesidad de adquirir revistas, ciertas publicaciones, etc.; proveer la encuadernación de las existentes, etc. Con el fin de subsanar este inconveniente, propondría a los señores consocios convenir con la Central, que a partir del próximo ejercicio se contribuya solo con el 50 % de las entradas por concepto de cuotas y en caso afirmativo, encomendar a las nuevas autoridades las gestiones del caso.

Nuevos socios

Actualmente cuenta la Sociedad con 1 socio honorario: el Dr. Juaquín Frenguelli, y 48 socios activos, habiendo renunciado durante el período 4 socios.

Lamenta sinceramente la Sociedad, el fallecimiento de dos distinguidos consocios: el del Ing. Hugo José Guinle, acaecido en Diciembre de 1938, y el del Dr. Angel Caballero Martín, cuyo deceso se produjo en Febrero del año en curso. En homenaje a ellos solicito nos pongamos de pie.

Sección publicaciones

La Sociedad como es del conocimiento de ustedes, continúa con la práctica de resumir las comunicaciones científicas, conferencias y otras actividades y hacerlas llegar a sus asociados por medio de los Anales de la Sociedad Científica Argentina de Buenos Aires y tirajes aparte. Esta laboriosa tarea está a cargo del Ing. José Babini, que corre con la corrección de pruebas y todo lo referente a los *Anales*.

Antes de dar término a esta lectura conviene destacar con toda justicia la colaboración de la Facultad de Química Industrial y Agrícola que facilitó el salón de actos con sus instalaciones y al Instituto Social de la Universidad del Litoral, porque auspició moral y materialmente la realización de varias conferencias.

Con la excursión de estudios que realizamos en el día de la fecha, a la *Destilería Fiscal de San Lorenzo,* tan gentilmente acordada por su Administrador el Ing. Julio V. Canessa, y el acto que realizamos para considerar el orden del día, cerramos el período de nuestras actividades.

Réstame por fin, esperar de vuestra amabilidad, la consideración de este informe, expuesto sintéticamente sobre la labor desarrollada por la Sociedad, en cuya tarea han intervenido y facilitado los señores miembros de la C. D. y las autoridades de la Junta Central de la Capital Federal; deseando el más franco éxito en sus gestiones a los componentes de la nueva Comisión Directiva, que resulten electos en este acto.

FRANCISCO A. BERTUZZI
Secretario

GUSTAVO A. FESTER
Presidente

COMISIÓN DIRECTIVA
Período 1939-1940

Presidente	Dr. JOSÉ PIAZZA
Vice-Presidente	Ing. FRANCISCO URONDO
Secretario de actas	Ing. Quím. CARLOS CHRISTEN
Secretario de correspondencia . . .	Ing. Quím. RODOLFO CHISTEN
Tesorero	Ing. Quím. GUILLERMO BERRAZ
Vocal titular I	Ing. JOSÉ BABINI
Vocal titular II	Prof. ROLANDO HEREÑU
Vocal suplente I	Prof. JULIO SALABER
Vocal suplente II	Ing. BRUNO SANTINI
Encargado de Publicaciones	Ing. JOSÉ BABINI
Encargado de Biblioteca Canje . .	Ing. Quím. RODOLFO ROUZAUT

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leonidas
Ariotti, Carlos
Babini, José
Bertuzzi, Francisco A.
Berraz, Guillermo
Bossi, Celestino
Claus, Guillermo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo
Courault, Pablo
Cerana, Miguel
Cohan, Marcos
Damionovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo
Gollán, Josué
Hereñú, Rolando
Hochewer, Curto
Juliá Tolrá, A.
Kleer, Gregorio
Lachaga, Dámaso
Mai, Carlos A.
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Marino, Antonio
Montpellier, Luis
Nigro, Angel
Niklison, Carlos
Oliva, José
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Peresutti, Luis
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Ragonese, Arturo
Salaber, Julio
Salgado, José
Schivazappa, Mario
Santini, Bruno
Simonutti, Atilio
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco
Virasoro, Enrique

BALANCE DE TESORERIA

Ejercicio: 1-V-1938 al 30-IV-1939

DEBE		HABER	
Saldo del ejercicio anterior	$ 283.78	Depositado en cuenta corriente del Banco de la Nación Argentina a la orden de la Sociedad Científica Argentina	$ 1086.00
Importe de 611 recibos de la Sociedad Científica Argentina (Sección Santa Fé)	» 1222.00	Por comisión cobranza de 599 recibos de la Sociedad Científica Argentina (Sección Santa Fe)	» 179.70
		Impresiones varias	» 58.50
		Suscripción por 1 año « Comptes Rendus de l'Academie des Sciences », Francia	» 60.85
		Artículos de librería y gastos varios	» 17.40
		Por gastos de excursiones	» 15.00
		Efectivo en Tesorería	» 88.33
	$ 1505.78		$ 1505.78

Santa Fé, 30 de Abril de 1939.

E. VIRASORO
Tesorero

G. FESTER
Presidente

SOBRE LAS FUNCIONES POLÍGENAS DE VARIABLE COMPLEJA Y BICOMPLEJA HIPERBÓLICA

Por J. C. VIGNAUX

(*Continuación* *)

CAPITULO II

FUNCIONES POLIGENAS DE UNA VARIABLE COMPLEJA HIPERBOLICA

Propiedades generales

14. *Definiciones.* — Diremos que $z = x + jy$ es una *variable compleja hiperbólica*, si x e y son dos variables reales independientes, donde j es la *unidad imaginaria hiperbólica* ($j^2 = +1$).

Si adoptamos un sistema de ejes rectangulares x, y y representamos el número z, por un punto del plano de coordenadas x é y, su campo de variabilidad es el conjunto de puntos en el cual z está dado.

La variable z es acotada, si son acotadas las dos variables reales x e y.

Pongamos

$$\overline{\text{lím}}\ x = \alpha' \qquad \underline{\text{lím}}\ x = \alpha''$$

$$\overline{\text{lím}}\ y = \beta' \qquad \underline{\text{lím}}\ y = \beta'',$$

por definición, los dos números complejos hiperbólicos

$$l' = \alpha' + j\beta' \quad , \quad l'' = \alpha'' + j\beta'',$$

llamaremos respectivamente, el *límite superior* y el *límite inferior* de la variable z.

$$l' = \overline{\text{lím}}\ z \quad , \quad l'' = \underline{\text{lím}}\ z\,.$$

* Ver estos *Anales*, E. IV - T. CXXVII, pág. 241 y sig.

Se tiene

$$\overline{\text{lím}}\,(x + j\,y) = \overline{\text{lím}}\,x + j\,.\,\overline{\text{lím}}\,y$$

y

$$\underline{\text{lím}}\,(x + j\,y) = \underline{\text{lím}}\,x + j\,.\,\underline{\text{lím}}\,y$$

El límite de z se define del mismo modo.

Pongamos

$$\text{lím}\,x = a \quad , \quad \text{lím}\,y = b$$

el número complejo hiperbólico

$$l = a + j\,b$$

será el límite de z.

En este caso resulta

$$l = l' = l''\,.$$

La variable compleja hiperbólica $w = u + jv$, es *función* de la variable compleja hiperbólica $z = x + jy$ en el sentido general, si a cada valor de z de un cierto conjunto D, corresponde uno o varios valores para w, bien determinados.

La relación

$$w = f\,(z)$$

entre w y z equivale a las dos relaciones

$$u = u\,(x, y) \quad , \quad v = v\,(x, y)$$

que definen a u y v, como funciones de dos variables relaes x e y. Toda función $f\,(z)$, se puede poner por tanto, en la *forma normal*

$$w = f\,(z) = u\,(x, y) + j\,v\,(x, y)\;.$$

La función $f\,(z)$ es *contínua* en el punto z_0, si fijado un número $\varepsilon > 0$ arbitrario, existe un número $\delta > 0$, tal que

$$|\,f\,(z) - f\,(z_0)\,| < \varepsilon \quad \text{para} \quad |\,z - z_0\,| < \delta$$

De aquí resulta

$$|\,u\,(z) - u\,(z_0)\,| < \varepsilon\,, \quad |\,v\,(z) - v\,(z_0)\,| < \varepsilon$$

en todo entorno de z_0

$$|\,z - z_0\,| < \delta\,,$$

por tanto, las funciones $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$ son contínuas en el conjunto (x, y). Recíprocamente ,si las componentes u y v son contínuas la $f(z)$ es función contínua.

Para representar los valores w de la función adoptaremos otro sistema de ejes rectangulares (u, v). Si las componentes u y v son en el dominio D, derivables parcialmente y su *jacobianao*

$$J(u, v) = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial x} & \dfrac{\partial v}{\partial x} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} & \dfrac{\partial v}{\partial y} \end{vmatrix}$$

es distinto de cero, la relación

$$w = f(z) = u + j\,v\,,$$

equivale a dar una correspondencia puntual entre el plano (x, y) y el plano (u, v) de modo que a toda área D del primero, corresponde una cierta área D' del plano w.

Cuando la variable z, está dada en su forma isótropa: $z = z'j_1 + z''j_2$, la función $f(z)$ es entonces de la *forma isótropa.*

$$f(z) = j_1 P(z', z'') + j_2 Q(z', z'')$$

donde P y Q son dos funciones reales de las dos variables reales z' y z'' (primer y segunda componente isótropa).

Es por tanto, *condición necesaria y suficiente para que la función w sea contínua que lo sean sus dos componentes isótropas P y Q.*

15. *Derivada radial.* — Sea δ una recta del plano z, que pasa por el punto fijo z del dominio D.

Llamaremos *límite radial* y designaremos con la notación

$$\lim_{h \to 0} (\delta)\, F(z, h)$$

al límite cuando existe de $F(z, h)$ para $h \longrightarrow 0$ de modo que el punto $z + h$ permanezca siempre sobre la recta δ.

Consideremos la función

$$w = f(z) = u + j\,v\,,$$

dada en el dominio D y supongamos que en cada punto z interior al dominio D el límite radial

$$\lim_{h \to 0} (\delta) \frac{f(z+h) - f(z)}{h},$$

exista para cada recta δ que pasa por el punto z la cual forme con el sentido positivo del eje $0x$, un cierto ángulo φ. A éste número llamaremos la *derivada radial* de $f(z)$ en el punto z, e indicaremos con la notación

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_\delta .$$

Diremos que la función compleja de la variable $z = x + jy$

$$w = f(z) = u(x, y) + j\, v(x, y)$$

es *función polígena hiperbólica*, si u y v son funciones reales de x e y, contínuas y con derivadas parciales contínuas.

Estas funciones tienen la propiedad fundamental, de tener en cada punto, una derivada determinada para cada dirección dada.

En efecto; consideremos la relación incremental

$$\frac{\Delta w}{\Delta z} = \frac{\Delta u + j\, \Delta v}{\Delta x + j\, \Delta y} \qquad \text{con} \qquad \Delta x \mp \Delta y ,$$

es decir, que el punto variable $z + \Delta z$, no pertenezca a uno de los dos rayos formados por las bicsetrices de los ejes coordenados.

Se tiene

$$\frac{\Delta w}{\Delta z} = \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial u}{\partial y}\Delta y\right) + j\left(\frac{\partial v}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial v}{\partial y}\Delta y\right)}{\Delta x + j\, \Delta y} + \frac{\alpha\, \Delta x + \beta\, \Delta y}{\Delta x + j\, \Delta y}$$

$$= \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) + j\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)}{1 + j\, \frac{\Delta y}{\Delta x}} + \eta$$

donde η es un infinitésimo con $(\Delta x, \Delta y)$.

Hagamos ahora tender $\Delta z \longrightarrow 0$ de modo que $\dfrac{\Delta y}{\Delta x} = m$, donde m es la pendiente de la recta δ; se tiene

$$\lim_{h \to 0} (\delta) \frac{\Delta w}{\Delta z} = \frac{\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial u}{\partial y} m + j\left(\dfrac{\partial v}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} m\right)}{1 + jm} \qquad [2]$$

puesto que el término complementario $\eta \longrightarrow 0$.

El límite (2) depende no solamente del punto fijo z, sino también del parámetro m.

Para cada punto z y valores variables de m, el primer miembro existe, como función de m. Por tanto, la derivada radial de una función polígena hiperbólica

$$f(z) = u + jv$$

está dada por la expresión

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_m = \frac{1}{1+jm}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} j\right) + m\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} j\right)\right] \qquad [3]$$

es decir

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_m = \frac{1}{1+mj}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + m\frac{\partial w}{\partial y}\right).$$

Debemos excluir las direcciones de las dos bisectrices de los ejes coordenados según las cuales no existen las derivadas radiales; puesto que en este caso el complejo $1 \pm j$ es un divisor de cero y la relación incremental no existe.

16. *Representación geométrica.* — Si representamos las variables $z = x + jy$, $w = u + jv$ en sus planos respectivos y adoptamos un tercer plano coordenado (X, Y) para representar a la derivada radial

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_m = X + jY\ ,$$

a cada punto z de z, corresponde un punto w del plano w, mientras que para $X + jY$ resultan infinitos puntos, correspondientes a los diversos valores del parámetro $m \mp 1$.

Estos puntos se encuentran en la hipérbola equilátera de ecuación (*hipérbola derivada*) ([1])

$$\left(X-\frac{u_x'+v_y'}{2}\right)^2-\left(Y-\frac{u_y'+v_x'}{2}\right)^2=\left(\frac{u_x'-v_y'}{2}\right)^2-\left(\frac{u_y'-v_x'}{2}\right)^2 \qquad [\alpha]$$

En efecto; de la relación (2) se deduce

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}+m\frac{\partial u}{\partial y}\right)+j\left(\frac{\partial v}{\partial x}+m\frac{\partial v}{\partial y}\right)=(X+jY)(1+mj)$$

Separando la parte real y la parte imaginaria, la última igualdad equivale al siguiente sistema

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial u}{\partial x}+m\dfrac{\partial u}{\partial y}=X+mY \\[2ex] \dfrac{\partial v}{\partial x}+m\dfrac{\partial v}{\partial y}=Y+mX\,, \end{array}\right.$$

de donde, eliminando m, resulta

$$(X-u'_x)(v'_y-X)=(Y-v'_x)(u'_y-Y)$$

es decir

$$X^2-Y^2-(u_x'+v_y')X+(u_y'+v_x')Y=u_y'v_x'-u_x'v_y'$$

o bien

$$\left(X-\frac{u_x'+v_y'}{2}\right)^2-\left(Y-\frac{u_y'+v_x'}{2}\right)^2+\left(\frac{u_y'+v_x'}{2}\right)^2-\left(\frac{u_x'+v_y'}{2}\right)^2$$
$$=u_y'v_x'-u_x'v_y'$$

la cual se puede poner en la forma (α) ([2]).

El centro de esta hipérbola, tiene por coordenadas

$$\alpha=\frac{1}{2}(u_x'+v_y')\quad,\quad\beta=\frac{1}{2}(u_y'+v_x')$$

([1]) En el caso de las funciones polígenas ordinarias, el *indice* $X+iY$ se encuentra sobre una circunferencia (*círculo de* KASNER).

([2]) El Ing. P. Capelli se ocupa del estudio geometrico de la derivada radial de estas funciones en una Nota en curso de publicación en este mismo lugar.

y sus asintotas son las paralelas a las bisectrices de los angulos (X, Y). Si la función es monógena la (α) se reduce a

$$(X - u_x')^2 - (Y - u_y')^2 = 0$$

es decir

$$(X - u_x' + Y - u_y')\,(X - u_x' - Y + u_y') = 0$$

de donde

$$\begin{cases} X = u_x' \\ Y = u_y' \end{cases}$$

es decir, se reduce a un punto (u_x', u_y').

17. La expresión (3) del número anterior, que define la derivada radial de $f(z)$, se puede poner también en la forma siguiente

$$\left(\frac{du}{dz}\right)_m = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) j\right] \frac{1+mj}{1+mj} +$$
$$+ \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) j\right] \frac{1+mj}{1+mj} \quad [1]$$

Si es $m < 1$, ponemos

$$1 + mj = \rho\,(\cos h\,\varphi + j \operatorname{sen} h\,\varphi) = \rho\, e^{+j\varphi}$$
$$1 - mj = \rho\,(\cos h\,\varphi - j \operatorname{sen} h\,\varphi) = \rho\, e^{-j\varphi}$$

donde φ es el argumento hiperbólico de la dirección m. Se tiene entonces

$$\frac{1 - mj}{1 + mj} = e^{-2j\varphi}$$

Si es $m > 1$; ponemos

$$1 + mj = \rho\,(\operatorname{sen} h\,\varphi + j \cos h\,\varphi) = \rho\,.\, j\, e^{j\varphi}$$
$$1 - mj = \rho\,(\operatorname{sen} h\,\varphi - j \cos h\,\varphi) = -\,\rho\,.\, j\, e^{-j\varphi}$$

de donde

$$\frac{1 - mj}{1 + mj} = -\, e^{-2j\varphi}\,.$$

Por tanto, la fórmula (1) se puede escribir (1)

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_m = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) j\right] +$$

$$\pm \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) j\right] e^{-2j\varphi} .$$

18. *Función monógena hiperbólica.* — Se dice que la función $f(z)$ es *monógena hiperbólica* en el punto z, si la derivada radial es la misma cualquiera sea la dirección m.

Según la fórmual anterior, es suficiente que se tenga

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial u}\right) + j\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0 .$$

de donde resultan

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

que son las condiciones de monogeneidad hiperbólica.

Sea

$$w = f(z) = u + j v$$

una función polígena hiperbólica en el dominio D.

Pongamos

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial x} + j \frac{\partial v}{\partial x} \qquad [1]$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial y} + j \frac{\partial v}{\partial y} \qquad [2]$$

De la (2) se deduce

$$j \frac{\partial w}{\partial y} = j \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y} , \qquad [3]$$

y sumando miembro a miembro las igualdades (1) y (3); se tiene

$$\frac{\partial w}{\partial x} \pm j \frac{\partial w}{\partial y} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \pm \frac{\partial v}{\partial y}\right) \pm \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) j,$$

correspondiéndose los signos superiores e inferiores.

(1) La ecuación (a) del número anterior, se puede obtener también inmediatamente partiendo de esta relación.

Teniendo en cuenta estas dos últimas relaciones la fórmula (1) del número anterior; se puede escribir

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_\varphi = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + j\frac{\partial w}{\partial y}\right) \pm \frac{1}{2} e^{-2j\varphi}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - j\frac{\partial w}{\partial y}\right).$$

19. *Fórmula isotropa.* — Supongamos ahora que la función $f(z)$ esté dada en su forma isótropa

$$w = f(z) = j_1 P(z', z'') + j_2 Q(z', z'')$$

con

$$z = j_1 z' + j_2 z''.$$

Si el incremento: $\Delta z = j_1 \Delta z' + j_2 \Delta z''$ no es un divisor de cero; se tiene

$$\frac{\Delta w}{\Delta z} = \frac{j_1 \Delta P + j_2 \Delta Q}{j_1 \Delta z' + j_2 \Delta z''} = \frac{\Delta P}{\Delta z'} j_1 + \frac{\Delta Q}{\Delta z''} j_2 \qquad [1]$$

Si las funciones P y Q de las variables reales z', z'', son diferenciables; se tiene

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial z'} \Delta z' + \frac{\partial P}{\partial z''} \Delta z'' + R \quad , \quad R = \varepsilon' \Delta z' + \varepsilon'' \Delta z''$$

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial z'} \Delta z' + \frac{\partial Q}{\partial z''} \Delta z'' + R \quad , \quad R_1 = \varepsilon_1' \Delta z' + \varepsilon_1'' \Delta z''$$

donde R y R_1 son infinitésimos con $(\Delta z', \Delta z'')$.

Substituyendo estos valores en la (1), resulta

$$\frac{\Delta w}{\Delta z} = \left(\frac{\partial P}{\partial z'} + \frac{\partial P}{\partial z''}\frac{\Delta z''}{\Delta z'}\right) j_1 + \left(\frac{\partial Q}{\partial z'} \cdot \frac{\Delta z'}{\Delta z''} + \frac{\partial Q}{\partial z''}\right) j_2 +$$

$$+ \left(\varepsilon' + \varepsilon'' \frac{\Delta z''}{\Delta z'}\right) j_1 + \left(\varepsilon_1'' + \varepsilon_1' \frac{\Delta z'}{\Delta z''}\right) j_2 ;$$

y haciendo tender $|\Delta z| \longrightarrow 0$, de modo que

$$\frac{\Delta z''}{\Delta z'} = m \quad \therefore \quad \frac{\Delta z'}{\Delta z''} = \frac{1}{m}$$

se tiene

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_m = \left(\frac{\partial P}{\partial z'} + \frac{\partial P}{\partial z''} m\right) j_1 + \left(\frac{\partial Q}{\partial z'} \frac{1}{m} + \frac{\partial Q}{\partial z''}\right) j_2$$

$$= \left(j_1 \frac{\partial P}{\partial z'} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z''}\right) + \left(j_1 \frac{\partial P}{\partial z''} m + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z'} \frac{1}{m}\right).$$

y finalmente

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_m = \left(j_1 \frac{\partial P}{\partial z'} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z''}\right) + \left(j_1 \frac{\partial P}{\partial z''} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z'}\right)\left(m j_1 + \frac{1}{m} j_2\right)$$

que define la derivada radial de la función (1) en un punto z.

Esta derivada es independiente de m, si se verifica la identidad

$$j_1 \frac{\partial P}{\partial z''} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z'} \equiv 0$$

es decir

$$\frac{\partial P}{\partial z''} = 0 \quad , \quad \frac{\partial Q}{\partial z'} = 0$$

que son las condiciones de monogeneidad hiperbólica, en la forma isótropa.

La derivada está dada, en este caso por la expresión

$$\frac{dw}{dz} = j_1 \frac{\partial P}{\partial z'} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z''} .$$

y la función $f(z)$, toma la forma particular

$$w = f(z) = j_1 A(z') + j_2 B(z'') .$$

20. *Derivada areolar y simétrica.* — Dada la función polígena hiperbólica,

$$w = f(z) = j_1 P(z', z'') + j_2' Q(z', z'') ,$$

llamaré *derivada areolar hiperbólica* a la expresión

$$D f(z) = j_1 \frac{\partial P}{\partial z''} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z''}$$

y *derivada simétrica hiperbólica* a

$$\overline{D} f(z) = j_1 \frac{\partial P}{\partial z'} + j_1 \frac{\partial P}{\partial z''} .$$

Según esto, la derivada radial de w, resulta

$$\left(\frac{dw}{dz}\right) = \overline{D}\, m + \left(m j_1 + \frac{1}{m}\, j_2\right) D\, w\, .$$

relación que liga a estos tres derivadas

Si

$$D w = 0\, ,$$

la función w es monógena, y recíprocamente; por tanto, las funciones monógenas juegan el papel de constantes a los efectos de la derivación areolar.

Puesto que

$$f\,(z) = u\,(x, y) + j\, v\,(x, y) = j_1\, P\,(z', z'') + j_2\, Q\,(z', z'')$$

donde

$$P = u + v, \quad Q = u - v$$

$$x = \frac{1}{2}\,(z' + z''), \quad y = \frac{1}{2}\,(z' - z'')$$

se tiene

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial z''} &= \frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial Q}{\partial z'} &= \frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{2}\frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned}\right. \qquad [1]$$

Por tanto

$$D w = j_1 \frac{\partial P}{\partial z''} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z'} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right] j_1 +$$

$$+ \frac{1}{2}\left[\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\ \frac{\partial u}{\partial y}\right] j_2\, ,$$

es decir,

$$D w = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) j\right] = \left(\frac{\partial w}{\partial x} - j\,\frac{\partial w}{\partial y}\right).$$

Del mismo modo, resulta

$$\overline{D}w = j_1 \frac{\partial P}{\partial z'} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z''} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y}\right] j_1 +$$

$$+ \frac{1}{2}\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y}\right] j_2$$

es decir

$$\overline{D}w = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) j\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + j \frac{\partial w}{\partial y}\right).$$

Según esto, la fórmula que da la derivada radial de una función polígena en su forma normal; se puede escribir

$$\left(\frac{dw}{dz}\right) = \overline{D} w \pm D w \,.\, \epsilon^{-2 j \varphi} .$$

De la condición de monogeneidad

$$\frac{\partial P}{\partial z''} = 0 \quad , \quad \frac{\partial Q}{\partial z'} = 0$$

la (1) del número anterior nos da

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = 0 .$$

21. *Funciones polígenas analíticas.* — Introduciendo al mismo tiempo que la variable z, su conjugada $\overline{z}$, las expresiones de la derivada areolar, simétrica y radial, toman una forma simple. En efecto; de

$$z = x + jy \quad , \quad \overline{z} = x - jy$$

se deduce

$$x = \frac{1}{2}(z + z) , \qquad j = \frac{1}{2_j}(z - z') .$$

por tanto, toda función

$$w = f(z) = (x, y) + j\, v\,(x, y)$$

resulta con esta substitución, una función de z y de $\overline{z}$.

Se tiene

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial z} + j\left(\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial z}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}j\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x}j + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)j\right]$$

es decir

$$\boxed{\frac{\partial w}{\partial z} = \overline{D}w}$$

Así mismo; tenemos

$$\frac{\partial w}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial \bar{z}} + j\left(\frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial v}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial \bar{z}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}j\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial y}{\partial y}\right)j\right]$$

es decir

$$\frac{\partial w}{\partial \bar{z}} = Dw$$

La derivada areolar hiperbólica coincide con la derivada parcial de w respecto a $\bar{z}$, mientras que la derivada simétrica hiperbólica coincide con la derivada parcial de w respecto de z.

Según lo anterior, la derivada radial está dada por ésta nueva expresión

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_{\varphi} = \frac{\partial w}{\partial z} \pm e^{-2j\varphi}\frac{\partial w}{\partial \bar{z}}$$

El cálculo de la derivada areolar y simétrica de una suma, producto, etc. de dos o más funciones se obtiene muy simplemente teniendo presente los resultados del número anterior.

En efecto

$$D\,(w_1 \pm w_2) = \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\,(w_1 \pm w_2) = \frac{\partial w_1}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial w_2}{\partial \bar{z}} = D\,w_1 + D\,w_2$$

$$D\,(w_1 \,.\, w_2) = \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\,(w_1 \,.\, w_2) = w_1 \frac{\partial w_2}{\partial \bar{z}} + w_2 \frac{\partial w_1}{\partial \bar{z}}$$

$$= w_1\, D\, w_2 + w_2\, D\, w_1$$

$$D\left(\frac{w_1}{w_2}\right) = \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\left(\frac{w_1}{w_2}\right) = \frac{w_1\, D\, w_2 - w_2\, D\, w_1}{w_2^2}$$

siempre que w_2 no sea divisor de cero o igual a cero.

Fórmulas análogas se obtienen para la derivada simétrica $\bar{D}\,w$.

22. *Derivación sucesiva.* — La derivada areolar de una función $f\,(z)$ es una nueva función de x e y, la cual a su vez, puede admitir una derivada areolar (simétrica) hiperbólica, la cual, siendo una nueva función, puede tener a su vez una derivada areolar (simétrica) hiperbólica y así siguiendo. Estas derivadas sucesivas las anotaremos con los símbolos

$$D f \quad , \quad D^2 f \quad , \quad D^n f \ldots$$

y

$$\bar{D} f \quad , \quad \bar{D}^2 f \quad , \quad \bar{D}^n f \ldots$$

Se tiene también,

$$D f = \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}\right]$$

$$D^2\, w = \frac{\partial^2 w}{\partial \bar{z}^2} = \frac{1}{2^2}\left[\frac{\partial w}{\partial x} - j\,\frac{\partial w}{\partial y}\right]^{(2)}$$

. . . .

$$D^n\, w = \frac{\partial^n w}{\partial \bar{z}^n} = \frac{1}{2^n}\left[\frac{\partial w}{\partial x} - j\,\frac{\partial w}{\partial y}\right]^{(n)}$$

y del mismo modo

$$\bar{D}\; w = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial w}{\partial x} - j\,\frac{\partial w}{\partial y}\right]$$

$$\bar{D}^2\, w = \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{2^2}\left[\frac{\partial w}{\partial x} - j\,\frac{\partial w}{\partial y}\right]^{(2)}$$

$$\bar{D}^n\, w = \frac{\partial^n w}{\partial z^n} = \frac{1}{2^n}\left[\frac{\partial w}{\partial x} - j\,\frac{\partial w}{\partial y}\right]^{(n)}$$

siempre que u y v admitan las derivadas parciales hasta las de orden n^{esima}.

Las derivadas radiales sucesivas se definen del mismo modo; se tiene

$$\left(\frac{d^n w}{d z^n}\right)_\varphi = \left(\frac{\partial}{\partial z} \pm e^{-2j\varphi} \frac{\partial}{\partial \bar{z}}\right)^{(n)} w .$$

Cuando las derivadas areolar y simétrica, están dadas en su forma isótropa

$$D w = j_1 \frac{\partial P}{\partial z''} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z'}$$

$$\overline{D} w = j_1 \frac{\partial P}{\partial z'} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z''} ,$$

las derivadas sucesivas se calculan del siguiente modo. Pongamos

$$D w = j_1 P_1 + j_2 Q_1$$

se tiene

$$D\ (D w) = D^2 w = j_1 \frac{\partial P_1}{\partial z''} + j_2 \frac{\partial Q_1}{\partial z'}$$

$$= j_1 \frac{\partial^2 P}{\partial z''^2} + j_2 \frac{\partial^2 Q}{\partial z'^2} .$$

En general, para la derivada areolar n^{esima}

$$D^n w = j_1 \frac{\partial^n P}{\partial z''^n} + j_2 \frac{\partial^n Q}{\partial z'^n}$$

Del mismo modo; se tiene

$$\overline{D}^n w = j_2 \frac{\partial^n P}{\partial z'^n} + j_2 \frac{\partial^n Q}{\partial z''^n} ;$$

siempre que sus componentes P y Q admitan las derivadas parciales respecto de z' y z'' hasta el orden n^{esima}.

23. *Derivada radial según dos direcciones.* — La derivadara radial $\left(\frac{dw}{dz}\right)_m$ de una función $f(z)$ es una nueva función de z la cual a su vez puede tener una derivada radial, según la dirección m' (diferente o no

de la m). Cuando exista ésta derivada la indicaremos con la notación

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)^{(2)}_{m, n'}$$

Subsiste el siguiente teorema evidente.

El orden de derivación sucesiva de una función w según dos diserciones dadas m y m' no altera el valos de la derivada.

En efecto se tiene

$$\left(\frac{df}{dz}\right)_m = \frac{\partial f}{\partial z} \pm e^{-2j\varphi} \frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = f_1 (z, \bar{z})$$

y aplicando esta misma fórmula a la función f_1 resulta

$$\left(\frac{df}{dz}\right)^{(2)}_{m, m'} = \frac{\partial f_1}{\partial z} \pm e^{-2j\varphi'} \frac{\partial f_1}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial^2 f}{\partial^2 z} + e^{-2j\varphi} \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}\, \partial z} +$$

$$+ e^{-2j\varphi'} \frac{\partial^2 f}{\partial z\, \partial \bar{z}} + e^{-2j(\varphi+\varphi')} \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}^2}$$

es decir

$$\left(\frac{df}{dz}\right)^{(2)}_{m,m'} = \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} + (e^{-2j\varphi} + e^{-2j\varphi'}) \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}\, \partial z} + e^{-2j(\varphi+\varphi')} . \frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}^2}$$

De la simetría de ésta relación con respecto de los parámetros φ y ε' se deduce que

$$\left(\frac{df}{dz}\right)^{(2)}_{m,m'} = \left(\frac{df}{dz}\right)^{(2)}_{m',m}$$

Este resultado se puede igualmente generalizar al caso de varias direcciones dadas m, m_1, ... m_p.

24. Vamos a generalizar los resultados anteriores, determinando, la derivada radial de una función polígena de $z = x + jy = z' j_1 + z'' j_2$

$$W = U (x, j) + V (x, j)\, j = j_1\, P (z', z'') + j_2\, Q (z', z'')$$

con respecto a otra función polígena

$$w = u (x, j) + v (x, j)\, j = j_1\, p (z', z'') + j_2\, q (x, y)$$

La derivada radial, tiene por expresión

$$\left(\frac{dW}{dw}\right)_m = \frac{\left(\frac{dW}{dz}\right)_m}{\left(\frac{dw}{dz}\right)_m}$$

$$= \frac{\left(j_1 \frac{\partial P}{\partial z'} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z''}\right) + \left(m j_1 + \frac{1}{m} j_2\right)\left(j_1 \frac{\partial P}{\partial z''} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z'}\right)}{\left(j_1 \frac{\partial p}{\partial z'} + j_2 \frac{\partial q}{\partial z''}\right) + \left(m j_1 + \frac{1}{m} j_2\right)\left(j_1 \frac{\partial p}{\partial z''} + j_2 \frac{\partial q}{\partial z'}\right)}$$

siempre que los complejos hiperbólicos

$$j_1 \frac{\partial p}{\partial z'} + j_2 \frac{\partial q}{\partial z''} \quad , \quad j_1 \frac{\partial p}{\partial z''} + j_2 \frac{\partial q}{\partial z'}$$

no sean divisores de cero de la *misma especie.*

Se tiene entonces

$$\left(\frac{dW}{dw}\right)_m = \frac{\overline{D}W + \left(m j_1 + \frac{1}{m} j_2\right) D\, W}{\overline{D}w + \left(m j_1 + \frac{1}{m} j_2\right) Dw} .$$

Del mismo modo, resulta

$$\left(\frac{dW}{dw}\right)_m = \frac{\overline{D}W + e^{-2j\varphi} D W}{\overline{D}w + e^{-2j\varphi} \overline{D}w} .$$

Si la función w es monógena; se tiene

$$Dw = 0$$

luego, las anteriores, dan

$$\left(\frac{dW}{dw}\right)_m = \frac{\overline{D}W}{\overline{D}w} + \left(m j_1 + \frac{1}{m} j_1\right) D\, W$$

y

$$\left(\frac{dW}{dw}\right)_m = \frac{DW}{\overline{D}w} + e^{-2j\varphi} . DW$$

En particular, para: $w = x + jy = z' j_1 + z'' j_2$ resultan, las fórmulas dadas anteriormente.

Llamaremos *jacobiano* de las funciones (1) y (2), al determinante funcional

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial W}{\partial x} , & \frac{\partial W}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} \end{vmatrix} = \frac{\partial (W, w)}{\partial (x, y)} = \frac{\partial (W, w)}{\partial (z'; z'')}$$

Se tiene además que,

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} + j \frac{\partial V}{\partial x} \quad , \quad \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial y} + j \frac{\partial V}{\partial y}$$

y

$$\frac{\partial W}{\partial z'} = j_1 \frac{\partial P}{\partial z'} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z'} \quad , \quad \frac{\partial W}{\partial z''} = j_1 \frac{\partial P}{\partial z''} + j_2 \frac{\partial Q}{\partial z''}$$

y expresiones análogas para la función w.

Según esto, las expresiones normal e isótropa de J es por tanto

$$\frac{\partial (W, w)}{\partial (x, y)} = \frac{\partial (V, u)}{\partial (x, y)} + \frac{\partial (V, v)}{\partial (x, y)} + j \left[\frac{\partial (U, v)}{\partial (x, j)} + \frac{\partial (V, u)}{\partial (x, y)} \right] \quad [1]$$

y

$$\frac{\partial (W, w)}{\partial (x, y)} = \frac{\partial (W, w)}{\partial (z', z'')} = j_1 \frac{\partial (P, p)}{\partial (z', z'')} + j_2 \frac{\partial (Q, q)}{\partial (z', z'')} . \quad [2]$$

25. La derivada radial de una función W, respecto de otra función w, es función de z y de la dirección m. El teorema que sigue, prueba bajo que condiciones, esta derivada es independiente de m.

La condición necesaria y suficientel para que la derivada $\left(\frac{dw}{dw} \right)_m$ *sea independiente de m, es que el jacobiano de las funciones W y w sea nulo, supuesto que los complejos*

$$\overline{D} w = j_1 \frac{\partial p}{\partial z'} + j_2 \frac{\partial q}{\partial z''} \quad , \quad D w = j_1 \frac{\partial p}{\partial z''} + j_2 \frac{\partial q}{\partial z'}$$

no sean divisores de cero de la misma especie.

En efecto; se tiene

$$\left(\frac{dW}{dw}\right)_m = \frac{\left(j_1\frac{\partial P}{\partial z'} + j_2\frac{\partial Q}{\partial z''}\right) + \left(m j_1 + \frac{1}{m} j_2\right)\left(j_1\frac{\partial P}{\partial z''} + j_2\frac{\partial Q}{\partial z'}\right)}{\left(j_1\frac{\partial p}{\partial z'} + j_2\frac{\partial q}{\partial z''}\right) + \left(m j_1 + \frac{1}{m} j_2\right)\left(j_1\frac{\partial p}{\partial z''} + j_2\frac{\partial q}{\partial z'}\right)}$$

$$= \frac{j_1\left[\frac{\partial P}{\partial z'} + m\frac{\partial P}{\partial z''}\right] + j_2\left[\frac{\partial Q}{\partial z''} + \frac{1}{m}\frac{\partial Q}{\partial z'}\right]}{j_1\left[\frac{\partial p}{\partial z'} + m\frac{\partial p}{\partial z''}\right] + j_2\left[\frac{\partial q}{\partial z''} + \frac{1}{m}\frac{\partial q}{\partial z'}\right]}$$

de donde

$$\left(\frac{dW}{dw}\right)_m = \frac{\frac{\partial P}{\partial z'} + m\frac{\partial P}{\partial z''}}{\frac{\partial p}{\partial z'} + m\frac{\partial p}{\partial z''}} j_1 + \frac{\frac{\partial Q}{\partial z''} + \frac{1}{m}\frac{\partial Q}{\partial z'}}{\frac{\partial q}{\partial z''} + \frac{1}{m}\frac{\partial q}{\partial z'}} j_2 . \quad [1]$$

La condición necesaria y suficiente para que la expresión (1), sea independiente de m, es que sus componentes sean independientes de m; deben por tanto, verificarse las condiciones siguientes

$$\frac{\partial(P,p)}{\partial(z',z'')} = \begin{vmatrix} \frac{\partial P}{\partial z'} & \frac{\partial P}{\partial z''} \\ \frac{\partial p}{\partial z'} & \frac{\partial p}{\partial z''} \end{vmatrix} = 0, \quad \frac{\partial(Q,q)}{\partial(z',z'')} = \begin{vmatrix} \frac{\partial Q}{\partial z''} & \frac{\partial Q}{\partial z'} \\ \frac{\partial q}{\partial z''} & \frac{\partial q}{\partial z'} \end{vmatrix} = 0 \quad [2]$$

Teniendo presente, que

$$\frac{\partial(W,w)}{\partial(z',z'')} = \frac{\partial(P,p)}{\partial(z',z'')} j_1 + \frac{\partial(Q,q)}{\partial(z',z'')} j_2$$

y según las relaciones (2); resulta finalmente

$$\frac{\partial(W,w)}{\partial(z',z'')} = 0 .$$

También se puede probar este teorema partiendo de la fórmula

$$\left(\frac{\partial W}{d w}\right)_m = \frac{\frac{\partial U}{\partial x} + j\frac{\partial V}{\partial x} + m\left(\frac{\partial U}{\partial y} + j\frac{\partial V}{\partial y}\right)}{\frac{\partial u}{\partial x} + j\frac{\partial v}{\partial x} + m\left(\frac{\partial u}{\partial y} + j\frac{\partial v}{\partial y}\right)} \qquad [4]$$

que tiene sentido, cuando los complejos hiperbólicos

$$\frac{\partial u}{\partial x} + j\frac{\partial v}{\partial x} \quad y \quad \frac{\partial u}{\partial y} + j\frac{\partial v}{\partial y}$$

no son divisores de cero de la misma especie.

Las condiciones necesaria y suficiente para que ella sea independiente de m, es por tanto

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x} + j\frac{\partial V}{\partial x}}{\frac{\partial u}{\partial x} + j\frac{\partial v}{\partial x}} = \frac{\frac{\partial U}{\partial y} + j\frac{\partial V}{\partial y}}{\frac{\partial u}{\partial y} + j\frac{\partial v}{\partial y}} \qquad [6]$$

de donde resulta, igualando las primeras y las segundas componentes, de ambos miembros, que

$$\left\{\begin{aligned} \frac{\partial (U, u)}{\partial (x, y)} &= -\frac{\partial (V, v)}{\partial (x, y)} \\ \frac{\partial (U, v)}{\partial (x, y)} &= -\frac{\partial (V, u)}{\partial (x, y)}, \end{aligned}\right. \qquad [6]$$

y teniendo presente estas relaciones, la (1) del número anterior, nos da

$$\frac{\partial (W, w)}{\partial (x, y)} = 0.$$

26. Funciones holomorfas. — La función compleja

$$w = f(z) = u(x, y) + j v(x, y)$$

de la variable compleja hiperbólica $z = x + jy$ es *función holomorfa* en un dominio simplemente conexo D, si ella es uniforme contínua y monógena en todos los puntos interiores de D.

Estas funciones forman por tanto una clase especial dentro del conjunto de las funciones polígenas y están caracterizadas por tener en cada punto z de su dominio de existencia una derivada *radial única* independiente de la dirección m y además de comportarse como *constante* a los efectos de la derivación areolar hiperbólica.

La condición necesaria y suficiente para que la $f(z)$ sea holomorfa hiperbólica en D es que se verifique en éste dominio la condición: $Df(z) = 0$, es decir:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad ; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

Estas condiciones fueron establecidas por otro camino (1).

Vamos a establecer estas condiciones de *monogeneidad* con hipótesis más generales.

TEOREMA. — *Condición necesaria y suficiente para que la función*

$$w = f(z) = u + jv$$

sea monógena hiperbólica en el punto $z = x + jy$ *del dominio* D es que las funciones reales $u(x,y)$ y $v(x,y)$ sean diferenciables y cumplan las condiciones

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \qquad [2]$$

La condición es necesaria. En efecto, supongamos que $f(z)$ sea monógena y sea

$$\lim_{|\Delta z| \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta z} = P + jQ$$

Poniendo

$$\begin{cases} \eta(z, \Delta z) = \dfrac{\Delta w}{\Delta z} - (P + jQ) & \text{para} \quad \begin{cases} \Delta x + y \Delta y \neq 0 \\ \Delta x \neq \Delta y \end{cases} \\ \eta(z, \Delta z) = 0 & \text{para} \quad \Delta z = 0 \end{cases}$$

se tiene

$$\Delta w = (P + jQ)\Delta z + \eta \Delta z \qquad [3]$$

donde

$$\lim_{|\Delta z| \to 0} \eta(z, \Delta z) = 0$$

(1) DURAÑONA y VIGNAUX, *Loc. cit.*

Sea

$$\eta = \alpha + j\beta \quad , \quad \lim_{|\Delta z| \to 0} \alpha = \lim \beta = 0$$

la igualdad (3) resulta

$$\Delta w = (P + jQ)(\Delta x + j\,\Delta y) + (\alpha + j\beta)(\Delta x + j\,\Delta y) =$$
$$= (P\Delta x + Q\Delta y + \alpha\Delta x + \beta\Delta y) + j\,(P\Delta y + Q\Delta x + \alpha\Delta y + \beta\Delta x)$$

de donde se deduce

$$\begin{cases} \Delta u = P\Delta x + Q\Delta y + \alpha\Delta x + \beta\Delta y \\ \Delta v = Q\Delta x + P\Delta y + \beta\Delta x + \alpha\Delta y \end{cases} \quad [5]$$

relaciones que nos prueban la diferenciabilidad de las funciones u y v y además las condiciones (2) puesto que de la (5) resulta ser.

$$\begin{cases} P = \dfrac{\partial u}{\partial x} \quad Q = \dfrac{\partial u}{\partial y} \\ Q = \dfrac{\partial v}{\partial x} \quad P = \dfrac{\partial v}{\partial y} \end{cases}$$

La condición es suficiente. En efecto, si u y v son diferenciables y se cumplen las condiciones (2), poniendo

$$\frac{\partial u}{\partial x} = P \qquad \frac{\partial v}{\partial x} = Q$$

se tiene

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial u}{\partial y}\Delta y + \varepsilon\,.\,|\Delta z| \quad , \quad \lim_{|\Delta z| \to 0} \varepsilon' = 0$$
$$= P\,\Delta x + Q\,\Delta y + \varepsilon\,|\Delta z|$$

y

$$\Delta v = \frac{\partial v}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial v}{\partial y}\Delta y + \varepsilon'\,|\Delta z| \quad , \quad \lim_{|\Delta z| \to 0} \varepsilon' = 0$$
$$= Q\,\Delta x + P\,\Delta y + \varepsilon'\,|\Delta z|\,.$$

De aquí resulta

$$\Delta w = (P + jQ)\,\Delta z + (\varepsilon + \varepsilon' j)\,|\,\Delta z\,|$$

$$\lim_{|\Delta z| \to 0} \frac{\Delta w}{\Delta z} = P + Qj$$

es decir

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + k\,\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x}\,.$$

27. *Polinomio areolar.* — Dada una función holomorfa hiperbólica $h(z)$ en un dominio D propongámonos determinar una función $f(z)$ tal que

$$D f(z) = h(z)$$

Se tiene

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = h(z)$$

de donde

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}^2} = 0$$

si $h(z)$ es holomorfa.

La solución general de esta ecuación es

$$f(z) = \Phi_0(z) + \bar{z}\,\Phi_1(z)$$

donde

$$\Phi_0(z) \text{ y } \Phi_1(z)$$

son funciones holomorfas hiperbólicas.

En general, la investigación de una función $f(z)$, tal que su derivada areolar hiperbólica, de orden n^{esima}, sea igual a una función holomorfa hiperbólica, conduce a un polinomio del tipo anterior y de grado n.

(Continuará)

SOBRE LOS PUNTOS SINGULARES DE LAS FUNCIONES ANALÍTICAS

POR EL DOCTOR CARLOS BIGGERI

Con este mismo título, (*Sobre los puntos singulares de las funciones analíticas*), en la *Revista de la Unión Matemática Argentina, Volumen II,* 1938-1939, *Número 4, página 22, aparecida en el mes de Abril de 1939,* he visto con profunda sorpresa un artículo que la Redacción de dicha Revista me atribuye. Afirmo categóricamente que no he autorizado a nadie para publicar el referido artículo. Además, no he tenido conocimiento de ese artículo sino después de haberlo leído ya publicado (pues ni siquiera he visto las correspondientes pruebas de imprenta), y publicado en forma tal como si yo lo hubiera remitido para su publicación, lo que, como ya dije, no es exacto.

En virtud de estas circunstancias, estimo necesario, *por de pronto,* dejar constancia de esto y de lo que consigno más abajo, librando al lector desinteresado e imparcial la sencilla tarea de calificar como corresponde los hechos expuestos.

Pasaré, ahora, a considerar brevemente el artículo en cuestión. En realidad, el trabajo que he publicado en los *Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences de Paris, el* 14 *de Septiembre de* 1936 (presentado por el intermedio de *M. Emile Borel*), con el título *Sur les singularités des fonctions analytiques définies par des séries potentielles*, y que es el que ha servido, en parte, de base a la persona que (con fines que no me detendré a analizar en atención al respeto que me inspiran estos *Anales de la Sociedad Científica Argentina*) ha confeccionado el artículo aparecido en la *Revista de la Unión Matemática Argentina* (*Volumen II*, 1938-1939, *Número* 4, *página* 22), no dice lo que en éste último se expresa: en el artículo aparecido en la *Revista de la Unión Matemática Argentina* (*Volumen II*, 1938-1939, *Número* 4, *página* 22) se omite una condición *esencial* para la validez de uno de los teoremas contenidos en él, condición

que está *explícitamente* estipulada en mi Nota mencionada de los *Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences de Paris* (*Sesión del* 14 *de Septiembre de* 1936). En efecto, en dicha Nota mía de los *Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences de Paris* (*Sesión del* 14 *de Septiembre de* 1936), enuncio el siguiente teorema:

« *Théorème. — Si les trois conditions suivantes sont vérifiées:*

1°) *la partie réelle du coefficient* a_n *de la série de Dirichlet*

[12] $$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot e^{-\lambda_n \cdot z}, \qquad [R(a_n) \equiv a'_n]$$

n'est pas négative;

2°) *la valeur principale de l'argument,* φ_n, *de* a_n (*pour* $a'_n > 0$) *est telle que*

$$\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{\cos \varphi_n} = 1 ;$$

3°) *les abscisses de convergence conditionnelle et absolue de la série* [12] *sont égales; alors, le point auquel la droite de convergence de la série* [12] *coupe l'axe réel est singulier pour la fonction analytique qui définit cette série* ».

En cambio, en el artículo que la Redacción de la *Revista de la Unión Matemática Argentina* (*en Volumen II*, 1938-1939, *Número* 4, *página* 22) me atribuye, *aparece este último teorema sin imponerle a la serie de Dirichlet la tercera condición* (las abscisas de convergencia condicional y absoluta de la serie [12] son iguales), la cual es *fundamental* para la validez del teorema.

El teorema (que, más arriba, transcribí textualmente) enunciado en mi Nota de los *Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences de Paris* (*Sesión del* 14 *de Septiembre de* 1936) lo *demostré* en mi trabajo *Sulle serie di Dirichlet*, publicado en el *Bollettino della Unione Matematica Italiana*, 15 *Ottobre* 1937-(*XV*), *Anno XVI*, *N.°* 4, *páginas* 178-182.

La *necesidad* de la tercera condición; es decir, la *necesidad* de la igualdad de las abscisas de convergencia condicional y absoluta de la serie, [12], de Dirichlet (condición omitida en el artículo que *la Redacción de la Revista de la Unión Matemática Argentina, en Volumen II*, 1938-1939, *Número* 4, *página* 22, me atribuye), para la validez del teorema fué demostrada por el *Profesor Oskar Perron* en su trabajo *Osservazioni riguardo un teorema di C. Biggeri*, publicado en el *Bollettino della Unione Matematica Italiana*, 15 *Aprile* 1937-(*XV*), *Anno XVI*, *N.°* 2, *páginas* 82-84.

ESTRUCTURAS DE ANÁGENOS

Por MISCHA COTLAR

(*Conclusión* *)

III. — Estructuras asociadas. Anágenos (2)

11. — Los anágenos (1) permiten transformar un conjunto parcialmente ordenado en una estructura fuerte; pero esta estructura no siempre es distributiva, como se ha visto en ejemplos. En este capítulo vamos a mostrar que esta estructura puede a su vez ser transformada en una estructura distributiva, pero sin conservar el principio de prolongación sino únicamente los principios de permanencia y de «totalidad». En el capítulo siguiente vamos a realizar esta transformación conservando el principio de prolongación. Ncsotros usaremos de un principio análogo al de Hardy-Borel para las series sumables. A toda estructura hacemos corresponder otra asociada a ésta y definida de tal suerte que si la estructura es distributiva ella es isomorfa con su asociada (principio de permanencia). Pero mientras que en el caso de las series la serie asociada no siempre resulta sumable, en cambio la estructura asociada es siempre distributiva, aunque en ciertos casos puede degenerar en la estructura trivial compuesta por un solo elemento. De manera que, si tenemos que desarrollar una teoría determinada (p. ej. la teoría de divisibilidad) dentro de una estructura dada, y si dicha teoría exige la distributividad de la misma, es lógico que en vez de la estructura dada utilizaremos su asociada para conseguir nuestro objeto. Indicamos dos métodos:

A) Método de la composición

12. — Consideremos una estructura cualquiera (de anágenos) y sean A, B, ... subconjuntos no vacíos de la misma.

* Ver estos *Anales*, E. V - Tomo CXXVII, pág. 328 y sig.

Diremos que una familia de conjuntos no vacíos $\{A, B, \ldots\}$ es una « *subdivisión* » de la estructura si todo elemento de la estructura pertenece a uno y sólo uno de los conjuntos (componentes) de la familia; de modo que esos conjuntos son primos dos a dos. Llamemos « *subdivisión homomorfa e* » a las subdivisiones $\{A, B, \ldots\}$ tales, que sus elementos no se separan con respecto a la suma de la estructura, es decir que de $a, a' \varepsilon A$; $b, b' \varepsilon B$; $a + b \varepsilon C$ se deduce $a' + b' \varepsilon C$. Análogamente llamamos « *subdivisión homomorfa i* » a tales cuyos elementos no se separan con respecto al producto de la estructura. Llamemos simplemente « *subdivisión homomorfa* » a las subdivisiones a la vez homomorfas e e i, es decir cuyos elementos no se separan con respecto a la suma y al producto de la estructura. Dos elementos serán dichos « *unidos* » en una subdivisión cuando pertenecen a un mismo conjunto de la misma. Llamemos « *subdivisión normal homomorfa e* » o simplemente « subdivisión normal e » a las subdivisiones homomorfas e que además verifican la siguiente condición: para toda terna x, y, z los elementos $(x + y)z$ y $xz + yz$ son unidos. Análogamente una « *subdivisión normal i* » es una subdivisión homomorfa i que verifica: para todo x, y, z son unidos los elementos $(x + z)(y + z)$ y $xy + z$.

Es evidente que siempre existen por lo menos una subdivisión de cada uno de los tipos considerados, que es la familia compuesta de un solo componente.

Es importante hacer notar que en toda subdivisión normal i son unidos los elementos $(x + y)z$ y $xz + yz$; en efecto, por definición son unidos $xz + yz$ y $(x + yz)(z + yz)$; como $(x + yz)$ y $(x + y)(x + z)$ son unidos y como en la subdivisión i los productos de unidos son unidos resulta que son unidos $(x + yz)(z + yz)$ con $(x + y)(x + z)(z + yz) = (x + y)z$, luego son unidos $xz + yz$ y $(x + y)z$. Análogamente, se verá que en la subdivisión normal e son unidos $(x + z)(y + z)$ y $xy + z$.

Es obvio hacer notar que en el caso de subdivisión i no se puede asegurar que las sumas de unidos son unidos y en el caso de subdivisiones e no se puede saber si los productos de unidos son unidos.

Dadas dos o infinitas subdivisiones de cualesquiera de los tipos considerados $S_1, S_2, \ldots$ (los índices no quieren decir que sea numerable) donde $S_i = \{A_i, B_i, \ldots\}$, formemos la familia de conjuntos no vacíos compuesta por los posibles conjuntos de la forma $A_1 \times A_2 \times \ldots$ (*) menos aquellos que son vacíos. La familia así

(*) Con $A \times B$ indicamos el producto de conjuntos. En el producto escrito debe figurar un componente y sólo uno de cada una de las S_i. Por supuesto, admitimos el postulado de Zermelo.

obtenida llamemos « producto de las subdivisiones S_i » y la designamos con

$$P = S_1 \text{ o } S_2 \text{ o } \ldots = \{A_1, B_1, \ldots\} \text{ o } \{A_2, B_2, \ldots\} \text{ o} \ldots$$

Llamaremos « composición i o e » de las subdivisiones S_i, según se trate de subdivisiones i o e y la designaremos con

$$S = S_1 \overset{e}{-} S_2 \overset{e}{-} \ldots = \{A_1, B_1, \ldots\} \overset{e}{-} \{A_2, B_2, \ldots\} \overset{e}{-}, \ldots$$

o $$S = S_1 \overset{i}{-} S_2 \overset{i}{-} \ldots = \{A_1, B_1 \ldots\} \overset{i}{-} \{A_2, \ldots\} \overset{i}{-}$$

a la subdivisión S tal que: la condición necesaria y suficiente para que dos elementos a, b sean unidos en S es que existe un número finito de elementos $a_1, \ldots a_n$, tales que en la sucesión finita $a, a_1, \ldots a_n, b$ cada elemento es unido con su consecutivo en alguna de las subdivisiones S_i.

13. — Teorema I. — Para subdivisiones de tipo cualesquiera se verifica: el producto de subdivisiones (de potencia cualquiera) es otra subdivisión del mismo tipo.

Demostración. — Supongamos que $S_i = \{A_i, B_i, \ldots\}$ son subdivisiones normales holomorfas i y $P = \{A, B, \ldots\}$ su producto. Vamos a mostrar que P es también una subdivisión normal i.

1) Todo elemento del espacio (estructura) pertenece a uno de los conjuntos A, $B, \ldots$ puesto que pertenece a algún componente de cada uno de los S_i, Y no puede pertenecer más que a uno, pues de lo contrario pertenecería a dos componentes diferentes de algún S_i, luego es P una subdivisión.

2) Supongamos que $a \varepsilon A$, $a' \varepsilon A$, $b \varepsilon B$, $b' \varepsilon B$, $ab \varepsilon C$ y vamos a mostrar que $a' b' \varepsilon C$.

Por definición de producto debe ser

$$A = A_1 \times A_2 \times \ldots \quad B = B_1 \times B_2 \times \ldots \quad C = C_1 \times C_2 \times \ldots$$

luego a y a' pertenecen a

$$A_1, A_2, \ldots \quad , \quad b \text{ y } b' \text{ a } B_1, B_1, \ldots \quad \text{y} \quad a \cdot b \quad \text{a} \quad C_1, C_2 \ldots$$

Pero los S_i son subdivisiones, y de $a . b \varepsilon C_1, C_2, \ldots$ se deduce $a' b' \varepsilon C_1 \times C_2 \times \ldots = C$. Luego es P una subdivisión homomorfa i.

3) Consideremos los dos elementos $xy + z$ y $(x + z)(y + z)$. Estos elementos pertenecen a un mismo componente A_1 de S_1, a un mismo A_2 de $S_2, \ldots$ y por lo tanto al componente $A = A_1 \times \times A_2 \times \ldots$ de P, luego P es una subdivisión normal i l. q. d. d.

TEOREMA II. — La composiciones de subdivision es una subdivisión del mismo tipo.

Demostración. — Sean S_i las subdivisiones y S su composición. Suponemos que los S_i son subdivisiones normales y vamos a mostrar que también lo es S.

1) Por la definición misma es S una subdivisión.

2) Sean $a, a' \varepsilon A$; $b, b' \varepsilon B$; $a.b \varepsilon C$, vamos a mostrar que $a'.b' \varepsilon C$.

Por definición existe un número finito de elementos $a_1, \ldots a_n$, $b_1, \ldots b_m$ tales que en las sucesiones finitas

$$a, a_1, \ldots a_n, a' \quad [1] \qquad \text{y} \qquad b, b_1, \ldots b_m, b' \quad [2]$$

cada dos consecutivos son unidos en alguno de los S_i. Pero como los S_i son subdivisiones i resulta que en

$$a.b\,, a\,, b\,, \ldots a_n.b\,, a'\,b \quad \text{y} \quad a.b\,, a.b_1\,, \ldots ab_m\,, ab''$$

cada dos consecutivos son unidos en algún S_i, luego ab es unido con ab' en S. Pero de [1] resulta que en

$$ab'\,, a_1\,b'\,, \ldots a_nb'\,, a'\,b'$$

cada dos son unidos en algún S_i, luego ab' es unido con $a'\,b'$ en S, de donde resulta que ab es unido con $a'\,b'$ en S. Luego S es una subdivisión homomorfa i.

3) Como todo par de elementos de la forma $(x + z)(y + z)$ y $x.y + z$ son unidos en cada S_i con más razón lo serán en S. Luego es S una subdivisión normal i l. q. d. d.

COROLARIO. — Las subdivisiones forman una estructura muy fuertes, si convenimos que una subdivisión sigue a otra cuando cada uno de sus componentes está contenido en un componente de la otra.

De los dos teoremas demostrados se deduce que en particular el producto y la suma de subdivisiones homomorfas es una subdi-

visión homomorfa. Pero a toda subdivisión homomorfa corresponde una estructura homomorfa con la dada y, recíprocamente, a toda estructura homomorfa corresponde una subdivisión homomorfa, por lo tanto puede definirse el producto y composición de varios homomorfismos; luego los homomorfismos de una estructura forman otra estructura muy fuerte si convenimos que un homomorfismo precede a otro cuando es homomorfo de él, es decir cuando los componentes de la subdivisión correspondiente al primero contienen a los componentes de la subdivisión correspondiente del otro.

14. — Los teoremas del § anterior no solamente demuestran que el producto y composición de subdivisiones es una subdivisión, sino también demuestran la existencia de este producto o composición. Luego existe el producto de todas las subdivisiones i que será otra subdivisión i que llamamos « *subdivisión principal i* ». Análogamente se definen la « subdivisión principal e », la « *subdivisión principal normal i* », etc.

Ahora podemos resolver el problema de asociar a toda estructura una base e o i según lo dicho en el capítulo anterior. Para fijar ideas nos ocuparemos de la base e. Para ello introducimos previamente unas definiciones más.

Dos elementos se dirán « *equivalentes e* » si son unidos en la « subdivisión principal *normal e* », en símbolos $a \overset{e}{\equiv} b$.

De la definición de subdivisiones normales e resultan las siguientes propiedades:

para todo a es $a \overset{e}{\equiv} a$, de $a \equiv b$ $b \equiv c$ se deduce $a \equiv c$

de $a \overset{e}{\equiv} a_1$ $b \overset{e}{\equiv} b_1$ se deduce $a + b \overset{e}{\equiv} a_1 + b_1$

para todo x, y, z es $(x + y) z \equiv xz + yz$; $(x + z)(y + z) \equiv x . y + z$.

Escribamos $\alpha \overset{e}{<} \beta$

cuando $\alpha + \beta \overset{e}{\equiv} \beta$. Es claro que si $\alpha \equiv \alpha_1$ es $\alpha < \alpha_1$.

Además definimos la función multiforme $D(\alpha \beta)$ que hace corresponder al par α, β el elemento $\alpha . \beta$ y todos los elementos equivalentes a éste.

Escribiendo $d = D(\alpha \beta)$ queremos expresar que d es una de las determinaciones de $D(\alpha \beta)$.

15. — TEOREMA III. —

1) Si $\bar{\alpha} \overset{e}{\equiv} \alpha$ es $\bar{\alpha} \overset{e}{>} D(\alpha\,\beta)$.

2) Si $\bar{\alpha} \overset{e}{\equiv} \alpha$ es $\bar{\alpha} + \beta \overset{e}{>} \alpha$.

3) Si $\alpha < \beta$ $\beta < \gamma$ es $\alpha < \gamma$.

4) Si $\gamma = D(\alpha\,\beta)$, $\gamma_1 \overset{e}{>} \gamma$, $\bar{\gamma}_1 \overset{e}{\equiv} \gamma_1$

entonces existen $\alpha_1 \overset{e}{>} \alpha$ $\beta_1 \overset{e}{>} \beta$ tales que $\bar{\gamma}_1 = D(\alpha_1, \beta_1)$.

Demostración. —

1) Tenemos $\bar{\alpha} + D(\alpha\,\beta) \overset{e}{\equiv} \alpha + (\alpha\,\beta) = \alpha \overset{e}{\equiv} \bar{\alpha}$;
luego $\bar{\alpha} \overset{e}{>} D(\alpha\,\beta)$.

2) $\bar{\alpha} + (\alpha + \beta) \overset{e}{\equiv} \alpha + (\alpha + \beta) = \alpha + \beta$; luego $\alpha + \beta \overset{e}{>} \bar{\alpha}$.

3) Por hipótesis es $\alpha + \beta \overset{e}{\equiv} \beta$ $\beta + \gamma \overset{e}{\equiv} \gamma$;

luego $\alpha + \gamma \overset{e}{\equiv} \alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma \overset{e}{\equiv} \beta + \gamma \overset{e}{\equiv} \gamma$ es decir que $\alpha \overset{e}{>} \gamma$.

4) Tenemos $\gamma_1 \overset{e}{\equiv} \gamma + \gamma_1 \overset{e}{\equiv} \gamma + \bar{\gamma}_1 \overset{e}{\equiv} \alpha . \beta + \bar{\gamma}_1 \overset{e}{\equiv} (\alpha + \bar{\gamma}_1) . (\beta + \bar{\gamma}_1)$,

haciendo $\alpha_1 = \alpha + \bar{\gamma}_1$ $\beta_1 = \beta + \bar{\gamma}_1$ es en virtud de 2) $\alpha_1 > \alpha$ $\beta_1 > \beta$,

luego $\gamma_1 \overset{e}{\equiv} \alpha_1\,\beta_1$ y $\bar{\gamma}_1 = D(\alpha_1\,\beta_1)$ l. q. d. d.

De 3) de este teorema se deduce que la estructura es un conjunto parcialmente ordenado con respecto a la relación $\overset{e}{<}$, y de 1) y 4) que este conjunto parcialmente ordenado es una base *e* con respecto a las relaciones $\overset{s}{<}$ y $D(\alpha\,\beta)$ (§ 10).

Luego podemos formar la « estructura » asociada a esta base que será, como se ha visto, una estructura distributiva. Queda pues demostrado que a toda estructura fuerte se puede asociarle una estructura distributiva. Los principios de permanencia y de totalidad están incluídos en el siguiente teorema.

TEOREMA IV. — Toda estructura distributiva es isomorfa con su asociada *e*.

Demostración. — Puesto que la estructura es distributiva hay una subdivisión normal e tal que cada uno de sus componentes se compone de un elemento solamente; en otras palabras, los elementos de la estructura son los conjuntos de esta subdivisión. Es evidente que esta subdivisión es la principal. Luego dos elementos son equivalentes solamente si son iguales. Luego la función $D\ (\alpha\,\beta)$ es uniforme y coincide con el producto de la estructura. Lo mismo la relación $<$ coincide con la $\subset$ y la estructura es isomorfa con la asociada, como seha visto en el § 10.

B) Método de homomorfismos

16. — Aunque con el método anterior se consigue teóricamente una estructura « asociada » de acuerdo al principio de permanencia, en la práctica puede resultar muy complicada su construcción, además hay cierta ambigüedad en la elección de la base e o de la base i. Por eso a continuación vamos a darle otra forma más cómoda y directa, independiente de la teoría de la composición de anágenos.

Antes de pasar a la exposición ilustraremos la idea sobre la estructura de los números naturales, entendiendo por $a \subset b$ que a es divisor de b, por $a + b$ el mínimo común múltiple $M\ (ab)$ y por ab el máximo común divisor $D\ (ab)$.

A cada número a hacemos corresponder una disposición de todos los números naturales en forma de un « cuadro » de la siguiente manera. Sean $\{ d_n \}$ los divisores y $\{ m_k$ los múltiplos de a. Disponemos los $m.$ en una fila y los $d.$ en columna:

$\boxed{a}$	m_1	m_2	m_3 ⋯⋯	m_i
d_1				⋮
⋮				⋮
d_n ⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	⋯⋯	b

$$D\ (a, b) = d_n$$

$$M\ (a, b) = m_i$$

Ahora todo otro elemento b le colocamos en la misma fila que $D\ (a, b)$ y en la misma columna que $M\ (a, b)$. Así p. ej. si $a = 20$ se obtiene el siguiente cuadro:

20	40	60	80	100	120 . . .	
10		30		50		
5		15		25		
4	8	12	16		24	
2		6				
1		3				etc.

(Así 25 está en la fila de $5 = D(25, 20)$ y en la columna de $100 = M(25, 20)$.

Es claro que si a es múltiplo de b cada fila del cuadro correspondiente a a está contenida en una fila del cuadro de b, mientras que las columnas del cuadro b están contenidas en las de a. Podemos, pues, considerar en vez de los números naturales sus cuadros correspondientes, diciendo que un cuadro es divisor de otro cuando sus filas (columnas) contienen (están contenidos) a las del otro, y en esta forma deducir todas las propiedades aritméticas de los números naturales.

Examinando alguno de estos cuadros veremos que en él los elementos de las filas y columnas no se separan con respecto al mínimo común múltiplo y máximo común divisor.

Es decir que cada cuadro es un par de homomorfismos; uno lo forman las filas y el otro las columnas. Pero estos dos homomorfismos determinan uno al otro, puesto que están ligados por la siguiente relación fácil de verificar:

todo múltiplo de b (arbitrario) está en la misma fila que b siempre que no sea múltiplo de otro múltiplo de b que está en la misma columna que b;

todo divisor de b está en la misma columna que b siempre que no sea divisor de otro divisor de b que está en la misma fila que b.

Todo eso puede expresarse en forma abstracta como sigue.

Volvamos a las estructuras fuertes. Si $a \subset b$ diremos que c se encuentra « entre » a y b si $a \subset c \subset b$ incluídas las posibilidades $a = c$ o $b = c$. Además en adelante vamos a escribir simplemente « subdivisión » en vez de subdivisión homomorfa (es decir homomorfa e e i a la vez, pero no necesariamente normal).

17. — *Definición.* — Llamamos « *anágeno* 2 » a todo par de subdivisiones homomorfas

$$[\{A_i, B_i, \ldots\} \quad ; \quad \{A_e, B_e, \ldots\}]$$

que para todo par a, b, donde $a \supset b$, verifica las siguientes 2 condiciones:

1) Para que a y b sean unidos en $\{A_i, \ldots\}$ es necesario y suficiente que no exista ningún elemento entre ellos ($\neq b$) unido con b en $\{A_e, \ldots\}$.

2) Para que a y b sean unidos en $\{A_e, \ldots\}$ es necesario y suficiente que no exista ningún elemento entre a y b ($\neq a$) y unido con a en $\{A_i, \ldots\}$.

TEOREMA V. — Sean

$$[\{A_i, \ldots\} ; \{A_e, \ldots\}] \text{ y } [\{A_i', \ldots\} ; \{A_e', \ldots\}]$$

dos anágenos 2.

Si todo componente de $\{A_i, \ldots\}$ está contenido en un componente de $\{A_i', \ldots\}$ entonces todo componente de $\{A_e', \ldots\}$ está contenido en uno de $\{A_i, \ldots\}$.

Demostración. — Supongamos que a y b son unidos en $\{A_e', \ldots\}$ y vamos a mostrar que son también en $\{A_e, \ldots\}$. Por definición de subdivisiones es $d = a . b$ unido con a y b en $\{A_e', \ldots\}$, luego no hay ningún elemento entre a y d unido con a en $\{A_i', \ldots\}$. Como cada componente de $\{A_i, \ldots\}$ está contenido en uno de $\{A_i', \ldots\}$, con más razón no hay ningún elemento entre d y a unido con a en $\{A_i, \ldots\}$. Luego es d unido con a en $\{A_e, \ldots\}$; análogamente se verá que d es unido con b en $\{A_e, \ldots\}$ y por lo tanto lo son a y b l. q. d. d.

Basándose en este teorema podemos dar la siguiente:

Definición. — Si

$$[\{A_i, \ldots\} ; \{A_e, \ldots\}] \quad , \quad [\{A_i', \ldots\} ; \{A_e', \ldots\}]$$

son dos anágenos, diremos que el primero precede al segundo cuando los componentes de $\{A_e, \ldots\}$ están contenidos en los de $\{A_e', \ldots\}$ y los componentes de $\{A_i', \ldots\}$ están contenidos en los de $\{A_i, \ldots\}$ En símbolos

$$[\{A_i, \ldots\} ; \{A_e, \ldots\}] \subset [\{A_i', \ldots\} ; \{A_e', \ldots\}] .$$

La relación $\subset$ definida cumple las propiedades necesarias para que los anágenos 2 formen un conjunto parcialmente ordenado.

18. — Vamos a mostrar que los anágenos 2 forman estructura.

LEMA I. — Sea $[\{A_i, \ldots\} \ \{A_e, \ldots\}]$ un anágeno. Si a y b son unidos en $\{A_i, \ldots\}$ y al mismo tiempo en $\{A_e, \ldots\}$ es $a = b$.

Demostración. — Sea $m = a + b$; m es unido con a y con b en $\{A_i, \ldots\}$ y en $\{A_e, \ldots\}$, pero $m \supset a$ luego hay un elemento entre a y m unido con a, lo que es únicamente posible si $m = a$. Análogamente es $m = b$ luego $a = b$.

LEMA II. — Sea $[\{A_i, \ldots\} \ \{A_e, \ldots\}]$ un anágeno y ω el producto de todos los elementos unidos con 1 (la unidad de la estructura) en $\{A_i, \ldots\}$. Entonces, para que dos elementos a y b sean unidos en $\{A_i, \ldots\}$ es necesario y suficiente que se verifique $a.\omega = b.\omega$.

Demostración. — Supongamos que a y b sonunidos en $\{A_i, \ldots\}$. Sean $\bar{\omega}$ un elemento que sigue a ω y unido con él en $\{A_e, \ldots\}$, y α_k un elemento cualquiera unido con 1 en $\{A_i, \ldots\}$. $\bar{\omega} + \alpha_k$ es unido con $\omega + \alpha_k = \alpha_k$ en $\{A_e, \ldots\}$, lo que exige $\bar{\omega} + \alpha_k = \alpha_k$, puesto que también $\bar{\omega} + \alpha_k$ es unido en $\{A_i,\}$ con $\bar{\omega} + 1 = 1$ y por lo tanto con α_k; luego $\bar{\omega} \subset \alpha_k$ $\bar{\omega} \subset \omega$ $\bar{\omega} = \omega$. Así que ningún elemento que sigue a ω no es unido con él en $\{A_e,\}$, por lo tanto *es* ω *unido con* 1 en $\{A_i, \ldots\}$. Entonces $a.\omega$ es unido con $a.1 = a$ y análogamente $b.\omega$ con b en $\{A_i, \ldots\}$, es decir que $a.\omega$ y $b.\omega$ son unidos en $\{A_i, \ldots\}$. Pero estos elementos son unidos en $\{A_e, \ldots\}$; en efecto: $a.\omega$ es $\subset \omega$ y ω precede a todos los unidos con el $\{A_i, \ldots\}$; luego $a.\omega$ es unido con ω en $\{A_e, \ldots\}$; análogamente son unidos $b.\omega$ y ω de donde son unidos $a.\omega$ y $b.\omega$ en $\{A_e, \ldots\}$. Entonces en virtud del Lema I debe ser $a.\omega = b.\omega$. Recíprocamente si $a.\omega = b.\omega$ como $a.\omega$ es unido con $a.1 = a$ en $\{A_i, \ldots\}$ y $b.\omega$ con $b.1$ resulta que son unidos en $\{A_i, \ldots\}$ a y b.

LEMA III. — La condición necesaria y suficiente para que a y b sean unidos en $\{A_e, \ldots\}$ es $a + \omega = b + \omega$.

Demostración. — Supongamos que a y b son unidos en $\{A_e, \ldots\}$. De lo visto en el lema anterior se deduce que son unidos en $\{A_i, \ldots\}$ $a + \omega$ y $a + 1 = 1$; análogamente son unidos en $\{A_i, \ldots\}$ $b + \omega$ y 1, luego $a + \omega$ y $b + \omega$ son unidos en $\{A_i\}$. Pero $a + \omega$ y $b + \omega$ deben ser unidos en $\{A_e, \ldots\}$, luego es $a + \omega = b + \omega$. Recíprocamente si $a + \omega = b + \omega$, son unidos a y b en $\{A_e,\}$, en efecto: $a \subset a + \omega$ y $a + \omega$ es unido con 1 en $\{A_i, \ldots\}$. Como todo ω' unido con $a + \omega$ en $\{A_i, \ldots\}$ sigue a ω, todo elemento que se encuentre entre a y $a + \omega$ y unido con $a + \omega$ en $\{A_i, \ldots\}$ es igual a $a + \omega$, luego a es unido con $a + \omega$ en $\{A_e, \ldots\}$. Análogamente b es unido con $b + \omega$, y como $a + \omega = b + \omega$, son unidos a y b en $\{A_e, \ldots\}$.

TEOREMA VI. — Sean

$$[\{A_i, \ldots\}\ \{A_e, \ldots\}] \quad \text{y} \quad [\{A_i', \ldots\}\ \{A_e', \ldots]$$

dos anágenos, y

$$\{A_i'', \ldots\} = \{A_i, \ldots\} \stackrel{i}{-} \{A_i', \ldots\}\ (*)\ , \quad \{A_e'', \ldots\} = \{A_e, \ldots\}\ \text{o}\ \{A_e', \ldots\}.$$

Entonces $[\{A_i'', \ldots\}\ \{A_e'', \ldots\}]$ es un anágeno.

Demostración. — Por lo demostrado anteriormente son $\{A_i'', \ldots\}$ y $\{A_e'', \ldots\}$ subdivisiones homomorfas. Basta pues mostrar que ellas verifican las condiciones 1) y 2) de los anágenos (2). En efecto:

1) Sea $a \subset b$ y vamos a demostrar que para que a y b sean unidos en $\{A_e'', \ldots\}$ es necesario y suficiente que no exista ningún elemento entre a y b, $\neq b$ unido con b en $\{A_i'', \ldots\}$.

a) La condición es necesaria. Supongamos lo contrario, o sea que existe b, tal que $a \subset b_1 \subset b$ $b_1 \neq b$ siendo b_1 y b unidos en $\{A_i'', \ldots\}$ y a y b unidos en $\{A_e'', \ldots\}$. Entonces por definición son unidos a y b en $\{A_e, \ldots\}$ y en $\{A_e', \ldots\}$, luego son unidos $b + b_1$ y $a + b_1$ o sea b_1 *y* b *en* $\{A_e, \ldots\}$ *y en* $\{A_e', \ldots\}$. Como son unidos b y b_1 en $\{A_i'', \ldots\}$ existe por definición un número finito de elementos $c_1, \ldots c_n$, tales, que en la sucesión

$$b\ ,\ c_1\ ,\ \ldots\ c_n\ ,\ b_1$$

son unidos cada dos consecutivos, ya sea en $\{A_i, \ldots\}$ ya sea en $\{A_i', \ldots\}$. En virtud del lema II podemos hacer

$$b\,\omega = c_1\,\omega \quad ; \quad c_1\,\omega' = c_2\,\omega' \quad ;$$

$$c_2\,\omega = c_3\,\omega' \quad ; \quad \ldots\ c_n\,\omega = b_1\,\omega \quad [\text{o} \quad c_n\,\omega' = b_1\,\omega'],$$

donde ω, ω' son los elementos definidos en el lema correspondientes a los dos anágenos

$$[\{A_i, \ldots\}\ \{A_e, \ldots\}] \quad \text{y} \quad [\{A_i', \ldots\}\ \{A_e', \ldots\}].$$

De donde resulta

$$\boxed{b\,\omega\,\omega' = b_1\,\omega\,\omega'}$$

(*) Se puede utilizar indistintamente la notación $\stackrel{i}{-}$ o $\stackrel{e}{-}$, puesto que acá se trata de subdivisiones homomorfas i y e a la vez.

Escribiendo esta igualdad $(b\,\omega').\omega = (b_1\,\omega').\omega$ deducimos que $b\,\omega'$ y $b_1\,\omega'$ son unidos en $\{A_i, \dots\}$ (lema II). Pero por lo visto b y b_1 son unidos en $\{A_e, \dots\}$, lo que da que $b\,\omega'$ y $b_1\,\omega'$ son unidos en $\{A_e, \dots\}$, luego en virtud del lema I debe ser $b\,\omega' = b_1\,\omega'$. En virtud del lema II esta igualdad indica que b y b_1 son unidos en $\{A_i', \dots\}$, pero por lo visto b y b_1 son unidos en $\{A_e', \dots\}$, luego es $b = b_1$ (lema I). Llegamos a una contradicción con $b \neq b_1$.

b) *La condición es suficiente.* Si no existe ningún elemento entre a y b, $\neq b$ unido con b en $\{A_i'', \dots\}$ con más razón no existe tal elemento unido con b en $\{A_i, \dots\}$ ni en $\{A_i', \dots\}$. Pero por definición de anágenos esto indica que a y b son unidos en $\{A_e, \dots\}$ y en $\{A_e', \dots\}$, luego lo son en $\{A''_e, \dots$ l. q. d. d.

2) Vamos a mostrar que para que a y b sean unidos en $\{A_i'', \dots\}$ es necesario y suficiente que no exista ningún elemento entre a y b, $\neq a$ unido con a en $\{A_e'', \dots\}$.

a) *La condición es necesaria.* Suponemos lo contrario, o sea que a y b son unidos en $\{A_i'', \dots\}$ y que sin embargo existe un a_1 tal que $a \subset a_1 \subset b$ $a \neq a_1$ y que a y a_1 son unidos en $\{A_e'', \dots\}$. Entonces también son unidos a y a_1 en $\{A_e, \dots\}$ y en $\{A_e', \dots\}$. Como hemos visto en 1 *a*) del hecho que a y b son unidos en $\{A_i'', \dots\}$ se deduce que $a\,\omega.\omega' = b\omega\omega'$. Pero $a \subset a_1 \subset b$ luego $a\omega\omega' = a_1\omega\omega'$ lo que indica (lema II) que $a\,\omega'$ y $a_1\,\omega$ son unidos en $\{A_i, \dots\}$. Pero siendo unidos en $\{A_e, \dots\}$ a y a_1 lo son $a\,\omega'$ y $a_1\,\omega'$, y entonces en virtud del lema I debe ser $a\,\omega' = a_1\,\omega'$. Luego a y a_1 son unidos en $\{A_i', \dots\}$ y como lo son en $\{A_e', \dots\}$ resulta $a = a_1$. Hemos llegado a una contradicción con $a \neq a_1$.

b) *La condición es suficiente.* En 1 *a*) hemos visto que si a y b son unidos en $\{A_i'', \dots\}$ es necesario que sea $a\,\omega\,\omega' = b\,\omega\,\omega'$. Vamos a mostrar que esta condición es también suficiente; en efecto: En virtud del lema I tenemos que

a es unido con $a.\omega$ en $\{A_i, \dots\}$;
$a.\omega$ unido con $a.\omega\,\omega' = b.\omega\,\omega'$ en $\{A_i', \dots\}$;
$b.\omega.\omega'$ unido con $b.\omega$ en $\{A_i', \dots\}$;
$b.\omega$ unido con b en $\{A_i, \dots\}$.

luego es a unido con b en $\{A_i'', \dots\}$. Así que $a\,\omega\,\omega' = b.\omega\,\omega'$ es necesario y suficiente para que a y b sean unidos en $\{A_i'', \dots\}$. De acá se deduce que $\omega\,\omega'$ es unido con 1 en $\{A_i'', \dots\}$ y que todo otro elemento unido con 1 en $\{A_i'', \dots\}$ sigue a $\omega\,\omega'$. Entonces $a + \omega\,\omega'$ es unido con 1 en $\{A_i'', \dots\}$ y todo elemento que sigue a a y unido con $a + \omega\,\omega'$ en $\{A_i'', \dots\}$, sigue a $\omega\,\omega'$ y por lo tanto

a $a + \omega\omega'$. Quiere decir que no hay ningún elemento entre a y $\omega\,\omega' + a$, $\neq \omega\,\omega' + a$ y unido con $a + \omega\,\omega'$ en $\{A_i'', \ldots\}$. Luego en virtud de lo demostrado en 1 b) es a unido con $a + \omega\,\omega'$ en $\{A_e'', \ldots\}$. De acá son unidos $a.b = a$ y $(a + \omega\,\omega').b$ en $\{A_e'', \ldots\}$; pero $a \subset (a + \omega\,\omega')\,b \subset b$ luego por hipótesis es $(a + \omega\,\omega').b = a$ de donde $b.\omega\,\omega' = a.\omega.\omega'$ lo que según lo dicho indica que a y b son unidos en $\{A_i'', \ldots\}$ l. q. d. d.

De la misma manera se demuestra que si

$$\{A_i''', \ldots\} = \{A_i, \ldots\} \text{ o } \{A_i', \ldots\}$$

y
$$\{A_e'', \ldots\} = \{A_e, \ldots\} \overset{e}{-} \{A_e' \ldots\}$$

es
$$[\{A_i'', \ldots\} \quad ; \quad \{A_e''', \ldots\}]$$

un anágeno. De lo dicho se deducen los dos corolarios siguientes:

Corolario I. — Los anágenos (2) forman una estructura, de modo que si

$$[\{A_i'', \ldots\} \ \{A_e'', \ldots\}] \text{ y } [\{A_i''', \ldots\} \ \{A_e''', \ldots\}]$$

son el producto y suma respectivamente de

$$[\{A_i, \ldots\} \ \{A_e, \ldots\}] \text{ y } [\{A_i', \ldots\} \ \{A_e', \ldots\}]$$

es

$$\{A_i'', \ldots\} = \{A_i, \ldots\} \overset{i}{-} \{A_i', \ldots\} \ ; \ \{A_e'', \ldots\} = \{A_e, \ldots\} \text{ o } \{A_e', \ldots\}$$

y
$$\{A_i''', \ldots\} = \{A_i\} \text{ o } \{A_i'\} \ ; \ \{A_e'''\} = \{A_e\} \overset{e}{-} \{A_e'\}$$

Corolario II. — Si $\omega\ \omega'\ \omega''\ \omega''$ son los elementos correspondientes a esos anágenos definidos en el lema II es $\omega'' = \omega.\omega'$ $\omega''' = \omega + \omega'$.

19. — Teorema VII. — Los anágenos (2) forman una estructura distributiva.

Demostración. — Sean

$$[\{A_i, \ldots\} \ \{A_e, \ldots\}], \ [A_i', \ldots\} \ \{A_e', \ldots\}], \ [\{A_i'', \ldots\} \ \{A''_e, \ldots]$$

tres anágenos cualesquiera, y ω, ω_1, ω_2, los elementos definidos en el lema II, § 18, correspondientes. Basta demostrar, pues, que $(\omega + \omega_1)\,\omega_2 = \omega\,\omega_2 + \omega_1\,\omega_2$. En efecto, en virtud del lema II ω y

$\omega\,\omega_2$ como ω_1 y $\omega_1\,\omega_2$ son unidos en $\{A''_i, \ldots\}$, luego son unidos en $\{A_i'', \ldots\}$ $\omega + \omega_1$ y $\omega\,\omega_2 + \omega_1\,\omega_2$, lo que exige, en virtud del mismo lema: $(\omega + \omega_1)\,\omega_2 = (\omega\,\omega_2 + \omega_1\,\omega_2)\,\omega_2 = \omega\,\omega_2 + \omega_1\,\omega_2$ l. q. d. d.

Ahora si a toda estructura « asociamos » la estructura de sus anágenos (2), la estructura asociada será distributiva; falta, pues, solamente ver que se verifica el

PRINCIPIO DE PERMANENCIA. — Toda estructura muy fuerte y distributiva es isomorfa con la asociada, o sea con la de sus anágenos (2).

Demostración. — En virtud del corolario II del T. VI, § 18, a todo anágeno corresponde un elemento de la estructura. Recíprocamente a cada elemento ω de la estructura corresponde un anágeno (2); en efecto. Formemos las dos familias $\{A_i, \ldots\}$ $\{A_e, \ldots\}$ según esta ley: dos elementos a, b son unidos en $\{A_i, \ldots\}$ si $a\,\omega = b \,.\, \omega$ y en $\{A_e, \ldots\}$ si $a + \omega = b + \omega$. 1) $\{A_i\}$ *es una subdivisión homomorfa,* puesto que si

$$a\,\omega = b\,.\,\omega$$

$$c\,\omega = d\,.\,\omega$$

se deduce $a.c.\omega = b.d.\omega$ y $(a + c)\,\omega = (b + d)\,\omega$. Análogamente se verá que $\{A_e\}$ es una subdivisión homomorfa. 2) Para que a y b, $a \subset b$, sean unidos en $\{A_e, \ldots\}$ es necesario y suficiente que para todo b_1 tal que $a \subset b_1 \subset b$, b y b_1 unidos en $\{A_i, \ldots\}$ sea $b_1 = b$. En efecto, si a y b son unidos en $\{A_e, \ldots\}$ es $a + \omega = b + \omega$; además $b_1\,\omega = b\,.\,\omega$; de la primera igualdad es $b_1 + \omega = b + \omega$, lo que exige (Cap. II) $b_1 = b$, luego la condición es necesaria. Ella es suficiente puesto que como $(a + b\,\omega)\,\omega = b\,.\,\omega$ es $a + b\,\omega$ unido con b en $\{A_i, \ldots\}$, y como además $a \subset a + b\,\omega \subset b$ debe ser $a + b\,\omega = b$ de donde $a + \omega = b + \omega$. luego a y b son unidos en $\{A_e, \ldots\}$. Así que $[\{A_i, \ldots\}\ \{A_e, \ldots\}]$ es un anágeno (2). Luego hay una correspondencia biunívoca entre los elementos de la estructura y sus anágenos (2), además esta correspondencia conserva la suma y producto (Corolario II), luego queda establecido el isomorfismo.

20. — Examinando las demostraciones de los teoremas relativos a los anágenos (2), se llega a la siguiente importante generalización de estos anágenos.

Consideremos una estructura muy fuerte y supongamos que en ella están definidas dos funciones $M(a, b)$ y $D(a, b)$, uniformes o no, que verifican las dos siguientes condiciones (la notación $d = D(a\, b)$ indica que d es uno de los elementos que hace corresponder la función; lo mismo se refiere a $m = M(c, d)$:

1) Si $b \subset a$ es $b = D(a, b)$; existen d y d_1 tales que $d = D(a, b)$ $d_1 = D(a, b)$ y $d \subset a, d_1 \subset b$.

2 Si $a \supset b$ es $b = M(a, b)$; existen m y m_1 tales que $m = M(a, b)$ $m_1 = M(a, b)$ y $m \supset a,\ m_1 \supset b$.

En semejantes estructuras se puede definir los anágenos (2) respecto a M y D como sigue. Llamamos « subdivisión homomorfa respecto a M, D » a las familias de conjuntos no vacíos y primos dos a dos, cuyos elementos no se separan respecto a M y D, es decir si A, B, C, D, son conjuntos de la familia y $a, a_1 \in A$; $b, b_1 \in B$ $D(a, b) \in C$ $M(a, b) \in D$ se deduce $D(a_1 b_1) \in C$ $M(a_1 b_1) \in D$ para todas las determinaciones de M y D.

Luego definimos los anágenos 2 respecto de M, D, como un par de subdivisiones homomorfas M, D que verifican las 2 condiciones de anágenos del § 17.

Todos los teoremas de los §§ 17-19 quedan ciertos para estos anágenos generalizados.

Vamos a demostrar la validez del lema II y de 1 a) del teorema IV y del teorema VII, que son los únicos pasajes que presentan alguna modificación esencial.

21. — *Demostración del lema II.* — Sea $\overline{\omega}$ un elemento unido con ω en $\{A_e, \ldots\}$.

Sea α_k un elemento unido con 1 en $\{A_i, \ldots\}$. $M(\overline{\omega}, \alpha_k)$ es unido con $\alpha_k = M(\omega, \alpha_k)$ en $\{A_e, \ldots\}$ y también $M(\overline{\omega}, a_k)$ es unido con $1 = M(\overline{\omega}, 1)$ y por lo tanto con α en $\{A_i, \ldots\}$. Luego (lema I) $\alpha_k = M(\overline{\omega}, \alpha_k)$ o sea $\overline{\omega} \subset \alpha_k$, $\overline{\omega} \subset \omega$. Así que ninguno de los elementos unidos con ω en $\{A_e, \ldots\}$ sigue a ω. Luego ω es unido con 1 en $\{A_i, \ldots\}$, y además ω sigue a todos los elementos unidos con él en $\{A_e, \ldots\}$ y recíprocamente. Ahora, a y $a.\omega$ son unidos en $\{A_i, \ldots\}$; en efecto, suponiendo lo contrario existe a_1 tal que $a.\omega \subset a_1 \subset a$ siendo unidos a_1 y $a.\omega$ en $\{A_e, \ldots\}$; pero $a.\omega \subset \omega$ luego $a.\omega$ y ω son unidos en $\{A_e, \ldots\}$ y por lo tanto son unidos en $\{A_e, \ldots\}$ a_1 y ω, lo que da $a_1 \subset \omega$, $a_1 \subset a\, a_1 = a.\omega$. Análogamente se verá que son unidos en $\{A_i, \ldots\}$ b y $b.\omega$. Entonces si $a.\omega = b.\omega$

son unidos a y b en $\{A_i, \ldots\}$. Recíprocamente si a y b son unidos en $\{A_i, \ldots\}$ lo son $a\,\omega$ y b, pero como esos preceden a ω son unidos con ω en $\{A_e, \ldots\}$ lo que da $a.\omega = b.\omega$ (lema 1).

Demostración de 1 *a) del teorema VI.* — Todos los razonamientos hechos hasta obtener la igualdad $b\,\omega\,\omega' = b_1\,\omega\,\omega'$ se conservan. Luego $b\,\omega'$ y $b_1\,\omega$ son unidos en $\{A_i, \ldots\}$. Tenemos:

$M(b_1, b\omega')$ es unido con $b = M(b, b\omega')$ y por lo tanto con b_1 en $\{A_e, \ldots\}$.

$M(b_1, b\,\omega')$ es unido con $b_1 = M(b_1, b_1\,\omega')$ en $\{A_i, \ldots\}$.

luego $M(b_1, b\omega') = b_1$, $b_1 \supset b\,\omega'$, $b_1\,\omega' = b\omega'$.

Esta última igualdad indica que b_1 y b son unidos en $\{A_i', \ldots\}$ y como son unidos en $\{A_e', \ldots\}$ es $b_1 = b$.

Demostración del teorema VIII. — Como se demostró (lema II) es ω unido con 1 en $\{A_i, \ldots\}$ y todo elemento que precede a ω es unido con él en $\{A_e, \ldots\}$. Por lo tanto $D(\omega, \omega')$ es unido con $\omega_1 = D(1, \omega_1)$ y por lo tanto con $\omega\,\omega_1$ en $\{A_i, \ldots\}$; además $D(\omega, \omega')$ es unido con ω y por lo tanto con $\omega . \omega_1$ en $\{A_e, \ldots\}$. Luego $D(\omega, \omega') = \omega.\omega'$. Análogamente se verá que $\omega + \omega_1 = M(\omega, \omega')$. Luego en vez de $(\omega + \omega_1)\,\omega_2$ podemos escribir

$D[\omega_2 M(\omega, \omega_1)]$ y en vez de $\omega\,\omega_2 + \omega_1\,\omega_2 = M[D(\omega, \omega_2)\,;\, D(\omega_1\,\omega_2)]$.

Pero ω es unido con $\omega\omega_2$ en $\{A_i'', \ldots\}$ y ω_1 con $\omega_2\omega_1$ en $\{A_i'', \ldots\}$ y por lo tanto $M(\omega, \omega_1)$ es unido con $M(\omega\omega_2\,;\,\omega_1\omega_2)$ en $\{A_i'', \ldots\}$ lo que da

$$D[M(\omega, \omega_1)\ ;\ \omega_2] = M(\omega\,\omega_2,\ \omega_1\,\omega_2]$$

o sea
$$(\omega + \omega_1)\,\omega_2 = \omega\,\omega_2 + \omega_1\,\omega_2.$$

Análogamente se demuestra que

$$(\omega + \omega_2)\,(\omega_1 + \omega_2) = \omega\,\omega_1 + \omega_2.$$

De acá se deduce que los anágenos 2 *proporcionan un método eficaz para construir estructuras distributivas, puesto que es fácil encontrar funciones M, D que verificon las muy débiles condiciones* 1) *y* 2) *del* § 20.

22. — En particular se introduce la definición de anágeno 2 de una estructura respecto a otra estructura, en analogía con la definición del § 7:

Sea S una estructura muy fuerte contenida en otras dos estructuras $\overline{S}$ y $\underline{S}$ (no necesariamente fuertes) de modo que si en S es $a \subset b$ también lo es en $\overline{S}$ y en $\underline{S}$. Si a y b son dos elementos de S puede ser que el producto y suma de estos elementos en S no coincida con el producto o suma de estos elementos en $\overline{S}$ o en $\underline{S}$. Entondes definimos las funciones $M(a, b)$ y $D(a, b)$ de la siguiente manera:

$$M(a, b) = a + b \text{ (en } S)$$

si la suma $a + b$ en S coincide con la suma de estos elementos en $\overline{S}$

y $$M(a, b) = a, b \quad \text{en el caso contrario;}$$

$$D(a, b) = a . b \text{ (en } S)$$

si el producto de estos elementos en S coincide con él en $\underline{S}$

y $D(a, b)$ igual a a y a b en el caso contrario.

Esas definiciones verifican las condiciones 1), 2) del § 20, luego podremos formar los anágenos de S respecto a M y D que llamamos « los anágenos 2 de S respecto a $\overline{S}$ y $\underline{S}$ ».

IV. — Prolongaciones distributivas según los 3 principios

23. — En el capítulo anterior hemos mostrado que a toda estructura de anágenos se puede « asociar » otra estructura distributiva según el principio de permanencia. Pero esta asociada puede no contener a la estructura primitiva, es decir que el principio de prolongación no fué conservado en ninguno de los dos métodos indicados en el capítulo anterior. En este capítulo vamos a mostrar que combinando estos métodos con el expuesto en el § 7, Cap. I, se obtiene una asociada según los 3 principios. Los mismos métodos sirven para obtener asociadas fuertemente distributivas (*) y muy fuertemente distributivas.

(*) Una estructura es fuertemente distributiva a la izquierda si se verifica

$$(a + b + \dots)\, m = a\, m + b\, m + \dots$$

para infinitos $a, b, \dots$, y a la derecha si

$$a\, b\, c \dots + m = (a + m)\,(b + m)\,(c + m) \dots$$

De este modo quedará demostrado que todo conjunto parcialmente ordenado puede ser ampliado con nuevos elementos hasta obtener una estructura fuertemente distributiva, y si este conjunto ordenado es él mismo una tal estructura, esta ampliación no introduce (desde el punto de vista del isomorfismo) elementos nuevos.

24. — Sean A, B, C,... los componentes e de anágenos (1) de un conjunto parcialmente ordenado. Como hemos visto en el Cap. I éstos forman una estructura que designamos con Σ_e, y nos proponemos ampliarla hasta obtener una estructura distributiva.

Consideremos las posibles composiciones e (Cap. II) en número finito y los posibles productos en número finito e infinito de estos anágenos de Σ_e, luego las posibles composiciones e (en número finito) y productos de los conjuntos así obtenidos y así al infinito. Sea $\overline{\Sigma}_e$ el conjunto de todos los conjuntos que pueden ser así obtenidos. $\overline{\Sigma}_e$ es evidentemente una estructura si convenimos que un conjunto de $\overline{\Sigma}_e$ sigue a otro cuando está contenido ($\leq$) en él. Además $\overline{\Sigma}_e$ contiene a Σ_e de modo que si un elemento precede a otro en Σ_e también le precede en $\overline{\Sigma}_e$.

Definición. — Sean F, F_1 dos familias (conjuntos) de anágenos e de Σ_e.

Llamamos composición respecto a ($\overline{\Sigma}_e$) de F, F_1 y lo designamos $F * F_1$ a la familia compuesta por los anágenos de $F + F_1$ y los posibles anágenos de Σ_e que son de la forma $A_1 \overset{e}{-} A_2 \overset{e}{-} A_3 \overset{e}{-} \ldots \overset{e}{-} A_k$ donde los $A_1, \ldots A_k$ pertenecen a $F + F_1$.

Como Σ_e está contenida en $\overline{\Sigma}_e$ podemos considerar los anágenos e (1) de Σ_e con respecto a $\overline{\Sigma}_e$ (§ 7, Cap. I). Es fácil ver que estos últimos son conjuntos (familias) $\mathscr{A}$ de anágenos de Σ_e que verifican las dos siguientes condiciones:

$$\text{si} \quad A \in \mathscr{A} \;\text{ y }\; A_1 \supset A \,,\; A_1 \in \Sigma_e \;\text{ es }\; A_1 \in \mathscr{A} \qquad [1]$$

$$\text{si} \quad A_1, \ldots A_k \in \mathscr{A} \;\text{ y }\; C = A_1 \overset{e}{-} A_2 \overset{e}{-} \ldots A_k \,,\; C \in \Sigma_e \;\text{ es }\; C \in \mathscr{A} \qquad [2]$$

En efecto, la condición [1] es evidente; vamos a demostrar la [2]. Sea $\mathscr{A}_1$ el conjunto de los elementos de $\overline{\Sigma}_e$ que preceden a todos los de $\mathscr{A}$. Por definición $A_1, \ldots A_k$ siguen a todos los de $\mathscr{A}_1$, luego C también sigue a todos los de $\mathscr{A}_1$, pero como $C \in \Sigma_e$ resulta que $C \in \mathscr{A}$.

TEOREMA I. — Si F, F_1 son dos familias de anágenos e de Σ_e que verifican las dos condiciones [1], [2], entonces la composición respecto a $\overline{\Sigma}_e$ de F, F_1 también verifica estas condiciones.

Demostración. — Sea $F_2 = F * F_1$ y vamos a mostrar que F_2 verifica [1] y [2]. La condición [2] es evidente por la definición misma de la composición con respecto a $\overline{\Sigma}_e$, basta pues ver que se verifica [1]:

Sean $\qquad A_2 \varepsilon F_2 \quad \text{y} \quad A_2' \supset A_2 \,, \; A_2' \varepsilon \Sigma_e .$

Por definición es o $\; A_2 \varepsilon F \;$ o $\; A_2 \varepsilon F_1 \;$ o $\; A_2 = A \overset{e}{-} B \overset{e}{-} \dots \overset{e}{-} K$

donde $\qquad A \,, B \,, \dots K \varepsilon F + F_1 .$

Si A_2 pertenece a F o a F_1 también A_2' pertenecerá a F o F_1 y por lo tanto a F_2.

Supongamos, pues, $\qquad A_2 = A \overset{e}{-} B \overset{e}{-} \dots \overset{e}{-} K.$

En virtud del Corolario del teorema I del Cap. II, § 9, es

$$A'_2 = A' \overset{e}{-} B' \overset{e}{-} \dots \overset{e}{-} K'$$

donde $\qquad A' \supset A, \; B' \supset B \,, \dots K' \supset K \;$ y $\; A' \,, \dots K' \varepsilon \Sigma_e .$

Por hipótesis debe ser

$$A' \,, B' \,, \dots K' \varepsilon F + F_1 \,, \quad \text{luego} \quad A'_2 \varepsilon F_2 \quad \text{l. q. d. d.}$$

El teorema queda cierto para un número finito cualquiera de F, $F_1, \dots$ pero no infinito. En cambio es fácil ver que el producto finito o infinito de familias que verifican [1] y [2] también verifica estas condiciones.

Ahora consideremos los posibles anágenos (1) de $\overline{\Sigma}_e$, con respecto a $\overline{\Sigma}_e$, luego las posibles composiciones ($\overline{\Sigma}_e$) en número finito y productos en número finito e infinito de estos anágenos y de los conjuntos que se obtienen de esta manera. Sea Σ_e' el conjunto de todos estos conjuntos. Todo conjunto $\mathscr{A}$ de Σ_e' verifica las condiciones 1) y 2) y además Σ_e' es una estructura muy fuerte si convenimos que un conjunto de Σ_e' sigue a otro cuando está contenido ($\leq$) en él. Entonces resulta el:

PRINCIPIO DE PROLONGACIÓN. — La estructura Σ_e' contiene a la Σ_e de modo que si un elemento precede a otro en Σ_e también le precede en Σ_e'.

TEOREMA II. — La estructura Σ_e' es distributiva, es decir si $\mathscr{A}, \sigma, \Gamma \varepsilon \Sigma_e'$ se verifica $(\mathscr{A} * \sigma) \times \Gamma = (\mathscr{A} \times \Gamma) * (\sigma \times \Gamma)$.

Demostración. — Sean $\mathscr{A}' = \mathscr{A} - \Gamma . \mathscr{A} \quad \sigma' = \sigma - \Gamma . \sigma$

entonces

$$(\mathscr{A} * \sigma) \times \Gamma = [(\mathscr{A}' + \Gamma . \mathscr{A}) * (\sigma' + \Gamma . \sigma] \times \Gamma =$$

$$= [(\mathscr{A}' * \sigma') + (\mathscr{A}' * \Gamma . \sigma) + (\sigma' * \Gamma . \mathscr{A}) + (\Gamma . \mathscr{A} * \Gamma . \sigma)] \times \Gamma =$$

$$= [(\mathscr{A}' * \sigma') \times \Gamma] + [(\mathscr{A}' * \Gamma \times b) \times \Gamma] + [(\sigma' * \Gamma A) \times \Gamma] +$$

$$+ [(\Gamma \mathscr{A} * \Gamma \sigma) \times \Gamma] ,$$

Entonces si A pertenece a $(\mathscr{A} * \sigma) \times \Gamma$ debe pertenecer a uno de los 4 sumandos de la última igualdad. Suponemos, por ejemplo, que A pertenece a $(\mathscr{A}' * \sigma') \times \Gamma$. Entonces es

$$A = A_1 \overset{e}{-} A_2 \overset{e}{-} \dots \overset{e}{-} A_k ,$$

donde $A_1 , \dots A_k$ pertenecen a $\mathscr{A}' + \sigma'$.

Sea A_1 de $\mathscr{A}'$. como $A_1 \supset A$ y $A_1 \varepsilon \Sigma_e$ resulta en virtud de la condición [1] que A_1 pertenece a Γ, puesto que A pertenece a Γ, lo que contradice a $\mathscr{A}' = \mathscr{A} - \Gamma$.

De la misma manera se verá en el caso de los otros 3 sumandos que sólo es posible que A pertenezca a $(\Gamma \times \mathscr{A}) * (\Gamma \times b)$, es decir que

$$(\mathscr{A} * b) \times \Gamma \leq (\mathscr{A} \times \Gamma) * (b \times \Gamma)$$

y como también

$$(\mathscr{A} * \sigma) \times \Gamma \geq (\mathscr{A} \times \Gamma) * (\sigma \times \Gamma)$$

resulta la tesis.

Los principios de totalidad y de permanencia están incluídos en el siguiente

TEOREMA III. — Si Σ_e es una estructura distributiva ella es isomorfa con la Σ_e'.

Demostración. — Si Σ_e es distributiva la comdosición e de dos o varios (en número finito) de sus anágenos es otro anágeno de Σ_e Luego Σ_e es isomorfa con $\overline{\Sigma}_e$ Por lo tanto los anágenos de Σ_e con

respecto a $\overline{\Sigma}_e$ son todos anágenos de Σ_e y la composición $*$ coincide con la $\overset{e}{-}$. Luego es $\overline{\Sigma}_e$ isomorfa con Σ_e' y por carácter transitivo son isomorfas Σ_e y Σ_e'.

De modo que a toda estructura de anágenos Σ_e se puede asociar una estructura distributiva según los 3 principios; esta asociada es la estructura Σ_e'.

Es claro que se llega a resultados análogos tomando en vez de Σ_e su isomorfa Σ_i de los anágenos i y utilizando en vez de la composición $\overset{e}{-}$ la $\overset{i}{-}$, etc.

25. — Vamos a indicar brevemente cómo se puede obtener un resultado análogo, utilizando en vez del método de la composición el método de anágenos (2).

Consideremos como antes las estructuras Σ_e y $\overline{\Sigma}_e$ y designemos con $A, B, \ldots$ sus elementos. A todo $A \varepsilon \Sigma_e$ hacemos corresponder dos fmilias $\{\mathscr{A}_i, \ldots\}$ y $\{\mathscr{A}_e, \ldots\}$ de subconjuntos de $\overline{\Sigma}_e$ definidas como sigue:

dos elementos

B, C de $\overline{\Sigma}_e$ son unidos en $\{A_i, \ldots\}$ si $B * A = C * A$

dos elementos

B, C de $\overline{\Sigma}_e$ son unidos en $\{A_e, \ldots\}$ si $B \times A = C \times A$

Sean ahora B_1, C_1, $D_1, \ldots$ elementos de Σ_e.

Si B_1 *y* C_1 *son unidos en* $\{A_i, \ldots\}$ *también lo son* $(B_1 \times D_1)$ *y* $B_1 * D_1$. En efecto tenemos por definición $B_1 * A = C_1 * A$ de donde $B_1 * D_1) * A = (C_1 * D_1) * A$, además en virtud del teorema I, § 9, Cap. II, como

$$(B_1 * A) \times D_1 = (B_1 \times D_1) * (D_1 \times A$$

resulta $\quad (B_1 \times D_1) * (D_1 \times A) = (C_1 \times D_1) * (D_1 \times A)$

de donde $\quad (B_1 \times D_1) * A = (C_1 \times D_1) * A$

Si $C_1 \subset B_1$ *para que* B_1 *y* C_1 *sean unidos en* $\{A_e, \ldots\}$ *es necesario y suficiente que no exista ningún* $D \neq B$, *tal que* $C_1 \subset D \subset B_1$

y unido con B_1 *en* $\{A_i, \ldots\}$. En efecto. La condición es necesaria: tenemos por hipótesis

$$B_1 \times A = C_1 \times A \quad , \quad D * A = B_1 * A \quad , \quad D \supset C_1$$

luego $$D \supset (B_1 * A) \times C_1.$$

Pero

$$(B_1 * A) \times C_1 = (B_1 \times C_1) * (C_1 \times A) = B_1 * (B_1 \times A) = B,$$

por lo tanto es $D \supset B_1$ lo que da $D = B_1$

La condición es suficiente: Haciendo $D = (B_1 * A) \times C_1$ se tiene que $C_1 \subset D \subset B_1$, y como

$$[(B_1 * A) \times C_1] * A = B_1 * (C_1 \times A) * A = B_1 * A$$

es D unido con B_1 en $\{A_\cdot, \ldots\}$; luego debe ser

$$D = B_1 \quad \text{o} \quad C_1 \times A \supset B_1$$

y como $C_1 \subset B_1$ es $C_1 \times A = B_1 \times A$ es decir que C_1 y B_1 son unidos en $\{A_e, \ldots$.

Análogamente se demuestra que si B_1, C_1 son unidos en $\{A_e, \ldots\}$ también lo son $B_1 \times D$, $B_1 * D$ y para que sean unidos en $\{A_i, \ldots\}$ es necesario y suficiente que para todo $B_1 \supset D \supset C_1$ donde D es unido con C_1 en $\{A_e, \ldots\}$ se verifica $D = C_1$.

De estas observaciones se deduce fácilmente que a todo A de Σ_e corresponde un anágeno (2) $[\{A_i, \ldots\} \{A_e, \ldots]$ del tipo de los anágenos generalizados del § 20, Cap. III. Luego estos anágenos (2) proporcionan una estructura distributiva asociada según los 3 principios.

26. — Los métodos de los §§ 24, 25 sirven también para transformar toda estructura de anágenos en una estructura fuertemente y muy fuertemente distributiva. Para eso consideremos algunos preliminares.

Llamemos composición $\overset{e}{-}$ muy fuerte o fuerte (*) de infinitos conjuntos $A, B, \ldots$ y lo designamos $A \overset{e}{-} B \overset{e}{-} \ldots$ al conjunto formado por los elementos de $A + B + \ldots$ y los posibles elementos de la forma

(*) Según que se trate de una infinidad numerable o no de conjuntos.

$a\,b' \ldots$ donde $a, b, \ldots$ pertenecen a $A + B + \ldots$ Análogamente se define la composición i fuerte o muy fuerte.

Las mismas consideraciones hechas en el capítulo II sirven para demostrar que:

1) Si $A, B, \ldots M,$ son anágenos e se verifica

$$(A \overset{e}{-} B \overset{e}{-} \ldots) \times M = (A \times M) \overset{e}{-} (B \times M) \overset{e}{-} \ldots$$

2) Si $K = A \overset{e}{-} B \overset{e}{-} \ldots$ siendo $A, B, \ldots$ anágenos e y $K_1 \leq K$ es un anágeno e, entonces

$$K_1 = A_1 \overset{e}{-} B_1 \overset{e}{-} \ldots \text{ donde } A_1, B_1 \text{ son anágenos y } A_1 \leq A,\ B_1 \leq B, \ldots$$

Diremos que un espacio parcialmente ordenado verifica la condición α') si la composición fuerte $\overset{e}{-}$ de anágenos $\overset{e}{-}$ es un anágeno $\overset{e}{-}$ y la condición α'') si la composición muy fuerte de sus anágenos es un anágeno.

3) Todo espacio α' (α'') es una estructura fuertemente (muy) distributiva a la izquierda y recíprocamente.

Propiedades análogas se deducen para la composición fuerte i y las estructuras fuertemente distributivas a la derecha.

27. — Sea Σ_e la estructura de los anágenos e y formemos la estructura $\overline{\overline{\Sigma}}_e$ que se obtiene formando las posibles composiciones fuertes e (en número infinito) y los posibles productos de anágenos y de conjuntos a su vez así obtenidos.

Definición. — Sean $F, F_1 \ldots$ infinitos conjuntos de anágenos e de Σ_e. Llamamos composición fuerte respecto a $\overline{\overline{\Sigma}}_e$ de $F, F_1, \ldots$ y la designamos $F * F_1 * \ldots$ al conjunto formado por todos los elementos de $F + F_1 + \ldots$ más los posibles anágenos e de Σ_e que son de la forma $A_1 \overset{e}{-} A_2 \overset{e}{-}, \ldots$ donde $A_1, A_2, \ldots$ son infinitos anágenos que pertenecen a $F + F_1 + \ldots$

Como Σ_e está contenida en $\overline{\overline{\Sigma}}_e$ de modo que si un elemento sigue a otro en Σ_e también le sigue en $\overline{\overline{\Sigma}}_e$ podemos considerar los anágenos e de Σ_e respecto a $\overline{\overline{\Sigma}}_e$. Es fácil ver que estos últimos son conjuntos $\mathscr{A}$ de anágenos de Σ_e que verifican:

Si $\quad A \in \mathscr{A}$ y $A_1 \supset A,\ A_1 \in \Sigma_e$ es $A_1 \in \mathscr{A}$ [1']

Si infinitos

$$A_1, A_2, \ldots \varepsilon \mathscr{A} \text{ y } C = A_1 \overset{e}{-} A_2 \overset{e}{-} \ldots, C \varepsilon \Sigma_e \text{ es } C \varepsilon \mathscr{A} \quad [2']$$

igual que en el § 24 se demuestra que si infinitos F, $F_1, \ldots$ verifican [1′] y [2′] también lo verifican $F * F_1 * \ldots$ y $F \times F_1 \times \ldots$

Ahora sea $\underline{\underline{\Sigma_e}}''$ la estructura formada por todos los anágenos de Σ_e respecto a $\underline{\underline{\Sigma_e}}$ y las posibles composiciones (Σ_e) y productos que se puede formar con éstos y con los conjuntos así obtenidos a su vez. Repitiendo los razonamientos del § 24 se verá que Σ_e'' es fuertemente distributiva a la izquierda, y si Σ_e es ella misma fuertemente distributiva izquierda entonces son isomorfas Σ_e y Σ_e''. Como además Σ_e está contenida en Σ_e'', resulta que Σ_e'' nos proporciona una asociada fuertemente distributiva izquierda según los 3 principios.

De la misma manera se obtiene una asociada fuertemente distributiva derecha si en vez de los anágenos e y composición e utilizamos los anágenos i y composición i. Además es evidente que basta cambiar los términos fuerte en muy fuerte para obtener los mismos resultados para estructuras asociadas muy fuertemente distributivas.

Finalmente, resultados análogos se obtienen utilizando el método de anágenos (2). No vamos a insistir sobre el particular puesto que está claro el procedimiento a utilizar.

Anágenos (3). Método Kantor-Cauchy

28. — El método del § anterior permite transformar directamente una estructura muy fuerte en una structura fuertemente distributiva sin exigir que la primera sea simplemente distributiva. Pero si se tiene ya una estructura distributiva y se quiere transformarla en fuertemente distributiva es a veces más cómodo y más útil utilizar el siguiente método que llamaremos « método de los anágenos 3 » o de Kantor-Cauchy.

Consideremos una estructura fuerte y distributiva. Llamemos « anágeno e (3) » a toda sucesión infinita del tipo

$$a_1 \subset a_2 \subset a_3 \subset \ldots \subset a_n \subset \ldots$$

Definición. — Diremos que dos anágenos (3)

$$\alpha = (a_1 \subset a_2 \subset \ldots a_n \subset \ldots) \text{ y } \beta = (b_1 \subset b_2 \subset \ldots)$$

son iguales, $\alpha = \beta$ si para todo elemento K se verifica

$$a_1 K + a_2 K + \ldots + a_u . K + \ldots = b_1 K + b_2 K + \ldots b_n . K + \ldots$$

Es claro que la relación = así definida es reflexiva simétrica y transitiva.

Dados dos anágenos (3) $\alpha = (a_1 \subset a_2 \subset \ldots)$ y $\beta = (b_1 \subset b_2 \subset \ldots)$ llamemos *producto* de α y β al anágeno

$$\alpha . \beta = (a_1 b_1 \subset a_2 b_2 \subset a_3 b_3 \subset \ldots)$$

y suma de α y β al anágeno

$$\alpha + \beta = (a_1 + b_1 \subset a_2 + b_2 \subset a_3 + b_3 \subset \ldots).$$

TEOREMA. IV. — Si $\alpha = \beta$, $\gamma = \delta$ es $\alpha.\gamma = \beta.\delta$; $\alpha + \gamma = \beta + \delta$.

Demostración. — Sean

$$\alpha = (a_1 \subset a_2 \subset \ldots) \quad \beta = (b_1 \subset b_2 \subset \ldots) \quad \gamma = (c_1 \subset c_2 \subset \ldots)$$

y k un elemento cualquiera. Tenemos:

$$\alpha \gamma = (a_1 c_1 \subset a_2 c_2 \subset \ldots) \quad \beta \gamma = (b_1 c_1 \subset b_2 c_2 \subset \ldots).$$

Ahora

$$a_1 c_1 k + a_2 c_2 k + \ldots a_n c_n k + a_{n+1} c_{n+1} k + \ldots$$

$$\supset a_1 c_n k + a_2 c_n k + \ldots + a_n c_u k + a_{n+1} c_n k + \ldots$$

y como $\alpha = \beta$ es por definición

$$a_1 c_n k + \ldots a_n c_n k + a_{n+1} c_n k + \ldots = b_1 c_n k + \ldots b_n c_n k + \ldots$$

luego

$$a_1 c_1 k + \ldots a_n c_n k + \ldots \supset b_1 c_n k + \ldots + b_n c_n k + \ldots \supset b_n c_u k$$

y como n es cualquiera resulta

$$a_1 c_1 k + \ldots + a_n c_n k + \ldots \supset b_1 c_1 k + \ldots + b_n c_n k + \ldots;$$

pero los mismos razonamientos sirven para ver que

$$b_1 c_1 k + \ldots + b_n c_n k + \ldots \supset a_1 c_1 k + \ldots + a_n c_n k + \ldots$$

luego

$$a_1 c_1 k + \ldots a_n c_n k + \ldots = b_1 c_1 k + \ldots b_n c_n k + \ldots$$

o sea $\alpha\gamma = \beta\gamma$.

Análogamente será $\beta\gamma = \beta\delta$ y por lo tanto $\alpha\gamma = \beta\delta$.

Además

$$\alpha + \gamma = (a_1 + c_1 \subset \dots \subset a_n + c_n \subset \dots)$$

$$\beta + \gamma = (b_1 + c_1 \subset \dots \subset b_n + c_n \subset \dots)$$

y $(a_1 + c_1) k + \dots + (a_n + c_n) k + \dots = a_1 k + c_1 k + \dots + a_n k + c_n k + \dots =$

$= (a_1 k + \dots + a_n k + \dots) + (c_1 k + \dots + c_n k + \dots) =$

$= (b_1 k + \dots + b_n k + \dots) + (c_1 k + \dots c_n k + \dots) =$

$= b_1 k + c_1 k + \dots + b_n k + c_n k + \dots$

$= (b_1 + c_1) k + \dots (b_n + c_n) k + \dots$

luego $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$, análogamente $\beta + \gamma = \beta + \delta$

y por lo tanto $\alpha + \gamma = \beta + \delta$ l. q. d. d.

Corolario. — Si $\alpha \beta = \alpha$ es $\alpha + \beta = \beta$ y recíprocamente. En efecto, en virtud de lo demostrado, es

$$\alpha + \beta = \alpha . \beta + \beta = (a_1 b_1 \subset \dots a_n b_n \subset \dots) +$$

$$+ (b_1 \subset \dots b_n \subset \dots) = (b_1 \subset \dots b_n \dots) = \beta .$$

De la definición de producto y suma resulta además que

$$\alpha . \beta = \beta . \alpha \quad \alpha . \beta . \gamma = (\alpha) . (\beta . \gamma) \quad \alpha\alpha = \alpha \quad \alpha + \beta = \beta + \alpha$$

$$\alpha + \beta + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma) \quad \alpha + \alpha = \alpha .$$

Luego los anágenos (3) forman una estructura si convenimos que $\alpha \subset \beta$ si $\alpha . \beta = \alpha$ (*). Esta estructura es además distributiva, como es fácil de verlo, y además contiene a la primitiva como caso particular haciendo $a = (a \subset a \subset \dots a \subset \dots)$.

Teorema V. — Sean

$$\alpha = (a_1 \subset \dots a_n \subset \dots) \ \beta = (b_1 \subset \dots b_n \subset \dots)$$

dos anágenos (3) Si a todo índice i se puede indicar un índice j tal que $a_i \subset b_j$ es $\alpha \subset \beta$.

Demostración. — Tenemos que

$$\alpha + \beta = (a_1 + b_1 \subset \dots a_n + b_n \subset \dots).$$

(*) Vea *Teoría de Structuras*, de Clivenko, pág. 10, y *Appendice.*

Por hipótesis a todo i se podrá hacer corresponder un j tal que $a_i + b_i \subset b_j$, luego si k es un elemento cualquiera

$$(a_1 + b_1)\, k + ... + (a_n + b_n)\, k + ... \subset b_1\, k + b_2\, k + ... + b_n\, k + ...$$

y como naturalmente es

$$(a_1 + b_1)\, k \ldots (a_n + b_n)\, k + \ldots \supset b_1\, k + \ldots b_n\, k + \ldots$$

resulta

$$(a_1 + b_1)\, k + \ldots + (a_n + b_n)\, k + \ldots = b_1\, k + \ldots + b_n\, k + \ldots$$

o sea $\alpha + \beta = \beta$, $\alpha < \beta$ l. q. d. d.

TEOREMA VI. — Dados infinitos anágenos (3) $\alpha_1, \ldots \alpha, \ldots$ existe la suma infinita de ellos, es decir existe un anágeno (3) μ tal que para todo n es $\mu \supset \alpha_n$ y si $\mu_1 \supset \alpha_n$ para todo n es $\mu \subset \mu_1$.

Demostración. — Sean $\sigma_n = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n$. Evidentemente basta demostrar que existe la suma infinita $\sigma_1 + \ldots + \sigma_n + \ldots$ Sean

$$\sigma_1 = (S_1^{(1)} \subset S_2^{(1)} \subset \ldots \subset S_n^{(1)} \subset \ldots)$$

$$\sigma_2 = (S_1^{(2)} \subset S_2^{(2)} \subset \ldots \subset S_n^{(2)} \subset \ldots)$$

....

$$\sigma_n = (S_1^{(n)} \subset S_2^{(n)} \subset \ldots \subset S_n^{(n)} \subset \ldots)$$

....

....

De la definición de σ_n resulta que $S_n^{(i)} \subset S_n^{i+k}$, luego podemos formar el anágeno (3)

$$\mu = (S_1^{(1)} \subset S_2^{(2)} \subset S_3^{(3)} \subset \ldots S_n^{(n)} \subset \ldots).$$

En virtud del teorema anterior es $\mu \supset \sigma_n$ para todo n. Sea ahora

$$\mu_1 = (m_1 \subset \ldots m_n \subset \ldots) \quad \text{y} \quad \mu_1 \supset \sigma_n \quad \text{para todo } n.$$

Entonces para todo n y k cualeuira es

$$m_1 k + m_2 k + \ldots + m_n k + \ldots = (S_1^{(n)} + m_1)\, k + \ldots (S_n^{(n)} + m_n)\, k + \ldots$$

luego $m_1\, k + \ldots + m_n\, k + \ldots \supset (S_n^{(n)} + m_n)\, .\, k$

para todo n, y por lo tanto

$$m_1 k + \ldots + m_n k + \ldots \supset (S_1^{(1)} + m_1) k + \ldots (S_n^{(n)} + m_n) . k + \ldots$$

lo que exige

$$m_1 k + \ldots + m_n k + \ldots = (S_1^{(1)} + m_1) . k + \ldots + (S_n^{(n)} + m_n) k \ldots +$$

o sea $\mu_1 = \mu + \mu_1 \quad \mu_1 \supset \mu$ l. q. d. d.

De este teorema se deduce el

Principio de totalidad. — Si $\alpha_., \ldots \alpha_n, \ldots$ son anágenos (3) tales que $\alpha_1 \subset \ldots \subset \alpha_n \subset$ y μ un anágeno cualquiera, es

$$\alpha_1 \mu + \alpha_2 \mu + \ldots + \alpha_n \mu + \ldots = (\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n + \ldots) \mu$$

es decir que todo anágeno (3) $(\alpha_1 \subset \ldots \subset \alpha_n \subset \ldots)$ de anágenos (3) es igual al anágeno (3) $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots$

Demostración. — Sean

$$\alpha_n = (a_1^{(u)} \subset a_2^{(n)} \subset \ldots a_n^{(n)} \subset \ldots) \quad \text{y} \quad \mu = (m_1 \subset \ldots \subset m_n \subset \ldots).$$

Por lo visto en el teorema IV es

$$\alpha_1 + \ldots \alpha_n + \ldots = (a_1^{(1)} \subset a_2^{(2)} \subset \ldots \subset a_u^{(n)} \subset \ldots)$$

luego

$$(\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots \alpha_n + \ldots) \mu = (a_1^{(1)} m_1 \subset a_2^{(2)} m_2 \subset \ldots \subset a_n^{(n)} m_n \subset \ldots)$$

y por otra parte

$$\alpha_n = \mu (a_1^{(n)} m_1 \subset a_2^{(n)} m_2 \subset \ldots a_n^{(n)} m_n \subset \ldots)$$

luego

$$\alpha_1 \mu + \ldots + \alpha_n \mu + \ldots = (a_1^{(1)} m_1 \subset a_2^{(2)} m_2 \subset \ldots a_n^{(n)} m_n \subset \ldots)$$

o sea

$$\alpha_1 \mu + \ldots + \alpha_n \mu + \ldots = (\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots \alpha_n + \ldots) \mu.$$

Teorema VII. — La estructura de los anágenos (3) es fuertemente distributiva a la izquierda, es decir para toda sucesión $\alpha_1, \ldots \alpha_n \ldots$ se verifica $(\alpha_1 + \ldots \alpha_n + \ldots) \mu = \alpha_1 \mu + \ldots$

Demostración. — Haciendo

$$\sigma_n = \alpha_1 + \ldots + \alpha_u \quad \text{como} \quad \sigma_1 \subset \sigma_2 \subset \ldots \sigma_n \subset \ldots$$

resulta en virtud del principio de totalidad que

$$(\alpha_1 + \ldots + \alpha_n + \ldots)\, \mu = (\sigma_1 + \ldots \sigma_n + \ldots)\, \mu =$$

$$= \sigma_1 \mu + \ldots + \sigma_n \mu + \ldots = \alpha_1 \mu + (\alpha_1 + \alpha_2)\, \mu + \ldots +$$

$$+ (\alpha_1 + \ldots + \alpha_n)\, \mu + \ldots = \alpha_1 \mu + (\alpha_1 \mu + \alpha_2 \mu) + \ldots$$

$$\ldots (\alpha_1 \mu + \alpha_2 \mu + \ldots \alpha_n \mu) + \ldots = \alpha_1 \mu + \alpha_2 \mu + \ldots$$

$$\ldots + \alpha \ \mu + \ldots \quad \text{l. q. d. d.}$$

De este teorema resulta fácilmente el

Principio de permanencia. — Toda estructura fuertemente distributiva a la izquierda es isomorfa con la estructura de sus anágenos (3).

Demostración. — Sean $(\alpha_1 \subset \alpha_2 \subset \ldots \subset \alpha_n \subset \ldots)$ un anágeno (3) de esta estructura y μ un elemento cualquiera, como

$$\alpha_1 \mu + \ldots + \alpha_n \mu + \ldots = (\alpha_1 + \ldots + \alpha_n + \ldots)\, \mu$$

resulta que por definidión es

$$(\alpha_1 \subset \ldots \subset \alpha_n \subset \ldots) = (\alpha_1 + \ldots + \alpha_n + \ldots \subset \alpha_1 + \ldots + \alpha_n + \ldots \subset \ldots) =$$

$$= \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n + \ldots$$

Es decir que todo anágeno (3) es igual a un elemento propio l. q. d. el teorema.

Análogamente podemos definir los anágenos *i* (3) como sucesiones $(\alpha_1 \supset \alpha_2 \supset \ldots)$ y definir que dos anágenos α, β son iguales para todo k es $(a_1 + k) \ldots (a_n + k) \ldots = (b_1 + k) \ldots (b_n + k) \ldots$ y obtener de esta manera una estructura fuertemente distributiva derecha según los tres principios.

Finalmente se puede en analogía con el método de Weirstrass considerar anágenos de la forma de un par de sucesiones

$$\alpha_1 \subset \ldots \subset \alpha_n \subset \ldots$$

$$\beta_1 \supset \ldots \supset \beta_n \supset \ldots$$

o combinar los métodos de los anágenos *i* y *e* o composiciones *i* y *e* obteniendo de esta manera estructuras fuertemente distributivas de los dos lados, pero acá nos limitaremos a lo expuesto. Resumiento lo visto en los capítulos I, II y IV resulta que

Todo conjunto ordenado, completándole con los anágenos (1), *después con el método de la composición e o i y finalmente con la composición fuerte* $\times$ *e o i o con anágenos* (3) *e o i, puede ser transformado en una estructura fuertemente distributiva a la derecha o izquierda según los* 3 *principios.*

FE DE ERRATAS:

Pg. 338, T. CXXVII, dice PA_1 PA_2

debe decir P no pertenece a A_1
y P no pertenece a A_2

TARIFAS FERROVIARIAS DE UTILIDAD MÁXIMA

POR EL

Ing. EMILIO REBUELTO

(*Continuación*)

VI. — TARIFAS KILOMETRICAS

Después de haber tratado en los capítulos anteriores las tarifas a aplicar al transporte proveniente de un punto aislado; las tarifas de precio *único* en las que no se hace intervenir la influencia de la distancia; y las de clase *única*, trataremos de estudiar los problemas de mayor compliación, originados por los tres sistemas clásicos de tarifas: kilométricas, terminales y parabólicas.

Las llamadas *kilométricas* o también *proporcionales*, fueron las primitivamente aplicadas a los transportes ferroviarios, debido a la sencillez de su formación y al hecho de aparecer como las más lógicas ante el punto de vista del público, incapacitado, como es natural, para intensificar su análisis. En estas dos razones reside la causa del constante favor y preferencia que se les ha concedido, llegando algunas opiniones hasta el extremo de considerarlas como las únicas razonables y justas. A doble distancia, doble tarifa: a triple distancia, triple tarifa, y así sucesivamente.

Esta forma de raciocinio simplista, se juzga inobjetable por la mayoría de las personas, a quienes satisface plenamente, el suponer que siendo la tarifa el precio de un servicio prestado al cargador por la empresa de transportes, no debe pagarse más que una cantidad de dinero, exacta y rigurosamente proporcional al trabajo efectivo hecho por la empresa, o sea, tal como sucede con las tarifas kilométricas, una cantidad fija por cada tn.-Km.

Se olvida, al raciocinar así, la universal costumbre de tarificar los objetos habituales de comercio, con un distinto precio por unidad, según el número total de unidades objeto de la transacción comercial. Los precios al « por mayor y al por menor », son bien conocidos.

Nadie se conforma en pagar el mismo precio por un objeto cuando compra diez o cuando se adquieren cien o más. De idéntica manera, el costo de una ton.-Km. no debería ser el mismo, si se trata de un transporte a diez o a cinco o más kilómetros. Pero con las tarifas kilométricas lo es, y por eso se llega pronto a un costo tan elevado para el transporte, que resulta prohibitivo apenas aumenta la distancia más allá de cierto límite, muy reducido, por otra parte, para las mercaderías de bajo precio. La práctica ha impuesto, pues, otros tipos de tarifas, y las kilométricas fueron paulatinamente abandonadas en el tráfico de cargas, reduciéndose su aplicación al transporte de pasajeros, a pesar de las protestas de quienes usan del ferrocarril para transportes cortos, que, en efecto, resultan encarecidos cuando se aplican otros sistemas distintos de tarifas. Se puede demostrar que las *diferenciales*, o sea las *no proporcionales* a la distancia, son más convenientes para las empresas y los intereses generales de un país, representados por el conjunto de todos los productores de la zona atravesada por el ferrocarril, y no por los ubicados solamente en los primeros kilómetros.

Sin embargo, en la época presente se asiste a un profundo cambio de opiniones, volviéndose a las kilométricas, con abandono cada vez mayor de las tarifas terminales y parabólicas. El motivo de tan fundamental modificación, hay que buscarlo en el transporte automotor por camiones, extraordinariamente desarrollado en nuestros días, con efectos competitivos sobre el ferrocarril cuya importancia crece de continuo, obligando cada vez más a tenerlos en cuenta. Y el transporte automotor emplea, de preferencia, tarifas kilométricas.

Es sabido que la lucha entre una kilométrica o proporcional y otra diferencial, cualquiera que ésta sea, se decide siempre a favor de la kilométrica, para las cortas distancias, que es precisamente la zona dentro de la cual actúan con más eficacia los autos, ómnibus y camiones empleados en el transporte caminero. La consecuencia forzosa para los ferrocarriles es la pérdida absoluta de todo tráfico que a las distancias cortas no se encuentra sujeto a tarifas kilométricas. Y aún más: como el ferrocarril debe efectuar transportes a todas las distancias, se impone que todas sus tarifas tengan iniciación kilométrica, si es que se quiere evitar la competencia de los automotores. Ya se ha dicho en varias oportunidades que las tarifas terminales y parabólicas, extendidas a todas las distancias, no son aplicables en la actualidad y debe buscarse el sustituirlas por otras de iniciación kilométrica.

Estas observaciones y algunos comentarios más que podrían agregarse sobre ellas, justifican la creciente atención dedicada ahora a las tarifas kilométricas, con las cuales esperan las empresas ferroviarias solucionar algunos de sus graves problemas de disminución de tráfico. En una palabra, son un tema de actualidad; y esta circunstancia, más que el valor real de las páginas siguientes, espero que atraiga un poco el interés de los lectores hacia las consideraciones expuestas a continuación.

Sea $y = mx$, una tarifa de tipo kilométrico: se trata de determinar el valor de m, de modo que la utilidad dejada por la tarifa sea máxima.

El ancho de la zona, a cada lado de la vía, será, de acuerdo a las notaciones ya usadas

$$y_z = \frac{v - mx}{f}$$

Para $x = \frac{v}{m}$, $y_z = 0$ y la zona terminará. Su forma resulta, pues, la de un triángulo isósceles, de base igual a $\frac{2v}{f}$, (valor de $2y_z$ para $x = 0$) y de altura $\frac{v}{m}$, (valor de x para $y_z = 0$). El área de esta zona será $\frac{v^2}{fm}$, y la producción $\frac{\gamma v^2}{fm}$. Considerándola concentrada en el centro de gravedad del triángulo, su transporte implicará un trabajo igual a

$$\frac{1}{3} \frac{v}{m} \cdot \frac{\gamma v^2}{fm} = \frac{\gamma v^3}{3 fm^2}$$

Como se cobra m por cada ton. Km. y la empresa suponemos que gasta g, la utilidad total será

$$U = \frac{\gamma v^3}{3 fm^2} (m - g) = \frac{\gamma v^3}{3 f} \frac{m - g}{m^2}$$

Hallando la derivada de U respecto a m e igualando a cero, se encuentra

$$\frac{m^2 - 2m(m - g)}{m^4} = 0 \quad \therefore \quad m = 2g$$

valor que sustituído en la derivada segunda la hace tomar un signo negativo: luego corresponde a la tarifa que procurará el máximo de utilidad: aquélla y éste serán, respectivamente

$$y = 2\,gx \quad ; \quad U_{max} = \frac{\gamma\, v^3}{3\, f}\,\frac{m - g}{m^2} = \frac{\gamma\, v^3}{12\, fg}$$

A este mismo resultado habíamos llegado ya en el Cap. II, *Fórmulas fundamentales,* haciendo uso de un cálculo basado en el empleo de una integral. El procedimiento ahora expuesto, mucho más sencillo y elemental, se presta para ser usado cuando deban discutirse estos problemas con personas que no posean suficientes conocimientos matemáticos para seguir aquel raciocinio.

Antes de seguir adelante, anotemos como propiedad curiosa y característica de las tarifas kilométricas, la no intervención del valor v en el importe de la tarifa a cobrar (pues ésta resultó ser $y = 2\,gx$); en consecuencia, a todas las diferentes clases de cargas, cualesquiera que sea su coeficiente de transporte, les va a corresponder igual tarifa, detalle interesante para el estudio de la competencia con el transporte automotor que tiende a emplear una o un número muy reducido de clases. Como interviene solo el valor de g, o gasto directo por ton.-Km. de peso útil, una vez determinado un *valor medio* conveniente para las diferentes cargas (aunque demanden para su transporte diverso peso bruto), se podría llegar a la fijación de una *tarifa única* para todas las cargas de un ferrocarril, y determinarla de modo que produjera la utilidad máxima.

Mejor dicho, no sería una tarifa única sino una *iniciación única* para todas las tarifas, pues más allá de cierta distancia, la tarifa se convierte en prohibitiva, limitándose su radio de acción. Aquí sí interviene el valor de v en forma tal, que se originan nuevos problemas dignos de cuidadoso estudio.

En efecto: la distancia máxima de transporte resultaría de:

$$y = mx = 2\,gx = v \quad \therefore \quad x = \frac{v}{2\,g}$$

o sea, la mitad de la distancia hasta la cual puede transportar sin pérdida la empresa. Esta conclusión es la que evidencia precisamente, la imposibilidad de atender en buenas condiciones los tráficos de largas distancias con tarifas kilométricas.

Se plantea entonces la cuestión siguiente: cuando la zona que se desea servir se extiende hasta una distancia x_0, o si la carga a la cual se va a aplicar la tarifa está a dicha distancia x_0, la tarifa deberá ser tal que $m_0 x < v$, pues v es lo más que, por hipótesis, puede pagar dicha mercadería para su transporte. De aquí sacamos $m < \frac{v}{x_0}$; pero *si este valor* $\frac{v}{x_0}$, *es menor que* $2g$, *la empresa obtiene con estos transportes menos utilidad que con los efectuados hasta distancias menores de* x_0. En otras palabras, no le conviene prolongar sus vías o sus servicios para satisfacer estos transportes.

Existe, pues, para cada carga (y por lo tanto, también para el conjunto de varias clases de cargas), una cierta distancia límite más allá de la cual no debe extender sus servicios ninguna empresa de transporte que tenga en vigencia tarifas kilométricas. Le es forzoso, antes, proceder a un cambio en su sistema tarifario, pues, de no hacerlo, verá disminuir, no sólo sus utilidades, sino también el interés del capital invertido, a la vez que aumentará el coeficiente de explotación, tendiendo hacia la unidad, y por lo tanto aproximándose la empresa hacia la situación de pérdida.

Pueden avaluarse estos sucesivos estados del negocio, escribiendo los valores de las utilidades, U, del interés, i y del coeficiente E en función de la distancia x hasta la cual se puede transportar con semejantes tarifas, o sea hasta que

$$y = mx = v \quad \therefore \quad m = \frac{v}{x}$$

Para este valor de m se tiene

$$U = \frac{\gamma v^3}{3f} \frac{m - g}{m^2} = \frac{\gamma v x (v - gx)}{3f}$$

Supongamos que ésta fuera la utilidad total del ferrocarril, o sea que no se transportase más que una sola clase de carga, aquella a la cual se refieren los valores de γ, v y g; o que esta clase de carga fuera a tal punto predominante sobre el total, que las utilidades dejadas por las otras resultasen despreciables. Si llamamos C al

costo de un Km. de ferrocarril, los x kilómetros costarán Cx y el interés producido por las utilidades será

$$i = \frac{U}{Cx} = \frac{\gamma\, v\, (v - gx)}{3\, fC}$$

expresión *decreciente con* x, o sea que cuanto más se prolonga la vía, más disminuye el interés del capital invertido en ella. Las utilidades alcanzan un máximo cuando

$$x = \frac{v}{2\, g}, \quad \text{para el cual} \quad U_{max} = \frac{\gamma\, v^3}{12\, fg}$$

y el interés correspondiente es

$$i = \frac{U}{Cx} = \frac{\gamma\, v^2}{6\, fC}$$

que vendría a ser el interés que produce la empresa cuando la longitud en explotación es la que produce el máximo de utilidad. Para longitudes menores, la utilidad es *menor* pero el interés es *mayor*. Para longitudes mayores, *la utilidad y el interés disminuyen.*

De la última expresión escrita para i, parece deducirse una conclusión absurda, pues para $x = 0$, resulta un cierto valor de i, que es el mayor de todos. Pero no habiendo ninguna longitud de línea en explotación, desde el momento que x es igual a cero, no es posible que exista ningún valor de i.

Este resultado no implica un defecto de las fórmulas ni de la teoría que conduce a ellas: para $x = o$, es $U = 0$, como es fácil verificarlo con la fórmula respectiva; y siendo nulas las utilidades, no hay caso de calcular ningún interés, pues éste es cero, por definición. El otro valor de x que anula las utilidades, es $\frac{v}{g}$, el que anula también el interés, de acuerdo a la fórmula para éste, la cual no debe pues, ser empleada más que para valores de x mayores de cero.

En cuanto al coeficiente de explotación, E, o relación de gastos a productos, lo calcularemos inmediatamente, dividiendo los gastos totales (que son iguales a la producción Q, por g y por la distancia del centro de gravedad, que es $\frac{1}{3} x$, por los productos; éstos se

forman con la producción Q, por la tarifa, que es igual a m por kilómetro, o sea $\frac{mx}{3}$ en total; y como $m = \frac{v}{x}$, los productos resultan $\frac{Qv}{3}$ y el cociente

$$E = \frac{G}{P} = \frac{Qg\frac{x}{3}}{Q\frac{v}{3}} = \frac{gx}{v}$$

valor que aumenta, evidentemente, al crecer x. Para la distancia que procura las utilidades máximas, se tiene

$$E = \frac{gx}{v} = \frac{g}{v} \cdot \frac{v}{2g} = 0{,}50$$

En estos cálculos se han tomado en cuenta solamente los gastos *directos* (que son los de Tracción y Movimiento), tal como es costumbre hacerlo cuando se estudia una tarifa aislada. Pero cuando se trata de todo el tráfico de un ferrocarril, es forzoso considerar también los gastos indirectos para deducir las utilidades, el interés y el coeficiente de explotación. Esto puede ser hecho de varias maneras.

La más sencilla consiste en utilizar, en vez del valor g, gasto *directo* por ton.-Km. útil, el valor g_1, del gasto *total* por igual unidad. En la práctica puede suponerse aproximadamente que los gastos indirectos son un 54 % de los totales, luego éstos serán el 1,85 % de los directos, porque

$$\frac{1}{54} = 0{,}0185$$

Bastará, pues, tomar 1,85 g en vez de g en todas las fórmulas anteriores y tener en cuenta las consecuencias.

Estos valores de las relaciones entre directos, indirectos y totales, varían poco en los últimos años. Según los datos de la Estadística oficial, se tiene:

FERROCARRILES ARGENTINOS

AÑO	GASTOS Directos $ oro	GASTOS Totales $ oro	Relación de totales a directos
1926	96.918.085	180.837.973	1,86
1927	104.668.897	197.006.146	1,88
1928	105.754.501	202.309.586	1,91
1929	109.501.394	206.470.155	1,88
1930	100.049.349	184.542.671	1,84
1931	95.972.109	180.641.568	1,88
1932	87.972.369	165.052.457	1,87
1933	85.153.909	159.356.685	1,87
1934	85.889.632	156.267.047	1,81
1935	87.102.360	160.649.872	1,84
Término medio	—	—	1,85

Semejante manera de incorporrar a los cálculos los gastos indirectos, no es del todo lógica, pues su monto resulta así computado proporcionalmente a los directos, o sea, proporcionalmente a la distancia recorrida por la carga, cuando se sabe que, por su naturaleza, son más bien proporcionales a la longitud de vías en servicio (gastos de vía y obras) y a las toneladas de carga recibidas y despachadas en estaciones (gastos de tráfico, personal de estaciones, administración, etc.), además de los de Dirección y Superintendencias, en ninguno de los cuales influye el recorrido. Más razonable parece, pues, hacerlos intervenir como proporcionales a las toneladas de carga, pero con un coeficiente de proporcionalidad variable según la longitud de las líneas, para tener así en cuenta los dos factores de que dependen en primer lugar. Empezaremos, pues, por dividir los gastos indirectos, G_i, por el total de toneladas útiles movidas, lo que daría un valor g_i:

$$g_i = \frac{G_i}{Q} = \frac{G_i}{\frac{\gamma\, v^2}{fm}} = \frac{G_i\, fm}{\gamma\, v^2}$$

$$\therefore \qquad G_i = \frac{\gamma\, v^2}{fm}\, g_i$$

Este monto de gastos, G_i, es lo que debemos restar de la utilidad calculada antes, teniendo en cuenta solamente los gastos directos:

$$U = \frac{\gamma v^3}{3 f} \frac{m - g}{m^2} - G_i$$

$$= \frac{\gamma v^3}{3 f} \frac{m - g}{m^2} - \frac{\gamma v^2}{fm} g_i$$

$$= \frac{\gamma v^2}{3 f} \frac{(m - g) v - 3 m g_i}{m^2}$$

sustituyendo a m por su valor $\frac{v}{x}$, queda una expresión más sencilla:

$$U = \frac{\gamma v x}{3 f} (v - gx - 3 g_i)$$

Derivando a U respecto a x, se podrá determinar el valor de x que conduce a un máximo de U: pero al hacerlo no debe olvidarse que g_i depende también de x, según una relación fácil de establecer: basta escribir que las utilidades son evidentemente las mismas, cualquiera que sea la hipótesis hecha para hacer intervenir los gastos indirectos; luego

$$\frac{\gamma vx (v - 1{,}85 gx)}{3 f} = \frac{\gamma vx (v - gx - 3 g_i)}{3 f}$$

$$1{,}85 gx = gx + 3 g_i$$

$$g_i = 0{,}28 gx$$

y entonces

$$\frac{dg_i}{dx} = 0{,}28 g$$

$$\frac{d U}{dx} = \frac{\gamma v}{3 f} \left[v - 2 gx - 3 g_i - 3 x \frac{dg_i}{dx} \right] = 0$$

$$v - 3 g_i - 2 gx - 0{,}85 gx = 0$$

$$x = \frac{v - 3 g_i}{2{,}85 g}$$

Este valor coincide con el encontrado antes: basta sustituir a g_i por $0,28\,g\,x$ para encontrar

$$x = \frac{v}{2\,(1,85)\,.\,g}$$

Con él se pueden obtener expresiones de m y de U_{max} en las que aparezca g_i, y por lo tanto de apariencia distinta de las ya encontradas, pero idénticas, en cuanto se sustituye a g_i por su valor.

El valor de g_i en los ferrocarriles argentinos oscila alrededor de 1,35 $ m/n por tm. útil, como término medio, teniendo en cuenta para deducirlo las toneladas útiles que resultan de sumar a las cargas, equipajes y encomiendas, el peso de los pasajeros, computado cada uno como 100 Kg. para incluir el peso del equipaje libre de flete que la ley argentina permite transportar. Claro es que un análisis detallado proporcionaría la separación de los gastos indirectos relativos a cargas de los correspondientes a los pasajeros (en forma aproximada, pues lo complejo del problema no permite esperar una solución completa), obteniéndose así un valor de g_i más cercano a la realidad. A falta de este análisis, que no es del caso intentar aquí, recordamos algunas cifras estadísticas de interés sobre este punto.

FERROCARRILES ARGENTINOS

Gastos indirectos por ton. útil en $ oro

1926	1,35	1931	1,36
1927	1,32	1932	1,38
1928	1,39	1933	1,38
1929	1,40	1934	1,25
1930	1,40	1935	1,25

Término medio: 1,35

Con las fórmulas que dejamos expuestas se puede resolver el problema de averiguar hasta qué distancia conviene hacer transportes de una carga determinada: o hasta donde es aconsejable prolongar un ferrocarril en el que predomina cierta clase de carga; el ejemplo siguiente aclara la aplicación del método.

Ejemplo: Se está construyendo un ferrocarril, librando al público tramos sucesivos de 50 Km. En la zona se produce principalmente una mercadería con un coeficiente de transporte, $v = 10$ $ m/n y en una cantidad de 40 ton. por Km. cuadrado. El gasto directo de transporte por esta vía de comunicación es de 0,0107 $ m/n por ton. Km. útil, y el de los transportes transversales o radiales por caminos, de 0,35 $ m/n por igual unidad.

Se desea adoptar un sistema de tarifas kilométricas, estableciendo para las distintas longitudes que va adquiriendo la vía en servicio público, la más alta tarifa que pueda soportar el tráfico en cada caso.

Calcular los resultados de la explotación, de acuerdo a estas condiciones y tarifas, suponiendo que el costo de la vía es de 50.000 $ m/n por Km. y que se cultiva sólo el 80 % de la zona de influencia permitida por las tarifas que se van adoptando.

Cuando se libre al servicio el primer tramo de 50 Km., a esa distancia la mercadería producida en la misma punta de rieles podrá pagar 10 $ m/n, luego la tarifa será

$$y = \frac{10}{50} x = 0{,}2\, x$$

y mientras la línea no se prolongue, no habrá interés en rebajarla, pues a mayor distancia no hay todavía tráfico posible. Al incorporarse el segundo tramo de 50 Km., para traer la mercadería producida a los 100 Km., y que no puede pagar más de 10 $ m/n, se adoptará la tarifa

$$y = \frac{10}{100} x = 0{,}1\, x,$$

y así sucesivamente. En general, siendo x_0 la longitud de línea en servicio, se tendrá

$$y = \frac{10}{x_0} x$$

Las utilidades obtenidas eran

$$U = \frac{\gamma\, v\, x\, (v - gx)}{3f}$$

pero como se supone cultivada sólo el 80 % de la zona, en vez de γ tomaremos 0,8 γ; y como debemos considerar también los gastos indirectos, en vez de g adoptaremos 1,85 g, resultando entonces

$$U = \frac{0{,}8\,(40)\,(10)\,x\,[10 - 1{,}85\,(0{,}0107)\,x]}{3\,(0{,}35)} = 304\, x\,(10 - 0{,}02\, x)$$

Cuando $x = 50$, se tiene

$$U = 304\,(50)\,(10 - 1) = 136.800 \text{ \$ m/n.}$$

Para $x = 100$ resultará

$$U = 304\,(100)\,(10 - 2) = 243.200 \text{ \$ m/n}$$

etc.

Como el costo de la vía por Km. es de 50.000 $ m/n el interés producido por el negocio en los primeros 50 kilómetros será

$$i = \frac{136.800}{50.000\ (50)} = 0{,}0547$$

o sea un 5,47 %. En general

$$i = \frac{0{,}8\,\gamma\, v\,(v - 1{,}85\,gx)}{3\,fC} = \frac{0{,}8\ (40)\ (10)\ (10 - 0{,}02\,x)}{3\ (0{,}35)\ 50.000} =$$

$$= 0{,}0608\ (10 - 0{,}02\,x)$$

y en cuanto al coeficiente de explotación

$$E = \frac{1{,}85\,gx}{v} = \frac{0{,}02\,x}{10} = 0{,}002\,x$$

Con estas fórmulas se calcula fácilmente el cuadro que sigue:

Resultados de una explotación con tarifas kilométricas

Longitud de la línea km.	Tarifa aplicada	Utilidades totales $ m/n	Interes obtenido %	Coeficiente de Explotación
50	0,20 x	136.800	5,47	0,10
100	0,10 x	243.200	4,86	0,20
150	0,06 x	319.200	4,25	0,30
200	0,05 x	364.800	3,64	0,40
250	0,04 x	380.000 (Máx.)	3,04	0,50
300	0,03 x	364.800	2,43	0,60
350	0,028 x	319,200	1,82	0,70
400	0,025 x	243.200	1,21	0,80
450	0,022 x	136.800	0,60	0,90
500	0,020 x	0	0,00	1,00

El interés más elevado, es el que se obtiene con la explotación de los 50 primeros kilómetros. Al prolongar la línea, los nuevos capitales ganan cada vez un interés menor, pero como las utilidades totales aumentan, sería aconsejable continuar la construcción hasta los 250 Km. por lo menos, distancia a la cual se obtiene una ganancia máxima de 380.000 $ m/n, que para un capital invertido de 12.500.000 pesos moneda nacional representa un interés de 3,04 %. Si se continúa construyendo la línea más allá de este punto, las ganancias disminuyen, y como el capital aumenta, el interés obtenido decrece rápidamente.

En la práctica puede presentarse el caso de que existan dos o más clases de cargas con igual importancia relativa. Cada una de ellas obligaría a detener el transporte a distancia distinta para obtener la respectiva utilidad máxima.

Pero si se quiere hacer posibles los transportes de todas las cargas hasta punta de rieles, habrá que buscar si no existe una distancia intermedia susceptible de proporcionar mayores utilidades.

Este problema, de gran interés práctico, se plantea y resuelve fácilmente en teoría, pero en la realidad obliga a un análisis muy cuidadoso y a una discusión de las diferentes soluciones posibles, que no son siempre las que a priori se espera encontrar.

Sean v_1, v_2. . y en general v_n los coeficientes de transporte de las varias cargas: sean igualmente γ_n y g_n la producción por Km. cuadrado y el costo directo del transporte ferroviario por ton.-Km. de peso útil: 1,85 g_n será el gasto total. La suma de las diferentes utilidades será

$$U = \frac{\gamma_1 v_1 x (v_1 - 1{,}85\, g_1 x)}{3f} + \frac{\gamma_2 v_2 x (v_2 - 1{,}85\, g_2 x)}{3f} + \ldots$$

$$= \frac{1}{3f} \Sigma \gamma_n v_n x (v_n - 1{,}85\, g_n x)$$

Derivando con respecto á x,

$$\frac{dU}{dx} = \frac{1}{3f} \Sigma \gamma_n v_n (v_n - 3{,}70\, g_n x)$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = - \frac{1{,}23}{f} \Sigma \gamma_n v_n g_n$$

La segunda derivada es evidentemente negativa, luego existe un máximo de la utilidad que se producirá para la distancia deducida de

$$\Sigma \gamma_n v_n (v_n - 3{,}70\, g_n x) = 0$$

$$x = \frac{\Sigma \gamma_n v_n^2}{3{,}70\, \Sigma \gamma_n v_n g_n}$$

Encontrada así la distancia, determinaremos las tarifas respectivas, que serán:

$$y_1 = \frac{3{,}70\, v_1 \Sigma \gamma_n v_n g_n}{\Sigma \gamma_n v^2} x$$

$$y_2 = \frac{3{,}70\, v_2 \Sigma \gamma_n v_n g_n}{\Sigma \gamma_n v_n^2} x$$

. . . .

Todas ellas serán distintas, pero todas serán aplicables hasta la misma distancia, y en su conjunto producirán la utilidad máxima, cuyo monto será calculado de inmediato, sustituyendo el valor de x en la fórmula respectiva.

En esta forma se puede establecer el *sistema de tarifas kilométricas* más convenientes para un ferrocarril, de acuerdo a las clases de cargas que transporta, a la cantidad de toneladas de cada clase y a los diversos gastos que cada una origina, o sea, haciendo intervenir todos los elementos característicos del tráfico, por más heterogéneos, complejos y numerosos que sean. A continuación se detalla la solución de un caso en el que intervienen dos clases de cargas.

Ejemplo: Los mismos datos del ejemplo anterior, pero considerando que además de la carga allí supuesta, que llamaremos « carga A », se transporta otra, « carga B », para la cual

$$v = 15 \text{ \$ m/n}; \quad \gamma = 30 \text{ ton}; \quad g = 0{,}01 \text{ \$ m/n}.$$

La diferencia en el valor de g se explica por requerirse menor peso muerto para el transporte del mismo peso útil.

Se pide calcular la longitud de vía a construir, a fin de obtener utilidad máxima, llevando (o trayendo) a las dos cargas hasta (o desde) punta de rieles.

Aquí cabe estudiar tres situaciones distintas.

1° Adoptar la distancia para la cual se consigue el máximo de utilidad con la carga A y sumarle la utilidad que para esa distancia proporciona la otra.

2° Adoptar la distancia para la cual se consigue el máximo de utilidad con la carga B, y sumarle la utilidad que para esa distancia produce la carga A.

3° Considerar el conjunto de las dos cargas y determinar una distancia intermedia, la misma para las dos clases de cargas, y que aun sin ser la correspondiente al máximo de ninguna de ellas, produzca dos utilidades que, sumadas, den un total superior al de cualquiera de los otros dos casos.

Con la primera hipótesis, ya vimos en el ejemplo anterior que la distancia era de 250 Km., y la utilidad dejada por la carga A, de 380.000 \$ m/n. Para esa distancia, la tarifa aplicable a la carga B es

$$y = \frac{v}{x^0}\,x = \frac{15}{250}\,x = 0{,}06\,x$$

La fórmula de la utilidad será

$$U_B = \frac{1}{3f}\,\gamma\,vx\,(v - 1{,}85\,gx) = \frac{1}{3\,(0{,}35)}\,30\,(15)\,x\,[15 - 1{,}85\,(0{,}01)\,x] =$$

$$= 428\,x\,(15 - 0{,}0185\,x)$$

que para $x = 250$ Km. resulta:

$$U_B = 428\,(250)\,[15 - 0{,}0185\,(250)] = 1.110.125 \text{ \$ m/n}$$

$\therefore$

$$U_A + U_B = 380.000 + 1.110.125 = 1.490.125 \text{ \$ m/n.}$$

Con la segunda hipótesis, la distancia para la cual se produce el máximo de utilidad con la carga B es

$$x = \frac{v}{3{,}7\,g} = \frac{15}{3{,}7\,(0{,}01)} = 405 \text{ Km.}$$

Adoptada ésta longitud para la construcción del ferrocarril, las tarifas respectivas serían:

$$y_A = \frac{10}{405}\,x = 0{,}0246\,x \quad ; \quad y_B = \frac{15}{405}\,x = 0{,}037\,x$$

y las utilidades

$$U_A = 304\,(405)\,[10 - 0{,}02\,(405)] = 233.928$$

$$U_B = 428\,(405)\,[15 - 0{,}0185\,(405)] = 1.301.783.$$

$$U_A + U_B = 1.535.711 \text{ \$ m/n.}$$

suma algo superior a la que nos proporciona la primera hipótesis; pero han sido necesarios 155 Km. más de ferrocarril, lo que presupone una inversión de 7.750.000 pesos moneda nacional, para obtener apenas 45.000 $ m/n más de utilidades.

Con la tercera hipótesis, determinaríamos una distancia intermedia,

$$x = \frac{32\,(10)^2 + 30\,(15)^2}{3{,}7\,[32\,(10)\,(0{,}0107) + 30\,(15)\,(0{,}01)]} = \frac{9950}{29{,}32} = 339 \text{ Km.}$$

Adoptaremos 340; las tarifas respectivas serían

$$y_A = \frac{10}{340}\,x = 0{,}0294\,x \quad ; \quad y_B = \frac{15}{340} = 0{,}0441\,x$$

y las utilidades

$$U_A = 304\,(340)\,[10 - 0{,}02\,(340)] = 330.752 \text{ \$ m/n.}$$

$$U_B = 428\,(340)\,[15 - 0{,}0185\,(340)] = 1{,}267.479 \text{ \$ m/n}$$

$$U_A + U_B = 1.589.231 \text{ \$ m/n,}$$

que, como se ve, son mayores que con cualquiera de las dos hipótesis precedentes. En particular, es interesante el hecho de que se consigan casi 63.000 $ m/n más de utilidades que con el cálculo inmediato anterior, a pesar de suponerse en explota, ción 65 Km. menos de línea férrea.

Sin embargo, no es ésta la solución más favorable: porque se puede construir el ferrocarril hasta los 405 Km., pero no hacer los transportes de la mercadería A más que hasta los 250 Km.; entonces las tarifas son:

$$y_A = \frac{10}{250} x = 0{,}04\, x \quad ; \quad y_B = \frac{15}{405} x = 0{,}037\, x$$

y la suma de las respectivas utilidades ya calculadas

$$U_A + U_B = 380.000 + 1.301.783 = 1.681.783 \ \$ \ \text{m/n}$$

que superan las previstas en los otros tres casos.

El máximo del interés se obtendrá, sin embargo, construyéndose sólo 250 Km.; cuando rigen tarifas kilométricas, no interesa a las empresas la prolongación de sus líneas más allá de ciertos límites, que como se, ve, son muy reducidos.

Mediante pequeñas modificaciones, se puede igualmente aplicar estas teorías a casos prácticos distintos de los considerados más arriba. Por ejemplo, supongamos que entre las cargas exista una (o varias), que *no* sean proporcionales a la *superficie* de la zona, como los cereales, sino aproximados a la *longitud* de la vía, lo que equivale a un consumo o producción constante por Km. tal como sucede con las mercaderías generales de almacén, tienda, ferretería, etc., dentro de ciertos límites.

Sean entonces c_1, c_2 estos valores; $c_1\, x$; $c_2\, x$; $c_r\, x$, sean las toneladas a transportar, que supondremos concentradas a la mitad de la distancia x; las toneladas-Km. útiles serán

$$c_1 \frac{x^2}{2} \quad ; \quad c_2 \frac{x^2}{2} \quad \ldots \quad c_r \frac{x^2}{2},$$

a las cuales aplicaremos la tarifa $\frac{v_r}{x}$, gastanto 1,85 g_i para el transporte; en conclusión, la utilidad total será

$$U = \Sigma\, c_r \frac{x^2}{2} \left(\frac{v_r}{x} - 1{,}85\, g_r \right) = \frac{1}{2} \Sigma\, c_r\, x\, (v_r - 1{,}85\, g_r\, x)$$

expresión que sumaremos a la anteriormente encontrada, teniendo entonces

$$U = \frac{1}{3f} \Sigma\, \gamma_n\, v_n\, x\, (v_n - g_n\, x) + \frac{1}{2} \Sigma\, c_r\, x\, (v_r - 1{,}85\, g_r\, x)$$

de la cual obtendremos por derivación e igualación a cero, el valor de x que produce la utilidad máxima

$$x = \frac{2 \Sigma \gamma_n v_n^2 + 3 f \Sigma c_r v_r}{4 \Sigma \gamma_n v_n g_n + 11{,}1 f \Sigma c_r g_r}$$

y con ella fijaremos las tarifas de cada una de las clases de carga. El problema queda así completamente resuelto en teoría, si todos los transportes deben ser hechos hasta punta de rieles pero la solución práctica puede consistir en limitar los tráficos de cada clase de carga hasta la distancia de los máximos respectivos, tal como se ha visto en el último ejemplo.

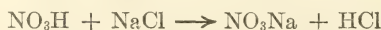
Estos resultados son aplicables lo mismo a un ferrocarril que a cualquier otra empresa de transportes que tenga tarifas kilométricas — por ejemplo, las de ómnibus o camiones que efectúan servicios por carretera, — y siempre que se cumplan las otras hipótesis hechas al principio, entre las cuales es fundamental la constancia del gasto g de transporte por ton.-Km para todo valor de x, lo que, si bien se verifica para el ferrocarril, no parece serlo igualmente en el caso de los automotores por caminos.

Estudiaremos ahora el caso de un ferrocarril ya construído, y con una longitud *menor* de la que corresponde a la distancia que produce el máximo de utilidad de una carga.

(Continuará)

ERRATA

En la « *Nota sobre la formación del salitre chileno* » publicada en los « ANALES » de Mayo, página 375, al final del renglón número 15 en lugar de NO_3H_2, debe ser NO_3H. La última fórmula debe escribirse en la siguiente forma:



$$NO_3H + NaCl \longrightarrow NO_3Na + HCl$$

ADDENDA

Al final de la nota « *Sobre los puntos singulares de las funciones analíticas* » del Dr. CARLOS BIGGERI, páginas 430 y 431 de estos « ANALES » léase: **Fué entregada para su publicación a la** *Sociedad Científica Argentina* el 5 de mayo de 1939.

ÍNDICE GENERAL

DE LAS MATERIAS CONTENIDAS EN EL TOMO CENTÉSIMO VIGÉSIMO SÉPTIMO

PÁG.

ANTONIO VALEIRAS. — Determinación de las singularidades de las curvas unicursales 38
REINALDO VANOSSI. — Dispositivo para la técnica con electrodo gotero de mercurio (polarografía de Heyrovsky) 66
JUAN M. ALESSI. — Estudio elemental del complejo bihiperbólico 81
C. E. DIEULEFAIT. — Determinación de los momentos de las probabilidades hipergeométricas ordinarias y en el caso de contagio (Polya) 108
VLADIMIR BORZACOV. — El granito y las efusiones basálticas del extremo austral de las sierras de Córdoba 118-186
CARLOS RUSCONI. — Fósiles puelchenses del partido de Matanzas 144
W. KNOCHE. — Nota sobre el significado del rocío 150
JORGE GASCÓN Y EDUARDO R. SCHEGGIA. — Un método clínico para la determinación de colesterolemia 152
JUAN C. VIGNAUX. — Extensiones del teorema de Abel-Stolz y sobre algunas transformaciones funcionales lineales (*Conclusión*) 161
EMILIO REBUELTO. — Tarifas ferroviarias de utilidad máxima, 207, 306, 377 y 462
W. KNOCHE. — Sobre la etimología de la palbra « garúa » 230
FÉLIX CERNUSCHI. — Nota sobre la presión de un sólido 235
J. C. VIGNAUX. — Sobre las funciones polígenas de variable compleja y bicompleja hiperbólica 241-407
A. E. SAGASTUME BERRA Y AGUSTÍN DURAÑONA Y VEDIA. — Fundamentación axiomática del cálculo vectorial 268
ENRIQUE LOEDEL PALUMBO Y ERNESTO R. SABATO. — Una nueva forma de introducir la temperatura 271
CARLOS A. SAGASTUME Y VIRGILIO OLIVA. — La urobilina en la identificación de ínfimas cantidades de cobre y de mercurio 282
KENNETH J. HAYWARD. — Hesperioidea argentina IX 285
CARLOS RUSCONI. — Observaciones craneanas en los elefantes de mar.... 294
ALBERTO E. SAGASTUME BERRA. — Sobre una definición algebraica de las derivadas 321
MISCHA COTLAR. — Estructuras de anágenos .... 328 - 432
M. ENRIQUE V. ZAPPI ET MLLE. ALICE MANINI. — Sur un nouveau réactif général de la forme énolique: le nitrate mercureux. (IV) établissement du mecanisme de la réaction 348

PÁG.

August Busch. — Un lepidóptero nuevo que perjudica el níspero en la Argentina 361
Emilio L. Díaz. — Sobre las invasiones de aire polar 366
W. Knoche. — Una nota sobre la formación del salitre chileno 375
Carlos Biggeri. — Sobre los puntos singulares de las funciones analíticas 430

E. R. — Noticiario 73

C. C. D. — Bibliografía ..... 78, 158, 237, 319 y 393

SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:
Ciclo de conferencias:
Conferencia del Dr. Alfredo Castellanos. — El subsuelo de Rosario.. 3
Conferencia del Dr. Ricardo A. Gaibrois. — Algunos aspectos modernos de la ingeniería sanitaria 13
Sesión de comunicaciones del 4 de Noviembre de 1938 32
J. Babini. — Sobre un tipo de ecuaciones diferenciales lineales..... 32
Horacio Damianovich. — ¿Puede obtenerse helio molecular a partir de sus compuestos metálicos? 32
J. Gollan (h.) y M. R. Codini. — Control del análisis mecánico del suelo 32
Gustavo A. Fester. — Las materias tanantes del quebracho colorado.. 36
Asamblea ordinaria del 29 de Abril de 1939 401
Visita a la destilería San Lorenzo, de Y. P. F. 401
Informe de la Presidencia leído en la asamblea ordinaria, del día 29 de Abril de 1939 402

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bula, Clotilde A.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Bueso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro

Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Canal Feijoo, Bernardo
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carli, Félix D.
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Dennler, Jorge
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Floriani, Luis
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.

Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Kervor, Juan B.
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López Sommaschini, Antonio
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito

Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucia
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Ogloblin, Alejandro
Oliveri, Alfredo E.
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Ottonello, Néstor J.
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví, y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.

Rissotto, Atilio A.
Robles, Angel A.
Rodriguez Aravena, S.
Rodriguez, Germinal
Rodriguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G
Sanroruán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela Gil, José
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wunenburger, Gastón
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Yepes, José
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ebin, José
Elizondo, Francisco M.
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo F.
García, Daniel
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, Carlos
Rothlin, Edwin
Schmiedecke, Augusto
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Trebino, Natalio
Urciolo, Victorio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.
Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. José Piazza; Vice-presidente, Ingº Civil Francisco E. Urondo; Secretario de correspondencia, Ingº Quím. Rodolfo G. Christen; Secretario de actas, Ingº Quím. Carlos C. Christen; Tesorero, Ingº Quím. Guillermo Berráz; Vocal 1º, Ingº Civil José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocales suplentes, Ingº Agrº Bruno Santini y Prof. Julio Salaber; Encargado de Publicaciones, Ingº Civil José Babini; Encargado de Canje, Ingº Quím. Rodolfo Rouzaut.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bossi, Celestino
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Cohan, Marcos
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.)
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá, Tolrá Antonio
Kleer, Gregorio
Lachaga, Dámaso A.
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Eduardo Carette; Vice-presidente, Ingº Cayetano C. Piccione; Secretario, Sr. Adrián Ruíz Leal; Tesorero, Sr. Manuel Tellechea; Bibliotecario, Prof. Aníbal Ruíz; Vocales: Dr. Juan B. Lara; Ingº Juan P. Toso; Ingº Angel Stura; Sr. Ranulfo Rosales; Dr. Juan P. Paganotto; Dr. Mario Bidone.

SOCIOS ACTIVOS

Ahumada, Ciro
Anzorena, Jacinto
Ayala Castagnino, G.
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Carette, Eduardo
Castillo, José
Croce, Francisco M.
Espinosa, Norberto A.
Flor Alvarado, José M.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Guevara, José R.
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maveroff, Aquiles
Mayorga, Santiago C.
Navarro Correas, José A.
Paganotto, Juan P.
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Richard, Alfonso E.
Rosales, Ranulfo S.
Ruíz, Aníbal
Ruíz Leal, Adrián
Sáez Medina, Miguel
San Martín, José Benito de
Serra, Luis Angel
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Tolosa, Julio (h)
Toso, Juan P.

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretaria, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Carlos T. Teobaldo; Vocales: Ingº Juan Sabato, Ingº Manuel Ucha, Dr. Pedro G. Paternosto, Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Amarante, Pedro C.
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Basualdo, Washington S.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Brau, Eduardo F.
Canals Frau, Salvador
Carusi, Oreste
Coria, Pedro E.
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E
Daló, Héctor R.
Delprato, Ismael
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Inda, Carmen
Lizarán, Fernando
Lockart, Carlos E.
Loedel Palumbo, Enrique
Mc Loughlin, Rogelio P.
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño, Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo ..	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe ..	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Híjar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Tello, Julio C.	Lima
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

JULIO 1939 — ENTREGA I — TOMO CXXVIII

SUMARIO

Pág.

MATEMATICAS:

J. C. VIGNAUX. — Las funciones de una y de varias variables complejas sobre una superficie cualquiera 3

C. DIEULEFAIT. — Sobre la serie de Poisson-Charlier 10

FISICA:

WALTER KNOCHE. — Condiciones del calor en la vivienda, en relación al calor externo 25

Id. id. — Los valores de calor más elevados en la República Argentina 28

QUIMICA:

VENANCIO DEULOFEU. — Posibilidades de intensificar la investigación científica en la Escuela de Química 31

CIENCIAS NATURALES:

A. HUSTACHE. — Curculionides nouveaux de l'Argentine et autres régions sud-américaines 38

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1939

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

JULIO 1939 — ENTREGA I — TOMO CXXVIII

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1939

LAS FUNCIONES DE UNA Y DE VARIAS VARIABLES COMPLEJAS SOBRE UNA SUPERFICIE CUALQUIERA

POR

J. C. VIGNAUX

Introducción. — E. Beltrami, en una memoria clásica [1], introdujo la noción de función de una variable compleja de una superficie dada, y determinó las condiciones de monogeneidad, las cuales coinciden con las ecuaciones de Cauchy-Riemann cuando la superficie se reduce a un plano. El prof. Cissotti, en una Nota de la *Real Accademia N. dei Lincei*, V. 5, 6, 1925, después de precisar la noción de variable compleja de una superficie, da la extensión de los teoremas de Cauchy y de Morera, y la fórmula integral de Cauchy de las funciones holomorfas del plano.

Las fórmulas que dan las condiciones de monogeneidad de Beltrami-Cissotti, son muy complicadas. El prof. Palatini, en una Nota del *Bollettino de la U. M. Italiana*, VI, 1928, consigue dar utilizando derivadas intrínsecas estas condiciones en una forma enteramente análoga a las condiciones clásicas de monogeneidad del plano. En la presente Nota yo me propongo, en primer lugar, utilizando los resultados de los dos autores antes nombrados, demostrar la extensión a las funciones de variable de una superficie, del teorema fundamental de Painlevé relativa a la prolongación analítica de las funciones holomorfas ordinarias, y sobre éste fundamos un método de prolongación extensión del método de simetría de Schwarz.

Luego se introducen las funciones de dos variables de superficies asociadas, se dan las condiciones de monogeneidad, la noción de funciones biarmónicas, y la fórmula integral de Cauchy-Hartogs relativa a las funciones de dos variables holomorfas del plano.

(1) *Delle variabili complesse sopra una superficie qualunque. Anal. di Mat. pura ed Ap.* T. I (1868), p. 329-366; E. PICARD, *Traité d'Analyse*, II T., p. 8. París, 1905; W. WIRTINGER, *Zur formalen Theorie der Funktionen von mehr komplexen Veränderlichen*, Math. Annalen, V. 97 (1926).

2. *Generalidades.* — Supongamos que la métrica de una superficie cualquiera σ esté definida por un sistema de dos formas diferenciales lineales entre sí independientes (1), lo que equivale a definir geométricamente la métrica por dos congruencias [1] y [2] ortogonales de líneas trazadas sobre la misma superficie.

Sean

$$\begin{cases} \psi_1(x_1, x_2) = \lambda_{11}\, dx_1 + \lambda_{12}\, dx_2 \\ \psi_2(x_1, x_2) = \lambda_{21}\, dx_1 + \lambda_{22}\, dx_2 \end{cases} \qquad [1]$$

las dos formas que definen la métrica de la superficie σ.

Consideremos ahora las dos ecuaciones diferenciales.

$$\psi_1 + i\,\psi_2 = 0$$

$$\psi_1 - i\,\psi_2 = 0\,,$$

si z es una función de x_1 y x_2 tal que

$$dz = \mu\,(\psi_1 + i\,\psi_2)$$

será

$$d\bar{z} = \bar{\mu}\,(\psi_1 - i\,\psi_2)$$

en donde μ es un factor integrante de la primera (μ es conjugada de $\bar{\mu}$).

La función z se llama (Palatini), variable compleja de la superficie σ definida por la primera de la [1] y $\bar{z}$ su conjugada, definida por la segunda.

Si σ es un plano, ellas coinciden evidentemente con las variables $x + iy$ y su conjugada $x - iy$ respectivamente.

Sea

$$w = f(z) = u + iv$$

una función cualquiera de z, y consideremos la « *derivada intrínseca* » definida por la fórmula:

$$\frac{\partial}{\partial s_j} = \lambda_j^{\,1}\frac{\partial}{\partial z_1} + \lambda_j^{\,2}\frac{\partial}{\partial x_2}$$

donde ds es el elemento de arco de la línea de la congruencia [i]

(1) Ricci, *Rend. Ac. Lincei*, V. XIX, 1910, p. 181-87.
T. Levi-Civita, *Lezioni di calcolo differenziale assoluto.* Roma 1925.

y λ_j^1, λ_j^2 los elementos recíprocos de la λ_{j1} y λ_{j2} en el determinante de la misma λ; las condiciones de monogeneidad toman la siguiente forma (Palatini):

$$\frac{\partial u}{\partial s_1} = \frac{\partial v}{\partial s_2} \, , \quad \frac{\partial u}{\partial s_2} = - \frac{\partial v}{\partial s_1} \, . \qquad [2]$$

Finalmente utilizamos la fórmula de la permutación de la derivación intrínseca ([1]), resulta de la [2] por eliminación de v

$$\frac{\psi^2 u}{\partial s_1{}^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial s_2} - \gamma_{212} \frac{\partial u}{\partial s_1} - \gamma_{121} \frac{\partial u}{\partial s_2} = 0$$

(γ_{121} y γ_{212} son las curvaturas geodésicas de las líneas [1] y [2], las cuales, con la notación anterior, no es otra que la ecuación de Laplace

$$\Delta_2 u = 0$$

la que expresa la armonicidad de u; y del mismo modo para v).

3. *Prolongación analítica.* — Sea σ la superficie antes considerada y sobre ella los dos dominios cerrados D_1 y D_2 que tienen una región común Δ y una sola.

Si f_1 y f_2 son dos funciones holomorfas de la variable z de la superficie, definidas respectivamente en los dominios cerrados D_1 y D_2 y en Δ se verifica

$$f_1(z) = f_2(z) \, ,$$

diremos que la $f_2(z)$ es la prolongación analítica de la $f_1(z)$ a través de Δ sobre la superficie σ.

Consideremos ahora un dominio cerrado D sobre σ y descompuesto en dos dominios parciales D_1 y D_2 por la curva L rectificable situada sobre σ y completamente interior a D. Probaremos el siguiente

Teorema. — Si f_1 y f_2 *son dos funciones holomorfas respectivamente de los dominios cerrados* D_1 y D_2 y *sobre* L *toman los mismos valores, la función* $f_2(z)$ *es la prolongación analítica de la* $f_1(z)$ *sobre* σ *a través de la curva* L, *y recíprocamente.*

(1) LEVI-CIVITA, *Loc cit.* 1925, p. 289.

Consideremos la función $f(z)$ de la superficie σ, definida por las relaciones

$$\begin{cases} f(z) = f_1(z) & \text{en} \quad D_1 \quad \text{y sobre} \quad L \\ f(z) = f_2(z) & \text{»} \quad D_2 \quad \text{»} \quad L, \end{cases}$$

vamos a probar que $f(z)$ es holomorfa en el dominio $D \equiv D_1 + D_2$. Para ello, sea c un contorno cerrado situado en σ y completamente interior a D. Si c pertenece a uno de los dos dominios parciales D_1 o D_2, se tiene, según el teorema de Cauchy-Cissotti

$$\int_c f(z)\, dz = 0\,;$$

en caso contrario, el dominio limitado por c tendrá una parte común con D_1 y otra con D_2. Se l la parte de curva L interior a (c); se tiene

$$\int_c f(z)\, dz = \int_{c'} f_1(z)\, dz + \int_{c''} f_2(z)\, dz$$

porque las integrales a lo largo de l se destruyen.

Pero las dos integrales del segundo miembro se anulan simultáneamente según el teorema antes citado; luego

$$\int_c f(z)\, dz = 0$$

por tanto, en virtud del teorema de Morera-Cissotti, la $f(z)$ es holomorfa en el dominio limitado por C y por tanto en D.

Cuando la superficie se reduce a un plano, nuestro teorema coincide con el de Painlevé (1).

Utilizando este teorema vamos a dar un método simple para obtener la prolongación analítica de una función sobre σ.

Fijado sobre la superficie un sistema de coordenadas ortogonales formado por dos curvas de las congruencias [1] $x_1 = 0$ y [2], $x_2 = 0$ los puntos z y $\bar{z}$ de σ diremos qué son simétricos sobre σ respecto del eje de las x_1

Sea D_1 un dominio cerrado, cuyo contorno comprenda el segmento AB de la línea coordenada $x_2 = 0$, y D_2 el dominio formado por los

(1) *Sur les lignes singulières des fonctions analytique.* Paris, 1888; P. MONTEL, *Leçons sur les familles normales ..... ;* París 1927.

puntos conjugados respectivamente de los puntos z de D_1 (simetría sobre σ respecto de la curva ox_1).

Sea ahora $f_1(z) = u(x_1, x_2) + i\,v(x_1, x_2)$ una función holomorfa en D_1 y definamos en D_2 la función $f_2(z)$ mediante la relación

$$f_2(z) = \overline{f}_1(\overline{z})$$

la función $f_2(z)$ es holomorfa en D_2 y además f_2 y f_1 toman sobre la línea coordenada x_1 los mismos valores; por tanto según el teorema I, la $f_2(z)$ es la prolongación analítica sobre σ de la $f_1(z)$.

Si σ se reduce a un plano, la variable compleja z toma la forma $x + iy$, mientras que su conjugada z se reduce a $x - iy$, el eje ox_1 coincide con el eje real, y este proceso coincide con la prolongación analítica por simetría (Schwarz).

Funciones de dos variables para una superficie

4. Vamos a ocuparnos en esta parte de las funciones holomorfas de varias variables complejas independientes sobre una superficie. Para simplificar las fórmulas, supondremos que hay dos variables solamente. El caso de n variables se trata exactamente igual.

Consideremos dos superficies σ y σ' cuya métrica está definida por las dos formas

$$\begin{cases} \psi_1 = \lambda_{11}\,dx_1 + \lambda_{12}\,dx_2 \\ \psi_2 = \lambda_{21}\,dx_1 + \lambda_{22}\,dx_2 \end{cases} \qquad [1]$$

$$\begin{cases} \psi_1' = \lambda'_{11}\,dx_1' + \lambda'_{12}\,dx_2' \\ \psi_2' = \lambda'_{21}\,dx_1' + \lambda'_{12}\,dx_2' \end{cases} \qquad [2]$$

Sean $z = z(x_1 x_2)$ y $z' = z'(x_1', x_2')$ dos variables complejas independientes respectivamente de las superficies σ y σ'.

La función

$$w = f(z_1 z') = \varphi(x_1, x_2, x_1', x_2') + i\,\psi(x_1, x_2, x_1', x_2')$$

es holomorfa en las superficies σ, σ', si se verifican las cuatro relaciones

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\varphi}{\partial s_1} = \dfrac{\partial\psi}{ds_2} \\[2ex] \dfrac{\partial\varphi}{ds_2} = -\dfrac{\partial\psi}{\partial s_1} \end{cases} \qquad \begin{cases} \dfrac{\partial\varphi}{\partial s_1'} = \dfrac{\partial\psi}{\partial s_2'} \\[2ex] \dfrac{\partial\varphi}{\partial s_2'} = -\dfrac{\partial\psi}{\partial s_1'} \end{cases}$$

donde ds es el elemento de arco de la línea de la congruencia (γ) de σ, y ds' el elemento de la congruencia (γ) de σ'.

Son éstas las condiciones de monogeneidad análogas a las condiciones de Poincaré para el caso de las funciones de dos variables en el plano.

Recordando la fórmula de permutación de la derivada intrínseca [1], se elimina fácilmente la ψ entre estas ecuaciones y se encuentra que la φ satisface a las ecuaciones

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial s_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial s_2^2} - \gamma_{212} \frac{\partial \varphi}{\partial s_1} - \gamma_{121} \frac{\partial \varphi}{\partial s_2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial s_1^{12}} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial s_2^{12}} - \gamma'_{212} \frac{\partial \varphi}{\partial s_1'} - \gamma'_{121} \frac{\partial \varphi}{\partial s'_2} = 0$$

γ_{121} y γ_{212} son las curvaturas geodésicas de las líneas [1] y [2] de σ; γ'_{121} y γ'_{212} son las curvaturas de las líneas [1] y [2] de σ'. Con la notación precedente éstas no son más que las notaciones de Laplace.

$$\Delta_2 \varphi = 0 \quad \text{y} \quad \Delta_2' \varphi = 0\,;$$

la función φ es por tanto biarmónica en el sentido de Poincaré.

5. *Extensión de la fórmula de Cauchy-Cissotti.* — Sean c y c' dos curvas cerradas simples situadas respectivamente en las superficies σ y σ', $f(z, z')$ una función cuando z y z' pertenecen a los dominios limitados por estas curvas. Consideremos la integral doble

$$J = \int_c dz \int_{c'} \frac{f(z, z')\, dz'}{(z - x)(z' - x')}$$

donde x es interior al contorno C y x' punto interior al C'.

La integral

$$\int_{c'} \frac{f(z, z')\, dz'}{(z - x)(z' - x')},$$

donde z es un punto fijo del contorno C, es igual a

$$2 \pi i \frac{f(z, x')}{z - x}$$

(1) Levi-Civita, *Loc cit.* p. 289.

según la fórmula de Cauchy-Cissotti [1]. Se tiene entonces

$$J = 2\pi i \int_c \frac{f(z, x')}{z - x} dz$$

y aplicando nuevamente la fórmula de Cissotti, resulta

$$J = -4\pi^2 f(x, x'),$$

de donde se deduce la fórmula

$$f(x, x') = \frac{1}{(2\pi i)^2} \int_c dz \int_{c'} \frac{f(z, z')\, dz'}{(z - x)(z' - x')}$$

completamente análoga a la fórmula de Cauchy-Hartogs para el caso de las funciones holomorfas ordinarias del plano.

Buenos Aires, Agosto 20 de 1938.

[1] CISSOTTI, *Loc. cit.*

SOBRE LA SERIE DE POISSON-CHARLIER

POR

C. DIEULEFAIT

Instituto de Estadística. Univ. Litoral

1. — En este trabajo nos ocuparemos del estudio de algunas propiedades de los polinomios de Charlier dando una nueva demostración de la convergencia de la serie de Poisson-Charlier.

2. — Se sabe que la función de Poisson aparece como el límite de la probabilidad binomial:

$$P_v = C_v^n \, p^v \, (1 - p)^{n-v}$$

cuando se impone la condición $\lim\limits_{n = \infty} n\, p = k$ siendo k una constante positiva. Para valores de n suficientemente grandes se tiene entonces

$$P_v = \frac{1}{v\,!} \, k^v \left(1 - \frac{k}{n}\right)^n \varepsilon\,(n)$$

con $\varepsilon\,(n)$ tendiendo a la unidad para n creciente indefinidamente.

Luego:

$$\lim_{n = \infty} P_v = \frac{e^{-k}\, k^v}{v\,!} = \psi_0\,(k, v)$$

3. — La utilización estadística de esta fórmula asintótica de Poisson, iniciada con Bortkiewicz, tiene un notable campo de aplicación en los sucesos llamados raros, por sus escasas frecuencias, como son por ej. los suicidios infantiles, nacimientos de albinos, partos múltiples, defunciones por accidentes especiales, etc.

4. — Se verifica de inmediato que la función de Poisson satisface la condición de las probabilidades totales:

$$\sum_{v=0}^{\infty} \psi_0 (k, v) = e^{-k} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{k^v}{v\,!} = 1$$

Además, para su función característica se tiene:

$$\varphi (t) = \sum_{v=0}^{\infty} \psi_0 (k, v) \, e^{vt} = e^{-k} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(k\, e^t)^v}{v\,!}$$

lo que da:

$$\varphi (t) = e^{k(e^t - 1)}$$

y como los momentos son:

$$m_s = \sum_{v=0}^{\infty} \psi_0 (k, v) \, v^s = \varphi^{(s)} (0)$$

siendo en particular:

$$\varphi' (t) = \varphi (t) \, k \, e^t$$

$$\varphi'' (t) = \varphi (t) \, k \, [k^2 \, e^{2t} + k \, e^t]$$

resulta:

$$m_0 = 1 \qquad m_1 = k \qquad m_2 = k^2 + k.$$

Luego los momentos de los desvíos con respecto al valor medio $m_1 = k$ son:

$$\mu_s = \sum_{v=0}^{\infty} \psi_0 (k_1 \, v) \, (v - k)^s$$

de donde, en particular:

$$\mu_0 = 1 \qquad \mu_1 = 0 \qquad \mu_2 = m_2 - 2 \, m_1 \, k + k^2$$

o sea:

$$\mu_2 = k = m_1$$

importante propiedad para los « reconocimientos » estadísticos.

5. — Fué el Sr. Charlier quien estudió primero la generación de los polinomios que llevan su nombre, para resolver con ellos el problema de la generalización de la función de Poisson de un modo

análogo a la generalización de la función de Laplace-Gauss con los polinomios de Tchebychef-Hermite.

El Sr. Charlier mostró que, por medio de las diferencias:

$$\psi_n (k, v) = \psi_{n-1} (k, v - 1) - \psi_{n-1} (k, v)$$

se tenía:

$$\psi_n (k, v) = \psi_0 (k, v)\, p_n (k, v) \qquad [1]$$

siendo los $p_n (k, v)$ los polinomios de Charlier de la variable v y de grado n.

El Sr. Jacob observó últimamente que también se pueden obtener los polinomios de Charlier partiendo de la siguiente relación:

$$\frac{d^n}{d\,k^n} \psi_0 (k, v) = \psi_n (k, v) \qquad [2]$$

pero en rigor, el origen de esta observación debe atribuirse al Sr. Ch. Jordan, quien la utilizó en algunos trabajos, anteriores a su conocido tratado de Estadística Matemática.

La equivalencia general entre ambas formas de generar los polinomios de Charlier se demuestra fácilmente por inducción. Supuesta cierta la [2] para los primeros valores 0, 1, 2, ... hasta n, se tendrá, para $n + 1$, conforme a lo indicado por el Sr. Jacob (*).

$$\psi_{n+1} (k, v) = \psi_n (k, v - 1) - \psi_n (k, v) =$$

$$= \frac{d^n}{d\,k^n} [\psi_0 (k, v - 1) - \psi_0 (k, v)] = \frac{d^{n+1}}{d\,k^{n+1}} \psi_0 (k, v).$$

6. — De las diferencias de Charlier, teniendo en cuenta el resultado [1] se deduce:

$$\frac{e^{-k} k^v}{v\,!} p_n (k, v) = \frac{e^{-k} k^{v-1}}{(v - 1)\,!} p_{n-1} (k, v - 1) - \frac{e^{-k} k^v}{v\,!} p_{n-1} (k, v)$$

o sea la relación:

$$p_n (k, v) = \frac{v}{k} p_{n-1} (k, v - 1) - p_{n-1} (k, v)$$

(*) M. Jacob. *Sullo sviluppo di una curva di frequenza in serie di Charlier di tipo B. Giornale Istituto Italiano degli Attuari.* Abril 1933.

De la fórmula de generación de Jordan-Jacob se tiene en cambio:

$$\psi_0 (k, v)\, p_n (k, v) = \frac{d}{dk} [\psi_0 (k, v)\, p_{n-1} (k, v)]$$

de donde:

$$p_n (k, v) = \left(\frac{v}{k} - 1\right) p_{n-1} (k, v) + \frac{d}{dk}\, p_{n-1} (k, v)$$

7. — De la [2] se deduce, teniendo en cuenta la [1], que:

$$p_n (k, v) = \frac{e^k}{k^v} \frac{d^n}{d\,k^n} e^{-k} k^v$$

de donde, en particular:

$$p_0 = 1 \qquad p_1 (k, v) = \frac{v}{k} - 1 \qquad p_2 (k, v) = \frac{v\,(v-1)}{k^2} - 2\frac{v}{k} + 1$$

y en general:

$$p_n (k, v) = \sum_{s=0}^{n} (-1)^s C_s^n \frac{(v)_{n-s}}{k^{n-s}}$$

siendo:

$$(v)_s = v\,(v-1) \ldots (v-s+1) \qquad \text{con} \qquad (v)_0 = 1$$

Luego recurriendo a la integral de Cauchy puedo poner:

$$p_n (k, v) = \frac{e^k\, n\,!}{k^v\, 2\pi i} \int_c \frac{e^{-w}\, w^v}{(w-k)^{n+1}}\, dw \qquad [3]$$

Si nos concretamos a los casos estadísticos en los que v es un entero ≥ 0, C podrá ser un contorno cerrado cualquiera que contenga el punto k, pudiendo tomarse una circunferencia con centro en dicho punto y radio R arbitrario. Si en cambio no se establecen las restricciones anteriores que el cálculo de las probabilidades fija para los valores de v, la fórmula anterior valdrá para un R a lo sumo igual a k pero siempre que entonces sea $v > -1$.

8. — Podemos deducir ahora, con la [3] la función generatriz de la serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p_n (k_1 v)}{n\,!} k^n z^n = G\,(z, v)$$

teniéndose:

$$G(z, v) = \frac{e^k}{k^v\, 2\pi i} \sum_{n=0}^{\infty} \int_c \frac{e^{-w} w^v}{w - k} \frac{k^n z^n}{(w - k)^n} dw$$

o sea:

$$G(z, v) = \frac{e^k}{k^v\, 2\pi i} \int_c \frac{e^{-w} w^v}{w - k} \frac{w - k}{w - k - kz} dw$$

siempre que $\left| \frac{kz}{w - k} \right| < 1$ lo cual se verifica (con v entero ≥ 0) para todo z con tomar R suficientemente grande; de lo contrario, para v cualquiera pero > -1, ello valdrá para $|z| < 1$.

En estas condiciones y teniendo en cuenta que:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{e^{-w} w^v}{w - k(1 + z)} dw = e^{-k(1+z)} k^v (1 + z)^v$$

resulta:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p_n(k, v)}{n!} k^n z^n = e^{-kz} (1 + z)^v \qquad [4]$$

Derivando ambos miembros con respecto a z se tiene:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_n(v)}{(n-1)!} k^n z^{n-1} = -k\, e^{-kz} (1 + z)^v + v\, e^{-kz} (1 + z)^{v-1}$$

o sea:

$$(1 + z) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_n(v)}{(n-1)!} k^n z^{n-1} = -k (1 + z) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p_n(v)}{n!} k^n z^n +$$

$$+ v \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p_n(v)}{n!} k^n z^n$$

de donde, por identidad, la recurrencia fundamental:

$$k\, p_{n+1}(k, v) + (n + k - v)\, p_n(k, v) + n\, p_{n-1}(k, v) = 0 \qquad [5]$$

característica de una sucesión de Sturm, lo que implica la separación de los ceros de dos polinomios sucesivos.

La sucesión $\{ p_n (k, v) \}$ puede entonces considerarse, dentro de la teoría de Tchebychef, como suministrando los denominadores de las reducidas sucesivas del desarrollo en fracción continua algebraica, de la función:

$$A(v) = \sum_{\xi=0}^{\infty} \frac{e^{-k} k^{\xi}}{\xi! (v - \xi)}$$

mientras que los numeradores de las mencionadas reducidas, estarán dados por la fórmula de Jacob:

$$P_n(v) = \sum_{\xi=0}^{\infty} \frac{e^{-k} k^{\xi}}{\xi! (v - \xi)} [p_n(k, v) - p_n(k, \xi)]$$

y como por lo demás si se tiene la fracción continua:

$$U = a_0 + \cfrac{b_1}{a_1 + \cfrac{b_2}{a_2 + \dots}}$$

indicando con $\frac{P_n}{p_n}$ sus reducidas, se verifica que:

$$p_n = p_{n-1} a_n + p_{n-2} b_n$$

$$P_n = P_{n-1} a_n + P_{n-2} b_n$$

teniendo en cuenta la [5] se deduce, para $n = 1, 2, 3, \dots$

$$a_{n+1} = \frac{v - n}{k} - 1 \qquad b_{n+1} = -\frac{n}{k}$$

Luego, en nuestro caso:

$$A(v) = \cfrac{1}{v - k - \cfrac{1}{v - k - 1 - \cfrac{1}{v - k - 2 - \dots}}}$$

(*) Si no justamente para las fórmulas del texto, pero sí para la teoría general a que se alude, véase por ej. CAMILE JORDAN I y II t., o nuestro folleto un poco más amplio en este punto: *Sobre la repres. de una func. en serie de polinom. ortogonales.* Public. Fac. Cs. Matemáticas Rosario. 1935.

teniéndose, si indicamos con $Q_n(v)$ los denominadores de las reducidas de esta fracción continua:

$$P_n(k, v) = \frac{1}{k^n} Q_n(v)$$

9. — Del resultado [4] que nos dió la función generatriz se deduce, dividiendo ambos miembros por z^{n+1} e integrando

$$\frac{p_n(k, v)}{n\,!} k^n \int_c \frac{dz}{z} = \int_c \frac{e^{-kz}(1+z)^v}{z^{n+1}} dz$$

siendo C una circunferencia con centro en el origen y radio cualquiera para v entero ≥ 0. De la anterior igualdad se sigue de inmediato que:

$$p_n(k, v) = \frac{n\,!}{k^n 2\pi i} \int_c \frac{e^{-kz}(1+z)^v}{z^{n+1}} dz \qquad [6]$$

La [6] fué utilizada por el Sr. N. Obrechkoff para deducir ciertas desigualdades en su investigación de la convergencia de la serie de Poisson-Charlier siendo precisamente, el estudio de estas desigualdades las que desempeñan un rol fundamental en su memoria (*).

10. — Estudiemos aquí la importante serie

$$L(v, t) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{k^s}{s\,!} p_s(k, v)\, p_s(k, t)$$

o sea:

$$L(v, t) = \frac{e^{2k}}{k^{v+t}(2\pi i)^2} \sum_{s=0}^{\infty} \int_c \frac{e^{-w} w^v}{w-k} dw \int_\Gamma \frac{e^{-u} u^t}{u-k} \frac{s\,!\, k^s}{(w-k)^s (u-k)^s} dw\,.$$

Considero por un momento, en su lugar:

$$H = \frac{e^{2k}}{k^{v+t}(2\pi i)^2} \sum_{s=0}^{\infty}$$

$$\int_c \frac{e^{-w} w^v}{w-k} dw \int_\Gamma \frac{e^{-u} u^t}{u-k} dw \int_0^\Delta e^{-\sigma} \frac{\sigma^s k^s}{(w-k)^s (u-k)^s} d\sigma\,.$$

(*) N. Obrechkoff. *Colloque Theor. des probabilit. préside par M. Frechet.* Hermann. París, 1938. N° 740.

Tomando los radios de C y Γ de modo que para todo $\sigma > 0$ tenga:

$$\left| \frac{\sigma k}{(w-k)(u-k)} \right| < 1$$

encuentro que:

$$H = \frac{e^{2k}}{k^{v+t}(2\pi i)^2} \int_c \frac{e^{-w} w^v}{w-k} dw \int_0^\Delta e^{-\sigma} d\sigma \int_\Gamma \frac{e^{-u} u^t}{u-k\left(1+\frac{\sigma}{w-k}\right)} du$$

de donde:

$$H = \frac{e^k}{k^v 2\pi i} \int_c \frac{e^{-w} w^v}{(w-k)^{t+1}} dw \int_0^\Delta e^{-\sigma\left(1+\frac{k}{w-k}\right)} (w-k+\sigma)^t \, . d\sigma$$

Desarrollando el último binomio, haciendo la sustitución

$$\sigma\left(1+\frac{k}{w-k}\right) = q$$

y observando que $\lim\limits_{\Delta=\infty} H = L$ me queda:

$$L(v,t) = \frac{e^k}{k^v} \sum_{r=0}^{t} C_r^t \frac{(t-r)!}{2\pi i} \int_c \frac{e^{-w} w^v}{w^{t-r+1}} dw \, .$$

Pero de aquí se deduce que, si $v > t$ este resultado es nulo; en cambio, si fuera $v < t$ en lugar de calcularlo, observando la simetría de L respecto a sus variables, se deduce también la nulidad. Pero si $v = t$ la fórmula anterior entonces se reduce a:

$$\frac{e^k}{k^v} \frac{v!}{2\pi i} \int_c \frac{e^{-w}}{w} dw = \frac{e^k v!}{k^v}$$

Luego:

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{k^s}{s!} p_s(k,v)\, p_s(k,t) = \begin{cases} o & \text{si} \quad v \neq t \\ \dfrac{e^k v!}{k^v} & \text{si} \quad v = t \end{cases}$$

de donde también:

$$\sum_{s=0}^{\infty} \psi_0(k,v)\, p_s(k,v)\, p_s(k,t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad v \neq t \\ 1 & \text{si} \quad v = t. \end{cases} \qquad [7]$$

Este resultado ha sido dado por el Sr. Jacob, siguiendo un método distinto al aquí utilizado. Hasta aquí estas propiedades han sido obtenidas independientemente de la condición de ortogonalidad que resulta del estudio de:

$$I_{m,n} = \sum_{v=0}^{\infty} \psi_0 (k, v)\, p_m (k, v)\, p_n (k, v)$$

que también puedo escribir:

$$I_{m,n} = \frac{e^k\, m\,!\, n\,!}{(2\pi i)^2} \sum_{v=0}^{\infty} \int_c \frac{e^{-w}}{(w-k)^{n+1}}\, dw \int_\Gamma \frac{e^{-u}}{(u-k)^{m+1}} \frac{w^v u^v}{k^v\, v\,!}\, du$$

de donde

$$I_{m,n} = \frac{e^k\, m\,!\, n\,!}{(2\pi i)^2} \int_c \frac{e^{-w}}{(w-k)^{n+1}}\, dw \int_\Gamma \frac{e^{-u\left(1-\frac{w}{k}\right)}}{(u-k)^{m+1}}\, du$$

y como

$$\frac{m\,!}{2\pi i} \int_\Gamma \frac{e^{-u\left(1-\frac{w}{k}\right)}}{(u-k)^{m+1}}\, du = e^{-k+w} \left(\frac{w}{k}-1\right)^m$$

nos queda:

$$I_{m,n} = \frac{n\,!}{2\pi i} \int_c \frac{\left(\frac{w}{k}-1\right)^m}{(w-k)^{n+1}}\, dw$$

de donde:

$$I_{m,n} = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad m \neq n \\ \dfrac{n\,!}{k^n} & \text{si} \quad m = n \qquad (*) \end{cases}$$

11. — Consideremos ahora una función arbitraria $f(v)$ definida para los valores v enteros ≥ 0 que, para estar en el caso estadístico supondremos siempre positiva o parcialmente nula y supongamos que también estén definidos los momentos:

$$m_s' = \sum_{v=0}^{\infty} f(v)\, v^s \qquad \text{para} \qquad s = 0,\ 1,\ 2,\ 3, \ldots$$

(*) Cfr. G. Darmois. *Statit. Mathémat.*

Haciendo $m_1' = k$ tendré así definida la función de Poisson correspondiente a $f(v)$, la cual será:

$$\psi_0 (m_1', v) = \frac{e^{-k} k^v}{v\,!}$$

y la serie de Poisson-Charlier cuya generatriz es $f(v)$:

$$a_0 \psi_0 (k, v) + a_1 \psi_1 (k, v) + \ldots =$$
$$= \psi_0 (k, v) [a_0 + a_1 p_1 (k, v) + a_2 p_2 (k, v) + \ldots]$$

con

$$a_n = \frac{k^n}{n\,!} \sum_{t=0}^{\infty} f(t)\, p_n (k, t) \,.$$

En los casos de aplicación del cálculo de las probabilidades será:

$$m_0' = 1$$

luego:

$$a_0 = \sum_{t=0}^{\infty} f(t) = 1$$

$$a_1 = k \sum_{t=0}^{\infty} f(t) \left[\frac{t}{k} - 1\right] = k \left(\frac{m_1'}{k} - 1\right) = 0$$

$$a_2 = \frac{k^2}{2} \sum_{t=0}^{\infty} f(t) \left[\frac{t(t-1)}{k^2} - 2\frac{t}{k} + 1\right], \text{ etc.}$$

Consideremos el caso general e indiquemos con $S_m(v)$ la suma parcial:

$$S_m (v) = a_0 \psi_0 (k, v) + a_1 \psi_1 (k, v) + \ldots + a_m \psi_m (k, v)$$

Se tendrá:

$$S_m (v) = \psi_0 (k, v) \sum_{s=0}^{m} \frac{k^s}{s\,!} p_s (k, v) \sum_{t=0}^{\infty} f(t)\, p_s (k, t)$$

o bien:

$$S_m (v) = \psi_0 (k, v) \sum_{t=0}^{\infty} f(t) \sum_{s=0}^{m} \frac{k^s}{s\,!} p_s (k, v)\, p_s (k, t)$$

e indicando con

$$k_m (v, t) = \psi_0 (k, v) \sum_{s=0}^{m} \frac{k^s}{s\,!} p_s (k, v)\, p_s (k, t)$$

se tendrá:

$$S_m(v) = \sum_{t=0}^{\infty} f(t)\, k_m(v, t)$$

La serie de Poisson-Charlier correspondiente a la función $f(v)$ estará entonces, dada por el

$$\lim_{m=\infty} \sum_{t=0}^{\infty} f(t)\, k_m(v, t)$$

En los casos en que se pueda permutar el límite con la sumatoria infinita (que serán los casos en que se deducirá el teorema de la convergencia fundamental) se tendrá, de acuerdo a lo visto respecto al comportamiento del $\lim\limits_{m=\infty} k_m(v, t)$

$$\lim_{m=\infty} S_m(v) = f(v).$$

Ello ocurrirá desde ya si la función arbitraria $f(v)$ resulta siempre nula para todos los valores enteros de v superiores a un cierto número positivo.

12. — Para resolver el problema de la convergencia partiendo del resultado:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{p_n(k, v)}{n!} k^n z^n = e^{-kz} (1 + z)^v$$

y considerando los valores de v enteros ≥ 0 y al primer miembro como una serie de potencias en z tendré que, dado un número $\varepsilon > 0$ arbitrariamente pequeño y para un valor de v determinado existirá un cierto número $N(v, \varepsilon)$ tal que:

$$|\, p_n(k, v) \,| < \varepsilon^n \frac{n!}{k^n} \quad \text{para todo} \quad n > N(v, \varepsilon)$$

desigualdad que aparece como consecuencia del teorema de Cauchy-Hadamard que en este caso nos da:

$$\overline{\lim_{n=\infty}} \sqrt[n]{\frac{|\, p_n(k, n) \,|}{n!} k^n} = 0$$

Si considero el conjunto de valores de $v = 0, 1, 2, 3, \ldots T$ e indico con N al mayor de los números $N(0, \varepsilon)$, $N(1, \varepsilon), \ldots N(T, \varepsilon)$ tendré:

$$| p_m (k, v) | < \varepsilon^m \frac{m!}{k^m} \quad \text{para todo} \quad m > N \quad \text{y} \quad 0 \leq v \leq T. \qquad [8]$$

Ahora bien, de la fórmula ya vista:

$$p_n (k, v) = \sum_{s=0}^{n} (-1)^s C_s^n \frac{(v)_{n-s}}{k^{n-s}}$$

se deduce que:

$$p_m (k, t) = | p_t (k, m) | < \varepsilon^t \frac{t!}{k^t} \text{ para todo } t > N (m, \varepsilon) \qquad [9]$$

y también:

$$| p_{m+1} (k, t) | = | p_t (k, m + 1) | < \varepsilon^t \frac{t!}{k^t} \text{ para todo } t > N (m + 1, \varepsilon)$$

En estas condiciones escojo un número M que sea mayor que $N(m, \varepsilon)$ y que $N(m + 1, \varepsilon)$. Las desigualdades [8] y [9] de que me valdré fundamentalmente en el teorema de la convergencia, tienen un carácter existencial y no aritmético directo.

13. — De la fórmula de Christofel-Darboux (*) fácil de hallar también directamente en este caso particular de los polinomios de Charlier, se tiene:

$$H_m (v, t) = \psi_0 (k, v) \sum_{n=0}^{m} \frac{k^n}{n!} p_n (k, v) \, p_n (k \, t) =$$

$$= \psi_0 (k, v) \, \frac{k^{m+1}}{m!} \, \frac{p_{m+1} (v) \, p_m (t) - p_m (v) \, p_{m+1} (t)}{v - t}$$

Luego la suma parcial $S_m (v)$ de la serie de Poisson-Charlier:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \, \psi_n \, (k, v) = \psi_0 (k, v) \sum_{n=0}^{\infty} a_n \, p_n \, (k, v)$$

(*) v. J. SHOHAT. *Théorie générale des polynomes orthogonaux de Tchebychef. Memorial des Scienc. Mathém.* Paris, 1934.

cuya generatriz es la función $f(v)$ o sea que:

$$a_n = \frac{k^n}{n!} \sum_{t=0}^{\infty} f(t)\, p_n(k, t)$$

será:

$$S_m(v) = \sum_{t=0}^{\infty} f(t)\, H_m(v, t)$$

que escribiré bajo la forma:

$$S_m(v) = \sum_{t=0}^{T} f(t)\, H_m(v, t) + \sum_{T+1}^{M-1} f(t)\, H_m(v, t) +$$

$$+ \sum_{M}^{\infty} f(t)\, H_m(v, t) = F_m + E_m + G_m$$

de donde:

$$\lim_{m=\infty} F_m = \sum_{t=0}^{T} f(t) \lim_{m=\infty} H_m(v, t) = f(v)$$

$$\lim_{m=\infty} E_m = \sum_{T+1}^{M-1} f(t) \lim_{m=\infty} H_m(v, t) = 0$$

y:

$$| G_m | < \frac{k^{m+1}}{m!} \psi_0(k, v) \sum_{M}^{\infty} \frac{f(t)}{t} \,| p_{m+1}(v)\, p_m(t) - p_m(v)\, p_{m+1}(t) |$$

$$| G_m | < a\, \psi_0(k, v)\, \varepsilon^{m+1} (m+1) \sum_{M}^{\infty} \frac{f(t)\, \varepsilon^t}{t\, \psi_0(k, t)}$$

Luego, de acuerdo a la hipótesis hecha sobre ε si la serie:

$$\sum \frac{f(t)\, \varepsilon^t}{t\, \psi_0(k, t)}$$

es convergente, se sigue, por ser:

$$\lim_{m=\infty} \varepsilon^{m+1} (m+1) = 0$$

que será:

$$\lim_{m=\infty} G_m = 0$$

de donde:

$$\lim S_m (v) = f (v)$$

o sea:

$$f (v) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \psi_n (k, v)$$

14. — Se deduce del teorema anterior que si, a partir de un cierto valor de t en adelante se verifica que:

$$f (t) < \mu . \eta^t . t . \psi_0^{\alpha+1} (k, t)$$

con μ, η, α números positivos pero por los demás arbitrarios, se tendrá:

$$\sum \frac{f (t) \varepsilon^t}{t \psi_0 (k, t)} < \mu \sum (\varepsilon \eta)^t \psi_0^{\alpha} (k, t)$$

y como la función $\psi_0(k, t)$ a partir del valor $t = k$ es decreciente, se sigue que bastará con tomar ε arbitrariamente pequeño y además en modo que $\varepsilon \eta < 1$ para que la segunda serie y a fortiori la primera, resulten convergentes lo que nos conduce al teorema anterior.

15. — Los Sres. Charlier y Jordan independientemente, iniciaron estos desarrollos en serie pero limitándose a sus propiedades formales. Después, la señora Pollaczek-Geiringer y por otra parte el Sr. Szegö iniciaron el estudio de la convergencia de la serie de Poisson-Charlier (*).

La condición dada por el Sr. Szegö es que, la serie:

$$\sum \frac{f^2 (t)}{\psi_0 (k, t)}$$

sea convergente.

(*) Para estos antecedentes puede consultarse el mismo trabajo del señor N. Obrechkoff ya citado, donde aparecen las referencias correspondientes.

El Sr. Jacob en su memoria citada, dedujo en cambio la condición consistente en que la serie:

$$\sum \frac{f(t)}{(t+1)\,\psi_0(k,t)}$$

sea convergente.

El Sr. Obrechkoff en su trabajo ya citado estableció el siguiente teorema en el cual prueba que:

1°: Si la serie $\sum 2^t t^A f(t)$ es convergente, y si

2°: el $\lim\limits_{n=\infty} \frac{(4k)^n}{(n+1)!} \sum\limits_{t=1}^{n} \frac{f(t)}{t\,\psi_0(k,t)}$ tiende a cero, la serie

estudiada es convergente teniendo por suma a $f(v)$.

En particular también demostró que si

$$f(t) < \mu\, \psi_0^{\alpha}(k,t) \qquad [0]$$

con μ y α números positivos, la condición [0] conduce a la 1ª y 2ª de su teorema anterior. Esta demostración la hace con $\alpha < 1$ y se ve de inmediato que la condición [0] del Sr. Obrechkoff comprende, en particular, la dada por el Sr. Szegö y por el Sr. Jacob.

CONDICIONES DEL CALOR EN LA VIVIENDA, EN RELACION AL CALOR EXTERNO

POR EL

Dr. WALTER KNOCHE

Para el acondicionamiento del aire es importante conocer la reducción del calor existente en la vivienda. Desde luego sabemos que esta reducción térmica por enfriamiento artificial no puede ser un valor fijo. Si aceptamos como medida para caracterizar el estado calórico total la temperatura equivalente (*TE*), o sea el estado termo-hígrico, se reconoce que una reducción en 20° de una $TE = 50°$, es decir a 30°, nos llevaría a un valor demasiado bajo y fuera de la confortabilidad. A la inversa la reducción de un $TE = 100°$ con la misma diferencia de 20°, es decir a 80° no correspondería a un enfriamiento suficiente, quedando el habitante de la vivienda en un estado de franca desconfortabilidad.

Por otra parte no es posible fijar un valor único de confortabililidad por ej. de 45° con una temperatura exterior por ej. de 100° *TE;* la temperatura interna (*TE*) de 45° resultaría demasiado baja.

Como la regulación térmica del organismo humano depende de las condiciones calóricas externas, dicho organismo con un calor excesivo se encontraría en un estado de confortabilidad (relativa) con un valor mucho más alto de 45°, que otro organismo que se traslade desde un calor externo más moderado al de su vivienda.

Un valor de confortabilidad « normal » nunca provocará enfermedades reumáticas, resfríos, etc., como consecuencia de una diferencia demasiado grande entre las condiciones térmicas exteriores con las de la vivienda.

No debemos olvidar también que la desecación respiratoria depende en una forma directa de los valores totales, de las diferencias de la *TE* con aire saturado en las vías respiratorias, y de la *TE* del ambiente. Según las observaciones del autor en diferentes regiones, se puede establecer una ecuación para la deseada tem-

peratura equivalente interna de la habitación en relación a la temperatura equivalente externa.

La ecuación es la siguiente:

$$TEi = 3{,}5\ TEe + 28$$

donde TEi corresponde a las temperatura equivalente interna, es decir de la vivienda y TEe a la temperatura equivalente externa.

Determinación del clima calórico de la vivienda

TEe (°C)	TEi (°C)	cal/kg.
50	45	1,2
55	47	1,9
60	49	2,6
65	51	3,4
70	53	4,1
75	55	4,8
80	57	5,5
85	59	6,2
90	61	7,0
95	62	7,8
100	64	8,6
105	66	9,4
110	67	10,3
115	69	11,2
120	70	12,0

Como deja reconocer este cuadro, basta para llegar a un estado de conformidad (relativa) una rebaja de 5° cuando la temperatura equivalente externa es de 50°; y de 50° cuando sería en un caso máximum de 120°, temperaturas equivalentes que existen por ej. y no raras veces en el verano de Bagdad.

Se ha agregado en una tercera columna para el uso de los ingenieros especializados en el acondicionamiento del aire, la reducción necesaria en calorías por kilógramo, para obtener en cada estado de calor externo el correspondiente de la confortabilidad relativa interna.

Debemos agregar que las condiciones indicadas se refieren a la sombra y no tomando en cuenta el efecto de la radiación. Como la

radiación en las regiones calurosas y ante todo en un acondicionamiento del aire razonable es o debe ser en lo posible excluído (orientación de la vivienda, forma de bungalows con barandas, material de construcción, por ej. muros gruesos, etc.), el cuadro indicado puede tener cierto valor para la regulación del microclima de la vivienda, en el sentido de la sensación. Por otra parte deben conocerse los valores térmicos correspondientes para que el proceso de enfriamiento en relación al calor existente resulte económico.

LOS VALORES DE CALOR MAS ELEVADOS EN LA REPUBLICA ARGENTINA

POR EL

Dr. WALTER KNOCHE

Siempre es interesante conocer los más altos valores a los cuales puede llegar aún ocasionalmente, el calor total de un país. Este calor total puede expresarse por la temperatura equivalente (TE) (*), donde aproximadamente $TE = t + 2e$; (t significa la temperatura del aire y e la tensión del vapor de agua). Se ve que la fórmula contiene el calor « visible » representado por t como así también el calor « oculto » expresado por $2e$.

El vapor de agua tan característico para el bochorno, entra en forma decisiva y con doble peso que la temperatura. La temperatura equivalente por sus elementos constitutivos, es natural que se refiere solo a una estadía a la sombra y con calma.

La radiación solar aumenta el calor sentido, mientras el viento ya como brisa muy leve produce un fuerte descenso. Este descenso depende: 1º de un enfriamiento debido a la traslación continua del aura calórica alrededor del organismo, y en 2º lugar de la evaporación.

Además $TE/3$ corresponde al número de calorías por metro cúbico de aire; en esta forma puede ser útil para el estudio del acondicionamiento del aire.

Damos a continuación los valores más altos que se han encontrado durante el decenio 1926-1935, tomando en cuenta las anotaciones de todas las estaciones de la República Argentina.

(*) W. Knoche. *Die aequivalente Temperatur ein einheitlicher Ausdruck der klimatischen Faktoren « Lufttemperatur » und « Luftfeuchtigkeit »*. Met. Z. H. 10-1907
F. Linke. *Bedeutung und Berechnung der Aequivalenttemperatur*. Met. Z. H. 10-1938, p. 345-350.

	Fecha	t	e	TE
Tacaagle (Territ. Formosa) . . .	17/I/1926	35,4	28,5	92
Puerto Bertoni (Paraguay, Alto Paraná)	17/I/1926	33,9	29,8	94
Norte del Territ. de Misiones . .	3/II/1926	35,5	29,2	94
Formosa (Territ. de Formosa) . .	16/II/1926	39,9	29,3	99
	29/I/1932	35,9	28,7	93

Las temperaturas dadas corresponden al máximum de temperatura, la tensión del vapor a la lectura de las 14 hs, de esta manera los valores máximos de la *TE* representan más bien valores algo bajos, porque debe aceptarse que la humedad aumentó un poco desde las 14 hs. hasta el máximum del día.

De todos modos se ve que pueden existir dentro del país, ocasional y naturalmente durante la estación del verano, valores excesivos de calor. Debemos agregar que el 16 de marzo de 1926 a las 8 hs. con 31,5 grados y 29,5 milímetros, se ha observado en Formosa una *TE* de 90°; es decir al principar el día y ya finalizado el verano climático.

Como el número de estaciones es relativamente escaso y como sólo se ha revisado un decenio, podemos aceptar que valores de la *TE* de 100° con toda seguridad pueden existir con valores de e que en algo sobrepasen los 30 mm.

Recordamos que desde 50° *TE* en adelante ya comienza la sensación de bochorno. En Guayaquil bajo el Ecuador tenemos una temperatura equivalente media anual de más o menos 60°, y en la desembocadura del río Amazonas como también al Sud del Mar Caribe, el promedio del calor total llega a más de 70°. A pesar de eso el continente Sudamericano no ofrece el carácter más tropical. Puede sobrepasar 80° la temperatura equivalente media en ciertas regiones de la Indonesia, de Nueva Guinea y del Sudeste del continente asiático, y en forma aislada la *TE* puede sobrepasar 120°.

Lógicamente los valores arriba indicados de 90° ó 100° y aún de 70° a 90°, son bien sensibles para el organismo, pues se consideran insoportables cuando pasan de 80°.

Aceptando una temperatura de la piel entre 30° - 33°, podemos

suponer una aura calorífica alrededor de nuestro cuerpo de 93° - 108° *TE* (con una tensión de vapor entre 31,6 y 37,4 mm).

Se ve de esta manera que el cuerpo humano se encontrará en situación de no poder regular más desde la superficie del organismo su balance térmico en las condiciones extremas del ambiente indicadas, pudiendo al contrario existir directamente una acumulación de calor que apenas puede ser eliminado por la termoregulación desde las vías respiratorias, cuya temperatura equivalente llega más o menos a 125°. El viento tampoco (y solamente donde corre) puede provocar un enfriamiento estando la temperatura del aire también cerca a la de la piel. De todos modos habrá una acumulación máxima cuando al mismo tiempo nuestro organismo está expuesto a la radiación solar; ésta contiene ondas relativamente largas en el sentido anaranjado-rojo del espectro, cuando con bochorno excesivo y muchas veces con calma existe un estado brumoso.

El organismo infantil está especialmente expuesto, por peligro de la sobrecalentación, a un « coup de chaleur » directo o indirecto, siendo la superficie de su cuerpo relativamente grande en relación a su volumen.

Si se toma en cuenta que aún el vestido liviano impide la termoregulación completa, se reconocerá entonces que el desnudo de muchos primitivos en regiones tórridas tiene un valor higiénico decisivo. La mujer en general, por su vestido, se adapta mejor que el hombre a los grandes calores.

POSIBILIDADES DE INTENSIFICAR LA INVESTIGACION CIENTIFICA EN LA ESCUELA DE QUIMICA

(FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS FÍSICAS Y NATURALES)

POR

VENANCIO DEULOFEU

El Consejo Directivo de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, ha designado una comisión para que determine la posibilidad de intensificar la investigación científica en la misma, propósito plausible que debe merecer el mayor apoyo de todos los que directa o indirectamente están vinculados a élla y desean que mejoren sus actividades en ese sentido. No es necesario insistir sobre la necesidad de un desarrollo más intenso que el actual de esas tareas, pues es de todos conocida la importancia que con justicia se les asigna en aquellos países que más han contribuído al progreso intelectual y material de nuestra época.

El presente estudio no aspira a ser sino una contribución a ese problema y se refiere exclusivamente a la situación de la Escuela de Química dentro de la Facultad. Es indispensable para dar opinión, conocer a fondo el medio en que las iniciativas que se propongan han de desarrollarse. Las generalizaciones resultan a menudo inaplicables, aun cuando los principios directores sean los mismos para todas las Escuelas, porque cada una de ellas tiene aspectos que le son propios. Si se hace un balance de las investigaciones de laboratorio desarrolladas en la Escuela de Química desde su fundación hasta la fecha, puede encontrárselo satisfactorio, pero es evidente que en los últimos años la evolución de la Escuela no se ha mantenido, ni en laboratorios ni en personal, con el ritmo que llevan no solo las extranjeras, sino las similares de nuestro propio país. No es el caso de hacer comparaciones con datos numéri-

cos, basta considerar como se ha tratado de impulsar la investigación en las Escuelas semejantes, creando organizaciones que a veces nos parecen prematuras o rudimentarias, pero que poco a poco van afianzándose y que a la larga han de sedimentar y dar rendimiento.

La investigación científica en los países adelantados no es más una obra esporádica del genio, sino el resultado de una organización que no puede desconocerse y que tiende a la obtención de resultados de calidad, en forma que signifiquen un mínimo de esfuerzos desperdiciados y de dispendios inútiles. Si aparece el genio creador, ese medio y esa organización permite su desarrollo máximo, pero su ausencia no significa que cuando se dispone de ella no se pueda contribuir modestamente en forma continua al progreso del conocimiento. Para hacer más clara y concretar mejor los principales puntos de esta organización podemos dividirla en varios aspectos, de los cuales los dos primeros pueden considerarse jerárquicamente iguales.

1º) Los laboratorios para investigación.

2º) El personal que se dedique a la misma,

3º Elementos varios, como ser fondos especiales para su fomento, bibliotecas, etc.

1º) *Los laboratorios.* — Es indispensable disponer de laboratorios cuyos locales puedan dedicarse exclusivamente a la investigación. En la Escuela de Química, apenas dos de las cátedras existentes cuentan con éllos y una sola en condiciones relativamente adecuadas. El empleo de los laboratorios de enseñanza para este fin, posible hace algunos años, no lo es hoy día. El aumento notable en número de alumnos ha colmado la capacidad de los laboratorios de enseñanza y no pueden, salvo en los meses de vacaciones, ser utilizados para otros trabajos. En los meses en que se desarrolla el curso, su empleo para otros fines es difícil; en primer lugar porque en la Escuela de Química es corriente la concurrencia de alumnos a los laboratorios fuera de las horas oficiales de trabajos prácticos, precisamente por las características que éstos poseen, y en segundo lugar, porque en general el trabajo químico exige aparatos y materiales que se utilizan un tiempo relativamente largo, y que no pueden desmontarse para ceder el lugar a la clase prácti-

ca. Muchas veces esos aparatos son de armado y conservación delicadas y no pueden ni deben ser instalados en laboratorios generales donde fácilmente pueden sufrir perjuicios, como ha ocurrido en casos numerosos que podrían concretarse. Por otra parte cuando las tareas de investigación son intensas y continuadas, es indispensable disponer de laboratorios para aparatos estables de uso diario.

Si se quisiera llegar a un óptimo, diríamos que cada cátedra básica, al comienzo por lo menos cada grupo de cátedras afines, debiera disponer de un laboratorio para cada profesor, de otro para el personal auxiliar y de un tercero para exalumnos que hagan trabajo de tesis y egresados que con el permiso correspondiente deseen profundizar su conocimiento en la materia. Además algún laboratorio auxiliar para instalaciones estables.

Ante la pobreza actual la exigencia de tres laboratorios es casi un óptimo y podría reducirse, para iniciar una renovación, pero lo que resulta completamente fuera de lugar es esperar que se realice investigación en ciertas cátedras que solo disponen de laboratorios para la enseñanza, no solo escasos de espacio, sino que deben compartirlo con otras.

2º) *Personal.* — El personal de cada cátedra básica o grupo de cátedras afines, incluyendo los profesores, debe formar el grupo estable que realiza y dirije trabajos de investigación. La denominación de Instituto con que suele designarse el conjunto del personal con los laboratorios de trabajo correspondientes, no tiene sino importancia administrativa y no atañe al fondo del problema.

Diversas razones que interesa ahora considerar, han determinado que la Facultad no haya hecho en la Escuela de Química sino muy pocas tentativas de formar personas que puedan y deban dedicarse en ella a la investigación. El personal, con excepción de los contados asistentes de cátedra, cuyas funciones corresponde establecer al Profesor, ha sido hasta ahora designado para el desempeño de funciones de enseñanza. Los profesores que en forma loable han iniciado y dirigido tareas de investigación, lo han hecho por una exigencia propia de su espíritu y no porque la Facultad considere esas tareas como función inherente al desempeño de la Cátedra, tal cual ocurre en otros países. Lo mismo ha ocurrido con los demás componentes de las cátedras: jefes de trabajos prácticos y ayu-

dantes. La Facultad no debe continuar como hasta ahora esperando estos casos en que vocaciones o situaciones personales permiten al Profesor realizar o dirigir tareas de investigación, y aunque es difícil establecer y avalorar el trabajo que deben realizar, es evidente que conviene establecer un escalafón de remuneraciones especiales, bien reglamentado, que permite dedicar, a aquéllos Profsores que así lo deseen y lo justifiquen, un mayor tiempo a la Facultad, justamente para trabajar más regularmente y con la mayor constancia posible en esas actividades, en los laboratorios de la Escuela. Consideraciones similares pueden hacerse sobre la situación de los jefes de trabajos prácticos y los ayudantes.

La formación de este personal se ha de malograr si cada vez que se destaca un buen elemento, éste ha de ser llamado por la Industria o la misma Administración Pública, porque la Facultad no puede ofrecerles otra carrera que la resultante de la acumulación de cátedras o empleos que poco a poco lo alejan por imperio de la necesidad, de las tareas de laboratorio.

Con el tiempo, las cátedras deberían disponer de personal rentado que se dedique solamente a tareas de investigación. Este podría ser estable, remunerado por la Facultad o circunstancial, pagado por instituciones oficiales y privadas que acuerdan becas a las cuales los egresados podrían presentarse indicando la Facultad como lugar de trabajo. Los primeros corresponderían a los cargos de « investigadores », cuya necesidad de crear se ha formulado a veces en la Facultad, sin especificar claramente que deben depender de Profesores determinados que hayan demostrado capacidad para dirigir y encauzar trabajos de la índole cuyo mayor desarrollo se desea.

Pero la tentativa de formación de un personal dedicado a la investigación desde el Profesor al ayudante, será dinero malgastado si no disponen de laboratorios donde trabajar. Pasteur ha hecho la defensa de esta necesidad en una frase muchas veces citada: « Fuera de sus laboratorios, el físico y el químico son soldados sin armas ».

En el fondo, *laboratarios* y *personal* están ligados en forma recíproca y no pueden considerarse aisladamente. De nada ha de servir disponer de laboratorios si no hay posibilidad de formar y remunerar un personal estable que trabaje en ellos.

La situación pobre de la Facultad en el sentido que se expone, surge claramente cuando se considera que buena parte de las tesis

del Doctorado en Química presentadas en los últimos años han sido realizadas fuera de sus laboratorios, situación de la cual la Facultad no puede salir sino disminuída, pues se trata de una disposición estatutaria, cuyo cumplimiento no puede proporcionar la propia institución que la exige.

Si se analiza más de cerca el problema, se observará sin embargo que estas tesis han sido dirigidas, salvo raras excepciones, por personas vinculadas a la Facultad por sus tareas de enseñanza, lo que indica que existe capacidad en cuanto a la dirección de trabajos de investigación, pero que la Facultad no ha creado todavía una organización que permita se realicen en su propia casa.

3º) *Fondos especiales, bibliotecas, etc.* — Este aspecto es menos importante que los anteriores. Fondos para investigaciones no son difíciles de obtener. Hay instituciones oficiales y privadas que pueden proveerlos si se promete un trabajo serio. Es posible que con el tiempo se consigan hasta donaciones particulares. La misma Facultad podría incorporar una pequeña partida estable para este fin, o gestionar un subsidio especial con tal objeto, como han hecho otras Facultades y Escuelas.

El material bibliográfico importante existe en el país. No es completo y está diseminado, pero permite estudiar a fondo numerosos problemas. Hoy, es además poco costoso proveerse de la información que pueda faltar. No creemos que la falta de bibliografía pueda invocarse como pretexto que no pueden realizarse trabajos de investigación.

Posibilidades actuales. — Sin una acción firme y decidida, las posibilidades de un mayor desarrollo de las investigaciones en la Escuela de Química no parecen muy brillantes. A nuestro juicio convendría adoptar una política planeada que tuviera un doble fin: en primer lugar facilitar una mayor dedicación, casi obligatoria podríamos decir, a esas tareas, al personal de aquellas cátedras que afortunadamente disponen de espacio para la realización de las mismas, por el establecimiento de remuneraciones especiales. En segundo lugar tratar que las otras cátedras puedan disponer de laboratorios de investigación. En este sentido se daría preferencia a aquellas en las cuales su profesor o jefe de trabajos manifestara el deseo de dedicarse a la investigación en las condiciones de tiempo y remuneración que la Facultad determine, manteniéndose

así dentro de lo posible el principio de la simultánea creación de laboratorios y formación del personal.

Debe insistirse una vez más que si no se hace un plan orgánico iremos al caso personal, con todos los inconvenientes que tiene y con la casi seguridad de que no llegaremos a crear la tradición de la escuela de investigación que se desea formar.

Instituto de Química. — Una variante sería la creación de un Instituto de investigaciones químicas dependiente de la Universidad y vinculado parcialmente a la Facultad, que podría tener uno o más delegados en su consejo de administración.

Las necesidades de dinero para su establecimiento serían superiores que con el método de la formación de pequeños centros en cada cátedra, pero tendría la ventaja de que autorizada su creación por la Universidad con el apoyo del P. E. y Legislativo, se podría llegar a ponerlo en funcionamento en un término posiblemente más breve.

Sería necesario disponer de una partida inicial importante para su construcción y equipo, y luego de una renta anual para mantenimiento del mismo, no inferior a 150.000 pesos anuales.

Esta suma puede parecer grande, pero no es superior, sino por el contrario, muy a menudo inferior a la que perciben otros Institutos que dependen de la Universidad y de otras Facultades. No debe olvidarse que presupone mantener con ella un Instituto de Investigaciones Químicas, que no existe aún con el carácter general que habría que darle al que se propone.

Al iniciarse, el Instituto comprendería dos secciones que abarcarían las materias básicas de la enseñanza Química en la Facultad.

Una sección con orientación fisicoquímica incluída química inorgánica y analítica y otra con orientación a la química orgánica y biológica.

Cada una de las secciones poseería un jefe, cuatro asistentes de investigación y cinco ayudante de investigación, es decir un personal estable de diez personas, al cual se añadirían becados, ex alumnos que hagan tesis, etc. Uno de los jefes sería Director General del Instituto.

Como temas de investigación, cada una de éllas tomaría problemas teóricos básicos, de acuerdo a la posibilidad material de llevarlos a cabo por los recursos de que se disponga, y luego como una contribución práctica al progreso de la nación, se estudiarían problemas vinculados a nuestra riqueza nacional.

Sólo a título de ejemplo; la sección vinculada a la fisicoquímica, etc., podría estudiar problemas de ese aspecto que se presentan en la destilación y cracking de los petróleos; investigar la geoquímica argentina, establecer nuevos métodos analíticos vinculados a necesidades de nuestra economía, etc.

En cuanto a la otra sección, tiene una amplia tarea a desarrollar con sólo estudiar los productos naturales argentinos de naturaleza orgánica, su producción, constitución, etc. Existe una gran variedad de estas sustancias cuyo estudio está apenas esbozado.

En ambos casos la realización de las investigaciones mencionadas tendría un doble beneficio; el más importante provendría del resultado de las mismas y luego el conocimiento de métodos modernos que no se aplican en el país actualmente por falta de oportunidad, medio y aún comodidad para practicarlos. Citaré como ejemplo concreto los micrométodos de análisis elemental orgánico que no se llevan a cabo en ningún laboratorio argentino, dependiéndose del extranjero para la realización de los mismos.

El personal del Instituto no podría desempeñar otros cargos que alguno de enseñanza y si la Facultad los vincula a sus cátedras, habrá un constante intercambio entre los dos ambientes, y en el fondo la Facultad dispondrá de un centro de investigaciones químicas.

Lógicamente este plan de trabajo puede modificarse de numerosas maneras, pero la parte fundamental permanecerá siendo la misma, porque toca la raíz del problema, que es la neecesidad imperiosa que existe de intensificar la investigación científica en la Escuela de Química.

CURCULIONIDES NOUVEAUX DE L'ARGENTINE ET AUTRES RÉGIONS SUD-AMÉRICAINES

PAR A. HUSTACHE

NAUPACTINI

L'étude plus approfondie de quelques espèces antérieurement décrites mais ne pouvant trouver place dans le tableau de ce groupe donné par F. van Emden (1) m'oblige à la création de quelques genres nouveaux dont les caractères principaux sont indiqués dans le tableau suivant.

Tous ces genres ont le menton dépourvu de soies, les hanches antérieures contiguës, les antennes normales, le scape mince à la base, plus ou moins claviforme au sommet.

1. Epimères métathoraciques visibles, découverts à l'extrémité du métasternum. Fémurs antérieurs non ou peu plus renflés que les autres. 2
   Ces mêmes épimères invisibles. Epimères et épisternes du mésosternum convergents en un même point dans l'angle huméral de l'élytre. Elytres non tuberculés au sommet de la déclivité postérieure. Tibias antérieurs au moins denticulés en dedans (*Floresianellus* excepté). 6

2. Elytres avec 10 stries ponctuées les épaules dentées. Prothorax tuberculé sur le milieu des côtés. Massue antennaire plus du double aussi longue que large. Rostre sans carènes latérales ni impression antéoculaire. Tête impressionnée derrière les yeux. Corbeilles tarsales postérieures ouvertes; tous les tibias denticulés en dédans. **Myociphus** (2) n. gen.

(1) F. VAN EMDEN, *Stett. Entom. Zeit.* 97, 1938, p. 78-86.

(2) Genotype: *M. laticeps*, n. sp. Oblong, noir, luisant, orné de bandes squamuleuses jaunes, dont deux larges sur le prothorax, trois sur chaque élytre sur les intérstries 3e, 5e, 7e, 8e, 9e, n'atteignant pas le sommet. Tête, les yeux compris, plus large que le bord antérieur du prothorax. Massue antennaire étroite, subfusiforme. Prothorax transversal, assez densément et finement pronctué, luisant. Ecusson squamulé nacré. Elytres avec leur plus grande largeur un peu avant le milieu, la dent humérale forte obtuse a son sommet, assez fortement striés ponctués, les interstries luisants.

Long. 9-13 mm. Guyane Française.

Corbeilles tarsales postérieures caverneuses. Prothorax non tuberculé sur les côtés. Massue antennaire ovale. 3

3. Tous les tibias denticulés. Epaules avec une forte dent. 4
Tibias postérieurs non denticulés. 5

4. Base du prothorax et des élytres faiblement bisinués. Tête sans impression derrière les yeux. Prothorax subcylindrique.
Elytres non comprimés sur les côtés, squamulés mais sans soies dressées (*Naupactosis Lizeri* Hust. 1926, type) **Cyphodellus** n. gen.

Bases du prothorax et des élytres fortement bisinuée. Tête impressionnée derrière les yeux. Prothorax dilaté, subanguleux sur les côtés. Elytres latéralement comprimés jusqu'au 7e interstrie, ce dernier costiforme. Dessus squamulé et hérissé de soies **Mendozella** n. gen.

5. Rostre caréné sur les côtés, avec une impression antéoculaire. Elytres non ou peu comprimés sur les côtés. Prothorax non ou faiblement bisinué à la base. Corbeilles tarsales postérieures obliques. Insecte terne. **Priocyphus** n. gen.

Rostre sans impression antéoculaire. Base du prothorax fortement bisinuée. Insectes ordinairement à coloration vive. *Erycideus* Pasc. et *Neoericydeus* Hust.

6. Pattes antérieures peu plus longues que les autres. Base du prothorax tronquée celle des élytres légèrement échancrée en arc. Tête avec une impression postoculaire. Antennes courtes le 1er article plus long que le 2e, la massue ovale, ou oblongue. Ecusson lisse. Petits insectes.
Tibias antérieurs denticulés en dedans.
Ecusson très petit. **Floresianus** n. gen.

Tibias non denticulés en dedans. Ecusson grand. Epaules moins accusées. s. gen. **Floresianellus.**

Floresianus n. gen.

Rostre oblique, continuant l'inclinaison du front, moins long que large, légèrement conique, les côtés verticaux, en dessus plan, à son sommet brièvement déprimé, l'échancrure apicale médiocre, les scrobes étroitement visibles de haut. Scrobes latéraux, profonds, flexueux, en arrière rapprochés du bord inférieur de l'oeil, en avant atteignant l'extrémité. Antennes submédianes, courtes, le scape dépassant le bord postérieur de l'oeil, le funicule court, le 1er. article plus du double aussi long que large, plus long que le 2e, le 3e et les suivants courts. Prothorax tronqué à ses extrémités. Elytres oblongs, à la base pas plus larges que le prothorax, les épaules obliques, obliquement déclives au sommet, pourvus de 10 stries, la 10e. réunie à la 9e. en avant.

Pattes courtes, densément squamulées. Fémurs inermes. Tibias droits, épais, leur mucron apical très petit, plus fort aux antérieurs, les tibias antérieurs bisinués en dedans, les corbeilles tarsales postérieures courtes, caverneuses et squamulées. Hanches antérieures contiguës et insérées un peu plus près du bord antérieur que du bord postérieur du prosternum. Segment ventral 2e. peu moins long que le 1er., aussi long que les 3e. et 4e. ensemble, la 1ère suture arquée dans le milieu.

Le génotype est:

Floresianus sordidus n. sp. (Fig. 3).

Oblong, brun noir, les antennes ferrugineuses, revêtu d'une couche de squamules imbriquées d'un brun terreux, grisâtres par places, orné d'un dessin squamuleux noir, comprenant: sur le prothorax deux bandes, sur les elytres des taches allongées sur les interstries 3-5-7; les soies grossières et très courtes sur le prothorax, sur les elytres longues, claviformes, jaunâtres et noires, implantées sur les interstries impairs.

Rostre avec son sillon médian prolongé jusque sur le vertex,sa dépression apicale pourvue de petites squamules métalliques, brillantes. Front avec les yeux un peu plus large que le bord antérieur du prothorax, les yeux fortement saillants. Massue antennaire rembrunie.

Prothorax transversal, la base un peu plus large que le bord antérieur, les côtés peu arqués, en avant largement impressionné transversalement, plus fortement sur les côtés, le sommet un peu relevé; modérément convexe, irregulièrement ponctué, la sculpture voilée par le revêtement. Ecusson très petit mais lisse.

Elytres un peu plus larges que le prothorax, de moitié plus longs que larges, s'élargissant faiblement jusqu'au milieu, en arrière fortement retrécis, obtusément acuminés ensemble au sommet; sculpture peu visible, les points des stries peu serrés, en partie squamulés, les interstries pairs plans, les impairs convexes particulièrement sous les taches noires.

Pattes densément squamulées, brièvement sétulosées, les tarses bruns, le 4e. article ferrugineux avec ses ongles foncés.

Long 5,57- mm.

Buenos Aires, Flores, 18-III-1914, types, ma collection (J. M. Bosq, n° 7); prov. de Buenos Aires, III, 1907 (C. Bruch, n° 42); Luján (H. Eufrasio).

Uruguay: Montevideo, 15-V-1933 (J. Tremoleras).

Très souvent l'insecte est revètu d'une croûte terreuse qui en voile complétement les téguments et par suite la sculpture.

s. gen. **Floresianellus** n.

Tibias antérieurs non denticulés. Ecusson grand, triangulair et lisse.

Flor. convexifrons n. sp.

Brun-noir, les antennes et les pattes rousses, le revêtement dorsal très dense, d'un brun fauve, le prothorax avec deux bandes, les élytres avec des taches plus claires, les soies des élytres blanches et noires, acuminées, implantées sur tous les interstries, peu nombreuses, très courtes, à peine soulevées sur la partie dorsale en avant, en arrière et sur les côtés nombreuses, dresées, plus longues.

Rostre à dos convexe, sans sillon médian, son impression apicale grande, avec des squamules métalliques. Front convexe, non sillonné, le vertex avec un court sillon médian. Yeux modérément convexes. Funicule antennaire avec ses deux premiers articles allongés, mais le 1er. de moitié plus long que le 2e., le 3e. plus long que large, la massue oblongue, un peu plus longue que les quatre articles précédents réunis.

Prothorax notablement moins large en avant qu'à la base, régulièrement convexe, en avant sans impression et le bord antérieur non relevé; ses squamules ovales, serrées mais non imbriquées, ses soies nulles sur le disque, excessivement courtes et peu visibles sur les côtés. Ecusson grand, triangulaire, glabre.

Elytres avec les épaules accusées, brièvement arrondies à leur sommet; convexes, les stries très fines, les interstries pairs plans, les impairs peu convexes, le 3e avec quelques taches allongées, noirâtres.

Pattes pubescentes et sétulosées, leurs squamules petites et éparses sur les tibias, piliformes sur les fémurs. Tibias antérieurs en dedans assez longuement ciliés mais avec leurs denticules extrêmement petits, réduits à quelques granules épineux.

Long. 5,5 mm.

Gobernación de la Pampa, General Pico, IV-1934, collection (J. M. Bosq, nº 22).

Cette espèce à première vue, ressemble singulièrement à la précédente; elle en diffère cependant abondamment par les caractères indiqués ci-dessus.

Fl. marginatus n. sp.

Brun noir, les antennes et les tarses (les ongles foncés excepté) ferruginen, le revêtement dorsal brun, composé de squamules lancéolées, orné d'un dessin cendré-jaune, comprenant: sur le prothorax quatre bandes longitudinales, sur les épaules une large bande latérale; pourvu en outre de soies de la couleur du fond, sur la tête et le rostre nombreuses, dressées, assez longues, sur les côtés du prothorax moins longues et éparses, sur les élytres mi-dressées, abondantes sur les côtés, la moitié postérieure, et sur la suture presque jusque sur la base, sur les tibias longues et nombreuses.

Rostre transversal, légèrement conique,en dessus plan ,son fin sillon médian prolongé jusque sur le vertex. Tête avec les yeux plus large que le bord antérieur du prothorax, les yeux fortement convexes, contre leur bord supérieur pourvus en arrière d'une touffe de soies blanches. Antennes avec le scape atteignant le bord postérieur de l'œil, le 3e. article du funicule ovale et pas plus long que large, les suivants globuleux ou transversaux et peu à peu assez fortement épaissis, la massue ovale oblongue.

Prothorax à peine plus large que long, très peu plus large à la base qu'au bord antérieur, assez fortement arqué sur les côtés, les angles antérieurs avec un court sillon transversal et d'assez longues soies, les angles postérieurs obtus; régulièrement convexe, la ponctuation fine, assez serrée, la ligne médiane dénudée. Ecusson triangulaire, grand et lisse.

Elytres avec les épaules obtusément arrondies, régulièrement convexes, les stries ponctuées très fines, peu visibles, les interstries plans.

Fémurs et tibias d'un brun ferrugineux; tibias antérieurs en dedans indistinctement granulés-râpeux.

Long. 5,2 mm.

Montevideo, Peñarol, 24-IX-1931 (J. Tremoleras). Cerro (G. Fernández).

Isla Martín García, I-1938 (M. J. Viana).

Mendozella n. gen.

Rostre ni caréné latéralement ni impressionné devant les yeux. Antennes courtes, le scape dépassant peu l'oeil, la massue courte, ovale acuminée. Elytres avec les 9e. et 10e. stries se rapprochant fortement vers le tiers antérieur. Pattes subégales, les fémurs anrieurs peu plus épais que les autres. Corbeilles tarsales postérieures

caverneuses et ascendantes. Tarses assez grêles, le 2e. article aussi long que large, triangulaire. Mésosternum avec deux plaques luisantes, sa saillie intercoxale, large, le tiers environ du diamètre de la hanche, ses épimères et épisternes confluents au même point sous l'angle élytral.

Le génotype est:

M. curvispinis Hust., Ann. Mus. Nac. Hist. Nat. Buenos Aires, XXXIV, 1926, p. 161 (*Tricocyphus*).

Mendoza, Paramillo (J. M. Bosq).

Priocyphus n. gen.

Rostre caréné latéralement, impressionné devant l'œil. Tête avec une légère impression, ou une tache dénudée derrière les yeux. Antennes courtes, le scape depassant peu l'œil; la massue ovale, courte. Elytres avec les 9e et 10e. stries se rapprochant vers le tiers antérieur. Pattes peu inégales, les tibias postérieurs non denticulés, leurs corbeilles caverneuses et obliques; tarses assez élancés, le 2e. article des postérieurs au moins aussi long que large. Mesosternum avec ses épimères et épisternes confluents au même point, ses plaques dénudées nulles ou peu apparentes; 2e. segment ventral seulement aussi long que les 3e. et 4e. ensemble.

Insectes squamulés et parfois hérissés de soies.

Genotype: *P. Bosqi* n. sp.

Trois espèces peuvent être rattachées à ce genre:

1. Revêtement dorsal dense, gris ou cendré, composé de squamules serrées, entremêlées de soies très courtes et couchées. 2
   Dessus squamulé et avec d'assez longues soies dressées *hirsutus* n. sp.

2. Angle huméral des élytres surmonté d'un fort tubercule dentiforme dirigé en avant. *humeridens* Hust.
   Angle huméral des élytres non denté. *Bosqi* n. sp.

P. Bosqi n. sp. (Fig. 2).

Ovale-oblong, noir, très densément revêtu en dessus de squamules cendrées, rondes, les soies des élytres microscopiques, et rares sur le disque, plus longues quoique courtes sur le bord apical, les élytres avec une petite tache dénudée, noirâtre, sur le 3e. interstrie au sommet de la déclivité postérieure.

Rostre un peu plus long que large, légèrement impressionné contre les carènes latérales, ces dernières fortes, noires, parallèles; son sillon médian profond atteignant le vertex; ainsi que la tête densément squamulé et pourvu de courtes soies. Yeux modérément convexes, suivis d'une légère impression dénudée, noire.

Antennes pubescentes et brièvement ciliées, cendrées, les deux premiers articles du funicule allongés, le 2e. de moitié plus long que le 1er., les 6e, 7e. peu plus longs que larges.

Prothorax trapézoidal, transversal, la base subtronquée, fortement rebordée, un peu plus large que le bord antérieur, les côtés légèrement dilatés en avant du milieu et sinués en dedans aux extrémités et les angles postérieurs aigus (♀) ou moins sinués sur les côtés (♂); convexe, avec trois sillons, le médian large et profond, entier, les latéraux atteignant le milieu; tout le disque couvert de fortes rugosités squamulées, obliterant plus ou moins les sillons latéraux. Ecusson petit, triangulaire, squamulé.

Elytres modérément échancrés en arc à leur base, l'angle huméral obtus mais élevé, suivi d'une dépression (plus forte chez la ♀); s'élargissant peu et les côtés peu arqués jusqu'au milieu, en arrière assez fortement rétrécis; convexes, profondément ponctués-stries, les interstries larges et fortement convexes.

Pattes densément squamulées, brièvement pubescentes; tibias intermédiaires non denticulés en dedans, les antérieurs finement; soies des corbeilles tarsales jaunes.

♂ Plus étroit, le sculpture dorsale plus forte.

Long. 8-11 mm.

Gobernación de la Pampa, General Pico, IV-1934 (J. M. Bosq).

P. hirsutus n. sp.

Ovale-oblong, noir, en dessus revêtu de squamules blanches et cendrées peu serrées, ne cachant pas entièrement les téguments, très serrées sur la tête et le rostre, le milieu du prothorax; sur les élytres très serrées sur le bord marginal (excepté en avant), sur la base du 3e. interstrie et latéralement où elles forment 3-4 petites taches; soies dorsales en majeure partie noires, très nombreuses.

Rostre à peine plus long que large, longitudinalement déprimé ses carènes squamulées, Yeux fortement convexes, suivis d'une légère impression densement squamulée. Antennes brunâtres, les deux premiers articles du funicule peu allongés, le 2e. à peine plus long que le premier.

Prothorax peu plus large que long, subcylindrique, les côtés en avant du milieu légèrement dilatés, en avant obliques, en arrière parallèles et les angles postérieurs droits, la base légèrement bisinuée, étroitement rebordée, un peu plus large que le bord antérieur; convex, couvert de fortes rugosités obliterant les sillons latéraux, le sillon médian large, profond, glabre; les soies nombreuses et mi-dressées. Ecusson petit, triangulaire, pubescent.

Elytres avec leur base fortement bisinuée, le calus huméral grand, obtus et élevé; convexes, les points des séries en avant gros, profonds, pourvus au fond d'un court poil blanc, ceux des stries 3-8 encore plus gros et plus serrés, séparant des interstries en partie désquamulés, les 7e. et 8e. costiformes dans cette région, les points des séries devenant en arrière moins gros; interstries pairs peu convexes, les impairs fortement convexes.

Pattes d'un brun rouge, densément squamulées, pubescentes; tibias antérieurs et intermédiaires denticulés en dedans et onguiculés; corbeilles tarsales intermédiaires et postérieures ascendantes, leurs soies fauves, les postérieures seules caverneuses; tarses roux, les ongles noirâtres. Bessons densément squamulé, avec de nombreux petits points dénudés et sétigères, les soies courtes, flaves.

Long. 11 mm.

Mendoza, Carrizal, 25-I-1907, ma collection (J. M. Bosq.?)

P. humeridens Hust., Ann. Mus. Nac. Hist. Nat. Buenos Aires, XXXIV, 1926, p. 162, pl. 1, fig. 5 (*Trichocyphus*).

Tucumán: Bañado (V. Weiser).

Trichonaupactus n. gen.

Revêtement composé d'une double pubescence; l'une dense couchée, l'autre longue dressée, hérissée même sur le prothorax, la tête et le rostre. Forme ovale, trapue. Sillon rostral profond, un peu élargi vers son milieu. Yeux assez fortement convexes. Antennes assez robustes, courtes avec une pubescence couchée et des cils longs, plus ou moins hérissés, le 2e. article du funicule de moitié plus long que le 1er., les suivants plus longs que larges, la massue oblongue, fortement acuminée, plus du double aussi longue que large. Prothorax presque deux fois aussi large que long, avec un sillon médian, vers le milieu carinulé, bordé de chaque côté d'une pubescence plus dense et plus claire. Ecusson grand, tomenteux, blanc.

Elytres ovales, courts, la base légèrement bisinuée, très étroitement rebordée. Pattes courtes, robustes, les fémurs antérieurs modérément renflés, les corbeilles tarsales ouvertes, courtes, les tarses courts, le 2e. article des postérieurs triangulaire et au plus aussi long que large.

Les espèces de ce groupe ressemblent plus à un *Priocyphus* qu'aux *Naupactus*; l'absence de squamules mais une pubescence double et dense leur donne un fasciès qui tranche sur celui des *Naupactus*, auprès desquels ce genre doit être placé.

Deux espèces, la première génotype, pouvant se distinguer ainsi:

Epaules en angle obtus, arrondies. Elytres fortement ponctués-striés les interstries convexes. Prothorax modérément arrondi sur les côtés. Revêtement dorsal brun et cendré, les interstries avec des petits taches noirâtres, les soies longues et foncées (type) ou le revêtement entièrement blanc ainsi que les soies (var. *albescens* n. var.).
♂ Forme moins large, les épaules plus obliques.
Long. 10-12 mm. *densius* n. sp.

Epaules très obliquement arrondies, à peine distinctes. Elytres finement ponctués-striés, leurs points peu visibles, les interstries subplans.
Revêtement grisâtre, varié de nombreuses petites taches d'un fauve clair.
Long. 13,9 mm. *rexus* n. sp.

densius n. sp. (Fig. 4).

Ovale oblong, noir, mat, la pubescence très dense, en dessus brune, variée de cendré, en dessous grisâtre, sur l'écusson et les côtés du sillon prothoracique dense et blanche, les interstries avec des petites taches foncées, noirâtres.

♀ Rostre aussi long que large, subplan ou légèrement et obliquement impressionné de chaque côté du milieu, le sillon médian profond, en arrière étroit et prolongé jusqu'au vertex; carénes latérales obtuses; entièrement recouvert, même sur l'impression apicale, ainsi que sur la tête d'une dense pubescence et de soies hérissées. Yeux assez fortement convexes, en dessus et en dessous, bordés d'une dense pubescence, blanche, en arrière suivi d'une tache dénudée. Antennes robustes, d'un brun-rougeâtre ou noirâtre, avec une pubescence couchée, cendrée, les cils longs, sur le dessous des articles plus nombreux, plus longs et plus hérissés; scape épaissi au sommet, ne dépassant pas ou très peu le bord postérieur de l'œil; 1er. article du funicule deux fois et demi aussi long qu'épais, le 2e. de moitié plus long que le 1er., les 6e. et 7e. moins de deux fois aussi longs que larges.

Prothorax au milieu plus de deux fois aussi large que long, en avant légèrement resserré et à peine moins large qu'à la base, les côtés modérement arqués, les angles postérieurs presque droits, la base très légèrement bisinuée et étroitement relevée, rebordée; convexe, la surface inégale, de chaque côté près des bords latéraux, vers leur milieu, avec deux impressions plus distinctes, la sculpture complètement cachée par la pubescence, la ligne médiane noire, sillonnée, bordée de pubescence blanche. Ecusson en triangle curviligne, assez grand, tomenteux, blanc.

Elytres en demi-ovale, un peu plus longs que larges, à la base légèrement échancrés en arc, les épaules distinctes, en angle obtus mais bien arrondies, en arrière de ces dernières s'élargissant peu jusqu'au milieu, en arrière fortement rétrécis et au sommet assez étroitement arrondis ensemble; modérément convexes, la déclivité postérieure forte; fortement ponctués striés et les interstries larges et convexes.

Pattes robustes pubescentes et hérissées; corbeilles tarsales ouvertes et courtes; 2e. article des tarses antérieurs triangulaire et moins long que large, celui des tarses postérieurs seulement aussi long que large. Dessous coriacé et pubescent, les plaques mésosternales luisantes.

♂. Forme plus étroite, les élytres peu plus larges que le prothorax, leurs épaules plus obliques. Rostre plus long que large, moins large. Yeux plus convexes. Antennes plus courtes. Milieu des deux premiers segments ventraux et du segment anal assez profondément impressionné.

Long. 10-12 mm.

Gobernación de la Pampa, General Pico, IV-1934 (J. M. Bosq).

var. **albescens** n. var.

Revêtement dorsal blanc, sans taches; toutes les soies blanches. Points des stries visibles, les interstries presque plans.

Même localité, une ♀, ma collection.

rexus n. sp. (♀).

Cette espèce, très voisine de la précédente, en diffère en outre des caractères indiqués au tableau par le prothorax plus court, par suite plus large, ses côtés presque rectilignes, les élytres ovoides, leur plus grand largeur avant le milieu, au sommet plus largement arrondis ensemble, les antennes plus épaisses.

Long. 13,5 mm.

Montevideo, une femelle, ma collection (J. Tremoleras).

CYLINDRORRINAE

Hyperodes Jekel, 1864

Aulametopiellus Brèthes, Physis, VIII, 1926, p. 419.

J'ai reçu récemment de mon excellent collègue J. M. Bosq un spécimen authentique de *Aulametopiellus dauci* Brèthes. Le genre *Aulametopiellus* est indubitablement synonyme de *Hyperodes* Jek. Ce dernier comprend de très nombreuses espèces en Argentine; le *H. dauci* Brèthes est très voisin de *H. vulgaris*, mais peut-être distinct, ce qu'il n'est pas possible de décider d'après un seul spécimen, peut-être pas très frais.

Hyperodes rufomarginatus n. sp.

Allongé, d'un rouge ferrugineux, luisant, les antennes (massue noire exceptée) et les pattes plus claires, la majeure partie du disque du prothorax et des élytres d'un noir brun; revêtu en dessus d'une très courte et très éparse pubescence jaune, couchée, peu visible, de soies assez longues (plus longues que la largeur d'un interstrie) mi-dressées, claires, les côtés des élytres avec une large bande, dilatée vers le sommet, de squamules grandes, rondes, serrées, translucides, recouvrant la partie rouge, cette bande peu apparente plus visible à contre jour.

Rostre large, épais, peu arqué, sétosulé, densément ruguleux, avec 3 carènes, la médiane vive, les latérales très fines. Front avec un point enfoncé. Antennes avec les deux premiers articles égaux, les suivants courts, la massue ovale, grosse et noire.

Prothorax aussi long que large, subcylindrique, les côtés peu arqués, en avant brièvement et faiblement rétréci; convexe, la ponctuation assez forte, serrée, en avant avec des traces d'une carinule médiane, la pubescence plus serrée sur la ligne médiane et les côtés. Ecusson arrondi, avec quelques petites squamules.

Elytres de moitié plus longs que larges, parallèles jusqu'au milieu, assez largement arrondis au sommet; peu convexes sur le disque, profondément ponctués-triés, les deux premières stries approfondies, les interstries étroits, éparsément pointillés, le calus postérieur obso lète.

Tibias antérieurs robustes, en dedans bisinués, ciliés.

Long, 3,5 mm.

Isla Martín García, 19-I-1938 (M. J. Viana).

Hyperodes castaneus n. sp.

Allongé, d'un marron clair, revêtu en dessus d'une pubescence cendrée couchée, peu dense, peu apparente, formée sur les élytres de très courts poils squamuleux, sur le prothorax les poils un peu plus longs.

Rostre médiocrement épais, peu arqué, en arrière subcylindrique, latéralement légèrement comprimé, ruguleux, sur le milieu avec une fine carène, sa dilatation apicale pas plus longue que large. Front étroit, moins large que le rostre, avec une profonde fovéole. Yeux assex convexes, gros. Deux premiers articles du funicule antennaire égaux.

Prothorax à peine aussi long que large, sa plus grande largeur vers le tiers antérieur, de ce point les côtés sinués en dedans en avant, en arrière convergents et rectilignes, la base faiblement bisinuée, un peu plus large que le bord antérieur; convexe, transversalement impressionné en avant et le bord antérieur relevé; ruguleux, les points assez grands mais peu profonds, entremêlés de points très petits. Ecusson allongé, lisse.

Elytres deux fois aussi longs que larges, parallèles jusqu'au tiers postérieur; disque peu convexe, le sommet de la déclivité postérieure avec le calus accusé et les interstries 2e et 3e relevés en courtes côtes; peu fortement ponctués sériés, les points serrés et pourvus au fond d'un court poil, les interstries convexes, éparsément pointillés, les 3e., 5e., 7e. sur toute leur longueur et le 2e. derrière la base jusqu'à l'impression transversale plus fortement relevés.

Fémurs épaissis et subdentés en dessous. Tibias antérieurs en dedans fortement bisinués et élargis en avant.

Long. 5 mm.

Tigre, 1938 (M. J. Viana).

Pseudhyperodes n. gen. *Cyllindrorrhinae*

Rostre indistinctement élargi en avant, ses scrobes latéraux droits, profonds, dirigés contre le milieu des yeux et les atteignant, en avant à peines visibles de haut, mais visibles de profil sur toute leur longueur. Les autres caractères comme chez *Hyperodes.*

Pseudhyperodes elongatus n. sp. (Fig. 1).

Allongé, étroit, d'un brun foncé, les antennes, les tibias et les tarses d'un ferrugineux clair; mat, revêtu de petites squamules grisâtres et serrées.

Rostre aussi long que le prothorax, droit, subcylindrique, luisant éparsément pointillé, en arrière à pointillé plus serré et au-dessus du scrobe avec un léger sillon latéral, pointillé. Front à peine aussi large que le rostre, avec une grosse et profonde fovéole médiane. Yeux peu convexes. Antennes insérées en avant du milieu du rostre, les deux premiers articles du funicule égaux, les suivants arrondis, courts, la massue ovale-oblongue.

Prothorax à peine aussi long que large, subcylindrique, les côtés très légèrement arqués, en avant largement mais faiblement rétréci, resserré et peu moins large que la base, la base subtronquée, les angles postérieurs obtusément et obliquement arrondis; convexe, le long de la ligne médiane relevé, et de chaque côté, avec deux impressions, la pontuation fine, éparse, plus serrée sur les côtés. Ecusson semi-ovalaire, ruguleux.

Elytres peu plus larges que le prothorax, trois fois aussi longs que larges, les épaules très obliques, les côtés parallèles jusqu'au quart postérieur, au sommet étroitement arrondis ensemble; subplans sur le disque, le calus postérieur fort et suivi d'une profonde impression; obliquement relevés derrière la base; profondément striés ponctués, les interstries plus larges que les stries, convexes.

Tibias antérieurs en dedans modérément bisinués et près du sommet interne subéchancrés.

Long 5-5,5 mm.

Isla Martín García, -I1938 (M. J. Viana).

ERIRRHINAE

Lixodes obtusus n. sp.

Espèce voisine de *L. fimbriatus* Pasc., dont elle diffère à première vue par le élytres à leur sommet non acuminés, mais obtusément et séparément arrondis, la forme générale un peu plus large et par suite moins allongée; le rostre est un peu plus long et un peu plus courbé, les antennes moins antérieures, le prothorax de même forme a cinq bandes noires, dénudées, plus fortement ponctuées et granulées, les granules écrasés, les bandes latérales mal limitées, formées de deux séries irrégulières de granules séparés par des intervalles squamulés; sur les elytres le 2e. interstrie (intervalle entre la suture et la 1ère. côte) beaucoup plus large que le 4e. interstrie; enfin les tibias antérieurs sont droits et non arqués comme chez l'autre espèce.

Long. 10 mm.

Tigre (M. J. Viana).



1



2



3



4

Fig. 1. — *Pseudhyperodes elongatus* Hust. (10 ×); 2. — *Priocyphus Bosqi* Hust. (5 ×); 3. — *Floresianus sordidus* Hust. (9 ×); 4. — *Trichonaupactus densius* Hust. (4,5 ×). (Photog. C. Bruch).

M. M. J. Viana m'a communiqué aussi le *fimbriatus* que j'ai en collection du Brésil, de Montevideo et de Buenos Aires.

Monius minutus n. sp.

Cette espèce est extrèmement voisine de *M. brunneus* m. dont elle diffère principalement par sa petite taille de 1,5 mm. environ; le prothorax est un peu plus large, sa ponctuation moins fine et plus serrée; les élytres ont le calus huméral plus brièvement arrondi, plus petit mais plus élevé, les interstries densément pointillés, non ou peu plus larges que les profondes et fortement ponctuées stries, ils sont moins convexes, de largeur régulière, vers le milieu non élargis.

Des 20 spécimens étudiés, provenant sont de Isla Martín García (M. J. Viana), 5 seulement sont roux et squamulés comme le *brunneus*, les 15 autres sont noirs, dépourvus de presque toutes les squamules dorsales, n' ayant conservé que celles du dessous; les antennes, les pattes, en particulier les tarses restent rouges au moins en partie, caractère spécifique que n'a pas le *M. rufinasus* Gyll. de l'Amérique du Nord et qui depuis 50 ans envahit de plus en plus les eaux françaises. Le *rufinasus* a d'ailleurs une taille intermédiaire entre celles des deux autres formes et sa squamulation différente; on sait qu'il vit immergé à la face inférieure des *Azolla.* Il serait intéressant de savoir si les *brunneus* et *minutus* ont un victus analogue.

Smicronyx argentinensis n. sp.

D'un roux pâle, le prothorax un peu plus foncé, la suture des élytres rembrunie, les tarses noirâtres. Revêtement dorsal blanc, composé de petites squamules soit linéaires, soit lancéolées, mélangées, sur les élytres peu serrées, par places un peu plus serrées et formant quelques vagues taches.

Rostre à peine plus long que le prothorax, peu arqué, assez épais, à la base squamulé, entre l'insertion des antennes plurisillonné, en avant luisant.

Prothorax oblong, aussi long que large, en avant assez largement resserré, en arrière largement arrondi sur les côtés; convexe, la ponctuation très fine, très serrée, ruguleuse, la pubescence serrée sur la ligne médiane et les côtés.

Elytres du double environ aussi longs que larges, parallèles jusqu'au milieu, modérément rétrécis en arrière; convexes, les stries fines, ponctuées, vers la base élargies, creusées, leurs points serrés, les

interstries peu convexes, très finement pointillés. Ongles connés et égaux.

Long 1,9-2,1 mm.

Isla Martín García, types, I-1938 (M. J. Viana).

Provincia de Buenos Aires (C. Bruch).

Cette espèce est de taille moindre, de coloration beaucoup plus pâle et la ponctuation du prothorax beaucoup plus fine que chez le *S. chiliensis* m.

On sait que le plus grand nombre des espèces européennes vivent sur les Cuscutes, plantes parasites de nombreuses Légumineuses, Trèfles, etc.; il serait interéssant de connaître le victus de celle-ci.

ANTHONOMINAE

Anthonomus (Leptarthrus) sulcicollis n. sp. (*Bruchi* m. *in litt.*).

Ovale, d'un brun ferrugineux, la pubescence dorsale fine, dense, sur le prothorax d'un gris jaunâtre et avec une tache basale large et courte, brune, n'atteignant pas les côtés, sur les élytres grisâtre mélangée de brunâtre, brune sur la base des 2e. et 3e. interstries.

♂ Rostre moitié de la longueur des élytres, jusqu'à l'insertion antennaire droit, densément strié ponctué et pubescent, en avant légèrement arqué, densément ponctué, glabre, d'un ferrugineux plus clair. Front un peu plus large que la moitié du rostre à sa base, impressionné, pubescent, fovéolé en arrière. Yeux gros, assez fortement convexes. Antennes ferrugineuses, insérées presque au tiers antérieur du rostre, le 1er. article plus long que les trois articles suivants ensemble, le 4e. article arrondi, le 5e. subconique et pas plus longs que larges, la massue étroite, lâchement articulée et plus longue que les 5 articles précédents ensemble.

Prothorax transversal, en avant largement et fortement resserré, les côtés arrondis en arrière, la base fortement bisinuée; fortement et irrégulièrement convexe, vers le milieu brusquement déclive en avant, le sommet de la déclivité en arête obtuse, dentelée, quadrituberculée (voir de face), derrière cette arête avec un profond sillon transversal; avec un sillon médian longitudinal et séparant 4 petits tubercules disposés en carré, dont deux sur l'arête antérieure, deux plus gros en arrière (voir de haut). Ecusson grand, convexe, subtrapézoidal et pubescent.

Elytres de un quart plus longs que larges, parallèles jusqu'au milieu, largement arrondis au sommet, les épaules brièvement arron-

dies et fortement relevées; fortement convexes, la région basale brune déclive en avant, avec une impression transversale vers le tiers antérieur, les interstries convexes, les impairs plus relevés, particulièrement vers la base oú ils sont costiformes.

Fémurs antérieurs épaissis, armés d'une forte dent triangulaire et d'une deuxième externe très petite, les autres fémurs unidentés.

Tibias antérieurs arqués, modérément bisinués en dedans.

♀ Rostre à peine plus long, un peu moins épais, en avant lisse, luisant, éparsément pointillé.

Long. 3-4,3 mm.

Buenos Aires (C. Bruch, nº 21); íd. (J. M. Bosq, nº 112).

Anthonomus Bruchi n. sp.

Oblong, le revêtement dorsal très dense d'un ocre pâle, orné d'un dessin d'un brun marron, velouté comprenant sur les élytres en arrière une bande suturale (suture et 2e. interstrie), s'élargissant en devenant cordiforme en avant (limitée par les 4es. interstries), se prolongeant sur le prothorax, en se rétrécissant, presque jusqu'au sommet; le revêtement ocré est formé sur le prothorax de squamules oblongues et imbriquées, sur les élytres de poils squamuleux fins, transversalement dirigés vers le sommet des côtes élytrales, sur les pattes de poils plus longs et moins serrés.

Rostre amplement de moitié plus long que la tête et le prothorax ensemble, modérément arqué, d'un rouge jaune, luisant, en arrière finement strié cannelé. Front peu moins large que le rostre, pubescent. Yeux grands, modérément convexes. Antennes déliées, jaunes, insérées un peu en avant du milieu, le 1er. article du funicule aussi long que les trois suivants réunis, les trois derniers croissant un peu en épaisseur, arrondis et aussi longs que larges, la massue ovale acuminée et aussi longue que les 4 articles précédents ensemble.

Prothorax subtrapézoidal, transversal, les côtés de la base au milieu très peu arqués et très faiblement convergents, les angles postérieurs droits; brièvement arqués, en avant largement resserré, rétréci et le bord antérieur moitié de la base, la base faiblement sinuée. Ecusson étroit, plus du double aussi long que large, foncé.

Elytres larges, de un quart environ plus longs que larges, subparallèles jusqu'au quart postérieur, les épaules brièvement arrondies, relevées et débordant légèrement les côtés; convexes, les stries fines, leurs points petits, peu serrés, les interstries relevés en fines côtes, ceux qui limitent le dessin brun plus épais et plus relevés

le long du dessin, la 2e. en arrière brusquement terminé par un petit tubercule.

Pattes rousses, élancées. Fémurs antérieurs épaissis, armés d'une forte dent triangulaire, les autres fémurs avec un denticule aigu. Tibias antérieurs assez fortement arqués à la base, en avant modérément dilatés en dedans et leurs deux bords subparallèles. Ongles bruns et bifides.

Long. 4 mm.

Argentine, prov. Buenos Aires, 5-IV-1929 (C. Bruch), nº 120, 121, 3 spécimens (probablement ♀♀).

C'est, parmi les *Anthonomus*, l'une des plus belles espèces.

Anthonomus paraguayanus n. sp. (♀).

Oblong, d'un rouge brique, la suture élytrale noirâtre, la pubescence dorsale blanche, très fine, peu visible, sur l'écusson tomenteuse et blanche, sur le dessous longue, blanche mais non serrée. Rostre, pattes et antennes plus clairs, d'un rouge jaune.

Rostre grêle, à peine aussi long que la tête et le prothorax, assez fortement arqué, en arrière finement ponctué mais obsolètement sillonné, en avant lisse et luisant. Front peu plus large que la moitié du rostre, sillonné au milieu, en arrière avec une petite fovéole. Tête mate, coriacée, les yeux fortement convexes. Antennes insérées vers le tiers antérieur, courtes, le 1er. article aussi long que les trois suivants ensemble, le 4e. pas plus long que large, les suivants un peu plus longs, très peu épaissis, la massue oblongue, ses articles peu serrés.

Prothorax transversal, en avant brusquement rétréci et brièvement tubuleux, sa plus grande largeur en arrière du milieu, les côtés peu arqués de la base au rétrécissement antérieur, les angles postérieurs obtus, la base de moitié plus large que le bord antérieur; convexe, transversalement impressionné en avant, la ponctuation fine, serrée et ruguleuse, la ligne médiane légèrement enfoncée en arrière et avec la pubescence plus serrée. Ecusson ovale.

Elytres à peine de moitié plus longs que larges, subparallèles jusqu'au delà du milieu, peu largement arrondis au sommet, la base distinctement rebordée de chaque côté, les épaules brièvement arrondies et non relevées; convexes, avec une légère impression transversale vers le quart antérieur; largement et profondément striés ponctués, les points serrés, les interstries un peu plus larges que les sillons, fortement convexes, coriacés, obsolétement pointillés.

Fémurs antérieurs peu épaissis, armés d'une petite dent triangulaire et aiguë; les autres fémurs avec une très petite dent. Tibias antérieurs assez fortement bisinués en dedans.

Long. 2,4-2,5 mm.

Paraguay, Ht. Paraná, Hohenau, 4 spécimens (H. Jacob), n° 156.

Anthonomus sisymbrii n. sp.

Ovale noir, submat, la base des antennes ferrugineuse, la pubescence cendrée fine et éparse, sur le milieu du prothorax plus serrée et formant une ligne, sur l'écusson dense et blanchâtre, sur les épisternes métathoraciques et les épimères très dense et formant une ligne blanche.

♀ Rostre moitié plus long que la tête et le prothorax, moyennement courbé, en arrière mat, avec un sillon antéoculaire long et profond, en dessus avec trois fines carènes, la médiane plus forte, séparées par deux faibles sillons ponctués, en avant un peu luisant, la ponctuation allongée, fine, espacée. Tête mate, éparsément ponctuée, le front moins large que le rostre, avec un court sillon médian, les yeux peu convexes. Antennes médianes, le scape atteignant juste le bord antérieur de l'œil; funicule avec son 1er. article aussi long que les deux suivants ensemble, le 4e. et les suivants courts, arrondis, graduellement un peu plus épais, la massue ovale et aussi longue que les 5 articles précédents ensemble.

Prothorax transversal, de la base au milieu peu élargi, les côtés peu arqués dans le milieu, en avant se rétrécissant modérément et les côtés légèrement étranglés, la base bisinuée, son lobe médian court et tronqué, les angles postérieurs faiblement obtus; convexe, le sillon transversal antérieur faible et le bord antérieur légèrement relevé; ligne médiane en arrière légèrement impressionnée, plus profondément à la base; ponctuation profonde, les points ovales, séparés sur le disque par des intervalles lisses, un peu luisants, et presque aussi grands que les points; en avant près de la ligne médiane, de chaque côté, avec une aire moins densément ponctuée. Ecusson semi-ovale et à peu près aussi long que large.

Elytres à peine de moitié plus longs que larges, s'élargissant légèrement jusu'au milieu, largement arrondis en arrière; convexes, le calus huméral petit et lisse; étroitement et profondément striés ponctués, les points serrés, en majeure partie glabres, les interstries faiblement convexes, rugueux, leurs poils disposés en deux séries irrégulières.

Pattes élancées, les tibias et les tarses bruns; fémurs armés d'une courte épine, les antérieurs peu plus épais et leur épine plus forte. Tibias antérieurs grêles, s'élargissant graduellement mais faiblement de la base au sommet, à la base brièvement arqués; tous mucronés au sommet. Tarses grêles. Ongles dentés.

Dessous luisant, la pubescence éparse.

♂ Rostre un peu plus court et un peu plus fortement sculpté, moins arqué.

Long. 2,2 3,2 mm.

Montevideo, Peñarol, 10-I-1931 (G. Fernández) sur *Solanum sisymbriifolium* Lam., une série de spécimens.

Anthonomus argentinensis n. sp.

Noir, les antennes à la base, les tibias, les tarses, la base des fémurs, d'un roux-jaune. Prothorax à ponctuation également répartie, sans aire moins ponctuée en avant.

Quant au reste très semblable à l'espèce précédente; le rostre est peu moins long, le prothorax plus court, plus large et plus fortement arrondi sur les côtés; la coloration des pattes et des antennes est constante chez les 6 spécimens examinés, et la taille est moindre.

Long. 1,5-2,2 mm.

Buenos Aires (Ch. Bruch), nº 134.

Cette espèce doit se rapprocher de *A. anthracinus* Boh.

Ephelops rufus n. sp.

Ovale, d'un roux testacé, la suture élytrale et le dessous plus foncés, d'un roux ferrugineux; revêtu d'une courte pubescence blanche, squamuleuse, les poils raides, légèrement soulevés, épars, sur la suture derrière l'écusson serrés et formant une tache blanche; sur le dessous la pubescence plus longue mais non serrée. Pattes courtes, les fémurs inermes, les ongles simples.

Rostre à peine aussi long que la tête et le prothorax, épais, presque droit, en arrière obsolètement strié et avec une faible carène médiane, pubescent, en avant lisse, plus fin et plus courbé chez la ♀. Front moins large que le rostre, avec une petite fovéole, les yeux peu convexes. Antennes courtes, médianes (♀) ou antémédianes (♂); scape atteignant presque le bord postérieur de l'oeil; funicule avec le 1er. article obconique et aussi long que les trois suivants ensemble, le 2e. aussi long que large, les suivants transversaux et

très serrés, ne grossissant que peu, la massue ovale et aussi longue que les 6 articles précédents ensemble.

Prothorax subconique, transversal, sa plus grande largeur à la base, les côtés obliques et faiblement arqués jusqu'au médiocre resserrement apical, la base faiblement bisinuée, son lobe médian assez avancé, tronqué; convexe, la ponctuation fine, espacée, les points piligères, leurs intervalles lisses. Ecusson arrondi, brièvement et peu densément pubescent.

Elytres à peine de moitié plus longs que larges, s'élargissant en arrière jusqu'au tiers postérieur, largement arrondis au sommet, les épaules accusées; convexes, les stries fines, mais leurs points assez gros, serrés, entamant les interstries, en arrière devenant petits, les interstries vers la base pas plus larges que les stries, en arrière plus larges, plans, finement et assez densément pointillés; chaque elytre en arrière avec une tache plus ou moins ferrugineuse et plus ou moins distincte.

Fémurs antérieurs un peu plus épais que les postérieurs, inermes. Tibias droits. Tarses courts, le 3e. article fortement bilobé, les ongles bruns et simples.

Long. 1,6-1,8 mm.

Argentine: Isla Martín García, I-1938 (M. J. Viana), 8 spécimens.

Cette espèce est rattachée au genre *Ephelops* Dietz quoique le 4e. article tarsal (*onychium*) ne soit pas tout à fait aussi long que les 1er. et 2e. ensemble, et que les fémurs soient inermes; ce dernier caractère n'est pas d'ailleurs donné comme générique, et se retrouve, dans le genre voisin *Epimechus* Dietz dont une spèce a les fémurs inermes, les autres les ayant dentés.

C'est la seconde espèce du genre, l'autre le genotype *E. triguttatus* Dietz habite les Etats-Unis.

Paraceratopus Brèthes, *Tychiinae* (*Lignyodina* Bed.)

Rostre cylindrique, court, ses scrobes subapicaux, passant immédiatement en dessous, séparés en dessous en arrière. Antennes insérées vers les trois cinquièmes (♀) ou les deux tiers (♂) du rostre, courtes; scape épaissi au sommet et n'atteignant pas l'oeil; funicule de 6 articles pourvus de quelques cils squamuleux blancs, le 1er. à peine plus long que large, subglobuleux, aussi épais que le sommet du scape, le 2e. aussi long que large, les suivants fortement transversaux, graduellement épaissis, très serrés, les 5e. et 6e. faisant partie de la massue, dont ils ne peuvent être distingués que par la

nature et la couleur de la pubescence, la massue noire à fine et dense pubescence brune, couchée, peu plus longue que large, son 1er. article à sa base tronqué et de la largeur du 7e. article. Tête convexe, le front aussi large que le rostre, les yeux ovales, grands, peu convexes, largement séparés en dessus et en dessous, leurs facettes assez grossières.

Prothorax transversal, tronqué en avant et sans lobes oculaires, légèrement bisinué à la base. Ecusson petit.

Elytres un peu plus larges que le prothorax, faiblement bisinués à la base, les épaules accusées, au sommet largement arrondis et laissant le pygidium découvert; striés-ponctués.

Pattes médiocres; fémurs claviformes, les antérieurs plus épais et fortement dentés, les autres très finement dentés.

Tibias comprimés graduellement élargis, les antérieurs avec un fort mucron apical, les autres avec un très petit mucron. Tarses courts, le 4e. article long, ses ongles profondément bifides.

Prosternum avec son bord antérieur échancré en arc, le bord postérieur tronqué. Hanches antérieures contiguës, les intermédiaires étroitement séparées, les postérieures largement séparées et la saillie postérieure subtriangulaire. Abdomen avec ses segments arqués à leurs extrémités, le 2e. ne recouvrant pas le 3e., beaucoup plus long au milieu que le 3e., derrière les hanches aussi long que le 1er., la 1ère. suture dans le milieu fine et légèrement sinuée. Insecte squamulé.

Ce genre est caracterisé par le funicule antennaire de 6 articles mais les 5e. et 6e. difficiles sont à séparer de la massue, la conformation des pattes, la dent des fémurs antérieurs forte, triangulaire, rappelant celle de certains *Anthonomus;* la conformation des segments abdominaux le rattache aux *Lignyodini* Bed.

P. sphaeralceae Brèthes.

Paraceratopus nigritus n. sp. [1]

Oblong noir, mat, les antennes (derniers articles exceptés), les tibias et les tarses d'un ferrugineux plus ou moins foncé. Revêtu en dessus de petites squamules oblongues, cendrées, serrés sur les élytres, espacées sur le disque du prothorax; sur le dessous d'une pubescence squamuleuse cendrée, dense.

[1] M. M. J. Viana a eu l'obligeance de comparer sa nouvelle espèce au génotype et a constatê qu'elle en est distincte quoique très voisine.

Rostre à peine aussi long que le prothorax peu arqué, en arrière densément et assez fortement ponctué, squamulé à la base, en avant luisant et éparsément pointillé. Tête et front très densément pointillés.

Prothorax transversal, en avant fortement rétréci, brièvement et faiblement resserré, sa plus grande largeur à la base, les côtés obliquement arqués, convergents jusqu'au rétrécissement apical, les angles postérieurs droits, brièvement acuminés, la base presque du double de la largeur du bord antérieur; convexe, transversalement déprimé en avant; criblé de points arrondis, plus serrés, ruguleux sur les côtés, avec une courte ligne médiane lisse.

Elytres peu plus larges que le prothorax, de moitié plus longs que larges, parallèles jusqu'au quart postérieur; peu convexes, obliquement déclives en arrière, le calus postérieur effacé; finement et régulièrement striés ponctués, les interstries larges, plans, très densément ponctués. Pygidium visible de haut et pubescent. Tibias droits.

♂ Rostre un peu plus court, plus fortement ponctué et squamulé. Base de l'abdomen légèrement impressionnée.

Long. 3,5 mm.

Argentine: Isla Martín García, I-1938, 5 spécimens; I-1934, 1 spécimen. Tigre (M. J. Viana)

Observation I. — Dans le Colept. Cat. W. Junk, pars 138, 1934, l'auteur Klima a mis en tête de ce groupe une série de genres se distinguant des *Tychius* s. st. par la conformation du 2e. segment ventral, et dont Bedel (Fn. Bass. Scine, VI, 1888, p. 66) a fait la section *Lignyodini*, section malencontreusement supprimée et à rétablir.

Observation II. — Le même catalogue indique p. 4. *Tylopterus* Lec. 1876, nom préoccupé par *Tylopterus* Cac. 1867, Hypérides, pars 137, p. 4. Le nom de Leconte devant être changé, je propose de le remplacer par *Neotylopterus* et *Tylopterus Lizeri* (*Ligeri* err.). Hypéride, est à reporter aux Hypérides, pars 137, p. 4.

CRYPTORRHYNCHINAE

Conotrachelus Vianai n. sp.

Rhomboidal, brun foncé, mat, les antennes et les tarses ferrugineux, le revêtement dorsal fin, d'un jaune de sable, sur le prothorax formant quatre bandes peu tranchées, sur les élytres peu visible,

mais le long des côtés plus serré et formant quelques petites mouchetures, dont une plus distincte sur la base du 3e. interstrie, sur les pattes et le dessous en avant plus grossier, serré d'un jaune grisâtre, l'abdomen noir imponctué mat, dénudé, excepté sur le 5e. segment densément pubescent et les bords des 3e. et 4e. segments.

Rostre plus long que la tête et le prothorax, assez robuste, peu arqué, dans sa moitié postérieure densément pubescent et avec une carène médiane vive et deux carinules latérales, en avant dénudé, luisant, pointillé (♂) ou plus long, en arrière peu pubescent, ses carènes moins visibles, en avant lisse, obsolètement pointillé (♀). Tête densément pubescente, le front avec un point enfoncé. Antennes médianes, le 2e. article peu moins long que le 1er., le 7e. presque aussi long que large.

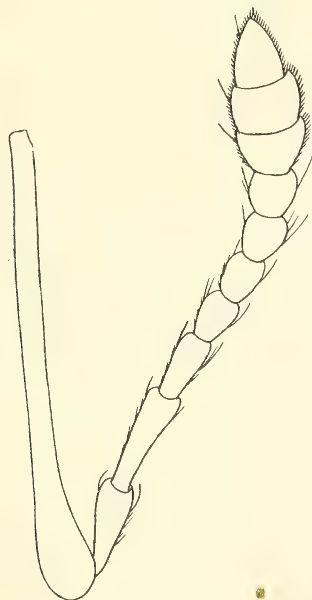


Fig. 5. — Antenne droite du *Conotrachelus Vianai* Hust. ♀.

Prothorax aussi long que large, sa plus grande largeur au milieu et en ce point les côtés pourvus de 2-3 granules, les côtés en arrière, légèrement sinués en dedans, les angles postérieurs légèrement aigus et un peu relevés, la base fortement bisinuée; convexe, alutacé, mat, la ponctuation indistincte, avec une forte carène médiane abrégée en arrière, avec de chaque côté une légère impression longi-

tudinale atteignant en avant la faible impression transversale, limitée extérieurement par une fine élevation granuleuse; devant l'écusson un groupe de petits granules disposés en arc. Ecusson ovale, élevé.

Elytres plus longs que larges, se rétrécissant peu jusqu'au milieu, fortement en arrière, étroitement arrondis ensemble au sommet, les épaules arrondies et relevées; fortement convexes, les interstries 3, 5, 7, 9 en fortes côtes, entières, la suture et les interstries pairs très plans, plus larges que les points des séries, ces derniers en avant gros et serrés, graduellement moindres en arrière, très petits ou indistincts vers le sommet. Fémurs avec un anneau cendré peu tranché, tous avec une forte dent triangulaire. Tibias antérieurs bisinués en dedans, fortement chez le ♂.

♂. Ventre avec une courte impression semiovalaire sur le milieu du bord postérieur du 1er. segment, le 5e. segment avec trois fovéoles.

Long. 9,5-10,5 mm.

Isla Martín García, I-1938 (M. J. Viana).

Uruguay: Montevideo, Carrasco, 1908 (J. Tremoleras).

Conotrachelus bidenticulatus n. sp.

Rhomboidal, brun, le rostre, les antennes, les tibias et les tarses ferrugineux, le revêtement dorsal fin, brun fauve et cendré, le prothorax de chaque côté avec une étroite bande cendrée n'atteignant pas le sommet, les élytres avec une large bande transversale antérieure cendrée, séparée de la base par une étroite bande brune, interrompant les deux premières côtes dorsales.

Rostre: ♀, des trois quarts de la longueur des élytres grêle, fortement arqué, luisant, à la base finement pointillé, obsolètement caréné; ♂, mois long, un peu plus épais, en arrière en dessus finement caréné, latéralement plus fortement ponctué substrié. Antennes médianes (♀) ou un peu plus antérieures (♂), fines et allongées, le 2e. article de un quart moins long que le 1er. et plus long que les 3e. et 4e. ensemble, les suivants très peu épaissis, le 7e. aussi long que large, la massue étroite oblongue subfusiforme.

Prothorax aussi long que large, en avant brusquement, fortement et largement tubuleux, les côtés obliquement mais faiblement convergents de la base à la tubulure et légèrement sinués, les angles postérieurs obtusément arrondis, la base fortement bisinuée; convexe, en avant profondément impressionné transversalement et le

bord antérieur relevé, longitudinalement trisillonné, le sillon médian en avant séparant deux petits tubercules fasciculés, la ponctuation espacée et peu visible. Ecusson ovale, pubescent.

Elytres plus longs que larges, subparallèles dans leur moitié antérieure, largement arrondis ensemble au sommet, les épaules obtusément arrondies et relevées, la base étroitement rebordée; convexes, brièvement et obliquement déprimés derrière la base; suture et interstries impairs relevés en fines côtes, la suture, les 1e. et 2e. côtes interrompues en avant par la bande cendrée, les autres côtes entières, les interstries dorsaux pairs, plans, larges, plus larges que les points des séries, ces points médiocrement profonds en avant, très petits vers le sommet; le long des côtés, quelques très courtes soies blanches.

Fémurs unidentés, la dent des antérieurs petite et aiguë. Tibias antérieurs droits, non sinués en dedans.

Long. 4,9-5 mm.

Isla Martín García, I-1938 (M. J. Viana).

Conotrachelus pollux n. sp. (♂).

Ovale rhomboidal, brun, assez luisant, la pubescence dorsale très fine, cendrée et ocracée, sur le prothorax très éparse, peu apparente, mais condensée en formant six petits points cendrés transversalement disposés sur son milieu, sur les élytres formant en arrière de petites taches, sur la base plus serrée, ocracée et formant une tache contre l'épaule. Fémurs avec un anneau cendré.

Rostre aussi long que la tête et le prothorax, modérément arqué en avant, robuste, en arrière latéralement comprimé, finement ponctué carinulé, en dessus tricaréné, les carènes fines, entre l'insertion antennaire avec une petite fovéole, en avant lisse et luisant. Tête ruguleuse, le front fovéolé. Antennes insérées vers le tiers apical, ferrugineuses, le 1er. article de un tiers plus long que le 2e., le 3e. et les suivants courts, graduellement élargis.

Prothorax aussi long que large, ses côtés parallèles jusqu'au tiers antérieur, ensuite arqués convergents jusqu'à l'étroit resserrement apical, la base subtronquée et les angles postérieurs droits; peu convexe, la ponctuation très serrée, les points d'inégale grosseur, la ligne médiane avec une fine carène. Ecusson allongé, élevé, impressionné.

Elytres triangulaires, plus longs que larges, les épaules arrondies et un peu relevées, les côtés subparallèles dans leur moitié antérieure;

interstries 3, 5, 7, 9 relevés en fines côtes tranchantes et entières, le 8e. convexe, les autres interstries et la suture plans, lisses, les stries régluières, leurs points subcarrés, modérément profonds, serrés, moins larges que les interstries.

Pattes ferrugineuses, les tarses plus clairs, leur pubescence éparse; dent des fémurs antérieurs petite, celle des autres plus forte.

Long. 8 mm.

Tigre; isla Martín García, 1928 (M. J. Viana).

Espèce voisine de *C. heteropunctatus* m., dont elle diffère par son prothorax à côtés plus parallèles, sa ponctuation plus profonde et plus serrée, ses élytres plus courts, moins convexes, la coloration différente du revêtement.

(Concluirá en el próximo número).

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bula, Clotilde A.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Canal Feijoo, Bernardo
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carli, Félix D.
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Dennler, Jorge
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Floriani, Luis
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Kervor, Juan B.
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López Sommaschini, Antonio
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Ogloblin, Alejandro
Oliveri, Alfredo E.
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Ottonello, Néstor J.
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví, y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.

Rissotto, Atilio A.
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Rodríguez, Germinal
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela Gil, José
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wunenburger, Gastón
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Yepes, José
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ebin, José
Elizondo, Francisco M.
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo F.
García, Daniel
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, Carlos
Rothlin, Edwin
Schmiedecke, Augusto
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Trebino, Natalio
Urciolo, Victorio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.
Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. José Piazza; Vice-presidente, Ing° Civil Francisco E. Urondo; Secretario de correspondencia, Ing° Quím. Rodolfo G. Christen; Secretario de actas, Ing° Quím. Carlos C. Christen; Tesorero, Ing° Quím. Guillermo Berráz; Vocal 1°, Ing° Civil José Babini; Vocal 2°, Prof. Rolando Hereñú; Vocales suplentes, Ing° Agr° Bruno Santini y Prof. Julio Salaber; Encargado de Publicaciones, Ing° Civil José Babini; Encargado de Canje, Ing° Quím. Rodolfo Rouzaut.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bossi, Celestino
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Cohan, Marcos
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.)
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá, Tolrá Antonio
Kleer, Gregorio
Lachaga, Dámaso A.
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Eduardo Carette; Vice-presidente, Ing° Cayetano C. Piccione; Secretario, Sr. Adrián Ruíz Leal; Tesorero, Sr. Manuel Tellechea; Bibliotecario, Prof. Aníbal Ruíz; Vocales: Dr. Juan B. Lara; Ing° Juan P. Toso; Ing° Angel Stura; Sr. Ranulfo Rosales; Dr. Juan P. Paganotto; Dr. Mario Bidone.

SOCIOS ACTIVOS

Ahumada, Ciro
Anzorena, Jacinto
Ayala Castagnino, G.
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Carette, Eduardo
Castillo, José
Croce, Francisco M.
Espinosa, Norberto A.
Flor Alvarado, José M.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Guevara, José R.
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maveroff, Aquiles
Mayorga, Santiago C.
Navarro Correas, José A.
Paganotto, Juan P.
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Richard, Alfonso E.
Rosales, Ranulfo S.
Ruíz, Aníbal
Ruíz Leal, Adrián
Sáez Medina, Miguel
San Martín, José Benito de
Serra, Luis Angel
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Tolosa, Julio (h)
Toso, Juan F.

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretaria, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Carlos T. Teobaldo; Vocales: Ingº Juan Sabato, Ingº Manuel Ucha, Dr. Pedro G. Paternosto, Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Amarante, Pedro C.
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Basualdo, Washington S.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Brau, Eduardo F.
Canals Frau, Salvador
Carusi, Oreste
Coria, Pedro E.
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E.
Daló, Héctor R.
Delprato, Ismael
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Inda, Carmen
Lizarán, Fernando
Lockart, Carlos E.
Loedel Palumbo, Enrique
Mc Loughlin, Rogelio P.
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño, Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	Paris
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Tello, Julio C.	Lima
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADOPTADOS PARA SUS PUBLICACIONES POR LA

ACADEMIA NACIONAL DE CIENCIAS EXACTAS, FISICAS Y NATURALES

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

AGOSTO 1939 — ENTREGA II — TOMO CXXVIII

SUMARIO

Pág.

MATEMATICAS:

CARLOS BIGGERI. — Sobre las abscisas de convergencia de las integrales de Laplace y de las series de Dirichlet 65

JERÓNIMO SANGUINETI. — Contribución al estudio de algunas curvas particulares 71

FISICA Y GEOLOGIA:

ROGELIO A. TRELLES. — Un problema de difícil solución en el país: la formación de hidrogeólogos 82

CIENCIAS NATURALES:

A. HUSTACHE. — Curculionides nouveaux de l'Argentine et autres régions sud-américaines (*Conclusión*) 99

C. C. D. — Bibliografía 125

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1939

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

SOBRE LAS ABSCISAS DE CONVERGENCIA DE LAS INTEGRALES DE LAPLACE Y DE LAS SERIES DE DIRICHLET

POR EL

Dr. CARLOS BIGGERI

En su trabajo titulado « *Sobre algunas transformaciones funcionales lineales* », trabajo N°. 18 de su obra « *Varias contribuciones a la teoría de funciones* », (publicado en estos Anales, noviembre de 1938 y números siguientes), el Dr. J. C. Vignaux hace, en páginas 43 y 44, la siguiente afirmación: « la abscisa de convergencia, λ', de la integral

$$\int_0^\infty e^{-tx} . (-t) . \varphi(t) . dt$$

es *menor* o igual que la abscisa de convergencia, λ, de la integral

$$\int_0^\infty e^{-tx} . \varphi(t) . dt \text{ »},$$

(transcribo literalmente, a continuación, lo que dice en la primera línea de la página 44 y las dos citas que hace al pié de la misma página: « *Como la abscisa de convergencia* λ' *de la integral* [4] *es*: $\lambda' \leq \lambda$ (1) ; (1) *Cibrario, Loc. cit.; Doetsch, loc. cit.* ») ; y esta afirmación se las atribuye, según las citas, a: *Gustav Doetsch, Theorie und Anwendung der Laplace — Transformation, Berlin, Julius Springer*, 1937, y a: *M. Cibrario, La trasformazione de Laplace, Rendiconti Istituto Lombardo*, 1929. Llaman la atención tales citas, pues la propiedad: « la abscisa de convergencia, λ', de la integral

$$\int_0^\infty e^{-tx} . (-t) . \varphi(t) . dt$$

es *siempre igual, jamás menor,* a la abscisa de convergencia, λ, de la integral

$$\int_0^\infty e^{-tx} \,.\, \varphi(t) \,.\, dt \text{ »},$$

es *conocida* desde los elementos de esta teoría; en efecto: *Salvatore Pincherle,* en la página 318 (líneas 18 y 19) de su obra « *Gli elementi della teoria delle funzioni analitiche* », (Parte prima; Bologna, Nicola Zanichelli, 1922), dice textualmente: « *è pure facile dimostrare che* $\varphi(t) \,.\, t^k$, *per ogni* k *reale, è dello stesso ordine di* $\varphi(t)$ »; (aunque no da la demostración).

Ahora bién; el objeto de esta breve Nota es: demostrar un teorema que generaliza un poco esta última afirmación de Pincherle, (quedando así, de paso, demostrada dicha afirmación de Pincherle), y otro análogo para las series de Dirichlet.

TEOREMA I. — *Las abscisas de convergencia de las integrales de Laplace:*

$$\int_0^\infty \varphi(t) \,.\, e^{-tz} \,.\, dt \quad ; \quad (z = x + iy); \qquad [1]$$

y:

$$\int_0^\infty t^\omega \,.\, \varphi(t) \,.\, e^{-tz} \,.\, dt; \qquad [2]$$

siendo ω *un número complejo fijado arbitrariamente, son siempre iguales.*

Demostración. — Tomemos *arbitrariamente* dos puntos $z_0 \equiv x_0 + i\, y_0$, y, $z_1 \equiv x_1 + i\, y_1$ *interiores, en sentido estricto,* al semiplano de convergencia de la integral [1], tales que:

$$x_1 > x_0, \ \textit{igualdad excluída.}$$

Pongamos:

$$\xi \equiv x_1 - x_0 > 0,$$

$$K \equiv 1 + \frac{2}{\xi} \,.\, e^{-\frac{\xi}{2}} \,.\, (|\,\omega\,| + |\,z_1 - z_0\,|),$$

y *parte real de* $\omega \equiv \gamma$.

Existe un número $q_0 \equiv q_0(\gamma, \xi) > 0$, tal que: para *todo* $q \geq q_0$ es:

$$q^\gamma \cdot e^{-q\xi} < 1. \qquad [3]$$

Existe un número $p_0 \equiv p_0(\gamma, \xi) > 0$, tal que: para *todo* $t \geq p \geq p_0$ es:

$$t^\gamma \cdot e^{-\frac{\xi}{2} \cdot t} < 1. \qquad [4]$$

En virtud de la convergencia de la integral [1] en el punto z_0, existe un valor $p_1 \equiv p_1(\varepsilon, K) > 0$ tal que: para *todo* $p \geq p_1$ es:

$$\left| \int_p^t \varphi(\tau) \cdot e^{-\tau \cdot z_0} \cdot d\tau \right| < \frac{\varepsilon}{K} \qquad [5]$$

siendo ε un número positivo arbitrariamente fijado. Pongamos:

$$p_2 \equiv p_2(\gamma, \xi, \varepsilon, K) \equiv q_0 + p_0 + p_1 + 1.$$

Por otra parte, se tiene:

$$\int_p^q t^\omega \cdot \varphi(t) \cdot e^{-tz_1} \cdot dt = q^\omega \cdot e^{-q \cdot (z_1 - z_0)} \cdot \int_p^q \varphi(t) \cdot e^{-tz_0} \cdot dt -$$

$$- \int_p^q \left(\int_p^t \varphi(\tau) \cdot e^{-\tau z_0} \cdot d\tau \right) \cdot t^{\omega - 1} \cdot e^{-t \cdot (z_1 - z_0)} \cdot [\omega - t \cdot (z_1 - z_0)] \cdot dt \qquad [6]$$

De [3], [4], [5] y [6] se deduce que: para *todo* par de valores (q, p) tal que:

$$q \geqq p \geqq p_2$$

se verifica:

$$\left| \int_p^q t^\omega \cdot \varphi(t) \cdot e^{-tz_1} \cdot dt \right| < \varepsilon$$

es decir: *la integral* [2] *converge en el punto* z_1.

Luego, hemos demostrado que: si se multiplica la generatriz, $\varphi(t)$, de una integral de Laplace por una potencia de t, de exponente arbitrario, la abscisa de convergencia de la nueva integral *no es mayor* que la abscisa de convergencia de aquélla. Teniendo en cuenta esto, y que, la generatriz de la integral [1] es el producto

de la generatriz de la integral [2] por $t^{-\omega}$; llamando C a la abscisa de convergencia de [1] y C' a la abscisa de convergencia de [2], se verifican simultáneamente:

$$\left.\begin{array}{l} C' \leqq C \\ C \leqq C' \end{array}\right\}$$

De la coexistencia de estas dos últimas relaciones se infiere:

$$C = C'.$$

Dando a ω valores enteros, se obtiene, como corolario interesante, de este teorema la siguiente conclusión: *Las abscisas de convergencia simple (absoluta) de las integrales derivadas, de cualquier orden, y de las integrales primitivas, de cualquier orden, de una integral de Laplace, son iguales a la abscisa de convergencia simple (absoluta) de esta integral de Laplace.*

Esta última conclusión puede, también, deducirse de la propiedad « en todo recinto finito, completamente interior, al semiplano de convergencia de una integral de Laplace, dicha integral de Laplace converge uniformemente » y del « teorema correlativo, para las integrales, del teorema de Weierstrass, sobre la legitimidad de la derivación, término a término, y de la integración, término a término, de una serie uniformemente convergente de funciones holomorfas ».

TEOREMA II. — *Las abscisas de convergencia de las series de Dirichlet:*

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \,.\, e^{-\lambda_n . z} \quad ; \quad (z = x + iy) \ ; \qquad [7]$$

y:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n^{\omega} \,.\, a_n \,.\, e^{-\lambda_n . z} \ ; \qquad [8]$$

siendo ω un número complejo fijado arbitrariamente, son siempre iguales.

Demostración. — Conservemos las mismas notaciones del teorema I, e introduzcamos las siguientes:

$$\alpha_n \equiv a_n \,.\, e^{-\lambda_n . z_0}$$

$$\beta_n \equiv \lambda_n^{\omega} \,.\, e^{-\lambda_n . (z_1 - z_0)}$$

Existe un número p_3, tal que: para *todo* $p \geqq p_3$ es:

$$\lambda_p > 1. \qquad [9]$$

Existe un número $p_4 \equiv p_4(\gamma, \xi)$, tal que: para *todo* $p \geqq p_4$ es (tomando: $t \geqq \lambda p$):

$$t^{\gamma} \,.\, e^{-\frac{\xi}{2} . t} < 1. \qquad [10]$$

En virtud de la convergencia de la serie [7] en el punto z_0, existe un valor $p_5 \equiv p_5(\varepsilon, K)$ tal que: para *todo* $p \geqq p_5$ es:

$$\left| \sum_{m=p}^{m=n} \alpha_m \right| < \frac{\varepsilon}{K} \qquad [11]$$

siendo ε un número positivo arbitrariamente fijado.

Por otra parte, se tienen:

$$\sum_{n=p}^{n=q} \alpha_n \,.\, \beta_n = \sum_{n=p}^{n=q-1} (\beta_n - \beta_{n+1}) \,.\, \sum_{m=p}^{m=n} \alpha_m + \beta_q \,.\, \sum_{n=p}^{n=q} \alpha_n \, ; \qquad [12]$$

y:

$$\beta_n - \beta_{n+1} = \omega \,.\, \int_{\lambda_{n+1}}^{\lambda_n} t^{\omega-1} \,.\, e^{-(z_1-z_0).t} \,.\, dt + (z_0 - z_1) \,.\, \int_{\lambda_{n+1}}^{\lambda_n} t^{\omega} \,.\, e^{-(z_1-z_0)t} \,.\, dt \qquad [13]$$

Pongamos:

$$p_6 \equiv p_6(\gamma, \xi, \varepsilon, K) \equiv q_0 + p_3 + p_4 + p_5.$$

De [9], [10], [11], [12] y [13] se deduce que: para *todo* par de valores (q, p) tal que:

$$q \geqq p \geqq p_6$$

se verifica:

$$\left| \sum_{n=p}^{n=q} \lambda_n^{\omega} \,.\, a_n \,.\, e^{-\lambda_n . z_1} \right| < \varepsilon$$

es decir: *la serie* [8] *converge en el punto* z_1. Por lo tanto, podemos enunciar que: si se multiplica la sucesión, a_n, de coeficientes de una serie de Dirichlet por una potencia del *tipo* de la serie, con exponente arbitrario, la abscisa de convergencia de la nueva serie *no es mayor* que la abscisa de convergencia de aquélla. Teniendo en cuenta esto y que:

$$a_n = (\lambda_n^{\omega} \cdot a_n) \cdot \lambda_n^{-\omega} ;$$

queda demostrado el teorema II.

Un corolario interesante de este teorema es el siguiente: *Las abscisas de convergencia simple* (*absoluta*) *de las series derivadas, de cualquier orden, y de las series primitivas, de cualquier orden, de una serie de Dirichlet, son iguales a la abscisa de convergencia simple* (*absoluta*) *de esta serie de Dirichlet.*

Este último corolario también puede demostrarse combinando la propiedad « en todo recinto finito, completamente interior, al semiplano de convergencia de una serie de Dirichlet, dicha serie de Dirichlet converge uniformemente » con el « teorema de Weierstrass sobre las series uniformemente convergentes de funciones holomorfas ».

Obsérvese que las clásicas fórmulas para las determinaciones de la abscisa de convergencia simple (absoluta) de una integral de Laplace y de la abscisa de convergencia simple (absoluta) de una serie de Dirichlet (por ejemplo: las fórmulas, universales, de Kûrosu y de Fujiwara, respectivamente) *no son cómodas* para las demostraciones de ninguno de los dos teoremas, que acabamos de probar, así como de ninguno de los dos corolarios, que hemos consignado.

El corolario del teorema I, así como el caso particular de este mismo teorema, cuando el exponente ω es real, fueron enunciados (como dijimos más arriba) *explícitamente, aunque sin demostración,* por Pincherle; y consideramos al corolario del teorema II como *conocido,* en la teoría de las series de Dirichlet, aunque, según creemos, *no esté dicho corolario explícitamente enunciado en tal teoría*: la publicación de esta Nota la originó el asombro que nos causara el hecho de que se haya atribuído a Doetsch la afirmación: « la abscisa de convergencia simple de la integral [2] es *menor* o igual que la abscisa de convergencia simple de la integral [1], cuando el exponente ω es igual a *1* ».

Entregado para su publicación a la *Sociedad Científica Argentina* el 9 de mayo de 1939.

CONTRIBUCION AL ESTUDIO DE ALGUNAS CURVAS PARTICULARES

POR

JERONIMO SANGUINETI

La cubatriz. — La curva que vamos a analizar es similar a las ya estudiadas por el gran matemático Peano y que se conocen con el nombre de versiera.

Por su forma, construcción y por su concepción misma, pertenece al grupo de las curvas clásicas, las cuales, tuvieron tanta importancia, como medio eficaz de cálculo durante la antigüedad. Sabido es que estos geómetras las concibieron buscando de dar solución a los ya milenarios problemas de la trisección del ángulo, la rectificación, la cuadratura de la circunferencia y la duplicación del cubo (problema de Delos). A estas curvas se las denominaban cuadratices; son curvas de orden superior y otras trascendentes, coma la cisoide de Diocles, la estrofoide, la concoide de Nicomedes, etc.

La curva que vamos a considerar, la definiremos como aquella curva para la cual, la normal al radio vector de uno cualquiera de sus puntos, determina sobre el eje de las x, un segmento que es igual al cubo del radio vector.

Surge entonces de inmediato, de la definición misma, que la proyección del radio vector sobre el eje de las x, es igual al valor recíproco de dicho radio.

La ecuación de la cubatriz en coordenadas cartesianas, es (fig. 1) la siguiente:

$$y = \frac{1}{x}\sqrt{1 - x^4}$$

y en coordenadas polares:

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{\cos \omega}} \cdot$$

La tangente a la curva en uno de sus puntos se deduce de la siguiente ecuación; para el primer caso, de coordenadas rectilíneas.

$$y' = \frac{1 + x^4}{x^2 (1 - x^4)^{1/2}} ;$$

y para el caso de coordenadas polares, se deduce de la expresión general,

$$\operatorname{tg} \mu = \rho \frac{d\omega}{d\rho} ;$$

siendo,

$$\frac{d\omega}{d\rho} = \frac{2}{\rho} \operatorname{ctg} \omega ,$$

se tiene:

$$\operatorname{tg} \mu = 2 \operatorname{ctg} \omega .$$

Este valor de μ y el precedentemente determinado deben ser suplementarios de ω.

Los puntos de inflexión se determinan igualando a cero la derivada segunda, o sea:

$$\frac{2\sqrt{1 - x^4}}{x^3} - \frac{2x(1 + x^2)}{\sqrt{(1 - x^4)^3}} = 0 .$$

Después de una transformación y simplificación conveniente, se obtiene la siguiente ecuación:

$$x^8 - x^6 - 3x^4 + 1 = 0 .$$

Para resolverla, hagamos, $x^2 = y$; nos da

$$y^4 - y^3 - 3y^2 + 1 = 0 .$$

Simplificando, y sustituyendo luego y por $z + \frac{2}{3}$, se tendrá sucesivamente

$$y^3 - 2y^2 - y + 1 = 0 ,$$

$$z^3 - \frac{7}{3} z - \frac{7}{27} = 0 .$$

Como $\left(\frac{1}{2}q\right)^2 - \left(\frac{1}{3}p\right)^3 < 0$, esta ecuación tiene, de acuerdo a la fórmula de resolución de Tartaglia, conocida por de Cardan, forma imaginaria aun cuando sus raíces son reales; hay que recurrir a la resolución goniométrica.

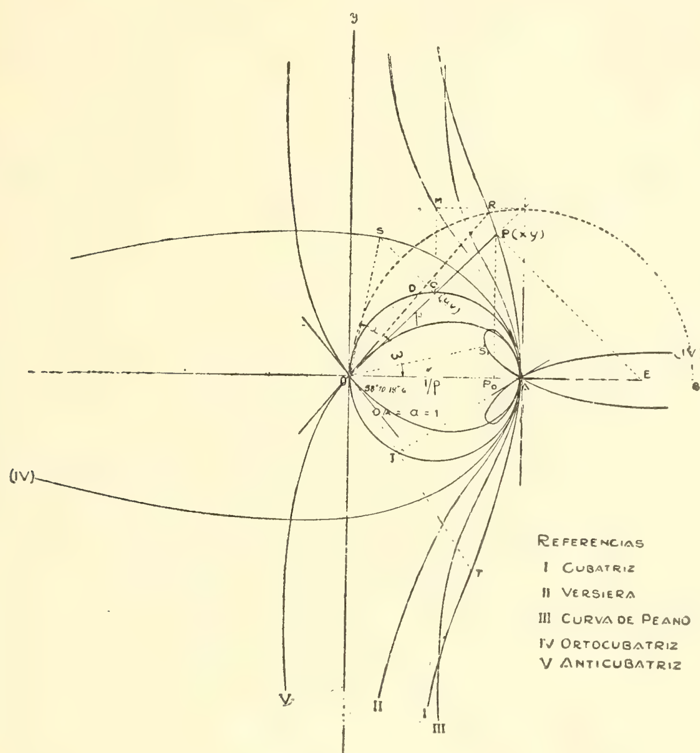


Fig. 1.

Poniendo entonces,

$$\rho = \sqrt{-\frac{p^3}{27}} \quad \text{y} \quad \cos\varphi = -\frac{q}{2\rho},$$

las tres raices dadas por las fórmulas conocidas, serán:

$$z_1 = 2\sqrt[3]{\rho}\cos\frac{\varphi}{3}$$

$$z_2 = -2\sqrt[3]{\rho}\cos\left(60° - \frac{\varphi}{3}\right)$$

$$z_3 = -2\sqrt[3]{\rho}\cos\left(120° - \frac{\varphi}{3}\right).$$

Dando valores, tenemos

$$z_1 = 1.580314 \qquad z_2 = -1.468603 \qquad z_3 = -0.11178$$

Operando con z_3, tendremos sucesivamente:

$$y = 0.554958\ldots, \qquad x = 0.744955.$$

La curva de Agnesi, que por su forma es similar a la que estamos estudiando, y cuya ecuación, referida a los mismos ejes, y para $a = 1$, es:

$$y = \frac{1}{x}\sqrt{1 - x},$$

las coordenadas del punto de inflexión, son:

$$x = \frac{3}{4} = 0.75 \qquad y = \frac{1}{\sqrt{3}} = \pm 0.577\ldots$$

El área de la superficie encerrada entre la curva, el eje de las x y la ordenada correspondiente a x_0 y x, deducida de la expresión general,

$$A = \int_{x_0}^{x} f(x)\, ax,$$

es la siguiente:

$$A = \int_{x_0}^{x} \frac{1}{x}\sqrt{1 - x^4}\, dx.$$

Efectuando un oportuno cambio de variable y haciendo $z = x^4$ tendremos:

$$A = \frac{1}{4}\int_{z_0}^{z} \frac{-\sqrt{z}}{1 - z}\, dz.$$

Desarrollando esta expresión en serie obtenemos finalmente:

$$A = \frac{1}{2}\left\{\sqrt{z^3}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}z + \frac{1}{7}z^2 + \ldots\right)\right\}.$$

En coordenadas polares, el área de la superficie comprendida entre los radios vectores ρ_0 y ρ correspondiente a φ_0 y φ, está dada por

$$A = \frac{1}{2}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \rho^2 \, d\varphi$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{1}{\cos \varphi} d\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{Lg} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right).$$

Diremos finalmente que el eje de las y, es asíntota de la curva.

Si sobre la perpendicular en el punto en que el radio vector corta a la circunferencia generatriz, se toman a ambos lados y en sentido opuestos magnitudes, que denominaremos ortovectores y antivectores igual a la distancia desde ese mismo punto al extremo del radio vector, se tendrán nuevas curvas, que llamaremos en término general ortocurva y anticurvas cuyas ecuaciones en coordenadas polares vamos a establecer. Esta forma de generar las curvas, como veremos más adelante, puede generalizarse.

Ortocubatriz. — Para cada valor de ω, se obtienen dos valores correspondientes para la ortocurva, que llamaremos θ, y será, $\theta = \omega \pm \varphi$.

De la misma figura se deduce inmediatamente,

$$OC = \lambda = \cos \omega \quad ; \quad a_1 = \lambda \operatorname{tg} \varphi = \cos \omega \operatorname{tg} \varphi = \rho - \lambda.$$

Siendo

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{\cos \omega}}$$

se tiene:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{\cos \omega} - \cos^2 \omega}{\sqrt{\cos \omega - \cos^2 \omega}}$$

y por lo tanto,

$$\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\cos^{1/2} \omega - \cos^2 \omega}{\cos^2 \omega}$$

De donde, finalmente

$$\theta = \omega \pm \text{arc tg} \frac{\cos^{1/2} \omega - \cos^2 \omega}{\cos^2 \omega}.$$

La ecuación de la ortocurva se obtiene, estableciendo que,

$$\sigma_\theta = \pm (\lambda^2 + a_1^2)^{1/2}$$

o sea:

$$\sigma_\theta = \sqrt{2 (\cos^2 \omega - \sqrt{\cos \omega}) + \sec \omega}.$$

El eje de las x, es de simetría de la ortocurva, que consta de dos ramas con un punto triple y tangente común en el punto de coordenadas (0,1); el eje es además asíntota de las dos ramas y constituyen dos puntos cuspidales en el infinito.

Las tangentes en el punto crunodal son los mismos ortovectores que los determinan. Esta circunstancia permite determinar el valor de ω estableciendo que,

$$\rho = \text{sen}\, \omega + \cos \omega$$

o bien

$$\frac{1}{\sqrt{\cos \omega}} = \text{sen}\, \omega + \cos \omega.$$

Si ponemos para simplificar, $x = \cos \omega$, tendremos:

$$4x^6 - 4x^4 + x^2 - 2x + 1 = 0.$$

Uno de los valores de x, obtenido por el método de aproximación de Newton es:

$$x = 0{,}52744\ldots,$$

y por lo tanto:

$$\omega = 58^\circ\, 10'\, 18''\, 6.$$

Análogamente a la construcción de la curva de Peano, se puede engendrar otra curva, derivada de la cubatriz, y cuya ecuación, está dada por la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{\sqrt{\cos \omega} + \cos^2 \omega}{2 \cos \omega}$$

Anticubatriz. — La ecuación polar de la anticubatriz (fig. 1) está dada por:

$$\rho' = 2 \cos \omega - \frac{1}{\sqrt{\cos \omega}}$$

El eje de las x, es eje de simetría y tiene por asíntota al eje de las y. Tiene además un punto de inflexión, que se puede determi-

Fig. 2.

nar como en el caso precedente, y el origen es un punto crunodal. Las tangentes en este punto se determinan observando que son los

antivectores mismos que los determinan. Por lo tanto el valor de ω se definirá en virtud de la siguiente igualdad.

$$\frac{1}{2} \rho = \cos \omega ;$$

o bien sustituyendo a ρ, por su valor,

$$\sqrt{\cos^3 \omega} = \frac{1}{2} .$$

Resuelta esta ecuación da:

$$\omega = 50° \, 57' \, 10''.0$$

Geométricamente se determinarán trazando con centro en *A* una circunferencia de radio unidad, la cual cortará a la cubatriz en el punto *R* deseado.

Ia estrofoide, que en coordenadas polares, está dada por la ecuación

$$\rho = \frac{a \cos 2 \omega}{\cos \omega} ,$$

da lugar a las ortocurvas que se representan en la fig. 2.

En este caso, la circunferencia generadora es un segmento de recta. Lo mismo acontece con la concoide de Nicomedes, cuya ecuación polar es:

$$\rho = \frac{b}{\cos \omega} \pm a.$$

En la fig. 3, se ha trazado la ortocurva originada por aquélla.

La cisoide, definida por la ecuación, en coordenadas polares,

$$\rho = \frac{a \operatorname{sen}^2 \omega}{\cos \omega} ,$$

da origen a otra curva de forma similar a la engendrada por la cubatriz.

La ecuación de la ortoestrofoide la estableceremos tomando como polo al punto 0 (fig. 2).

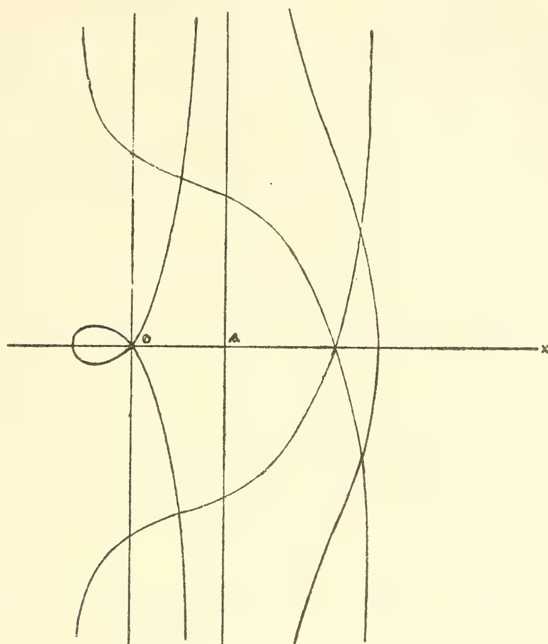


Fig. 3.

Se tiene:

$$\varphi = l \pm r = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega} \pm \operatorname{tg} \omega,$$

o bien simplificando,

$$\rho = \frac{1 \pm \operatorname{sen} \omega}{\cos \omega}.$$

Pasando ahora a la ortoestrofoide, la vamos a establecer tomando el mismo origen 0, y tendremos así sucesivamente:

$$\operatorname{tg} \omega = \operatorname{tg} \varphi \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \omega}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{sen} \omega.$$

Por lo tanto

$$\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \operatorname{sen} \omega.$$

Finalmente,

$$\tau_\theta = \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 \omega},$$

en donde,

$$\theta = \omega \pm \varphi = \omega \pm \operatorname{arc} \operatorname{tg} \operatorname{sen} \omega.$$

Consideraciones generales

Para la construcción de las curvas, hemos considerado una circunferencia de diámetro $a = 1$, determinando los distintos puntos por procedimientos puramente geométricos. Se obtienen así gráficamente determinados los valores de ϱ^{-1}, ϱ y ϱ^3. (Véase fig. 1).

Si se designan con u y v, las coordenadas rectilíneas de la circunferencia generadora, la ecuación que la define viene dada por la siguiente expresión:

$$v = \sqrt{u\,(1 - u)}\,.$$

De la proporcionalidad entre u y x, se deduce:

$$u = x^4 = \rho^{-4},$$

es decir, el valor recíproco de la cuarta potencia de ϱ.

La ecuación de la curva de Agnesi, referida a los mismos ejes, es:

$$y = \frac{\sqrt{1 - x}}{x}\,.$$

Esta curva, no tiene en común con la cubatriz, sino el punto doble o tangencial (0,1) y el eje de las x como asíntota.

Para la curva de Peano, tenemos:

$$x = \frac{y\sqrt{2\,(1 - y)\,(2\,y - 1)}}{2\,y - 1}\,.$$

Tiene además del punto doble (0,1) común, los puntos que se deducen de la igualdad siguiente:

$$\frac{y\sqrt{2\,(1 - y)\,(2\,y - 1)}}{2\,y - 1} = \frac{1}{y}\sqrt{1 - y^4}\,.$$

Simplificando y separando la raíz 1, se transforma en una ecuación de tercer grado, $y^3 + y^2 + y - 1 = 0$, una de cuyas raíces es:

$$y = 0{,}54367\ldots$$

Sabido es que los antiguos geómetras de Grecia, habían llevado la resolución del problema de la duplicación del cubo, a la determinación de medias proporcionales.

En efecto, si establecemos la proporción continua,

$$1 : \rho :: \rho : \sigma :: \sigma : 2$$

te tendrá:

$$\rho^3 = 2.$$

Utilizando la cubatriz se determinará el valor de ϱ y de σ tomando sobre el eje de las x, un segmento igual a 2, en la escala del dibujo, y trazando una circunferencia de radio unidad y que pase por el origen, cortará a la cubatriz en un punto cuyo radio vector será el buscado.

El segmento ON, en que el radio vector determinado encuentra a la tangente en A a la cubatriz, nos da el valor de σ, o sea,

$$\sigma = \rho^2 = \sqrt[3]{4}$$

La determinación geométrica de ϱ, depende pues, como era ya ciertamente conocido, de una curva transcendente.

UN PROBLEMA DE DIFICIL SOLUCION EN EL PAIS LA FORMACION DE HIDROGEOLOGOS

POR EL

Dr. ROGELIO A. TRELLES

Todos los gobernantes, desde los primeros días de nuestra organización, han comprendido la importancia que para el progreso y la economía del país, tiene el conocimiento del subsuelo, en sus relaciones con la acumulación o formación de las llamadas aguas subterráneas.

Recordaremos que el primer paso, diríamos científico, en este sentido, fué dado durante la presidencia de don Domingo Faustino Sarmiento; cuando éste y su ministro, el Dr. Nicolás Avellaneda, fundaron a requerimiento del Dr. Germán Burmeister, la Academia de Ciencias de Córdoba (1), contratándose en el extranjero a un cierto número de profesionales alemanes, los que iniciaron en el país, lo que podemos considerar como las primeras exploraciones sistemáticas, tendientes a lograr un conocimiento de nuestro suelo, en su faz especialmente geológica.

Casi contemporáneamente inicia la Sociedad Científica Argentina (2) un movimiento, precisamente en el mismo sentido, y en el que intervienen en forma destacada: un químico inglés, el Dr. Juan J. J. Kyle, profesional que tanta obra y enseñanza nos legara, y un hombre que con el correr de los años y que a pesar de la gran dedicación que sentía por los viajes geográficos y por la geología, habría de ser uno de nuestros más grandes jurisconsultos. Nos referimos al Dr. Estanislao S. Zevallos (3).

La Sociedad Científica Argentina encaró el conocimiento directo de nuestras napas de aguas progundas, cuestión en la que ya el F. C. O. había dado algunos pasos, consultando el Dr. Kyle a Inglaterra en primer término para informarse sobre los instrumentos apropiados para efectuar las perforaciones.

Posteriormente, y siempre con la intervención de la Sociedad Científica Argentina, se contrató a Robertson, quien efectuó las primeras perforaciones en San Vicente, Chascomús, Merlo y Ranchos. El Dr. Zevallos exigía de cada perforación su « carta geológica y muestras de las distintas capas geológicas ».

Es interesante recordar cómo, ya en el año 1877, preocupaba en forma alarmante el descenso de las napas de agua. El Dr. Guillermo Rawson ([4]), que constituye una de las glorias científicas de nuestro pasado, y que sostenía a manera de lema que « las cuestiones de higiene son las que han de resolver la prosperidad de nuestro país, no sólo en lo físico sino también en lo moral y psicológico », preocupado precisamente por la falta de agua que se hacía sentir en algunas regiones del país, había realizado una encuesta entre los extancieros de la provincia de Buenos Aires, y al comunicar luego sus resultados al Dr. Zevallos, le expresaba: « que casi todos los estancieros acusaban el hecho de haber tenido que alargar la soga de los baldes, de quince años a la fecha. Ha bajado el nivel de las aguas o se ha elevado el del suelo », decía.

Este hecho de la desecación de los terenos era mencionado también claramente en aquella época por el Ing. Luis A. Huergo, quien al referirse en sus estudios sobre el río Salado de la provincia de Buenos Aires, afirmaba: « Se conocen muchos ejemplos que demuestran que el nivel de las aguas subterráneas desciende contínuamente, y que los ríos y arroyos se transforman en cauces secos y pantanos de agua estancada. Los pozos deben ser profundizados casi anualmente, los jagüeles se hacen insuficientes para abastecer de agua a las haciendas, etc. ».

Tal vez estos antecedentes daban razón a Florentino Ameghino ([5]), (año 1884), cuando en sus escritos sobre las sequías y las inundaciones de la provincia de Buenos Aires sostenía que las aguas de las lagunas no debían drenarse ([6]).

Volviendo a las aguas profundas, debe recordarse en preferente lugar al Dr. Adolfo Doering ([7]), de la Academia de Ciencias de Córdoba, por uno de sus primeros estudios sobre las aguas, titulado: « Sobre datos hidrognósticos y perforaciones artesianas en la República Argentina »; al decreto de Bernardo de Irigoyen, de Marzo 1º de 1884 sobre instalación de una oficina para la investigación química-geológica de las perforaciones; a los trabajos de Sondeaux, perforando el primer pozo en Avellaneda ([8]); al Ing. Eduardo Aguirre ([9]) (año 1877), quién fuera más tarde profesor de nuestra Facultad de Ciencias, con su estudio: « Pozos ar-

tesianos en la provincia de Buenos Aires », donde sostiene su teoría de que la formación de las aguas subterráneas, en el N. O. de la provincia de Buenos Aires (*), debe provenir precisamente de infiltraciones del lado de Junín, etc.

Tienen también íntima relación con estos primeros trabajos sobre nuestra hidrología, dos problemas de hidráulica, que fueron en su tiempo apasionadamente debatidos, comenzando con ellos a hacerse conciencia, sobre la necesidad de los conocimientos geológicos en su relación con las aguas: nos referimos tanto al problema de los canales del Sud ([10]), que debatieron los ingenieros Nyströmer, Julián Romero, etc., y a aquel otro del canal del Norte, de Mar Chiquita a Baradero ([11]).

Es en el año 1902 ([12]) cuando aparece la primera idea de gobierno, clara y terminante, que debió marcar rumbos en estos problemas de la hidrogeología. Se debe al general Julio A. Roca, quien, siendo presidente de la República y el Dr. Escalante su Ministro de Agricultura, dicta el decreto del 28 de Abril de 1902, por el que se « compran dos máquinas perforadoras y se contrata el personal técnico necesario para su manejo ». = « considerando que es indispensable hacer una serie de estudios geológicos en la República, que sirvan de base al conocimiento de la hidrología ».

Debe recordarse luego al Dr. Francisco P. Moreno ([13]), al Ing. Hermitte, etc., y en especial debemos hacer mención a un antecedente del año 1904 que es muy significativo: el Ing. Pablo Nogués ([14]) es enviado a Estados Unidos de Norte América para perfeccionarse y para adquirir material moderno de perforaciones.

Posteriormente, en el año 1909, durante la Presidencia del Dr. Figueroa Alcorta, y siendo Ministro de Agricultura el Dr. Escalada, se sancionó la Ley Nacional Nº 6816, por la que se ordena que el Ministerio de Agricultura confeccione, por intermedio de la División de Minas, Geología e Hidrología, el mapa hidrogeológico de la República, para lo cual la Dirección de Geología y Minas, dirigida por el Ing. Hermitte, contaba con los servicios de R. Stappenbeck, de quien vamos a ocuparnos más adelante.

También en el orden provincial hubo una iniciativa muy bien fundada y que creemos que más tarde se malogró en gran parte. Siendo gobernador de la provincia de Buenos Aires el Dr. Marce-

(*) El autor tiene en preparación una historia detallada de todos estos primeros pasos, que espera terminar en el año en curso. No se hace aquí sino una reseña general y, en homenaje a la brevedad, cita solamente a los que cree más importantes.

lino Ugarte [15], se creó la Oficina del Mapa Topográfico y Geológico de la provincia, contratándose al Dr. Santiago Roth para la dirección de la misma.

Creemos oportuno dar la información sumaria de estos antecedentes, para que se observe como venía preocupando continuamente este problema en el país y cómo se consideraba en aquéllos tiempos la importancia que tenía para el progreso del mismo el conocimiento de su hidrogeología. Veamos ahora cuál es nuestra situación actual.

Debemos dejar previamente establecido y aclarado que no nos anima ningún propósito de crítica mezquina al considerar los antecedentes que vamos a recordar; pero creemos que debemos plantearlos con toda crudeza, dada la importancia y el significado que tiene para el país el problema del agua. En esta forma creemos sentir y manifestar el verdadero patriotismo, especialmente si recordamos que nos preocupa nuestra niñez desvalida, las cifras de la mortandad infantil excesivamente elevada y el número ciertamente crecido de exceptuados del servicio militar (según Levene) [16]; de 56.000 ciudadanos de veinte años llamados a las filas en 1936, 27.000 fueron rechazados, o sea el 48 por ciento; considerando que en todos estos fenómenos, seguramente, juega el agua — como diría el Dr. Rawson — un papel preponderante. Impresiona, por ejemplo, leer en los diarcs, que los niños de muchas regiones de La Pampa no tienen agua para beber, ni aún en la misma escuela a la que concurren para aprender las primeras letras del alfabeto; del asalto de trenes en procura de agua, etc.; y tenemos también presente que muchas de nuestras ciudades y pueblos han sufrido y sufren esa carencia de agua; y no es que las curvas de su crecimiento se hayan acentuado, ni que se exija un consumo mayor por haberse mejorado las costumbres higiénicas; nada de éso; en muchas de nuestras ciudades del interior queda aún el adobe como un obstáculo a la higiene y el mismo cuarto de baño es todavía, en muchos pueblos, un verdadero cuarto de lujo.

Al clamor de los pobladores y aún de los mismos gobiernos provinciales, motivado por la falta de agua, siempre ha respondido el parlamento votando fondos para que se adquieran equipos o se efectúen perforaciones en las regiones en las que más se hace sentir la falta de aquel elemento, pero parecería que ello sólo constituyera un problema que nos preocupa cuando los períodos de sequía se prolongan, tal como ha ocurrido hace unos dos años; se cae luego casi en la indiferencia o despreocupación cuando llegan las

épocas o períodos de lluvias frecuentes, dando la impresión de ignorarse que en muchas regiones del país el problema de la carencia de agua es casi permanente.

No ignoramos lo complejo de este problema de las aguas subterráneas en nuestro país, motivado especialmente por la gran extensión de su territorio y su distinta naturaleza geológica; lo que requerirá muchos años de observación y estudios para el conocimiento del subsuelo, aún en una forma general; pero creemos sinceramente que el mismo deberá ser encarado en primer término por personal técnico suficiente, como para poder plantear este estudio, de acuerdo a la magnitud y complejidad del mismo.

Es a este personal técnico que nos referiremos en especial en estas líneas. Sin negar ni desconocer mucho de la obra que ya se ha realizado, a pesar de las dificultades de todo orden que se han presentado, consideramos que queda casi todo por hacer; a este respecto, creemos oportuno consignar aquí algunas apreciaciones de un editorial del diario « La Prensa », de fecha 6 de Junio del corriente año, que resume muy bien las necesidades del país, del punto de vista de la hidrología. Dice, entre otras cosas, así:

« Habría que proceder al examen sistemático del país en procu-
« ra simultánea de agua potable y de yacimientos de combustibles
« sólidos, líquidos y gaseosos. Estos estudios, unidos a perforacio-
« nes rápidas y de poco costo, podrían dar indicaciones de los lu-
« gares donde convendría hacer perforaciones profundas. Nada más
« que el agua potable, que se llegase a encontrar en ciertas regio-
« nes que hoy carecen de ella, podría justificar el gasto. Además,
« el conocimiento del subsuelo habría de hacernos conocer muchas
« otras cosas, que ignoramos, en materia de minería, y que serían
« muy útiles para el país.

« Hace varios años que reclamamos la exploración del país en
« busca de agua y de combustibles por el interés de la economía
« nacional, pero sobre todo por razones de defensa y de previsión
« en caso de conflicto entre las grandes potencias, para que mu-
« chas poblaciones del interior no sigan careciendo de agua. Des-
« graciadamente estamos hoy frente a las consecuencias que había-
« mos señalado, de una política desacertada, y no vemos que se
« reaccione a tiempo, a pesar de que está abierto el camino para
« hacerlo con éxito muy probable ».

Como aspecto fundamental o básico para encarar este problema creemos que previamente debe considerarse la formación de per-

sonal técnico eficiente; creemos sinceramente que debe iniciarse una acción sistemática, con un plan definido para su formación, sin cuyo elemento esencial nos parece que nada serio puede hacerse o planearse.

El personal a formarse debe ser de verdaderos hidrogeólogos, de los que carece el país en calidad y cantidad suficiente, como para poder llevar adelante una obra de vastedad y de importancia, como la que se ha insinuado en las distintas iniciativas que se han presentado y se presentan continuamente, relacionadas con el problema de las aguas, en nuestro país.

Vamos a señalar algunos hechos categóricos, que son sumamente ilustrativos, para fundamentar esta opinión acerca de la falta evidente de personal técnico capacitado para resolver o encarar los diferentes problemas que la hidrogeología plantea o puede plantear al país.

La última sequía, que se señaló en forma más intensa primero en la provincia de Córdoba, donde la prolongada falta de lluvias en las sierras hizo disminuir el embalse del dique San Roque a niveles que no se registraban desde hacía muchísimos años; luego en Santiago del Estero, al extremo de obligar a emigrar en algunas regiones a muchos de sus pobladores; posteriormente en San Juan, con una disminución considerable del agua del río del mismo nombre, según unos por falta de nieve en la cordillera, según otros por su dureza, etc. etc. También fué intensa esta sequía en La Rioja, Catamarca, San Luis y parte de la provincia de Buenos Aires, regiones todas donde se hizo sentir la falta de lluvias periódicas, ocasionando ingentes perjuicios de toda índole. Hasta el mismo río Paraná marcó un descenso apreciable en el nivel de sus aguas, haciendo sentir con ello la falta de ese elemento, aún en los mismos pozos de los pueblos situados en sus riberas, como sucedió, por ejemplo, en Puerto Borghi, etc.

De esta sequía han quedado huellas profundamente marcadas en la provincia de Buenos Aires, La Pampa, Sud de Córdoba, etc., donde se señala el desastre más grande que puede ocasionar la falta periódica de lluvias, en los campos destinados a la agricultura, cual es la pérdida de considerables extensiones de terrenos debido a la erosión, que transforma los campos en eriales. En cuanto al Norte de Córdoba, parte de La Rioja y Catamarca, ya vienen sufriendo desde hace muchos años una disminución apreciable en sus precipitaciones pluviales; y con ello la despoblación paulatina de muchos campos de pastoreo, lo que trae como consecuencia la miseria y la desolación.

Este último período de sequía ha traído como consecuencia el florecimiento de las actividades de los presuntos *videntes del agua,* « zahoríes » o « rabdomantes », que pretenden tener el mágico poder de alumbrarla, aún allí donde no existe; y de otros personajes no menos populares, con sus aparatos que llaman « pluvializadores » y que tienen su « onda seca » y su « onda mojada ».

Tiene todo ésto, claro está, su parte cómica, cuando se considera la audacia de estos charlatanes; pero desgraciadamente tiene también para nosotros, y en grado sumo, una parte trágica, y es aquella que muestra precisamente nuestra ignorancia y la apatía de nuestro medio, que nos afecta profundamente.

Cuando un rabdomante o radiestésico, con o sin péndulo o varita mágica, vá a ofrecer sus servicios a una oficina del Estado, es por que allí, seguramente, se ha perdido ya la fe en los hombres y en los técnicos oficiales que están al servicio del mismo Estado. Es la misma situación de un enfermo que ha perdido la fe en el médico y recurre a los servicios de un curandero más o menos mentado, para tratar de remediar sus males.

Esos rabdomantes han prosperado y prosperan entre nosotros porque encuentran seguramente clima propicio para sus charlas. Así, hay algunos que hasta han pretendido presentar la certificación de los servicios prestados en reparticiones del Estado, para las que han trabajado en busca de agua; ésto significa que dichas reparticiones no sólo han perdido, como hemos dicho, la fe en el hombre diplomado, sino que atentan hasta cierto punto, directamente, contra los intereses del mismo Estado, que mantiene universidades y oficinas técnicas que deben encarar estos estudios, al no señalar entonces a las autoridades superiores del gobierno la falta de técnicos, o no propiciar algún medio para tratar de formarlos.

Tenemos además actualmente en el país, contratados por dependencias del Estado, a « geofísicos » ([17]) que trabajan en la localización y estudio de las napas de agua. Estos geofísicos deben ser más responsables, por supuesto, por su preparación, pero investigan o deben investigar agua sólo donde previamente el geólogo les indique el terreno propicio. No nos referimos aquí a los geofísicos contratados por Y. P. F., cuya labor es específica. Pero no es posible que nos entreguemos a estos profesionales extranjeros, y no tratemos en alguna forma de hacerlos o formarlos nosotros, sobre todo, cuando se considera los altos honorarios que se les asigna en los contratos respectivos.

En otro orden de ideas vamos a señalar algunos antecedentes de diferente naturaleza; pero que también nos muestran claramente cómo se encara, o pretende encarar, entre nosotros, la solución de ciertos problemas relacionados con la hidrogeología, originando discusiones y controversias, precisamente por la falta de la opinión autorizada del hidrogeólogo capacitado.

Hace tres o cuatro años se planteó la posibilidad de efectuar, en la ciudad de Buenos Aires, un suministro adicional o total de agua, empleando las napas profundas como fuente de provisión, completando así el suministro por medio del agua del río. Al respecto se proyectaron una serie de pozos ([18]); ello trajo como consecuencia una serie de discusiones que reabrían, en parte, ([19]) la vieja cuestión ya planteada por el Dr. Roth y el Ing. A. González ([20] y [21]), a propósito de la provisión de agua a la ciudad de La Plata.

Quien lea los trabajos presentados a la División de Ingeniería Sanitaria del Centro Argentino de Ingenieros y que dieron, seguramente, origen a aquel proyecto, observará que se opina sobre la riqueza de las napas de agua; se certifica su origen (del río Paraná, según unos; del lado de Junín, según otros; de acuerdo con la vieja teoría del Ing. Aguirre, etc.); se cita a Stappenbeck, a Roth, etc., pero no se ve en ninguno de los escritos, a favor de ese suministro de agua, la opinión de algún hidrogeólogo actual, capacitado para emitirla en un problema de tal magnitud.

Recordaremos que la misma Dirección de Minas y Geología, a la que se solicitó opinión sobre si podrían extraerse grandes volúmenes de agua del subsuelo de Buenos Aires, no dió, al parecer, una contestación definitiva. Por otra parte, seguramente que le sería dificilísimo emitirla sin estudios previos.

No podía entonces hablarse de rendimientos ni de interferencias de pozos, ni aplicar fórmula de libros o manuales, como se hacía en esas publicaciones.

Hoy nos permitimos agregar lo que dice un hidrogeólogo inglés [22] y [23]): « No es posible establecer rendimientos disponibles me-
« diante el uso de fórmulas matemáticas, pues la estructura geoló-
« gica desafía cualquier intento en ese sentido. Sólo el registro cons-
« tante del agua en una serie de pozos públicos o privados, en toda
« la región y durante un largo período de años, permite establecer
« si las fuentes de agua subterráneas son utilizables o no, en toda
« su amplitud ».

Este mismo asunto de la perforación de pozos en Buenos Aires no encontró, seguramente, ni aún entre sus más entusiastas y sin-

ceros defensores, estudios o trabajos que les permitieron ser optimistas en lo que se refiere al resultado que habrían de dar estos pozos, y, sobre todo, cuando se afirmaba posteriormente que parte de la provincia de Buenos Aires admitía nuevas consideraciones geológicas, por haberse fijado nuevas fracturas. Recordemos que, hasta un geólogo, opinó verbalmente, que si se extraían esos grandes volúmenes de agua, podía producirse un derrumbamiento del subsuelo de Buenos Aires.

Vamos a referirnos también, por lo que significa y muestra la confusión que nos traen estos problemas, aún en las mismas puertas de Buenos Aires, el caso de la ciudad de Avellaneda, que se va quedando lentamente sin agua. Hasta la surgente salitrosa que se utilizaba para usos industriales va desapareciendo poco a poco, siendo necesario extraerla ahora con equipos especiales. La compañía que surte de agua corriente a esa ciudad y pueblos circunvecinos, tiene que desplazar sus pozos hacia el lado de Mármol, etc., y con ello va dejando sin agua a los pacíficos vecinos de allí, que, no sólo no tienen agua corriente, sino que tampoco tienen ahora agua en sus pozos semisurgentes. Por otra parte, el diario « La Prensa » anunció que el Directorio de la Compañía de Aguas Corrientes de la Provincia, encaraba en Londres la posibilidad de efectuar un suministro a la ciudad de Avellaneda, con agua del río de la Plata.

Podríamos citar muchísimos casos de perforaciones que han sido muy criticadas, como las de Corrientes, Santa Fé, etc., y en las que no solamente se ha hecho, con seguridad, una mala inversión de dinero, sino que tampoco se ha ganado en experiencia para tratar de remediar el mal original, cual es el de la no intervención previa del hidrogeólogo.

En otro sentido, y con muchos antecedentes a la vista, podríamos justificar la falta de coordinación y orientación de las dependencias del Estado, en lo que se refiere al problema del agua: superposición de funciones, etc. recientemente, por ejemplo, ha aparecido una publicación de una dependencia del Ministerio de Guerra de la Nación ([24]), en la que se dan antecedentes sobre el agua subterránea, indicándose como deben efectuarse las perforaciones y hasta se señalan los inconvenientes que se le han presentado por haberse elegido mal el equipo de perforación. Dice, en la página 2: «...De lo expuesto anteriormente puede deducirse que « estos trabajos de exploración deben estar estrechamente vin- « culados al *conocimiento previo* de la estructura geológica del

« subsuelo, *aunque sea en forma aproximada,* a fin de evitar, preci-
« samente, lo ocurrido en la perforación de Paso de los Libres, en la
« cual hubo que cambiar de sistema de perforación, sustituyendo
« la máquina, con los consiguientes perjuicios de índole económica
« y la pérdida de tiempo consiguiente...», y en la pág. 12, al final
del trabajo, dice: «...Los métodos de perforación y maquinaria
« descriptos, que tienden a explotar mejor las napas acuíferas, que
« constituyen en la República Argentina una riqueza poco explo-
« tada, tienen un interés especial para el Ejército, sobre todo en
« lo referente a la generalización de las investigaciones realizadas,
« así como la recopilación de los datos que resultan de las mismas,
« ya sea como consecuencia de los trabajos propios, como de aque-
« llos provenientes de la experiencia pública y privada ».

« La obtención del agua, elemento indispensable para la vida y
« factor esencial de progreso, debe ser motivo de constante preocu-
« pación de toda la institución civil o militar. Este problema ha
« probado tener siempre un enorme poder gravitacional en las ope-
« raciones armadas que han tenido por campo de acción regiones
« pobres del precioso elemento.

« No puede aceptarse, pues, la sorpresa que significaría una im-
« presión al respecto, y dado que la preparación sobre el tema no
« puede resultar de actos improvisados; debemos abocarnos con tiem-
« po, y de inmediato, al perfecto estudio del subsuelo patrio, te-
« niendo presente que ello nos despejará el horizonte, permitiéndo-
« nos establecer, con aproximada precisión, las características de
« amplias zonas limítrofes. Para esto es necesario la intervención
« de un *organismo técnico* que metodice los trabajos, ordenando la
« tarea científicamente, de acuerdo a su carácter, sin atenerse siem-
« pre, estrictamente, al objetivo inmediato; que vigile la acción
« privada y la estimule (si es necesario) orientándola de continuo
« hacia los procedimientos y sistemas más *eficientes y modernos;*
« que determine la existencia en el país de los equipos y planteles
« capaces, fijando las cantidades imprescindibles para cualquier
« contingencia, y en general, que busque la colaboración de aque-
« llas entidades que han realizado tanta obra del orden comentado,
« con resultados dignos del mayor elogio y respeto...».

Habría que observar si entre esta publicación y las de Minas y Geología (25-26) no hay ninguna contradicción. Llama la atención que en esa publicación no se haga referencia alguna a las normas dadas y trazadas por la Dirección de Minas y Geología, cuyo criterio, lógicamente, debiera prevalecer en estos casos.

Ultimamente, y tal vez tentando ya una centralización futura de estos trabajos del agua, hemos visto que el P. E. de la Nación ha dado a publicidad dos decretos. Por uno se recomienda a la Dirección de Minas y Geología la recopilación de todos los antecedentes, tanto nacionales como extranjeros, que se relacionen con la parte legal de las aguas, con miras a una legislación posterior. Ya tenemos varias tentativas sobre este tema, como las de Wauters, ([27]), Spota ([28]) y la fundación de un centro de investigaciones permanentes de legislación de agua ([29]); pero, seguramente, al quererse encarar la explotación científica del agua subterránea, se va a tropezar con lo que constituye para nosotros la idea central de esta exposición: la falta de personal capacitado en cantidad suficiente como para realizar esta tarea.

Por el otro decreto, el P. E. de la Nación ha ordenado la recopilación de la Carta de Aguas del país, para lo cual se centraliza, en la Comisión de Climatología, todo lo relacionado con la confección de dicho trabajo.

Es muy cierto que faltan en el país cartas en lo que se refiere a la determinación de las informaciones acuíferas, con los detalles de los estratos geológicos de los pozos y perforaciones, tanto de propiedad pública como privada, con sus correspondientes datos complementarios sobre los niveles y análisis químicos de las aguas que se extraen. Por otra parte, existen muy pocas publicaciones en el país dedicadas a la hidrología, en lo que se refiere a textos o trabajos fundamentales.

Sólo la obra de Stappenbeck, escrita originalmente en idioma alemán resume la hidrogeología del país en una forma muy general. No han bastado, pues, los esfuerzos de J. J. Kyle ([30]), Miguel Puiggari ([31]), Herrero Ducloux ([32]), y Pablo Lavenir ([33]), etc., para demostrar la necesidad de una recopilación metódica de todos los datos e informes que se han efectuado. A este respecto, debería servirnos de ejemplo y de estímulo, el notable adelanto alcanzado en estos últimos años por la Comisión Nacional de Climatología y Aguas Minerales, cuya labor va apareciendo periódicamente impresa.

Sin embargo, un grave inconveniente puede presentársenos, si se hace la carta con los datos actuales: seguramente se van a marcar zonas con aguas malas y zonas con aguas buenas, etc., pero para ello sería necesario tratar de armonizar, previamente, los distintos criterios de las diversas oficinas del Estado que se ocupen de los análisis de aguas, pues, si bien tenemos relativa experiencia res-

pecto a la potabilidad de las aguas destinadas al consumo humano, aun cuando sería necesario aclarar algunos puntos, en cambio, respecto al agua para el ganado y hasta para el riego, no tenemos ninguna o muy poca experiencia acumulada o documentada, y lo que es peor aún, ni en vías de formación.

Pero siempre, por sobre todas estas consideraciones, estará como cuestión fundamental la formación de hidrogeólogos en la verdadera acepción de la palabra, los que no podrán formarse sino con el estudio constante y sin que distraigan su acción en ocupaciones secundarias. Estos técnicos solo pueden adquirir su especialidad o bien en la Universidad o bien en la Dirección de Minas y Geología.

Pero si consideramos la posibilidad de preconizar, actualmente, la iniciación de esa especialidad, en la universidad, nos será muy fácil documentar que la Escuela de Ciencias Naturales se desenvuelve en una situación un tanto precaria, especialmente, en lo que se refiere a los medios de enseñanza con que cuenta. Poco puede esperarse de ella, seguramente por muchos años, en tanto no se encare seriamente el problema de la absoluta falta de estímulo para el estudiante de Ciencias Naturales y aún para los mismos profesionales egresados, a los que no se retribuye monetariamente de acuerdo a la importancia de los estudios que deben encarar o las tareas que realizan, y sobre todo, de acuerdo a la capacidad científica que deben lógicamente ostentar quienes se ocupan de problemas tan fundamentales.

En lo que se refiere a la Dirección de Minas y Geología, consideramos que sus hombres no están tampoco rentados en una forma merecida, y que no se ha considerado allí como un eficaz elemento de progreso, la posibilidad de ir constantemente incorporando personal nuevo, joven y eficiente, a fin de evitar lo que actualmente nos ocurre, ya que es opinión general que en el país solo hay dos o más profesionales especializados en hidrogeología y aun a estos mismos se les discute.

Por otra parte, considérese que actualmente los mismos Yacimientos Petrolíferos Fiscales se ven obligados a recurrir a técnicos extranjeros, aún cuando tratan de formar personal propio, para lo cual estimulan a estudiantes a quienes rentan según sus condiciones, conocimientos de idiomas, etc., y hasta se les obliga a hacer trabajos de campaña.

Se comprenderá entonces la necesidad que tenemos de encarar este problema; aparte de los fundamentos que hemos expuesto anteriormente, también para « argentinizar » el país, usando en este

caso una expresión que se ha vulgarizado en los últimos tiempos. Para ello, como primera medida será necesario que seamos nosotros mismos los que estudiemos y tratemos de solucionar nuestros problemas, con todos los inconvenientes que se puedan presentar, comenzando por conocer y fijar todas las riquezas y bienes de nuestro suelo, removiendo todos aquellos obstáculos que se opongan a su mejor aprovechamiento.

El problema del agua es y será primordial y para encararlo será imprescindible, repetimos, disponer de hidrogeólogos que, con sus conocimientos adquiridos seguramente después de muchos años de estudios y de práctica, puedan señalarnos dónde se encuentran y dónde es más fácil y económica su captación, y cuáles son, con seguridad, las regiones del país en las que no se puede contar con ella o sólo existe en cantidad exigua.

Insistiremos recordando el antecedente de que hace muchos años el Ing. Pablo Nogués fué enviado por la Dirección de Minas y Geología, a los Estados Unidos, precisamente para la adquisición de material y su perfeccionamiento en materia de perforaciones. Una buena práctica que los países más adelantados del mundo mantienen constantemente: la de que sus buenos técnicos visiten, conozcan y observen de cerca todos los inconvenientes que aquellos países más viejos se ven obligados a encarar, la lógica experiencia que han adquirido y la forma más conveniente de efectuar los trabajos.

Las mismas reparticiones llamadas autárquicas, que frecuentemente deben recurrir a las napas profundas, para la provisión de agua y aún el propio Ministerio de Guerra, al que tanto debe, lógicamente, preocupar este problema, debieran centralizar todo lo que se refiere a estos estudios y coordinar su acción en procura, en primer término, de la formación de personal especializado, que es esencial, si no se quiere caer en malas soluciones o en la necesidad de contratar personal extranjero que lógicamente no puede conocer la geología del país, sino en una forma muy superficial. No compartimos la opinión de formar oficiales especializados en rabdomancia, como se sostiene en una publicación reciente ([34]), pero sí la de centralizar en un solo organismo este problema del agua.

Una sola entidad, o mejor aún, una sola persona debiera dirigir, convenientemente asesorada, todo lo que tiene atingencia con el problema del agua, armonizando métodos, dictando un programa científico de trabajo, y en especial, propendiendo a la formación de un personal todo lo numeroso que sea menester, eficiente, prác-

tico y capacitado para las delicadas funciones a que se lo destinará, y que tenga amplias atribuciones para el desempeño de su misión, y que no suceda lo que ha ocurrido con la Ley Nº 6816, en la que se disponía que la Dirección de Minas y Geología confeccionara el mapa hidrogeológico del país. Estamos seguros que no se ha podido cumplir ni en parte con lo dispuesto por la citada ley, por distintas razones; pues si bien habrá habido falta de fondos y de personal, habrá imperado, seguramente, nuestro espíritu criollo de anarquía y aún egoísmo, desgraciadamente tan frecuente, al no querer colaborar o trabajar, cuando sabemos o presumimos que nuestra colaboración ha de quedar en el anónimo, sin detenernos a pensar que esa obra anónima tiene muchísimo valor para el beneficio de todos, al traducirse en bien del Estado, a quien se debe servir siempre patriótica y desinteresadamente. Es frecuente también entre nosotros que tratemos de desligarnos del trabajo o la obligación, opinando que no nos pertenece. Esto seguramente ha ocurrido con lo dispuesto en la citada ley, y desgraciadamente volverá a ocurrir mientras que el organismo que se cree no esté ampliamente autorizado para solicitar a las distintas reparticiones todos los antecedentes que se estimen de interés, relacionados con nuestra hidrología.

Por lo expuesto consideramos que debiera encararse, y sería sumamente valioso y simpático que fuera nuestra misma Sociedad Científica la que lo auspiciara, como lo hizo ya hace sesenta años:

1º) La retribución adecuada de los técnicos del Estado, naturalistas, geólogos, etc., de manera que se vaya formando un plantel de personal argentino capacitado.

2º) No contratar personal extranjero para los estudios de la hidrología de nuestro país, sino por breve plazo y cuando sea de imprescindible necesidad.

3º) Crear becas de estudio y disponer de puestos bien rentados en las reparticiones del Estado para los ingenieros del país que se dediquen a los métodos de prospección, sea del agua, petróleo, etc.

4º) Arbitrar los fondos necesarios para la realización de un amplio y metódico estudio del subsuelo, perforando no sólo en los lugares donde se hace sentir la falta de agua, sino también allí donde sea de especial interés geológico.

5º) Centralizar en un sólo organismo todo lo que se refiera a perforaciones de estudio y reconocimiento del subsuelo (Geología y Minas, Yacimientos Petrolíferos Fiscales, Obras Sanitarias de la Nación, Ministerio de Guerra, Irrigación (construcción de diques), Ferrocarriles del Estado, etc.), orientando también desde allí los trabajos e iniciativas parciales.

6º) Armonizar la labor de las distintas oficinas que se ocupan actualmente del problema del agua para:

a) fines humanos;
b) ganado;
c) irrigación

en forma de registrar, depurar, etc., todos los datos de interés que se tengan a la fecha, publicados o no.

Con todo ello se llegará, desde luego después de algunos años de trabajo, a marcar qué regiones del país tienen agua buena y en abundancia; cómo influye la precipitación pluvial en la formación de las mismas; qué cantidad de agua encierran esas napas; cuánta se infiltra; qué zonas deben fijarse como de importancia o protección de esas aguas, etc., y lo que es de suma importancia, como se comprende ahora, en qué regiones las tierras no deben dedicarse a la agricultura u otras labores, para evitar el desastre motivado por la erosión.

Se orientará así, con seguridad, el trabajo de la tierra, permitiendo al hombre arraigarse a la misma, dando allí hijos sanos, fuertes y optimistas, sin necesidad de que siempre sea el Estado quien tenga que acudir en su auxilio; en esa forma, al agua bienhechora del cielo o de la tierra, se unirá la del sudor de la frente de quien empuña la mancera del arado, que es el agua que más santifica el trabajo humano.

BIBLIOGRAFÍA

(1) Burmeister, Germán. (Véase *Boletín de la Academia de Ciencias de Córdoba*).

(2) Kyle, Juan. J. *Sobre perforaciones en la provincia de Buenos Aires. Anales de la Sociedad Científica Argentina.* Bs. As. (1876). T. I; semestre I; pág. 63. *Anales de la Sociedad Científica Argentina.* Bs. As. (1876). T. II; semestre II; págs. 169-172.

(3) Zeballos, Estanislao. *Estudio geológico sobre la provincia de Buenos Aires. Anales de la Sociedad Científica Argentina.* Bs. As. (1876); T. II; semestre II; págs. 258-268 y 309-321.

(4) ZEBALLOS, ESTANISLAO. *Anales de la Sociedad Científica Argentina.* Bs. As. (1877); T. III; semestre I; pág. 17-35 y 71-80.

(5) AMEGHINO, FLORENTINO. *Las secas y las inundaciones de la provincia de Buenos Aires.* 1 folleto. Bs. Aires. Año 1886.

(6) BESIO MORENO, N. *La desecación progresiva del globo terrestre.* La Plata, 1910.

(7) DOERING, ADOLFO. *Estudios hidrognósticos y perforaciones artesianas en la República Argentina.* Bs. As. *Boletín de la Academia Nacional de Ciencias de Córdoba.* T. VI (1884); págs. 259-340.

(8) TORRASA, ARTURO A. *El partido de Avellaneda* (reseña histórica). 1 folleto. Bs. As., 1937.

(9) AGUIRRE, EDUARDO. *Pozos artesianos en la provincia de Buenos Aires. Anales de la Sociedad Científica Argentina.* Bs. As. (1882). T. XIII; semestre I; págs. 224-237.

(10) *Las inundaciones del sud de la provincia de Buenos Aires. Sus causas. Recopilación de antecedentes. La Ingeniería.* Bs. As. T XVIII; 1914.

(11) HUERGO, LUIS A. *El proyecto en ejecución del canal del Norte* (*de Mar Chiquita a Baradero*). *Anales de la Sociedad Científica Argentina.* Bs. As. (1905); T. LIX; semestre I; págs. 208-228 y 214-244.

(12) HERMITTE, E. *La Ingeniería.* Bs. As. Año VL; Nº 21 (1902); Nov. 15; págs. 241-246.

(13) HÉRMITTE, E. *Memoria presentada al Congreso Científico Internacional Americano* (1910). Montevideo.

(14) NOGUÉS, PABLO. *Utilaje de perforaciones. Anales del Ministerio de Agricultura.* Bs. As. Año 1904.

(15) UGARTE, MARCELINO. *Las obras públicas. Perforaciones y perfiles hidrogeológicos.* La Plata. *La Sección Geología.* Año 1915.

(16) LEVENE, RICARDO. *Censo de Higiene.* 1 tomo. El Ateneo (1936). Bs. Aires.

(17) DE VITA, ALBERTO. *Métodos geoeléctricos e investigación del agua subterránea. La Ingeniería.* Bs. As. Año XLII (1938); págs. 804-806.

(18) SIERRA, G. A. *Proyecto para la ampliación del aprovisionamiento de agua potable a la Capital Federal por aprovechamiento de las fuentes subterráneas. La Ingeniería.* Bs. As. Año XXXVIII (1934); Nov.; págs. 541-555. Dic.; págs. 616-632. Año XL (1936); Junio; págs. 423-432; Julio; págs. 486-496.

(19) *Observaciones sobre el primer trabajo presentado a la División Técnica de Ingeniería Sanitaria,* por el Ing. L. IVANISSEVICH. *La Ingeniería.* Bs. As. Año XL (1936); Abril; págs. 249-281.

(20) ROTH, SANTIAGO. *Informe sobre el problema del abastecimiento de aguas a la ciudad de La Plata. La Ingeniería.* Bs. As. Año XIII; Nº 15 (1913). Agosto; págs. 242-245. Nº 16 (1913); Agosto; págs. 256-259.

(21) GONZÁLEZ, AGUSTÍN. *Ampliación de la provisión de agua potable a la ciudad de La Plata. La Ingeniería.* Bs. As. Año XVII (1913); Ns 13; Julio 1º; págs. 201-205.

(22) MORTON, E. *Problems of Hydro-Geology. Transactions of the Institution of Water Engineers.* Vol. 34 (1929); pág. 111.

(23) MORTON, E. *Problemas hidrogeológicos que afectan la práctica moderna de establecimientos sanitarios. Water and Water Engineering.* Vol. XL; Nº 500; (1938); Octubre; págs. 147-155.

(25) MONTES DE OCA, JUAN. *El servicio de perforaciones en la República Argentina. Boletín* Nº 1 (1911); Ministerio de Agricultura (Geología y Minas).

(26) Felzman, E., y Langer, Juan. *Investigación y estudio de las napas de agua por medio de perforaciones. Boletín* Nº 2 (1911). Minitserio de Agricultura (Dirección General de Geología y Minas).

(27) Wauters, Carlos. *Las aguas subterráneas en nuestro legislación civil. Anales de la Sociedad Científica Argentina.* Bs. As. (1937). T. CXXIV; semestre II; II; págs. 323-354. T. CXXIV (1937); semestre II; págs. 383-399.

(28) Spota, Alberto. *Ley de aguas para la provincia de Buenos Aires. Tratado de Derecho de Agua. La Ingeniería.* Bs. As. T. XXXIX (1935); T. XL (1936); T. XLI (1937); T. XLII (1938); T. XLIII (1939).

(29) *Centro de investigaciones permanentes de legislación de aguas* (Del Seminario de Ciencias Jurídicas y Sociales de la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales). *La Ingeniería.* Bs. As. Año XLI (1937); Abril; pág. 271.

(30) Kyle, Juan J. *Revista del Archivo de la Sociedad Científica Argentina.* Dr. Marcial R. Candioti. Año 1891; pág. 20.

(31) Puiggari, Miguel. *Datos hidrológicos sobre la provincia de Buenos Aires. Anales de la Sociedad Cien'ífica Argentina.* Bs. As. (1882); T. XIII; semestre I; págs. 49-59.

(32) Herrero Ducloux, E. *Hidrología agrícola e industrial de la República Argentina. Censo agropecuario nacional.* T. III (1909).

(33) Lavenir, Pablo, y Herrero Ducloux, E. *Contribución al estudio de las aguas superficiales y subterráneas de la República Argentina. Anales del Ministerio de Agricultura de la Nación.* Sección Química; T. II (1905).

(34) *Revista Militar.* Vol. 72; Nº 5 (1939). Mayo; Nº 460; pág. 1051-1060.

Nota: En el mes de marzo del corriente año ha sido constituída una entidad civil, bajo la denominación de « Instituto Argentino del Agua », cuya finalidad primordial es el estudio sistemático e integral de las aguas superficiales y subterráneas argentinas, orientar y coordinar la acción privada en tal sentido y coadyuvar en el mismo propósito con los poderes públicos, a realizar investigaciones científicas y provocar una mayor utilización y explotación racional del agua.

CURCULIONIDES NOUVEAUX DE L'ARGENTINE ET AUTRES RÉGIONS SUD-AMÉRICAINES

Par A. HUSTACHE

(*Conclusión* *)

Conotrachelus variolosus n. sp. (♂).

Oblong, noir mat, les antennes et les tarses roux, la pubescence dorsale brune et cendrée, fine, très courte, assez dense par places mais ne formant pas de dessin tranché.

Rostre peu plus long que le prothorax, peu arqué en avant, épais, en arrière sur les côtés avec un profond sillon rempli de squamules d'un jaune brun, dessinant une ligne latérale jaune, en dessus couvert de fines soies jaunes peu serrées, soulevées, finement ruguleux, les sillons et carinules fins et visibles seulement en avant. Front fovéolé. Antennes subapicales, le 1er. article peu plus long que le 2e., le 3e. plus long que large, les suivants courts.

Prothorax un peu plus large que long, les côtés parallèles jusque un peu en avant du milieu, ensuite obliquement convergents, le rétrécissement antérieur mal délimité, indiqué par un profond sillon sur les côtés, la base bisinuée et les angles postérieurs aigus; modérément convexe, transversalement impressionné en avant, le disque de convexité irrégulière, les points très gros, irrégulièrement dispersés, plus serrés sur les côtés. Ecusson petit, convexe.

Elytres plus longs que larges, subparallèles jusqu'au delà du milieu, les épaules brièvement arrondies; disque convexe, entre les 3es. interstries longitudinalement aplani; suture plane et lisse, les 3e. et 7e. interstries avec une fine côte entière, le 5e. avec une fine côte en arrière, obsolète sur son tiers antérieur, les autres interstries très étroits, beaucoup moins larges que les points des séries ces derniers très gros, profonds, serrés.

* Ver número anterior.

Fémurs antérieurs avec deux dents obtuses, les autres fémurs unidentés.

Long. 5 mm.

Tigre, VI-1938 (M. J. Viana).

Cette espèce, par sa forme, ressemble quelque peu à *C. subnebulosus* m. de la même région, mais elle en diffère totalement par la sculpture.

Conotrachelus vulgaris n. sp. (♂).

Rhomboidal, brun, mat, les pattes et les antennes ferrugineuses, le revêtement dorsal fin, gris (ou brun), sur les élytres dense, sur leur base plus serré et plus jaune formant une bande basale interrompue par la suture, sur les 3e. et 5e. interstries encore plus serrée et formant deux linéoles se prolongeant sur les côtés du prothorax presque jusqu'au milieu, étant arquées, se rapprochant, puis divergentes en avant. Elytres, le long des côtes avec de très courtes soies espacées

Rostre peu plus long que le prothorax, épais, arqué en avant; en arrière latéralement peu comprimé, ponctué substriolé, mat, en dessus avec une fine carène et deux sillons obsolètes, en avant luisant, finement pointillé. Antennes insérées vers le quart apical du rostre, courtes, le 1er. article du double aussi long qu' épais, beaucoup plus épais mais pas plus long que le 2e., les articles 5-7 globuleux, leurs cils dressés.

Prothorax à peine plus large que long, s'élargissant légèrement et les côtés subrectilignes de la base au tiers antérieur, en avant largement mais obliquement rétréci, le bord antérieur sinué au milieu, les angles postérieurs droits, la base faiblement bisinuée; peu convexe, transversalement impressionné en avant, avec le bord antérieur relevé; mat, longitudinalement mais faiblement impressionné dans le milieu, la ponctuation fine, peu serrée. Ecusson semioblong.

Elytres peu plus longs que larges, les épaules arrondies obtusément et relevées; convexes, les interstries impairs relevés en fines côtes entières, la suture et les autres interstries peu convexes, les latéraux plus convexes, les points des séries assez gros, pourvus au fond d'une courte soie, séparés par des intervalles convexes.

Fémurs antérieurs granulés râpeux en dessous mais sans dent appréciable, les autres fémurs avec une petite dent cachée sous un pinceau de pubescence.

Long. 4,8 mm.

Tigre, VI-1938 (M. J. Viana).

Conotrachelus tibialis n. sp.

Rhomboidal, brun, le rostre, les antennes, les tibias et les tarses ferrugineux, revêtu en dessus d'une fine pubescence d'un jaune ocré, sur le rostre (en avant excepté) dense, sur le prothorax longue mais peu serrée, ne voilant pas le fond, sur les élytres dense et formant une large bande basale interrompue par la suture, de nombreuses mouchetures sur le disque, dont deux plus distinctes tout près du sommet.

Rostre: ♂, plus long que le prothorax, épais, fortement arqué, en arrière avec une fine carène médiane, en avant légèrement rétréci, glabre, ponctué-striolé; ♀, plus long, plus étroit, plus longuement rétréci en avant, en avant lisse, obsolètement pointillé. Front rétréci, moins large que la base du rostre. Antennes médianes (♀), ou plus antérieures (♂), le 2e. article peu moins long que le 1er.

Prothorax à peine plus large que long, sa plus grande largeur vers le milieu, en arrière très peu, en avant assez fortement rétréci, la base bisinuée et les angles postérieurs droits; peu convexe, en avant largement impressionné transversalement, criblé de petits points et de fines rugosités serrées. Ecusson convexe, pointillé, finement pubescent.

Elytres subtriangulaires, plus longs que larges, les épaules brièvement arrondies et un peu relevées; convexes, les interstries impairs relevés en une fine côte entière, les autres interstries plans, ruguleux, aussi larges que les points des stries, ces derniers subrectangulaires et assez serrés.

Fémurs unidentés, la dent des antérieurs obtuse. Tibias antérieurs chez le ♂ pourvus sur leur milieu interne d'un denticule aigu, chez la ♀ inermes, sinués, leurs bords parallèles.

Long. 4 mm.

Isla Martín García, I-1938 (M. J. Viana).

Cette espèce a la forme de la précédente dont elle se distingue par le rostre, la forme et la ponctuation du prothorax, la dent des tibias antérieurs chez le ♂.

Tyloderma nigromaculata n. sp.

Ovale oblong, d'un rouge orangé, glabre, luisant, orné de taches noires, nettes, ainsi disposées: sur le prothorax, deux, étroites, basales, parfois confluentes en étroite et courte bande; écusson petit et noir; sur les élytres 9 taches dont l'une commune, subapicale, en ovale

transversal en arrière brièvement rétrécie et prolongée sur la suture jusqu'à son sommet, les autres disposées en deux lignes transversales, l'une vers le tiers antérieur, l'autre postmédiane, les 4 taches dorsales transversales, les 4 marginales étroites, allongées, les antérieures sous-humérales et manquant parfois. Tête en avant, rostre, massue antennaire, noirs.

Rostre gros et court, éparsément, finement pointillé. Prothorax conique, à peine aussi long que large; convexe, en avant largement mais légèrement impressionné transversalement; lisse, luisant, microscopiquement pointillé.

Elytres s'élargissant très légèrement de la base au milieu, ensuite se rétrécissant fortement en arrière, au sommet étroitement arrondis, subacuminés ensemble; fortement convexes, sériés ponctués, les points assez espacés, arrondis, derrière la base assez gros, graduellement affaiblis en arrière, effacés avant le sommet, la 1ère. série approfondie et visible sur toute sa longueur, les interstries plans et lisses.

Ventre avec les deux premiers segments lisses, les deux suivants avec une ligne de points, le 5e. avec des points assez gros mais peu serrés.

Long. 3-3,8 mm.

Tigre, 16-I-1916 (J. Bosq), 9 spécimens, Buenos Aires, 1915 (Id.).

Tyloderma obliquata n. sp.

Oblong, d'un rouge ferrugineux, assez luisant, les élytres en arrière du milieu avec deux taches noirâtres allongées, séparées par la suture, divergentes en avant, et avant le sommet avec deux petites taches noirâtres, sur les interstries 2e. et 3e. Pubescence dorsale blanche, fine, couchée et éparse sur les élytres, très éparse sur le prothorax.

Tête alutacée, à pubescence éparse, le front fovéolé. Rostre moins long que la tête, large, pubescent comme la tête, élargi en avant de l'insertion antennaire. Prothorax oblong, aussi long que large, sa plus grande largeur un peu en arrière du milieu, les côtés en arrière plus fortement arqués qu'en avant, devant les angles postérieurs brièvement resserrés, les angles postérieurs aigus; convexe, en avant largement mais peu profondément impressionné transversalement, le bord antérieur fortement avancé sur la tête; lisse, la ponctuation microscopique et éparse.

Elytres peu plus du double aussi longs que larges, parallèles jusqu'au milieu, en arrière fortement rétrécis, au sommet étroite-

ment arrondis, subacuminés ensemble, les épaules brièvement arrondies et un peu élevées; convexes, sériés ponctués, les points assez serrés, à la base gros, en arrière graduellement moindres, la 1ère. série plus grossière, en arrière fine mais distincte.

Long 3,4-5 mm.

Corrientes: San Roque, II-1920 (J. M. Bosq), 5 spécimens.

Cette espèce varie de coloration.

Var. **innotata** n. var.

Elytres sans taches, d'un rouge plus foncé, parfois légèrement cuivreux, la pubescence plus dense, en partie condensée ça et là en très petites mouchetures. Dessous plus foncé, noirâtre.

Terr. des Misions, Rio Paraná; Buenos Aires, 3-II-1914 (J. Bosq), nº 33; Buenos Aires (C. Bruch), nº 8.

Tyloderma aenea n. sp.

Ovale oblong, d'un cuivreux métallique, très luisant, les élytres vers le sommet teintés de rougeâtre, les pattes rouges; glabre.

Prothorax un peu plus long que large, subconique, les côtés en arrière à peine arqués, en avant latéralement un peu comprimés, les angles postérieurs droits, la base oblique de chaque côté; forte ment convexe, microscopiquement et éparsément ponctué, luisant.

Elytres courts, de moitié plus longs que larges, parallèles jusqu'au milieu, modérément rétrécis en arrière; convexes, à la base legérèment impressionnés en dedans de l'épaule et plus fortement le long de la 1ère. strie; disque convexe, les points et les stries dorsaux complètement effacés, la 1ère. strie seule perceptible (sous un grossissement de 50) dans l'enfoncement de la base et à son extrémité.

Pattes assez robustes, éparsément pointillées. Métarternum sur ses côtés avec des points assez gros, assez serrés, brièvement sétulosés.

Long 2,3-5 mm.

Buenos Aires (C. Bruch), nº 181, deux spécimens.

Tyloderma elegantula n. sp.

Oblong, rouge, les élytres dans le milieu noirâtres (sauf le long de la suture), orné d'un dessin blanc composé d'étroites squamules linéaires serrées et couchées, comprennant: sur le prothorax deux lignes légèrement arquées, s'effaçant au milieu, atteignant en arrière la base des stries 5es., se prolongeant sur les élytres mais en forme

d'arc plus prononcé et se terminant vers le tiers antérieur des 4es. stries, ces derniers arcs reliés aux épaules par un arc partant de leur milieu; sur les élytres, vers le tiers postérieur, une large fascie transversale (squamules non contiguës quoique serrées), sur ses côtés rétrécie et atteignant les bords, sur la suture brièvement prolongée en avant et en arrière, cette fascie renfermant de chaque côté deux petits points dénudés, bordée de noir, en arrière dans son milieu. Dessous noirâtre.

Prothorax aussi long que large, oblong, peu élargi dans son milieu, les angles postérieures droits; convexe, faiblement impressionné transversalement en avant, sa ligne médiane relevée et imponctuée, le disque avec d'assez grands points, peu profonds, épars et squamigères, les intervalles lisses, le bord antérieur à pubescence assez dense. Ecusson assez grand, convexe, glabre.

Elytres deux fois aussi longs que larges, parallèles jusqu'au milieu, modérément rétrécis en arrière et au sommet assez largement rétrécis; convexes, les points des séries gros et serrés derrière la base, graduellement moindres et plus écartés jusqu'à la fascie postérieure, ceux de la 1ère. série plus gros et plus serrés, le sommet finement strié.

Tibias pourvus en dedans, un peu avant le sommet d'un très petit denticule.

Long. 4 mm.

Delta del Paraná, Guazú, 23-II-1919 (J. M. Bosq), un spécimen.

Eubulus tigrensis n. sp.

Ovale, noir, les antennes d'un ferrugineux clair, les pattes d'un brun ferrugineux, le revêtement dorsal très dense, squamuleux d'un brun jaune, varié de cendré et de noir, le prothorax avec deux petites taches basales noirâtres sur fond impressionné, avec un dessin plus clair, cendré, comprenant une étroite bande médiane sur le milieu antérieur, se divisant en deux rameaux arqués en arrière et remontant obliquement jusqu'au bord antérieur, et de chaque côté une petite tache cendrée, isolée, près du milieu du bord latéral; sur les élytres les taches sombres, petites, irrégulièrement disposées en trois bandes transversales, la bande la plus nette vers le tiers antérieur et sur fond impressionné. Ecusson étroit, élevé, glabre, noir, finement caréné au milieu.

Rostre à peine plus long que le prothorax, fortement arqué, en arrière dilaté, avec une fine carène médiane, les côtés rugueux, substriés, en avant lisse, luisant, très finement pointillé. Front

impressionné, rugueux, à peine aussi large que le rostre entre l'insertion des antennes. Antennes médianes, le 2e. article un peu moins long que le 1er., les suivants transversaux, serrés, croissant un peu en épaisseur, la massue aussi longue que les 5 articles précédents ensemble, sa plus grande largeur vers son quart apical.

Prothorax transversal, sa plus grande largeur au milieu, de ce point en arrière les côtés convergents et droits, en avant sinués en dedans jusqu'au court resserrement apical; convexe, caréné au milieu, de chaque côté en avant impressionné contre la carène.

Elytres semi-elliptiques, de moitié plus longs que larges, la base bisinuée, les épaules brièvement arrondies, assez saillantes; convexes, les interstries 1, 3, 5, 7, 9 tectiformes et carénés, les autres interstries plans, les points des stries en avant médiocres, leurs intervalles aussi grands que les points, en arrière très petits, tous pouvus au fond d'une courte squamule.

Fémurs intérieurs bidentés, la dent externe beaucoup moindre que l'interne; tibias antérieurs à peine bisinués en dedans; onychium et ongles roux clair.

Long. 5,7 mm.

Tigre, VI-1938 (M. J. Viana).

Cette espèce est voisine de *E. Bruchi* m.; elle s'en distingue par le revêtement squamuleux, formé sur le prothorax et les élytres de grosses squamules recouvrant complètement les téguments, d'une autre coloration, la massue antennaire beaucoup plus longue, les côtes des élytres beaucoup plus élevées et leurs intervalles plans, les fémurs antérieurs bidentés.

Tyrannion granulatus n. sp.

Ovale, noir, mat, les antennes ferrugineuses, les tarses d'un brun ferrugineux; revêtu en dessus de très petites squamules, subgranuleuses, d'un brun flave, assez serrées, sur les élytres entremêlées de quelques squamules cendrées formant quelques petites taches peu apparentes, dont une distincte sur le calus postérieur. Interstries des élytres, en avant, pourvus sur leurs bords de petits granules contigus aux points des stries. Ecusson glabre.

Rostre peu plus long que le prothorax, assez fortement arqué, cylindrique, luisant, très finement pointillé, à la base très peu élargi, finement rugueux et avec une courte carène, prolongée et plus élevée sur le front. Front un peu moins large que la base du rostre. Antennes médianes, courtes, les deux premiers articles égaux, le

7e. faiblement transversal, la massue oblongue et à peine aussi longue que les 4 articles précédents ensemble.

Prothorax peu plus large que long, dans sa moitié antérieure se rétrécissant brusquement et fortement, les côtés arqués convergents jusqu'au large resserrement apical, en arrière les côtés parallèles, les angles postérieurs droits, la base modérément bisinuée; convexe, grossièrement ponctué rugueux, avec une carène médiane flanquée à sa base de chaque côté, d'une impression.

Elytres de moitié environ plus longs que larges, les épaules accusées, brièvement arrondies, les côtés parallèles jusqu'au milieu au sommet largement arrondis ensemble; modérément convexes, le calus postérieur petit, cendré, suivi d'une légère impression; stries très fines, leurs points, en avant, assez gros, entamant les interstries, assez serrés, en arrière devenant plus petits; interstries larges, plans, densément ponctués, la suture étroitement relevée et lisse.

Fémurs avec une petite dent obtuse; tibias droits. Dessous glabre, luisant, grossièrement ponctué, les points pourvus au fond d'une très courte soie squamuleuse, les points unisériés sur les épisternes métathoraciques, et les 3e. et 4e. segments ventraux, moindres mais très serrés, rugueux sur le 5e. segment.

Long. 6-8 mm.

Tigre, VI-1938 (M. J. Viana).

Uruguay: Cerro Largo (Fraile Muerto), 13-XI-1929 (J. Tremoleras).

CEUTHORRHYNCHINAE

Auleutes Bosqi n. sp.

Roux jaune, les pattes plus claires, revêtu en dessus de très petites squamules teintées de jaune, sur les élytres éparses en avant, plus serrées en arrièree, sur le prothorax serrées et plus grosses sur les côtés, peu visibles sur le disque.

♂. Rostre aussi long que le prothorax, épais, aussi large que les fémurs antérieurs, peu arqué, très densément ponctué rugueux. Front profondément impressionné. Antennes insérées un peu en avant du milieu du rostre, fines, le 2e. article du funicule à peine moins long que le 1er., plus court que les 3e. et 4e. réunis, les quatre derniers globuleux, non épaissis, la massue ovale, légèrement rembrunie.

Prothorax transversal, subtrapézoidal, graduellement rétréci, le bord antérieur au milieu avec deux denticules, leur intervalle légèrement arqué en arrière; le disque avec quatre tubercules, les deux médians obtus, petits, séparés par le large et profond sillon médian, les deux tubercules postérieurs plus gros et situés en avant des angles postérieurs, sur le bord latéral; ponctuation assez forte et très serrée, ruguleuse, la base (et celle des élytres) étroitement noirâtres et précédées d'une ligne de points plus gros. Ecusson petit, enfoncé.

Elytres en demi ovale, aussi longs que larges; modérément convexes, le calus postérieur obsolète mais suivi d'une légère impression dans laquelle les stries sont plus profondes; stries assez fortes, ponctuées, squamulées; interstries fortement convexes, finement ponctués, squamulés. Fémurs modérément épaissis, inermes. Tibias droits, graduellement élargis, les corbeilles tarsales postérieurs ascendantes, leurs soies noires. Article tarsal 4e. à son sommet brun, les ongles appendiculés.

Dessous en partie noirâtre, revêtu de squamules jaunes, plus grosses, serrées sur le sternum, éparses sur l'abdomen. Canal prosternal se terminant à pic, par une cloison verticale tangente au bord postérieur des hanches intermédiaires. Segment ventral 2e. au milieu un peu moins long que les 3e. et 4e. ensemble, la 1ère. suture très fine; deux premiers segments largement mais peu profondément impressionnés au milieu, le 5e. segment avec une fovéole lisse, marquée seulement de 3-4points.

Long. 2,1-2,2 mm.

Prov. Buenos Aires: Punta Lara, 17-I-1932 (J. M. Bosq).

Hypocoeliodes quadrituberculatus n. sp.

Noir, légèrement soyeux-luisant, les antennes, les tibias et les tarses rouges, les élytres avec quelques squamules piliformes blanches sur l'épaule, d'autres formant une étroite fascie transversale arquée, médiane, située latéralement entre les gros tubercules et une étroite fascie subapicale, ces deux fascies effilochées, peu apparentes, le prothorax avec quelques poils blancs devant les tubercules, et en arrière sur le sommet des épimères, les pattes et le dessous avec quelques poils blancs, épars.

Rostre large, épais, modérément arqué, fortement rugueux. Tête mate, éparsément, ponctuée, le vertex caréné, le front déprimé avec un fin sillon médian et quelques poils blancs; derrière les yeux une petite tache de pubescence blanche, peu serrée.

Prothorax transversal, en avant largement et profondément étranglé, le bord antérieur redressé, au milieu triangulairement et largement échancré, les côtés de l'échancrure en angle aigu; le disque avec 4 forts tubercules, disposés en arc, les deux médians les plus gros, séparés par le sillon médian, les latéraux plus aigus situés en arrière près des bords latéraux, le sillon médian large et profond, la ponctuation grosse mais en arrière peu profonde et très serrée, en avant beaucoup plus profonde, fovéolée. Ecusson petit.

Elytres semi-ovales, pas plus longs que larges, fortement arqués sur les côtés, la base relevée et rebordée jusqu'au 6e. interstrie, les épaules relevées, fortes, brièvement arrondies; modérément convexes, chaque élytre pourvu de 3 séries de tubercules, la 1ère, en arrière de la base (tubercules sur les interstries 3e., 5e., les épaules), la 2e. série en arrière du milieu (tubercules sur les interstries 3, 5, 7, 8, 9), la 3e. série formant la crête antéapicale, forte, gibbeuse; suture plane, en avant s'élargissant fortement et couverte de très petites squamules jaunâtres; 2e. et 3e. stries entières, caténulées ponctuées; autres stries caténulées ponctuées, mais interrompues par les tubercules; 2e. interstrie plan, les autres interstries inégalement relevés, tous pourvus de petits granules irrégulièrement espacés.

Long. 2,1 mm.

Entre Ríos, Concordia, Hayward (J. M. Bosq, n° 90).

Hypocœliodes obscurus n. sp.

Noir, presque mat, les antennes (massue plus foncée), les tibias et les tarses d'un ferrugineux foncé; revêtu en dessus de três courtes squamules sétiformes, foncées, très peu apparentes, le long de la suture blanchâtres, plus grosses, bisérées, derrière l'écusson serrées, formant une petite tache, le prothorax avec quelques squamules semblables en arrière dans le sillon médian, sur les tubercules, et sur le sommet des épimères. Pattes et dessous avec des squamules cendrées, sur les pattes subpiliformes et peu serrées, sur le métasternum ovales et assez serrées, plus étroites et éparses sur l'abdomen.

Rostre moins long que le prothorax, peu arqué, densément ponctué ruguleux, en arrière pubescent. Tête ponctuée, squamulée, le vertex caréné au milieu, le front profondément impressionné. Antennes avec les deux premiers articles du funicule allongés, égaux, les 3e. et 4e. de même grosseur, paraissant soudés, les trois derniers globuleux, bien détachés, la massue ovale.

Prothorax transversal, fortement convexe, en avant profondément étranglé, le bord antérieur fortement redressé, en son milieu échancré; avec un large et profond sillon médian, et de chaque côté, un peu en arrière du milieu, avec un fort tubercule; la ponctuation peu forte mais très serrée, ruguleuse. Ecusson étroit, enfoncé.

Elytres semi ovalaires, pas plus longs que larges, au sommet largement arrondis séparément et granulés râpeux; convexes, largement et profondément striés-ponctués, les interstries convexes, fortement rugueux, granulés, plus fortement en arrière, pourvus de fines et courtes soies visibles de profil. Pygidium densément ponctué.

Fémurs profondément canaliculés en dessous. Canal pectoral allongé, profond, entamant le bord antérieur du métasternum.

Long. 2 mm.

Tandil, 1937 (M. J. Viana).

Petite espèce d'aspect terne, sans dessin, remarquable par la conformation des antennes et la longeur du canal prosternal.

BARINAE (1)

Baris Vianai n. sp.

Noir, le prothorax (bord apical excepté) et les pattes (tarses noirs exceptés) d'un rouge sanguin, les points pourvus au fond d'une microscopique soie blanche, celles du dessous un peu plus longues.

Rostre peu plus long que la moitié du prothorax, remarquablement épais, beaucoup plus large que les fémurs antérieurs, à sa base coudé, séparé du front par un très fin, obsolète sillon transversal, les points peu gros, peu serrés sur le milieu, très serrés sur les côtés, en avant luisant, légèrement rétréci. Antennes postmédianes, d'un noir de poix ou d'un ferrugineux foncé, avec la massue foncée, courtes, robustes, le 1er. article subconique, de moitié plus long que large, les suivants très serrés, graduellement et fortement élargis, la massue brièvement ovale.

Prothorax presque aussi large que les élytres, peu plus large que long, les côtés subparallèles, très peu convergents jusqu'au tiers antérieur, ensuite fortement obliques jusqu'au sommet, le bord antérieur moindre que la moitié de la base, la base bisinuée, son lobe

(1) La Révision qui est rappelée dans ce travail attend son impression depuis 1929, elle renferme la description de très nombreuses espèces de l'Argentine.

médian large mais peu avancé, les angles postérieurs droits; assez fortement convexe, les points assez grands, arrondis, peu profonds, séparés par des intervalles lisses et deux fois plus grands que les points, sur les côtés les points plus serrés; avec une étroite ligne médiane lisse.

Elytres de moitié plus longs que larges, se rétrécissant peu jusqu'au tiers postérieur, le calus huméral petit et lisse, le calus postérieur obsolète; modérément convexes, les stries étroites, plus larges et plus profondes vers la base, les interstries larges, plans, alutacés avec une série de petits points sétigères. Pygidium grand, densément ponctué-rugueux.

Pattes robustes, les tarses courts et noirs, les ongles roux et simples.

Long. 3 mm.

Isla Martín García, I-1938 (M. J. Viana).

Baptobaris carnifex Boh., var. **argentinensis** n. var.

Pattes (tarses excepté) et souvent le rostre, rouges comme le dessus.

Ponctuation dorsale plus forte.

C'est la forme rouge très répandue en Argentine.

Cylindrocerinus rubricatus n. sp. [1].

Noir, le prothorax et parfois les élytres, les pattes, d'un rouge sanguin foncé; orné d'un dessin squamuleux blanc, comprenant sur les élytres deux linéoles recouvrant le quart basal des 3es. interstries; sur le dessous, sur le prosternum une large bande recouvrant toute sa partie antérieure et pénétrant entre les hanches, sur le reste une bande latérale formée de taches et en outre une tache sur les épimères et une autre large sur les côtes du métasternum.

Rostre plus long que la tête et le prothorax, fortement arqué. Prothorax campanuliforme, très finement et éparsément pointillé. Elytres peu plus longs que larges, se rétrécissant légèrement en arrière dès les épaules, au sommet assez largement arrondis; fortement convexes, profondément striés, les interstries convexes, obsolètement pointillés.

Long. 3-3,5 mm.

[1] Plus longuement décrit dans la Révision; dans la même Révision sont également décrites 12 espèces nouvelles du genre voisin *Cylindrocerus*, dont plusieurs de la Bolivie et du Paraguay.

Prov. Buenos Aires, 1897, types (C. Bruch); Santiago del Estero; Tucumán (C. Bruch); Paraná; Tigre, VI-1918 (M. J. Viana). Montevideo. — Paraguay: Hohenau (H. Jacob). — Brésil.

Cette espèce se distingue immédiatement du génotype *C. tubifer* Chp., par ses taches élytrales. Très répandue elle varie notablement de coloration, le rostre et les pattes restant cependant toujours foncés.

Cylindrocerinus minutissimus n. sp.

Très petit, marron, le prothorax souvent rembruni, le dessous noir, les antennes et les pattes d'un jaune rouge, clair; orné sur la base des 3es. interstries d'une courte tache squamuleuse blanche, le dessous densément squamulé, blanc, plus densément sur les côtés, les trois derniers segments ventraux dans le milieu dénudés mais squamulés sur leur bord postérieur.

Rostre aussi long que la tête et le prothorax, fortement arqué Prothorax campanuliforme, ses angles postérieurs légèrement impressionnés et arrondis, le disque modérément convexe, les points petits, enfoncés et épars, le long du bord latéral et dans les angles avec quelques squamules.

Elytres peu plus larges que le prothorax, de moitié plus longs que larges, les épaules très obliquement arrondies, leur calus élevé et lisse, les côtés légèrement arqués, au sommet largement arrondis; convxes, les stries étroites et profondes, les interstries convexes, leurs points en avant très petits et espacés, sur la déclivité postérieure plus gros, serrés, râpeux.

Long. 1,5-1,7 mm.

Paraguay: Ht. Paraná, Hohenau (H. Jacob); Misiones, XI-1935. (J. M. Bosq, nº 81).

Ovanius picipennis Boh. var. **niger** n. var.

Entièrement noir ou tout au moins le prothorax et les élytres Buenos Aires (J. M. Bosq); Tandil, Tigre (M. J. Viana). Montevideo.

Le type et sa variété se trouvent ensemble, avec de nombreux passages de coloration; le nom de *niger* est réservé pour les spécimens à élytres noirs et dont la coloration est par suite nettement différente de la coloration marron du type. Dans ma Révision sont décrites 16 autres espèces de ce genre.

Dialomia rufa n. sp. (1).

Ovale, convexe, d'un brun roux plus ou moins clair, luisant, la pubescence dorsale réduite sur les élytres à quelques poils couchés le long de la base et sur les côtés, sur le prothorax à quelques poils sur les côtés.

Rostre arqué, aussi long que la tête et le prothorax. Prothorax à peine plus large que long, les côtés légèrement arqués jusqu'au resserrement apical, les angles postérieurs largement arrondis, la base fortement bisinuée; avec une ligne d'assez gros points sur la ligne d'étranglement antérieure, le disque avec des points petits, d'inégale grosseur très espacés.

Elytres semi-ovalaires, peu plus longs que larges, fortement convexes, les stries étroites, légères, leurs points allongés, plus profonds, largement séparés, entamant les bords des interstries, les interstries larges, plans, unisérialement pointillés et lisses.

Long. 2,8-3,1 mm.

Prov. Buenos Aires, 1896, types (C. Bruch); íd, XI-1899, nº 243; Flores, 6-XII-1918 (J. M. Bosq, nº 13). Luján, 1938 (H. Euphrasio).

Espèce qui semble commune et varie de taille et de coloration comme toutes les espèces brunes.

Brachygeraeus modestus n. sp. (♀).

Rhomboidal, noir, les antennes, les tibias et les tarses ferrugineux, en dessus le revêtement très dense, brun, varié de quelques squamules plus claires jaunâtres, cendrées, composé sur les élytres de squamules linéaires peu plus du double aussi longues que larges, les claires un peu plus grosses et plus triangulaires, sur le prothorax les squamules un peu plus grandes, oblongues, acuminées à leur base, pourvues d'un petit point central, transversalement dirigées vers le milieu. En dessous le revêtement dense, plus clair, d'un gris jaunâtre.

Rostre brun, aussi long que la tête et le prothorax, fortement arqué, luisant, éparsément pointillé. Antennes médianes, le 1er, article plus long que le 2e., le 2e. aussi long que les trois suivants ensemble, la massue oblongue et rembrunie. Tête convexe, glabre, alutacée, éparsément pointillée, avec quelques squamules autour des yeux.

(1) Description plus détaillée dans la Révision.

Prothorax peu plus large que long, les côtés obliquement mais faiblement convergents de la base au milieu, plus fortement en avant et atteignant l'extrémité sans resserrement appréciable, la base bisinuée, son lobe médian fort et largement arqué; peu convexe, la ponctuation fine, cachée par le revêtement, avec une étroite bande médiane dénudée, subcarénée. Ecusson squamule.

Elytres à peine plus longs que larges, les épaules très obliques et presque effacées, brièvement et séparément arrondis au sommet, peu convexes, la suture en avant légèrement enfoncée, les stries étroites, profondes, les interstries plans et rugueux.

Long. 3,3 mm.

Tigre, VI-1938 (M. J. Viana).

Centrinaspis Vianai n. sp. (♀).

Rhomboidal, noir, les tibias et les tarses ferrugineux, le revêtement sur le prothorax d'un ocre terre de Sienne, formant sur le disque un ovale de squamules peu serrées, sur les côtés une large bande de squamules très serrées, biéchancrée en dedans, les élytres avec une petite tache ocrée sur l'épaule, avec un peu en arrière du milieu une étroite et courte bande transversale blanche (sur les interstries 1-3), le reste du disque noirâtre, terne, parsemé de quelques squamules blanches. Dessous à revêtement cendré. Rostre aussi long que la tête et le prothorax, modérément arqué, noir, luisant. Antennes noirâtres le 1er. article plus long que les 2e. et 3e. ensemble.

Prothorax aussi long que large, ses côtés parallèles jusqu'au milieu, en avant arqués convergents, derrière le bord antérieur sinués, le lobe médian de la base fort densément squamulé; peu convexe, la ponctuation ruguleuse, avec une carène médiane lisse, élargie en son milieu. Ecusson glabre, lisse. Elytres d'un tiers plus longs que larges, peu rétrécis jusqu'au milieu, les épaules obliquement arrondies et un peu relevées, squamulées; peu convexes, les stries étroites, médiocrement profondes et pubescentes, les interstries plans, fortement rugueux.

Long. à peine 3 mm.

Tigre, VI-1938 (M. J. Viana) (1).

(1) Dans la Révision, 38 espèces sont décrites. Ce qui élève à 170 les nombre d'espèces de ce genre.

Nicentrus fallax n. sp.

Subcylindrique, noir, les antennes et les pattes d'un roux ferrugineux, le revêtement dorsal squamuleux, d'un beau brun, orné de bandes jaunes disposées ainsi: sur le prothorax trois bandes, les latérales larges, leurs squamules serrées, la médiane étroite, à sa base brièvement élargie, les squamules peu serrées et disposées transversalement; sur les élytres une large bande suturale comprenant l'écusson, une bande étroite sur les 5e. et 9e. interstries réunies un peu avant le sommet et leur prolongement atteignant la suture au sommet, les interstries 6e., 7e., 8e. soit avec une simple ligne, soit avec une bande presque aussi dense que celle du 9e. Dessous à revêtement d'un jaune grisâtre, dense, plus jaune et plus dense sur les épisternes métathoraciques, les flancs du prothorax avec une bande sombre.

Rostre un peu plus long que le prothorax, à sa base brusquement arqué et squamulé, en avant lisse, pointillé, au sommet plus ou moins ferrugineux. Tête noire densément et finement ponctuée, glabre ou avec quelques rares squamules, le front large, fovéolé squamulé.

Prothorax aussi long que large, les côtés parallèles jusqu'au brusque et court rétrécissement antérieur; convexe, finement et densément ponctué, la ligne médiane élevée et squamulée.

Elytres de la largeur du prothorax, à peine du double aussi longs que larges, finement striés ponctués.

Long. 3,5-4 mm.

Misiones, Loreto, III-1936 (J. M. Bosq, nº 74); Zapucay, Rivera 15-IV-1908 (Fernández); San José, R. de la Baha (Id.); ces derniers spécimens ont les bandes dorsales blanches; Tigre (M. J. Viana).

Cette espèce est voisine de *N. circumcinctus* m. [1], dont elle diffère par le dessin du prothorax, les élytres moins larges, seulement de la largeur du prothorax, leurs bandes moins larges et moins tranchées.

[1] Plus longuement décrit d   la Révision.

Parasomenes Casey

Les cinq espèces suivantes peuvent se distinguer ainsi:

1. Insecte noir luisant. 2
Noir, luisant, mais le prothorax d'un rouge sanguin, son bord antérieur noir. Episternes métathoraciques couverts de petites squamules blanches assez serrées. Rostre fortement courbé. Long, 6 mm. Grand Chaco
bicolor n. sp. (1)

2. Prothorax en avant graduellement ou peu brusquement rétréci. 3
Prothorax en avant très brusquement rétréci. *quadraticollis* Boh.

3. Antennes et tarses noirs. Soies dorsales nulles ou microscopiques. 4
Antennes, extrémité des tibias at tarses d'un roux jaune. Points pourvus de soies fines, courtes, couchées, blanches, plus serrées sur les côtés du prothorax, très serrées et squamuleuses sur les épisternes du métathorax. Déprimé. Rostre aussi long que le prothorax, fortement arqué, grêle, luisant. Funicule antennaire avec son 1er. article allongé, aussi long que les trois suivants. Prothorax aussi long que large, ses côtés parallèles, en avant convergents et légèrement sinués en dedans; ponctuation très fine, sur le disque très éparse, sur les côtés serrée. Ecusson trapézoidal, impressionné. Elytres allongés, parallèles, sans calus postérieur, les stries fines, obsolètement ponctuées, les intertstries plans, alutacés, unisérialement ponctués.
Long. 4,5-5 mm. *rufitarsis* n. sp.

4. Elytres avec le calus postérieur distinct, suivi d'une impression, les stries assez fortes, plus profondes aux extrémités. Ecusson plan, lisse. Prothorax à côtés parallèles jusqu' au milieu. Rostre fortement arqué. Long. 7 mm.
Gob. Misiones (C. Bruch). *curvirostris* n. sp. (1)

Elytres avec le calus postérieur, moins net, les stries très fines, peu profondes, leurs points bien distincts, séparés par des intervalles plus grands que les points, les interstries plans, alutacés avec une série peu régulière de petits points en arrière, vers le sommet, avec quelques très petits granules et de courtes soies. Prothorax conique, plus long que large, se rétrécissant graduellement mais faiblement de la base au léger resserrement apical, sa ponctuation très fine et éparse, à peine plus serrée sur les côtés, l'arête latérale avec une ligne de soies blanches peu serrées. Ecusson impressionné. Rostre à peine aussi long que le prothorax, à peine arqué en arrière, plus fortement vers l'insertion antennaire, dilaté en dessous, lisse et luisant en avant, assez densément ponctué en arrière, et sa ligne dorsale médiane lisse. Antennes antémédianes, le scape ferrugineux à sa base, le 1er. article aussi long que les 2e. et 3e réunis. Pattes éparsément ponctuées et pubescentes, les ongles roux.
Long. 6 mm. *conicollis* n. sp.

(1) Description complète dans la Révision des *Barinae*.

Parasomenes rufitarsis n. sp.

Tigre, VI-1938 (M. J. Viana); Buenos Aires (J. M. Bosq), nº 111.

Parasomenes conicollis n. sp.

Tigre, VI-1938; Isla Martín García, I-1938 (M. I. Viana).

Cette espèce ne peut se confondre qu'avec *P. curvirostris*; elle en diffère par sa taille moindre, le rostre beaucoup moins courbé, le prothorax conique, la sculpture beaucoup plus fine des élytres.

Torcus Casey

Sous genre **Eutorcus** n.

Pubescence élytrale unisériée. Rostre assez long, grêle, sans sillon basal. Antennes avec les derniers articles épaissis, le 7e. faisant corps avec la massue, et avec cette dernière à peine de la longueur des 4 articles précédents réunis. Prosternum largement impressionné en avant, armé chez le ♂, l'écartement des hanches moitié de la hanche, le lobe postérieur tronqué. Article tarsal 3e., grand, bilobé, les ongles petits et subparallèles. Prothorax subcarré, brusquement et nettement tubuleux en avant. Forme linéaire, peu convexe.

Ce sous-genre se place dans les *Barinae* de Casey, au nº 21, à côté de *Microtorcus* Casey, p. 273.

Torcus (Eutorcus) variabilis n. sp. [1].

Brun, ou noir, mais toujours avec au moins les antennes, le rostre au sommet, les genoux, les tibias et les tarses roux.

Pubescence dorsale blanche ou blonde, sur les élytres assez longue, soulevée, serrée, sur les interstries unisériée, sur la suture tres courte et éparse, sur le prothorax très éparse sur le milieu, assez serrée sur les côtés.

Rostre aussi long que le prothorax, peu arqué. Prothorax jusqu'au fort étranglement apical aussi large que long, les côtés parallèles, arqués vers l'étranglement; peu convexe, luisant, la ponctuation fine et éparse, la ligne médiane imponctuée peu ou non relevée. Elytres peu plus larges que le prothorax, profondément striés, les interstries pointillés.

[1] Plus longuement décrit dans la Révision.

♂ Rostre plus épais, plus fortement sculpté; prosternum armé de deux longues cornes sinueuses et rouges.

Long. 3-3,5 mm.

Buenos Aires, Tigre, nombreux spécimens (C. Bruch nª 128 J. M. Bosq, nª 103).

Les yeux sont flanqués en dessus d'une courte crête de poils dressés.

Torcus (Eutorcus) sanguineus n. sp.

D'un rouge sanguin, la tête parfois noire, assez luisant, la pubescence blanche, fine, couchée, peu serrée, sur les élytres irré6ulièrement bisériée sur les deux premiers interstries, unisériée sur les autres, sur le prothorax nulle sur le milieu, peu serrée sur les côtés.

Rostre aussi long que le prothorax, modérément arqué; ♂, en arrière substrié ponctué et caréné au milieu, en avant pointillé; ♀, plus courbé, lisse, très finement et éparsément pointillé. Front plan, finement pointillé, fovéolé, les yeux entourés en dessus d'une seule ligne de poils dressés. Antennes médianes (♀) ou plus antérieures (♂), fines, le 1er. article plus long que les deux suivants réunis.

Prothorax moins long que large, les côtés en arrière parallèles, du milieu à l'étranglement apical légèrement arqués, l'étranglement net; faiblement convexe, assez densément mais finement pointillé, plus fortement sur les côtés. Ecusson lisse, luisant.

Elytres convexes, finement striés sur le disque, plus fortement aux extrémités, les interstries avec plusieurs séries irrégulières de petits points râpeux en arrière, le calus postérieur distinct.

♂. Prosternum armé de deux longues cornes rouges et flexueuses.

Long. 4,5-5 mm.

Tigre, VI-1938 (M. J. Viana); Luján (H. Euphrasio).

Cette espèce se distingue de la précédente par sa coloration sa forme plus cylindrique, plus convexe, le prothorax moins fortement tubuleux au sommet, les élytres à stries plus fines et leur pubescence plus courte et moins serrée.

Torcus (Eutorcus) nigrinus n. sp. [1].

Allongé, brun noir, les pattes et les antennes d'un ferrugineux foncé; revêtu de poils squamuleux blancs, assez grossiers, peu serrés, sur les élytres irregulièrement bisériés sur les interstries, sur le

[1] Plus longuement décrit dans la Révision.

prothorax très courts et très épars sur le milieu, plus serrés sur les côtés, sur les épisternes metathoraciques serrés et formant une bande blanche, sur les côtés des derniers segments ventraux serrés formant une petite tache.

Rostre courbé, en arrière densément ponctué et finementcaréné au milieu. Prothorax quadrangulaire, en avant brusquement rétréci et la tubulure apicale courte; disque densément et finement ponctué, la ligne médiane lisse.

Elytres allongés, peu convexes, les stries étroites et profondes, les interstries densément pointillés, la pubescence plus dense le long de la base.

Long. 5,5 mm.

Prov. Buenos Aires, V-1906 (C. Bruch, nº 114).

Torcus luteolus n. sp. (1).

Roux, densément revêtu de squamules ovales triangulaires d'un jaune blond, les élytres parfois avec une légère tache plus foncée derrière l'écusson.

Rostre modérément arqué, densément squamulé en arrière et strié (♂), ou glabre et luisant (♀). Yeux plans. Prothorax peu plus large que long, ses côtés parallèles jusqu'au faible et oblique resserrement apical; subplan, la ponctuation voilée par les squamules, la ligne médiane lisse, subcarénée, ordinairement avec deux petites taches plus foncées sur la base.

Elytres peu convexes, deux fois aussi longs que larges, le calus huméral lisse, le calus postérieur squamulé; finement striés-ponctués, les interstries densément squamulés. Pattes robustes. Dessous en avant et en arrière sur les côtés seulement densément squamulé ♂. Prosternum inerme.

Long. 2,5-2,7 mm.

Prov. Buenos Aires, IV-1905 (C. Bruch, nº 126); íd. (J. M. Bosq, nº 102); Luján (Euphrasio); Tigre (M. J. Viana); San José (R. de Balsa).

L'espèce varie quelque peu quant à la longueur et la largueur des élytres et la densité de leur revêtement.

Torcus humeralis n. sp.

Noir, une grande tache post humérale, le rostre en avant, les antennes, les pattes (fémurs parfois rembrunis partiellement), rouges;

(1) Plus longuement décrit dans la Révision.

revêtu en dessus de très courtes soies squamuleuses blanches, peu apparentes, sériées sur les interstries, plus fines et éparses sur le prothorax.

Rostre aussi long que le prothorax, peu arqué, assez épais, caréné en dessus en arrière. Tête convexe, noire, dénudée, pointillé. Antennes antémédianes, courtes, le 1er. article aussi long que les deux suivants ensemble, la massue ovale.

Prothorax aussi long que large, ses côtés très légèrement arqués faiblement rétréci dans son tiers apical, sans tubulure; convexe, densément mais très finement ruguleux, avec une forte carène mé diane, abrégée à ses extrémités.

Elytres plus du double aussi longs que larges, se rétrécissant légèrement en arrière dès les épaules plus fortement dans leur quart apical, largement arrondis, subtronqués au sommet; convexes, étroitement mais profondément striés, les interstries plans, finement rugueux et pointillés; sommet roux.

Long, 2,4-2,5 mm.

Luján, type (H. Euphrasio); San José, Rcom. de la Bolsa, un spécimen à pubescence plus fine; Tigre (M. J. Viana), un spécimen à prothorax rouge (var. ? ou esp. n. ?).

Cette espèce se reconnaît à la tache rouge humérale, ovale, grande, traversée par des séries de squamules blanches.

Torcus nitidulus n. sp. (1).

Allongé, roux, les élytres avec deux taches arrondies noirâtres, médianes, séparées par la suture; assez luisant, la pubescence blanche, longue, sur le prothorax nulle sur le milieu, condensée et formant une étroite bande basale, une large bande latérale, interrompue vers le milieu, fortement dilatée en dedans en avant, sur les élytres condensée le long de la base et le long des stries.

Rostre long, fin et arqué. Antennes médianes et grêles. Prothorax plus long que large, légèrement rétréci en avant, les côtés parallèles, la base tronquée; peu convexe, le disque avec des points petits et espacés, plus gros et plus serrés vers les angles. Ecusson lisse.

Elytres allongés, profondément striés ponctués, les interstries larges, fortement convexes, en avant lisses et glabres, sur la déclivité postérieure pointillés et pubescents.

Long. 3,5-3,7 mm.

Buenos Aires, type (C. Bruch); Tigre, 1938 (M. J. Viana).

(1) Plus longuement décrit dans la Révision.

Torcus longirostris n. sp.

Allongé, d'un rouge ferrugineux, revêtu en dessus de squamules petites, ovales triangulaires d'un jaune blond, sur le prothorax plus grandes, transversalement dirigées vers le milieu, un peu plus serrées sur les côtés, sur les élytres alignées et unisériées sur les interstries, bisériées aux extrémités de ces derniers, la ligne médiane du prothorax sans squamules, la suture élytrale presque dénudée.

Rostre plus long que le prothorax, fin, peu arqué. Prothorax aussi long que large, de la base au tiers antérieur peu rétréci, en avant un peu plus fortement, la base à peine bisinuée; peu convexe, avec des points assez serrés, petits, squamigères, la ligne médiane lisse. Ecusson fortement impréssionné.

Elytres deux fois et demie aussi longs que larges, convexes, striés, ponctués, les interstries plans, densément squamulés.

Episternes métathoraciques densément squamulés. Pattes grêles.

Long. 4,4 mm.

Paraná, Misiones, I-XI1915 (J. M. Bosq).

Torcus griseus n. sp.

D'un brun rougeâtre foncé, les pattes et les antennes ferrugineuses le revêtement cendré, composé d'un mélange de squamules lancéolées et de courts poils squamuleux couchés, dense, sur les élytres les lignes de squamules peu nettes, sur le prothorax les squamules très serrées sur les côtés, fines vers le milieu, les épisternes métathoraciques densément squamulés.

Rostre assez épais, fortement arqué, rouge au moins au sommet.

Prothorax plus long que large, les côtés parallèles de la base au milieu, ensuite obliquement convergents jusqu'au sommet, la base tronquée; convexe, densément pointillé, avec une large bande médiane subdénudée et une carène médiane lisse, peu élevée.

Ecusson glabre, fortement impressionné.

Elytres plus du double aussi longs que larges, se rétrécissant légèrement en arrière dès le milieu; convexes, les stries très fines, squamulées, leurs squamules moins grosses que celles des interstries, les interstries plans, leurs squamules serrées, très légèrement soulevées.

Pattes robustes; fémurs renflés; tibias fortement mucronés au sommet.

♂. Prosternum non armé.

Long. 4,5-5 mm.

Prov. de Buenos Aires, 10-X-1906, types (C. Bruch, nº 128); Paraná, 26-XII-1915 (J. M. Bosq); Buenos Aires (J. M. Bosq); Tigre, VI-1938 (M. J. Viana).

Torcus nigricornis n. sp.

Entièrement noir, mat, densément revêtu de petites squamules oblongues d'un brun fauve, entremêlées d'assez nombreuses squamules blanches; sur le dessous les squamules blanchâtres et très serrées sur les côtés.

Rostre aussi long que le prothorax, assez fortement arqué, avec une profonde strie interantennaire, en arrière ponctué-strié et caréné au milieu, en avant luisant, pointillé (♀). Front profondément fovéolé. Antennes médianes, courtes, le 1er. article allongé, presque aussi long que les trois suivants ensemble, les 3e. et suivants transversaux, la massue grosse, ovale.

Prothorax un peu plus large que long, les côtés parallèles de la base au milieu, ensuite modérément arqués convergents jusqu'à la faible tubulure apicale, la base fortement bisinuée, son lobe médian large, arqué, les angles postérieurs droits; peu convexe, densement mais très finement rugueux, avec une forte carène médiane lisse, les squamules serrées, transversalement dirigées vers le milieu. Ecusson subcarré, impressionné.

Elytres plus du double aussi longs que larges, rétrécis arrondis dans leurs tiers postérieur, le calus huméral allongé et lisse; les interstries 2e. et 3e., derrière la base, plus élevés, formant une petite gibbosité subdénudée; modérément convexes, les stries très fines, les interstries plans, fortement rugueux.

♂. Rostre plus épais, plus courbé, ponctué-strié jusqu'au sommet. Prosternum inerme.

Long. 4 mm.

Buenos Aires (J. M. Bosq, nº 127); Tigre, VI-1938 (M. J. Viana).

Sibariops pilipennis n. sp.

Noir, assez luisant, revêtu en dessus de fins poils gris, assez longs, légèrement soulevés, peu serrés, unisériés sur les interstries, couchés le long des stries, sur le prothorax plus grossiers, peu serrés sur les côtés, transversalement dirigés vers le milieu, nuls dans le milieu, les épisternes métathoraciques blancs, couverts de squamules serrées.

Rostre épais, peu plus de moitié de la longueur du prothorax, à sa base brusquement coudé, en arrière fortement sillonné caréné

et sétosulé, en avant déprimé, aplani, impressionné dans le milieu, luisant, éparsément pointillé sur les côtés. Front impressionné. Antennes antémédianes, courtes, le 1er. article gros, conique et à peine aussi long que les deux suivants ensemble, les suivants courts, serrés, la massue grosse, ovale oblongue.

Prothorax un peu plus long que large, subconique, très peu rétréci jusqu'au tiers antérieur, en avant un peu plus fortement et les côtés sinués derrière le faible resserrement apical, la base subtronquée et finement rebordée; peu convexe, luisant les points espacés, graduellement plus gros du milieu aux bords, la ligne médiane plane, très lisse, imponctuée. Ecusson ponctué.

Elytres plus de double aussi longs que larges, rétrécis arrondis dans leur tiers postérieur; modérément convexes, le calus huméral peu élevé, glabre, luisant, les stries étroites, profondes, pubescentes, les interstries plans, alutacés, avec une série de points piligères.

Long. 4,2 mm.

Tigre, VI-1938 (M. J. Viana).

Sibariops longithorax n. sp.

Noir, peu luisant, les pattes, les antennes, le rostre au sommet d'un roux jaune; revêtu de fins poils blancs, sur les élytres unisériés sur les interstries, les stries glabres, sur les côtés du prothorax peu serrés et transversalement dirigés; en dessous revêtu de squamules serrées sur les côtés.

Rostre grêle, cylindrique, presque aussi long que le prothorax, assez fortement arqué. Antennes submédianes, courtes, le 1er. article gros et court.

Prothorax plus long que large, conique; peu convexe, les points petits et épars, la ligne médiane imponctuée étroite.

Elytres moins du double aussi longs que larges, finement striés, les interstries faiblement alutacés et unisérialement ponctués.

Long. 3 mm.

Buenos Aires, Palermo, 9-VIII-1914, type, II-1915 (J. M. Bosq).

Tigre, VI-1938 (M. J. Viana).

Centiinus argentinensis n. sp.

Rhomboidal, noir, en dessus légèrement soyeux, le prothorax d'un jaune orangé, à l'exception d'une tache basale noire, médiane, rectangulaire en arrière, se rétrécissant rapidement en avant, et

(1) Plus longuement décrit dans la Révision.

atteignant le sommet. Dessous avec les épisternes métathoraciques, une grande tache sur les bords latéraux des deux premiers segments ventraux d'un jaune orangé pâle, le reste du dessous et les pattes pourvus dans leurs points d'une courte squamule cendrée.

Rostre fortement arqué, plus long que la tête et le prothorax, en arrière densément ponctué et avec la ligne dorsale lisse, en avant lisse (♀) ou densément pointillé (♂).

Prothorax transversal, subtrapézoidal, les côtés modérément arqués et convergents jusqu'au très faible resserrement apical (♂), plus droits (♀); peu convexe, densément et finement ponctué, avec la ligne médiane lisse. Ecusson ponctué, échancré en arrière.

Elytres triangulaires, peu plus longs que larges, assez largement arrondis au sommet, le calus huméral un peu élevé, ponctué et luisant; déprimés, les stries fines et ponctuées, les interstries larges, plans, très densément ponctués, ruguleux.

♂. Prosternum armé de deux longues cornes (parfois, aussi longues que la tête et le prothorax), dans leurs tiers apical fortement redressées.

Long. 5-5,5 mm.

Río Paraná, Terr. de Misiones.

Paraguay: Ht. Paraná, Hohenau (Hans Jacob).

Iops (?) **bicolor** n. sp.

Allongé, noir, les élytres (bande suturale et une bande marginale noires exceptées), rostre, antennes et pattes d'un jaune rouge; assez luisant, revêtu en dessus de fins poils blancs, sur les interstries assez longs, redressés, espacés, unisériés sur les interstries, sur le prothorax espacés sur les côtés, absents sur le milieu; les pattes subglabres, les poils plus distincts mais peu serrés sur la tranche dorsale des fémurs; les épimères métathoraciques densément squamulés.

Rostre peu épais, un peu moins long que le prothorax, modérément arqué, à la base sans sillon transversal, cylindrique, en arrière noir, ponctué-strié et caréné au milieu, plus fortement chez le ♂, en avant lisse, luisant, obsolètement pointillé. Front aussi large que le rostre, impressionné, pubescent. Antennes insérées un peu en avant du milieu (♀) ou vers le tiers antérieur (♂) du rostre, le scape claviforme, n'atteignant pas l'œil, le funicule avec le 1er. article obconique, épais, de moitié plus long que large, aussi long que les deux suivants ensemble, le 2e. aussi long que large, les suivants transversaux, serrés, graduellement plus épais, la massue peu brus-

que, oblongue (♀) ou ovale (♂), son 1er. article moindre que le reste.

Prothorax plus long que large, oblong, en avant assez fortement resserré et d'un quart moins large qu'à la base, sa plus grande largeur vers le tiers antérieur et en ce point les côtés modérément arqués, la base assez fortement bisinuée; peu convexe, très finement alutacé, les points petits et épars sur le disque, sur les côtés du resserrement profonds, gros, déterminant 3-4 profondes stries, et sur le bord latéral antérieur des rugosités visibles de haut; la ligne médiane imponctuée peu tranchée. Ecusson lisse et impressionné.

Elytres deux fois et demie aussi longs que larges, se rétrécissant légèrement en arrière dès les épaules, au sommet subtronqués et laissant le pygidium brièvement découvert, les épaules obtusément arrondies; peu convexes, alutacés, les stries étroites et profondes, les interstries larges, convexes, unisérialement ponctués.

Pattes assez élancées; fémurs lisses en dessous; tibias droits, les antérieurs comprimés, leur tranche dorsale carénée, leur onglet apical fort; tarses pubescents, le 3e. article large et profondément bilobé, les ongles petits et fortement connés.

Long. 3,5 mm.

Tigre, VI-1938 (M. J. Viana).

Espèce à caractères génériques mixtes; par ses mandibules droites, ses ongles connés, son pygidium brièvement découvert, elle se rapproche des *Strongylopterus*, mais elle s'en éloigne à première vue par sa forme déprimée, nullement cylindrique. Abstraction faite du pygidium elle se rapproche de *Iops* Casey, auquel elle est provisoirement rattachée.

BIBLIOGRAFÍA

DE LIBROS Y FOLLETOS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA N. DE C. E., F. Y N.

POR C. C. D.

Actualités Scientifiques et Industrielles. Folletos (16 x 25) editados por la casa Hermann y Cía. Número de páginas y precios variables. A continuación indicamos los últimos recibidos siguiendo el orden de la numeración:

Nº 693. — BRUNET (PIERRE). *Étude Historique sur le Principe de la Moindre Action.* 116 páginas, 1938. 30 francos.

En el fascículo I de las "Publicaciones de la Academia Internacional de historia de las Ciencias", de cuya academia es miembro el autor. Este se ha propuesto exponer los orígenes y la evolución primitiva del principio de la mínima acción, indicando cuáles son las objeciones científicas a que ha dado lugar y cuáles han sido sus prolongaciones en el desarrollo de la mecánica durante el siglo XVIII.

Comienza estudiando el principio en cuestión tal cual lo entendía *Maupertuis.* Trata, luego, las objeciones antiguas. A continuación se ocupa de la misma cuestión tal como la concibió Euler. Trae extractos de cartas inéditas enviadas por Euler a Maupertuis. Y así continúa estudiando el punto indicando como lo entendieron Lagrange, Carnot y Poisson.

En las últimas páginas vienen las conclusiones, unas notas y un índice de referencias.

Nº 698. — BRACHET (JEAN). *Le Rôle physiologique et morphogénétique du noyau.* 40 páginas y una lámina fuera del texto; 15 francos, 1938.

Es el fascículo I de la serie "Causal and chemical Embryology", dirigida por Joseph Needham, profesor en la Universidad de Cambridge. El autor es encargado del curso de Morfología animal en la Universidad de Bruselas.

Este trabajo utiliza varias observaciones personales del autor, hasta ahora inéditas; después de una Introducción, trata la constitución histoquímica del núcleo del oocito, la síntesis del ácido timonucléico durante el desarrollo embrionario: el papel que desempeñan el núcleo en el metabolismo del huevo y el que juega morfogenéticamente el núcleo. Formula las conclusions y termina con una bibliografía del tema.

Nº 700. — DUCLAUX (J.). *Leçons de chimie Physique appliquée à la Biologie.* Tomo II. *Mouvement Brownien,* partie Théorique, 108 páginas, 30 francos. 1938

Constituye el fascículo XI de la serie, y el capítulo VI del tomo II.

Empieza con las demostraciones fundamentales, diversas fórmulas, etc.; encara después el movimiento browniano y sus probabilidades; el movimiento bajo la acciôn de una fuerza exterior; las fluctuaciones, las dificultades de la teoría. Al final se examina el movimiento browniano ante el segundo principio de la termodinámica, la presión ósmica y la definición de la vida; un anexo se ocupa de la presión de un gas en función de las velocidades de sus moléculas; una bibliografía corona el trabajo.

Nº 703. — HARRY WILLSTAEDT. *L'Analyse chromatographique et ses applications.* 106 págs. con figuras; 30 francos.

Es el fascículo V de la serie "Exposés de Chimie Biologique" dirigida por Gabriel Bertrand, miembro del Instituto de Francia y profesor en la Sorbona; el autor pertenece al Instituto de Química Médica de la Universidad de Upsala.

El trabajo está dividido en dos partes: la general y la especial. La primera expone la técnica del método; materias absorbentes; absorción y desarrollo, los solventes; separación de las diversas capas; elusión; sustancias incoloras; transformación de sustancias en derivados coloreados para la cromatografía; separación empírica; cromatografía mixta; teoría de la absorción cromatográfica; absorción y constitución química; carotenoides; polienos sintéticos; difenilpolienos; colorantes poliénicos derivados de la indolenina; hidrocarburos aromáticos polinucleales; colorantes azóicos y básicos; serie de la eosina; procedimiento TEORELL; cromatografía inorgánica.

La parte especial trata las sustancias coloreadas y los colorantes naturales. Análisis de materias vegetales y animales. Colorantes sintéticos. Sustancias débilmente coloreadas e incoloras.

Termina con una bibliografía del tema.

Nº 704. — BROGLIE (LUIS DE). *Le Principe de correspondance et les interactions entre La Matière et le Rayonnement.* 170 páginas con algunas figuras, 50 francos.

Es el fascículo XXV de la serie "Exposés de Physique Thèrique" dirigida por el autor. Este comienza su trabajo con generalidades sobre las ecuaciones de Maxwell. Trata, luego, la teoría de los quanta y el principio de correspondencia. Las nuevas mecánicas y su vinculación con dicho principio de correspondencia, son motivo de un capítulo especial. Traduce el autor después, en lenguaje matemático, las interacciones entre la materia y la radiación. Los últimos capítulos tratan de la difusión coherente y dispersión; una vista general sobre los llamados "efectos de Raman", "efecto Compton" y "efecto fotoeléctrico".

Nº 709. — REY (ALOYS). *Études sur l'écoute des Sources Sonores èloignées.* 88 páginas con algunas figuras, 1938, 25 francos.

Constituye el fascículo X de la serie "Théories Mécaniques, Hidrodynamique - Acoustique", dirigida por el doctor en ciencias Y. Rocard. Es-

te último, en un prefacio, dice respecto de este trabajo: "La dificultad de la experimentación, la importancia del material que debe intervenir, y el carácter poco grato de la propagación sonora en pleno aire, hacen que esta cuestión de la escucha de las fuentes lejanas sea accesible a pocas personas. Si se agrega a ello que cierta preocupación por la Defensa Nacional tiende a limitar las publicaciones, todo ello hace muy plausible disponer de un libro, como éste, que no deja en la penumbra ningún aspecto de la cuestión".

El trabajo del ingeniero doctor Rey abarca siete capítulos, formula conclusiones y trae una bibliografía.

Nos. 718, 719, 720, 724 y 725. — *Reunión Internationale de Physique-Chimie-Biologie. Congrès du Palais de la Découverte.* París, octubre 1937.

Los fascículos VII (Nº 724) y VIII (Nº 725) tienen respectivamente 82 y 112 páginas, con láminas fuera del texto y algunas figuras. Precio 25 y 30 francos.

El fascículo VII trae los siguientes trabajos:

Ricardo Kuhn: *Relations chimiques entre vitamines et ferments.*

Otto Warburg: *Chemische Konstitution von Fermenten.*

D. Keilin: *Structure chimique et propriété de quelques ferments (on diástases) intracellulaires.*

John H. Northrop: *Chemical nature and mode of formation of pepsin, trypsin and bacteriophage.*

F. C. Bawden, N. W. Pirie: *Liquid crystalline preparations of plant viruses.*

D. M. Wringh: *The structure of proteins and its biological significance.*

El fascículo VIII contiene estos otros:

Joseph Needham: *Morphogénèse et métabolisme des hydrates de carbone.*

C. W. Waddington: *Morphogenetic substances in early development.*

Johannes Holtfreter: *Grundphänomene der Embryogenese.*

Jean Brachet: *Le Métabolisme de l'oeuf en voie de développement.*

H. J. Muller: *The biological effecto of radiation, with especial reference to mutation.*

N. W. Timoféeff-Ressovsky: *Le mécanisme des mutations. A la structure du gène.*

J. B. S. Haldane: *L'analyse génétique des populations naturelles.*

El fascículo nº 718, que es el primero de la serie, trata de Física General y trae los siguientes trabajos:

P. Debye: *Die Temperaturen in der Nähe des absoluten Nullpunktes.*

F. Simon: *Principes de la production des basses temperatures.*

M. Wiersma: *Conductivité des métaux purs et leur supraconductivité.*

Sir C. V. Raman: *Optics of colloids.*

M. Polanyi: *The deformation of solids.*

Sir C. V. Raman: *Hyper-Sonic Waves in Liquids.*

Bath Van der Pol: *Oscillations de relaxation et de multiplication de fréquence.*

El precio de este folleto es de 25 francos; tiene 80 páginas, varias figuras y láminas fuera del texto.

El fascículo nº 719 se vende a 15 francos y trae unos trabajos de N. Bohr, P. Scherrer, J. D. Cockcroft y W Bothe titulados respectivamen-

te: *Mécanique nucléaire; Ausbente-und Energieverhältnisse bei der Kernreaktion* $D + D = {}_3He + n$ *; The transmutation of elements; Prinzipien der Spektroskopie der Atomkerne.*

Trae también unas notas de M. F. Perrin y de otros autores sobre Física Nuclear. En total 60 páginas, varias figuras y dos láminas fuera de texto.

Finalmente el fascículo III (nº 720) que se vende a 10 francos, trata los Rayos Cósmicos y trae los tres artículos siguientes: (42 páginas con algunas figuras):

J. Clay: *La penétration et la dégradation des rayons cosmiques dans la matière.*

P. M. S. Blackett: *The Nature of cosmic ray particles.*

G. Lemaitre: *Les rayons cosmiques et le champ magnétique terrestre.*

Nº 728. — Yu (Chih-Chen). *Recherches sur quelques problèmes de la Caryocinèse des Angiospermes.* 94 páginas y 8 láminas fuera del texto, 1938, 30 francos.

Fascículo II de la serie "Cytologie et cytophysologie végétales", dirigida por M. Guilliermond miembro del Instituto de Francia y profesor en la Sorbona; el autor es doctor en Ciencias.

Este libro comporta un prefacio y una bibliograía al final. Después de exponer los datos técnicos del caso, trata el "núcleo" en estado de reposo, la cuestión de los centrosomas en las Angiospermas; las anomalías de la división nuclear; el nucleolo; la citomixia y los plasmodesmos entre las células madres de los micrsóporos.

Trae después, un resumen general de los principales resultados; por ejemplo, establece que el paso de los núcleos de una célula a otra es en los vegetales, una reacción en extremo frecuente y común a excitaciones diversas mal determinadas. Dice también que existen incontestablemente plasmodermas verdaderos en los vegetales entre las células madres de los micrósporos. Esos plasmodernos existen en numerosas familias.

Las ocho láminas que adornan el texto traen hermosas micrográfías, etc.

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bula, Clotilde A.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Canal Feijoo, Bernardo
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbia, Rómulo D.
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carli, Félix D.
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Héctor
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Dennler, Jorge
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Floriani, Luis
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Kervor, Juan B.
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López Sommaschini, Antonio
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Malloi, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Ogloblin, Alejandro
Oliveri, Alfredo E.
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Ottonello, Néstor J.
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví, y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Podestá, Juan Carlos
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.

Rissotto, Atilio A.
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Rodríguez, Germinal
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela Gil, José
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wunenburger, Gastón
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Yepes, José
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ebin, José
Elizondo, Francisco M.
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo F.
García, Daniel
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, Carlos
Rothlin, Edwin
Schmiedecke, Augusto
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Trebino, Natalio
Urciolo, Victorio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.
Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. José Piazza; Vice-presidente, Ingº Civil Francisco E. Urondo; Secretario de correspondencia, Ingº Quím. Rodolfo G. Christen; Secretario de actas, Ingº Quím. Carlos C. Christen; Tesorero, Ingº Quím. Guillermo Berráz; Vocal 1º, Ingº Civil José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocales suplentes, Ingº Agrº Bruno Santini y Prof. Julio Salaber; Encargado de Publicaciones, Ingº Civil José Babini; Encargado de Canje, Ingº Quím. Rodolfo Rouzaut.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bossi, Celestino
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Cohan, Marcos
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.)
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá, Tolrá Antonio
Kleer, Gregorio
Lachaga, Dámaso A.
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Eduardo Carette; Vice-presidente, Ingº Cayetano C. Piccione; Secretario, Sr. Adrián Ruíz Leal; Tesorero, Sr. Manuel Tellechea; Bibliotecario, Prof. Aníbal Ruíz; Vocales: Dr. Juan B. Lara; Ingº Juan P. Toso; Ingº Angel Stura; Sr. Ranulfo Rosales; Dr. Juan P. Paganotto; Dr. Mario Bidone.

SOCIOS ACTIVOS

Ahumada, Ciro
Anzorena, Jacinto
Ayala Castagnino, G.
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Carette, Eduardo
Castillo, José
Croce, Francisco M.
Espinosa, Norberto A.
Flor Alvarado, José M.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Guevara, José R.
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maveroff, Aquiles
Mayorga, Santiago C.
Navarro Correas, José A.
Paganotto, Juan P.
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Richard, Alfonso E.
Rosales, Ranulfo S.
Ruíz, Aníbal
Ruíz Leal, Adrián
Sáez Medina, Miguel
San Martín, José Benito de
Serra, Luis Angel
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Tolosa, Julio (h)
Toso, Juan F.

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretaria, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Carlos T. Teobaldo; Vocales: Ingº Juan Sabato, Ingº Manuel Ucha, Dr. Pedro G. Paternosto, Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Amarante, Pedro C.
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Basualdo, Washington S.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Brau, Eduardo F.
Canals Frau, Salvador
Carusi, Oreste
Coria, Pedro E.
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E
Daló, Héctor R.
Delprato, Ismael
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Inda, Carmen
Lizarán, Fernando
Lockart, Carlos E.
Loedel Palumbo, Enrique
Mc Loughlin, Rogelio P.
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño, Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Tello, Julio C.	Lima
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma

ANALES
DE LA
SOCIEDAD CIENTIFICA
ARGENTINA

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

SEPTIEMBRE 1939 — ENTREGA III — TOMO CXXVIII

SUMARIO

Pág.

SECCION MENDOZA de la Sociedad Científica Argentina:

Inauguración de las reuniones 129

Proyecto de Reglamento para las reuniones de carácter científico de la Filial Mendoza de la Sociedad Científica Argentina 131

VELI HUAPÍ. — II. Contribución a la flora liquenológica sudamericana 133

ADRIÁN RUIZ LEAL. — Sida argentina K. Schumann 148

MATEMATICAS:

PEDRO F. CAPELLI. — Sobre las funciones holomorfas y polígenas de una variable compleja binaria 154

FISICA APLICADA:

WALTER KNOCHE. — Diferencias de orden climático entre la colonización española y portuguesa 175

C. C. D. — Bibliografía 190

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1939

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

SECCIÓN "MENDOZA"

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

INAUGURACIÓN DE LAS REUNIONES

Después de unas palabras del Presidente inaugurando esas reuniones, el señor Secretario de la Filial sometió a consideración de los asistentes un trabajo del Dr. Veli Räsänen, liquenólogo finlandés, titulado « Segunda contribución al conocimiento de la flora liquenológica sudamericana », acompañando a la misma una colección de las plantas que sirvieron para la descripción de las respectivas especies, las cuales en gran parte pertenecen a la flora de Mendoza y las demás a la región de Nahuel Huapí y Uruguay.

Se resolvió, por ser la primera contribución de esa especie en cuestión de líquenes mendocinos, encarecer la publicación del respectivo trabajo en los *Anales* de la Sociedad, y felicitar al colector Sr. Ruiz Leal por el interés que había puesto en hacer conocer ese grupo de la flora local.

A continuación el Ing. Guillermo Magistretti dió a conocer sus observaciones sobre un himenóptero que es parásito en Mendoza del bicho de cesto, dejando entrever la importancia que pueden tener esos parásitos, especialmente los locales, en el control de ciertas plagas, aun cuando por sí solas no fueren suficientes para determinar la destrucción de las especies dañinas y no puedan sino coadyuvar en la lucha a base de productos químicos. El autor presentará la descripción del hiperparásito mencionado del *Oeceticus Kirbyi* en la próxima reunión por considerarlo como una especie nueva.

Seguidamente el Sr. Adrián Ruiz Leal presentó su trabajo titulado « *Sida argentina* Schum. nueva para la flora de Mendoza, con una sinopsis de los géneros mendocinos de Malváceas », haciendo constar el hallazgo de la dicha especie, conocida con anterioridad

de las provincias de Salta y Córdoba, en los aledaños del Parque General San Martín, Villa Hipódromo, de ésta provincia, cuyos ejemplares se hace conocer, agregando a su trabajo, una sinopsis de los géneros de Malváceas citados para la comarca.

Luego el Dr. Eduardo Carette, en su comunicación sobre "Una curiosa Cactácea de Mendoza", dió cuenta de haber hallado en enero de 1926, en la región del Cerro Nevado, a una altitud de más o menos 1800 m. s. m., una especie de Cactácea citada anteriormente para la Patagonia, Chile o Paraguay, y descripta por los especialistas bajo el nombre de *Austrocactus Bertinii*, presentando material fotográfico que muestra las características del género creado por Britton y Rose y aceptado o discutido por los especialistas ulteriores, pero que indudablemente representa una forma distinta de los otros géneros descriptos. El comunicante muestra igualmente una planta viva de la misma especie recogida por el Sr. Ruiz Leal en diciembre de 1933 en Los Arenales, Departamento de Tunuyán, y en Tupungato.

Finalmente, el Sr. Ruiz Leal da a conocer su comunicación sobre *Coldenia Nuttallii* Hook., Boraginácea interesante en Argentina, procedente del Paramillo de Uspallata y anteriormente citada como *Coldenia decumbens* Haum. para el Valle del Tupungato y también existente en la región superior del Río Diamante; describe y diseña los frutos de la especie, rectificando ciertos detalles de su estructura.

ADRIAN RUIZ LEAL
Secretario

EDUARDO CARETTE
Presidente

PROYECTO DE REGLAMENTO
PARA LAS REUNIONES DE CARÁCTER CIENTÍFICO
DE LA FILIAL MENDOZA DE LA SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

Art. I. — La Filial Mendoza de la Sociedad Científica Argentina, realizará dos clases de reuniones:

a) Asambleas ordinarias o extraordinarias y reuniones de C. D. relacionadas con la marcha de la filial, de acuerdo con los estatutos.

b) Reuniones de carácter científico, generales o especiales para cada subsección, las que serán:

1. De comunicaciones científicas.
2. De conferencias, cursos u homenajes.

Art. II. — Las reuniones de carácter científico se efectuarán una vez por mes.

Art. III. — Las reuniones de comunicaciones serán dadas a conocer por secretaría con la debida anticipación a todos los socios de la Filial, con inclusión del título de las comunicaciones a presentarse.

Art. IV. — Las reuniones de comunicaciones serán presididas por el presidente de la Filial o un miembro de la subsección respectiva, asistido por un secretario ad hoc, de la misma subsección, quien deberá dar cuenta a la prensa de lo tratado en la sesión respectiva.

Art. V. — Deberá llevarse un libro de reuniones científicas donde se anotará el título y un resumen de los trabajos presentados conjuntamente con una nómina de los asistentes y de las observaciones hechas a cada comunicación.

Art. VI. — En las reuniones de comunicaciones científicas, los asuntos traídos a las mismas, pueden ser discutidos por los asistentes, debiendo el comunicante presentar la documentación necesaria.

Art. VII. — La duración de cada comunicación y discusión no pasará de media hora de tiempo, debiendo el autor en caso necesario limitarse a un resumen de su trabajo. La presidencia podrá limitar el tiempo de duración de las discusiones cuando lo creyere conveniente.

Art. VIII. — De las comunicaciones se dará cuenta a la Junta Directiva Central para su publicación en los *Anales*.

Art. IX. — El autor podrá presentar una comunicación, reservándose el derecho de publicar sus trabajos aparte.

Art. X. — Las conferencias u homenajes podrán ser editados por la Filial, cuando la C. D. de la misma lo estimare conveniente.

II. CONTRIBUCION A LA FLORA LIQUENOLOGICA SUDAMERICANA

(BEITRÄGE ZUR FLECHTENFLORA SÜDAMERIKAS II.)

LIQUENES ARGENTINOS RECOGIDOS POR EL DR. A. DONAT EN EL PARQUE NACIONAL DE NAHUEL HUAPÍ Y POR ADRIAN RUIZ LEAL, EN MENDOZA

POR VELI RÄSÄNEN (Kurkijoki, Finlandia)

1. — *Gyrophoropsis dichroa* (Nyl.) Räs.

Syn.: *Umbilicaria dichroa* Nyl., Syn. Lich. II, 1888, p. 8.

Patagonia, Nahuel Huapí, 1.000 m. s. m. (Donat); Mendoza, Tunuyán, Cerro de las Piedras, 2.220 m. s. m. (Ruiz Leal — 3112), en rocas. Estéril.

2. — *Gyrophoropsis haplocarpa* (Nyl.) Räs.

Syn.: *Umbilicaria haplocarpa* Nyl., Syn. Lich. II, 1888, p. 8.

Sporæ 4: næ vel 8: næ, in H_2O 16-22 × 10-13 μ, simplices, ellipsoideæ, medio constrictulæ, hyalinæ (vel sec. Nyl., l. c., « demum fuscæ, semel vel pluries divisæ »). Apothecia lecideina, simplicia.

Mendoza, Tupungato, Arroyo Salamanca, 6. II. 935 (Ruiz Leal — 2967); Luján, en Estancia El Salto, 1.800-2.000 m. s. m., 21/22. IX. 935 (Ruiz Leal — 3295); Luján, en Estancia El Salto, 11. VII. 937 (Ruiz Leal — 3424, leg. Semper); Las Heras, Quebrada del Peral, 1.800 m. s. m., 27. III. 938 (Ruiz Leal — 4981); Las Heras, Cerro Alfalfal, 2.300 m. s. m., 22. V. 938 (Ruiz Leal — 5243).

3. — *Gyrophora calvescens* Nyl.

Apothecia gyrosa. Sporæ 8: næ, hyalinæ, 12-15 × 8-9 μ, ellipsoideæ, medio constrictæ.

Patagonia, Nahuel Huapí, 750 m. s. m. (Donat). En paredes rocosas.

4. — *Gyrophora patagonica* Räs. sp. n.

Thallus 1-2 cm. latus, monophyllus, superne lævigatus, obscure cæsius, vel fusco-cæsius, tenuiter pruinosus, subtus niger, lævis,

dense fasciculato-rhizinosus, rhizinæ pallidæ vel obscuratæ. Apothecia parva, ca. 0,5 mm. lata, simplicia, lecideina. Sporæ 8: næ, hyalinæ, 10,5-12 × 7,5-9 μ, ovoideæ vel ellipsoideæ. Thallus KOH =, Cl ∓ et K (Cl) ∓ rubescens. Subsimilis *G. virginis* (Schaer.) Frey, sed thallus minor et subtus niger.

Patagonia, Nahuel Huapí, 1.500-2.400 m. s. m. (Donat). En paredes rocosas.

[5. — *Gyrophora virginis* (Schaer.) Frey var. *coloradoënsis* Räs. var. n.

Thallus 2-3,5 cm. latus, rigidus, cæsio-cinereus, Cl =, K (Cl) =, superne lævigatus, ad centrum versus plicatus, subtus pallidus, parce fasciculato-rhizinosus. Apothecia crebra, 1-2 mm. lata, mox convexa, immarginata, lecideina, nuda. Sporæ 9-13 × 5,5-6,5 μ, ellipsoideæ, 8: næ, hyalinæ, simplices. Asci ventricosi, 32-50×13-18,5 μ. Hymenium pallidum, I + cærulescens.

America septentrionalis: Colorado Saddle, Pikes Peak (C. C. Plitt, 1921) En rocas].

6. — *Omphalodium pisacomense* Mey et Flot. f. *perpapillosa* Räs. f. n.

Thallus ca. 9 cm. latus, monophyllus, coriaceus, superne reticulato-costatus, dense papillosus, olivaceo-fuscus. Margo apotheciorum etiam papillosa. Papillæ fuscæ, digitatæ, in apicibus albo-pruinosæ.

Patagonia, Nahuel Huapí, 1.000 m. s. m. (Donat). En paredes rocosas.

7. *Parmelia rudecta* Ach.

Mendoza, Las Heras, Quebrada del Cajón de las Minas, 24. IV. 938 (Ruiz Leal — 5185); Las Heras, Quebrada del Peral, 1.800 m. s. m., 27. III. 938 (Ruiz Leal — 4982, con *Parmelia trichotera* var. *Claudelii*). Estéril.

8. — *Parmelia trichotera* Hue emend. D. R. var. *Claudelii* (Harm.) D. R.

Mendoza, Las Heras, Quebrada del Peral, 1.800 m. s. m., 27. III. 938 (Ruiz Leal — 4982); Las Heras, Quebrada de la Obligación, 1.800 m. s. m., 22. V. 938 (Ruiz Leal — 5261); Tunuyán, Las Cuevas, 2.300 m. s. m., 20. III. 935 (Ruiz Leal — 3072). Estéril.

9. — *Parmelia Lorentzii* Krempelh.

Mendoza, Tupungato, Toma del Canal Matriz, 29. X. 934 (Ruiz Leal — 2699, con Parmelia Looserii); Tupungato, La Media Luna (Estancia Lo Vila), 1. I. 935 (Ruiz Leal — 2841); Las Heras, camino nternacional, Km. 59, 20. IX. 938 (Ruiz Leal — 5.300). Fértil.

10. — *Parmelia Looserii* Räs.

Collat. lich. Chil., 1936, p. 141.

Mendoza, Tupungato, Toma del Canal Matriz, 29. X. 934 (Ruiz Leal — 2699). Estéril.

11. — *Parmelia caperata* (Hoffm.) Ach.

Mendoza, Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 8. II. 937 (Ruiz Leal — 4484); Las Heras, Quebrada del Peral, 1.500-2.000 m. s. m., 17. IV. 938 (Ruiz Leal — 5072). Estéril.

12. — *Parmelia flava* Krempelh. var. *stellata* Lynge.

Mendoza, Las Heras, Pampa Seca, 2.400 m. s. m., 24. IV. 938 (Ruiz Leal — 5131); Las Heras, cumbre del cerro Alfalfal, 2.550 m. s. m., 22. V. 938 (Ruiz Leal — 5251); Las Heras, Cerro Alfalfal, 2.400 m. s. m., 16. X. 938 (Ruiz Leal — 5318). Estéril.

13. — *Parmelia farinosa* Vain.

Vain., Lich. Brés. I, 1890, p. 62.

Mendoza, Tunuyán, Puesto del Manzano, 17. X. 934 (Ruiz Leal — 2617); Tupungato, 2.000 m. s. m., 9. V. 935 (Ruiz Leal — 3228); Luján, en Estancia El Salto, 1.800 m. s. m., 21/22. X. 35 (Ruiz Leal — 3296); Las Heras, Quebrada Empozada, 12. V. 936 (Ruiz Leal — 4.100); Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 24. XII. 937 (Ruiz Leal — 4807). Estéril.

14. — *Ramalina intermedia* Del. in Nyl.

Del. in. Nyl., Reg. Monogr. Ram., 1870, p. 68.

Thallus apicem versus ad margines laciniarum granuloso-sorediosus, KOH =, PD = (= paraphenylendiamina).

Mendoza, Tunuyán, Las Cuevas, 3.200 m. s. m., 20. III. 935 (Ruiz Leal — 3073); Las Heras, Cumbre del Cerro Melocotón, 2.093 m. s. m., 7. VI. 936 (Ruiz Leal — 3979); Las Heras, Cerro del Arco, 1.675 m. s. m., 27. X. 936 (Ruiz Leal — 4060); Las Heras, Quebrada Empozada, 12. X. 936 (Ruiz Leal — 4099); Las Heras, Quebrada del Peral, 1.700-2.000 m. s. m., 27. III. 938 (Ruiz Leal —

5012); Las Heras, Quebrada del Cajón de las Minas, 1900 m. s. m., 24. IV. 938 (Ruiz Leal — 5193); Las Heras, Quebrada del Cajón de las Minas, 24. IV. 938, 2.100 m. s. m., (Ruiz Leal — 5208); Las Heras, Quebrada de la Obligación, 1.800 m. s. m., 22. V. 938 (Ruiz Leal — 5262). Estéril.

15. — *Usnea cladoblephara* (Müll. Arg.) Mot.

Mot., Lich. gen. Usn., 1938, p. 585.

Mendoza, Las Heras, Pampa Seca, 2.100 m. s. m., 24. IV. 938 (Ruiz Leal — 5139). Estéril.

16. *Usnea Du Rietzii* Mot.

Mot., ibid., 1937, p. 503.

Mendoza, Tunuyán, Los Arboles, 12. XII. 933 (Ruiz Leal — 1781); Tunuyán, Puesto del Manzano, 15. XII. 933 (Ruiz Leal — 1968); Tunuyán, Las Cuevas, 20. II. 935 (Ruiz Leal — 3074); Tunuyán, Cumbre del Cerro de las Piedras, 2220 m. s. m., 23. III. 935 (Ruiz Leal — 3101); Luján, Estancia El Salto, 11. VII. 937 (Ruiz Leal — 3425, Leg. Semper); Las Heras, Cerro Melocotón, 2.093 m. s. m., 7. VI. 936 (Ruiz Leal — 3978); Las Heras, Cumbre del Cerro del Arco, 1.675 m. s. m., 27. IX. 936 (Ruiz Leal — 4079); Las Heras, Quebrada Empozada, 12. X. 936 (Ruiz Leal — 4101); Las Heras, Quebrada del Peral, 1.700-2.000 m. s. m., 27. III. 938 (Ruiz Leal — 5013); Las Heras, Quebrada de la Obligación, 1.800 m. s. m., 22, V. 938 (Ruiz Leal — 5263); Las Heras, La Crucecita, Cerro Verde, 20. XI. 938 (Ruiz Leal — 5467). Estéril.

17. — *Stereocaulon myriocarpoides* Nyl.

Patagonia, Nahuel Huapí, 1.000 m. s. m. (Donat). Sobre tierra arenosa. Fértil.

18. *Stereocaulon obesum* Th. Fr.

Phyllocladia partim urceolata, ad margines albo-verrucosa, partim verrucosa.

Patagonia, Nahuel Huapí, 2.000 m. s. m. (Donat). Sobre tierra arenosa. Estéril.

19. — *Stereocaulon obesum* Th. Fr. var. *efflorescens* Räs. var. n.

Cephalodia adnata, obscura. Thallus primarius (= phyllocladia) « denudatiformis », demum farinoso-sorediosus.

Patagonia, Nahuel Huapí, 1.700 m. s. m. (Donat). Sobre tierra arenosa. Estéril.

20. *Candelaria substellata* (Nyl.) Räs.

Syn.: *Physciacandelaria* (Ach.) Nyl. var. *substellata* (Ach.) Nyl. Nyl., Syn. Lich. I, 1858-1860, p. 413.

Similis *Xanthoriae polycarpae* (Ehrh.) Oliv., sed thallus KOH = et color vitellinus. Apothecia crebra, 0,2-0,5 mm. lata, lecanorina, margine primum integra, demum subleprosa. Epithecium granulosum, KOH —. Hymenium ca. 90 μ crassum, incoloratum. Hypothecium incoloratum, tenue. Paraphyses 1,5-2 μ crassæ, laxe cohærentes, simplices, in apicibus leviter incrassatæ. Sporæ numerosæ (ca. 60 in asco), hyalinæ, 7-9,5 × 3-4 μ, oblongæ, simplices. Asci ca. 48 × 16 μ, membrana in apice incrassata.

Mendoza, Las Heras, Quebrada del Toro, 2.000 m. s. m., 21. XI. 937 (Ruiz Leal — 3474).

21. — *Candelariella antennaria* Räs. sp. n.

Thallus deest. Apothecia numerosa, crebra, rotundata, plana vel demum leviter convexa, vitellina, 0,3-0,7 mm lata, KOH —, margine integra vel demum subcrenata, persistente, concolore. Hymenium incoloratum; epithecium granulosum, KOH —. Asci clavati, ca. 32 × 14 μ. Sporæ oblongæ, simplices, rectæ vel leviter curvatæ, 8: næ, distichæ, 12-17 × 5-6 μ. Paraphyses antennas insectarum in memoriam revocant, laxe cohærentes, bene incrassatæ (4-4,5 μ), articulato-septatæ, in apicibus clavatæ. Similis *Candelariellae lutellae* (Vain.) Räs. (Flechtenfl. Küsteng. Laat., 1939, p. 57), sed sporæ 8:næ, majores et paraphyses antenniformes.

Mendoza, Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 11. VII. 937 (Ruiz Leal — 4660, Leg. J. Semper).

[22. — *Candelariella terrigena* Räs. sp. n.

Thallus verrucoso-granulosus, non sorediosus, vitellinus, KOH —. Apothecia 0,3-0,6 mm. lata, plana vel demum leviter convexa, disco obscure vitellino, deinde pallido-fusco, margine persistente, pure vitellina, rugosa vel granulosa. Hymenium ca. 60 μ crassum, incoloratum. Hypothecium etiam incoloratum. Epithecium granulosum, ca. 15 μ crassum, KOH —. Asci ventricoso-clavati vel cuneati, 35-40 × 12-13 μ. Sporæ 8: næ, hyalinæ, distichæ, ovoideæ vel ellipsoideæ, 8,5-12 × 6,5-7 μ. Similis *Candelariellae epixanthae* (Ach.) Sandst. sed sporæ curtiores.

America septentrionalis: Colorado, Gregory Canyon (C. C. Plitt. 1931). Sobre tierra arenosa].

23. *Parmularia* (*Squamaria*) *muralis* (Schreb.) Räs.

Mendoza, Las Heras, Quebrada del Peral, 1.500-2.000 m. s. m., 17. IV. 938 (Ruiz Leal — 5073); Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 1.000 m. s. m., 24. XII. 937 (Ruiz Leal — 4710). Fértil.

24. — *Parmularia* (*Squamaria*) *alphoplaca* (Wg.) Räs.

Mendoza, Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 24. X. 937 (Ruiz Leal — 3345); Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 24. XII. 937 (Ruiz Leal — 4709). Fértil.

25. — *Parmularia* (*Squamaria*) *peltata* (D. C.) Räs. var. *laevior* (Nyl.) Räs.

Thallus peltatus, umbilicatus, « monophyllus », superne lævigatus, KOH ±, lutescens, Cl =. Sporæ 9-12 × 6-7 μ, ellipsoideæ.

Mendoza, Luján, en Estancia El Salto, 1.800-2.000 m. s. m., 21/22. IX. 935 (Ruiz Leal — 3293); Tupungato, Tres Quebradas, 2. 840 m. s. m., 12. XII. 935 (Ruiz Leal — 3606).

26. — *Parmularia* (*Squamaria*) *peltata* (D. C.) Räs. var. *stipitata* Räs. var. n.

Thallus crassus, pulvinatus, « monophyllus », superne albido vel cinereo-stramineus, lævigatus, plicatus, KOH =, Cl =, subtus pallidus, lævis, umbilicatus, gompho sat longo (5 mm.). Apothecia mox ca. 4 mm. lata, margine crenata, involuta, disco cæsio-nigro, cinereo vel fusco, cinereo pruinoso. Sporæ 8: næ, oblongæ vel ellipsoideæ, 10-13 × 5-7 μ.

Mendoza, Valle del Alto Tunuyán, 3.200 m. s. m., 24, XII, 933 (Ruiz Leal — 2593).

27. — *Ochrolechia pallescens* (L.) Körb. var. *austroamericana* Räs.

Syn.: *Placopsis subgelida* Nyl.

Thallus areolato-inæqualis, esorediosus, cinereo-albidus, KOH =, Cl^{++} rubescens. Apothecia plana, 1-2 mm. lata, carneo-pallida. Epithecium albo-pruinosum. Sporæ ovoideæ, 25-31 × 15,5-17 μ. Hymenium pallidum.

Patagonia, Nahuel Huapí, 750 m. s. m. (Donat). Sobre piedras.

28. — *Placopsis fuscidula* M. Lamb. (mscr. in herb. Bot. Mus. Oslo.

Syn.: *Placopsis gelida* (L). Nyl. var. *pseudosorediosa* Räs.

Thallus albido-canus, KOH =, Cl ∓ rubescens, rimoso-areolatus,

partim urceolato-sorediosus vel subsorediosus. Cephalodia carneo-fusca, typica. Hymenium roseum. Sporæ 8: næ, 14,5-18,5 × 8-10,5 μ, ovoideæ.

Patagonia, Nahuel Huapí, 1.000 m. s. m. (Donat). Sobre piedras.

29. — *Placopsis pycnotheca* M. Lamb. sp. n.

Syn.: *Placopsis subparellina* Nyl., Lich. insul. Guin., 1889, p. 45.

Thallus cinereus, verrucoso-areolatus, ad marginem indistincte effiguratus, KOH =, Cl±, rubescens. Cephalodia parva, ca. 2 mm. lata, radiosa, pallido fusca. Apothecia nuda, testacea. Sporæ ca. 17 × 6,5 μ, oblongæ.

Patagonia, Nahuel Huapí, 800 m. s. m. (Donat). Sobre tierra silícea.

30. — *Placopsis perrugosa* Nyl.

Syn.: *Placopsis huilca* Nyl. (Add. Fl. Chil., 1855, p. 153).

Thallus obscuro-cæsius vel badio-fuscus, areolato-verrucosus, ad marginem indistincte effiguratus, KOH =, Cl∓ rubescens, I =. Apothecia rara, ca. 1 mm. lata, plana, lecanorina, margine tenui, demum fere exclusa, disco rufo vel nigricante, nudo, opaco, fissurato. Hymenium 170 μ crassum, incoloratum, I + cærulescens. Asci cylindrici, ca. 8 μ crassi. Sporæ monostichæ, ellipsoideæ, 10-14 × 5-7 μ (juvenilia ut videtur). Paraphyses laxe cohærentes, graciles, ramoso-connexæ. Pycnidia apotheciformia, vulgaria, ca. 0,4 mm. lata. Pycnoconidia filiformia, arcuata, 16-20 × 5-6 μ.

Patagonia, Nahuel Huapí, 1.000-1.5000 m. s. m. (Donat). Sobre piedras.

31. — *Lecanora andina* Räs. sp. n.

Thallus areolato-verrucosus, mediocris, cinereo-albidus, KOH + lutescens, Cl —. Apothecia crebra, atra, opaca, nuda, 0,2-1 mm. lata, plana vel demum convexa, margine integra, tenui. Hymenium ca. 65 μ crassum, incoloratum; hypothecium incoloratum, epithecium rufo-fuscum, KOH —. Asci ventricoso-clavati. Sporæ incoloratæ, ellipsoideæ, simplices, distichæ, 10-12 × 5-7 μ. Similis *Lecanorae atrae* (Huds.) Ach., sed hymenium et hypothecium incoloratum et apothecia multo minora.

Mendoza, Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 11. VII. 937 (Ruiz Leal — 4660, con *Candelariella antennaria*). Sobre corteza de arbustos.

32. — *Xanthoria andina* Räs. sp. n.

Thallus arcte adpressus, orbicularis, 2-3 cm. latus, pallido-flavescens, albo-pruinosus, totus KOH+ pulchre violascens, ad marginem laciniatus. Laciniæ subimbricatæ, convexæ, plicatæ, raro applanatæ, nudæ, ad centrum versus verrucoso-bullatæ. Apothecia lutea vel aurantiaca, raro cerina, nuda vel pruinosa, plana vel demum convexa, marginata, KOH+ violascentia, margine integra, concolore, demum fere exclusa. Sporæ anguste ellipsoideæ vel oblongæ, polari-dyblastæ (9) 12-16 × 4,5-7 μ, septo quartam vel tertiam partem longitudinis sporæ occupante. Similis *Xanthoriae parietinae* (L.) Th. Fr. f. *albicanti* (Müll. Arg.) Hillm., sed thallus placodiimorphus et apothecia plana.

Mendoza, Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 11. VII. 937 (Ruis Leal — 4660, en sociedad con *Lecanora andina*, *Candelariella antennaria* y *Placodium cerinellum*, sobre ramas de arbustos); Luján, en Estancia El Salto, 1.800-2.600 m. s. m., 21/22. IX. 935 (Ruiz Leal — 3302).

33. — *Xanthoria andina* Räs. f. *pulchra* Räs. f. n.

Apothecia pulchre aurantiaca, nuda, plana vel convexa.

Mendoza, Las Heras, Quebrada del Toro, 2.000 m. s. m., 21. XI. 937 (Ruiz Leal — 3473).

34. — *Xanthoria andina* Räs. var. *ochrolechioides* Räs. var. n.

Thallus albidus, pruinosus, KOH+ violascens, ad marginem flavoalbidus. Apothecia 0,5-1,5 mm. lata, carnea, pruinosa, KOH+ violascens, margine crassa, integra. Sporæ polari-dyblastæ, oblongæ vel anguste ellipsoideæ, 12-16 (20) × 5,5-6,5 μ, septa tenuis.

Mendoza, Luján, en Estancia El Salto, 21/22, IX, 935, 1.800 m. s. m. (Ruiz Leal — 3280). Cortícola sobre *Populus* sp. indet.

35. — *Xanthoria mendozae* Räs. sp. n.

Thallus squamosus, firmis, 2-4 mm. latus, superne nudus vel subpruinosus, pallido-flavescens vel subaurantiacus, KOH+ violascens, ad marginem lobulatus, lobulæ rotundatæ, subtus pallidus, erhizinosus, KOH —, ad marginem mox granulato-sorediosus, soredium vitellinum, KOH+ violascens. Apothecia non vidi. Subsimilis *Xanthoriae substellaris* (Ach.) Vain., sed firmior et parce laciniatus.

Mendoza, Las Heras, Camino internacional, cerca de El Salto, 2.800 m. s. m., 21. XI. 937 (Ruiz Leal — 3472).

36. — *Theloschistes chrysophthalmus* (L.) Th. Fr. var. *expallens* Müll. Arg.

Mendoza, Tupungato, La Media Luna (Estancia Lo Vila), 1. I. 935 (Ruiz Leal — 2841*a*.); Las Heras, entre Vistalba y La Crucecita, 17. IV. 938 (Ruiz Leal — 5093); Las Heras, Cerro Melocotón, 1.600 m. s. m., 18. XII. 938 (Ruiz Leal — 5521); Las Heras, Quebrada del Peral, 1.700-2.000 m. s. m., 27. III. 938 (Ruiz Leal — 4965).

37. — *Placodium rugulosum* Nyl.

Mendoza, Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 11. VII. 937 (Ruiz Leal — 4661). Estéril.

38. — *Placodium altoandinum* (Malme) Räs.

Syn.: *Callopisma altoandinum* Malme, Lich. Blasteniosp. Herb. Regn., 1926, p. 37.

Mendoza, Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 11. VII. 937 (Ruiz Leal — 4661, con *Placodium rugulosum*, sobre piedras). Fértil.

[39. — *Placodium terrigenum* Räs. sp. n.

Thallus tenuis, areolatus vel continuus, lateritio rubescens, KOH+ purpurascens. Apothecia crebra, rotundata, plana, adnata, basi haud leviter constricta, lateritio-aurantiaca, nuda, margine pallidiore, crassa, integra. Hymenium incoloratum, totum KOH+ purpurascens, 70-80 μ crassum. Sporæ dyblastæ, incoloratæ, 13-16 × 5,5-8 μ, septa tenuis. Similis *Placodio geophilo* Räs. (Lich. nonn. nov. U. S. S. R., 1938, p. 1), sed sporæ longiores et thallus KOH+ purpurascens.

America septentrionalis: California, San Diego, Camp Kearmy Mera (E. H. und W. K. Parks 1932). Sobre tierra arenosa].

40. — *Placodium cerinellum* (Nyl.) Vain.

Mendoza, Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 11. VII. 937 (Ruiz Leal — 4660, leg. J. Semper, con *Candelariella antennaria* y *Lecanora andina*). Sobre corteza de arbustos. Fértil.

41. — *Peltigera rufescens* (Weis) Willd.

Mendoza, Tunuyán, cumbre del Cerro de las Piedras, 2.220 m. s. m., 23. III. 935 (Ruiz Leal — 3109). Fértil.

42. — *Peltigera coloradoënsis* Gyeln.

Mendoza, Las Heras, Quebrada del Monte, 1.800-2.600 m. s. m., 21/22. IX. 935 (Ruiz Leal — 3303). Fértil.

43. — *Peltigera patagonica* Räs. sp. n.

Thallus pusillus, parce laciniatus, laciniæ 2,5 cm. longæ et 1 cm. latæ, concavæ, superne dense arachnoideæ, pallidæ vel pallido-canæ, subtus caninæforme venosæ, venis nigricantibus, fasciculato-rhizinosus. Apothecia apicalia, solitaria, horizontalia, 0,6 cm. lata et 1 cm. longa, concava, fusca, margine integra, arachnoidea. Sporæ 3-(5-) sepatæ, 50-62 × 4,5-5 μ, in apicibus obtusæ.

Patagonia, Nahuel Huapí, 1.000 m. s. m. (Donat). Sobre el suelo.

44. — *Opisteria Homanii* (Gyeln.) Räs.

Syn.: *Nephroma Homanii* Gyeln., Nephr. nov. crit., 1931, p. 129.

Patagonia, Nahuel Huapí, 500 m. s. m. (Donat). Sobre el suelo. Estéril.

45. — *Pseudocyphellaria vaccina* (Mont.) Malme.

Patagonia, Nahuel Huapí, Rincón, 800 m. s. m. (Donat). Sobre corteza de árboles. Fértil.

46. — *Pseudocyphellaria vaccina* (Mont.) Malme var. *albosticta* Räs. var. n.

Pseudocyphellæ pro maxima parte albidæ. Thallus superne pallidus, lævis, KOH ± lutescens, medulla alba. Apothecia supra laciniarum sita, 2-3 mm. lata, fusca, plana, vel leviter concava, tenuiter marginata, nuda. Sporæ hyalinæ, fusiformes, 1-3 septatæ, 20-29 × 2,5-4,5 μ.

Patagonia, Nahuel Huapí, La Morena, 800 m. s. m. (Donat). Sobre corteza de árboles.

47. — *Pseudocyphellaria subrubella* Räs. sp. n.

Thallus usque 10 cm. latus, laciniatus, laciniæ discretæ vel etiam subimbricatæ, 0,6-1,5 cm. latæ, superne lævigatæ, canaliculatæ vel planæ, nudæ, sine sorediis et isidiis, partim pulchre rubræ, partim pallidæ, KOH =, subtus pallido-flavescens, tenuiter pubescens, pseudocyphelliæ parvæ, punctiformes, pallidæ vel pallidolutæ. Apothecia vulgaria, supra laciniorum sita, 2-3 (4) mm. lata, sessilia, basi bene constricta. Discus rubescens, nudus, concavus, margine flexuosa, involuta, tenuiter hirsuta vel nuda. Hymenium 90-100 μ crassum, incoloratum. Epithecium purpureum, KOH —. Sporæ 8:næ, distichæ, pallido-fuscæ, 3-septatæ, fusiformes, 20-25 × 9-10 μ. Gonidia palmellacea, 5-7 μ, globosa.

Patagonia, Nahuel Huapí, Río Negro y Alescal, 800 m. s. m. (Donat). Sobre corteza de árboles.

48. — *Pseudocyphellaria chloroleuca* (Hook. et Tayl.) Räs.

Patagonia, Nahuel Huapí, Puerto Blest, 800 m. s. m. (Donat). Sobre corteza de árboles.

49. — *Pseudocyphellaria Freycinetii* (Del.) Malme.

Patagonia, Nahuel Huapí, 1.000 m. s. m. (Donat). Sobre el suelo. Estéril.

50. — *Cyanisticta coriifolia* (Müll. Arg.) Räs.

Patagonia, Nahuel Huapí, Puerto Pañudo, 800 m. s. m. (Donat). Sobre restos de plantas en descomposición. Estéril.

51. — *Cyanisticta intricata* (Del.) Räs.

Patagonia, Nahuel Huapí, 800 m. s. m. (Donat). Sobre corteza de árboles. Estéril.

52. — *Cyanisticta hirsuta* (Mont.) Räs.

Patagonia, Nahuel Huapí, C. Peña (Donat). Sobre restos de plantas en descomposición. Fértil.

53. — *Sticta damaecornis* (Sw.) Ach.

Patagonia, Nahuel Huapí, Río Negro, 1.000 m. s. m. (Donat). Sobre corteza de árboles. Fértil.

54. — *Stictina filicinella* Nyl. var. *ochraceofusca* Räs. var. n.

Thallus superne pallido-fuscus vel ochraceo-fuscus.

Patagonia, Nahuel Huapí, 800 m. s. m. (Donat). Sobre corteza de árboles. Estéril.

55. — *Stictina megapotamica* (Malme) Räs.

Patagonia, Nahuel Huapí, Brazo Bloch, 800 m. s. m. (Donat). Sobre árboles. Estéril.

56. — *Coccocarpia gyrophoroides* Räs. sp. n.

Thallus pusillus, ca. 1 cm. latus, orbicularis, gyrophoroides, parce laciniatus, ad marginem etiam lacinulatus, superne lævis, griseus vel cervinus, KOH =, Cl =, subtus pallidus vel albido-pallens, præsertim ad centrum versus tenuiter albo-hirsutus, umbilicatus. Thallus

superne (cortex) et subtus pseudoparenchymaticus. Apothecia crebra, biatorina, immarginata, convexa, nigra, nuda, opaca, ca. 0,5 mm. lata. Hymenium ca. 100 μ crassum, I+, cærulescens; hypothecium incoloratum. Asci pyriformes, 30 × 13 μ, in apicibus incrassati. Sporæ sphæroideæ, ovoideæ vel ellipsoideæ, 8: næ, distichæ, hyalinæ, 6,5-9 × 4,5-6,5 μ. Epithecium KOH—. Gonidia scytonematacea.

Patagonia, Nahuel Huapí, Ventisquero Manso, 1.000 m. s. m. (Donat). Sobre rocas desnudas.

57. — *Psoroma discernens* Nyl.

Gonidia palmellacea. Sporæ ellipsoideæ, 8: næ, incoloratæ, 14-18,5 × 8-9 μ. Hymenium usque 200 μ crassum, partim roseum, KOH=.

Patagonia, Nahuel Huapí, A. Frías, 800 m. s. m. (Donat). Sobre árboles.

58. — *Psoroma leprolonum* (Nyl.) Räs. var. *roseola* Räs. var. n.

Gonidia palmellacea. Thallus siccus pallido-roseus, humidus pulchre roseus, KOH=, ad margines laciniarum farinoso-sorediosus.

Patagonia, Nahuel Huapí, La Moreno, 800 m. s. m. (Donat). Sobre ramas de árboles. Estéril.

59. *Psoroma dimorphum* Malme.

Gonidia palmellacea. Hymenium 150 μ crassum, I+, vinoso rubescens. Sporæ sphæroideæ vel ovoideæ, 8: næ, monostichæ 10,5-14,5 × 10,5-12 μ, hyalinæ. Cephalodia cærulea.

Patagonia, Nahuel Huapí, Puerto Bloch, 800 m. s. m. (Donat). Sobre corteza de árboles.

60. — *Psoroma pulchrum* Malme.

Gonidia palmellacea. Hymenium 140-150 μ crassum, I+, cærulescens, deinde rubescens. Sporæ sphæroideæ, 8: næ, 12-14 μ, membrana bene incrassata, gelatinosa.

Patagonia, Nahuel Huapí, Rincón, 800 m. s. m. (Donat). Sobre corteza de árboles.

61. — *Heppia Guepini* (Moug.) Nyl.

Mendoza, Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 1.000 m. s. m., 24. XII. 937 (Ruiz Leal — 4712, en sociedad con *Dermatocarpon Ruiz-Lealii* Räs.). Sobre piedras. Fértil.

62. — *Heppia (Peltula) dermatocarpea* Räs. sp. n.

Tallus usque 1 cm. latus, orbicularis, gyrophoroides, superne olivaceus vel griseo-viridis, nudus, ad marginem et etiam superne maculatim farinoso-sorediosus, soredium atroviride, subtus pallidus, nudus, umbilicatus.

Uruguay: Montevideo, Barra (W. G. Herter 1933). Sobre piedras. Estéril.

63. — *Collema laciniatum* Nyl. var. *crustosa* Räs. var. n.

Thallus fere crustaceus, olivaceo-nigricans. Apothecia male evoluta, urceolata, 0,5 mm. lata. Sporæ uniseptatæ, hyalinæ, oblongæ, 14,5-18,5 × 5-6,5 μ. Hymenium 50 μ crassum, I+, cærulescens.

Mendoza, Las Heras, inmediaciones del Puesto del Peral, 1.200 m. s. m., 27. III. 938 (Ruiz Leal — 4973).

64. — *Collema subconveniens* Nyl.

Apothecia primum plana, marginata, mox convexa, immarginata, pallido-fusca. Sporæ 3-5 septatæ, fusiformes, 18,5-26 × 7-9 μ. Hymenium I+, cærulescens. Medulla I—.

Patagonia, Nahuel Huapí, 850 m. s. m. (Donat). Sobre ramas de árboles podridos, descorticados.

65. — *Leciophysma patagonicum* Räs. sp. n.

Thallus 2-3 cm. latus, olivaceus vel olivaceo-fuscescens, lacerato-laciniatus, lævigatus, mox coralloideo-isidiatus, non pseudoparenchymaticus, KOH=. Gonidia nostocacea. Apothecia lecideina, 1-2 mm. lata, concava, rufa vel carneo-rufa, margine propria pallidiore, integra. Sporæ 8: næ incoloratæ, ellipsoideæ, 13-18 × 7-9 μ, in apicibus acutæ, monostichæ. Asci cylindrico-clavati. Hymenium 80-105 μ crassum, I+, cærulescens, deinde sordide rufescens. Subsimilis *Leciophysmati chilensi* Räs. (Lich. Chil., 1937, p. 206), sed thallus non nervosus, sporæ majores et hymenium I+, cærulescens.

Patagonia, Nahuel Huapí, La Morena, 800 m. s. m. (Donat). Sobre musgos.

66. — *Cladonia fimbriata* (L.) Fr. f. *minor* (Hag.) Vain.

Mendoza, Luján, en Estancia El Salto, 1.800-2.600 m. s. m., 21/22. IX. 935 (Ruiz Leal — 3282); Luján, en Estancia El Salto, 1.800-2.000 m. s. m., 21/22. IX. 935 (Ruiz Leal — 3300); Las Heras, Quebrada del Peral, 1.700-2.000 m. s. m., 27. III. 938 (Ruiz Leal — 5009). Estéril.

67. — *Cladonia pyxidata* (L.) Fr. f. *lophyra* Ach.

Mendoza, Tunuyán, Cumbre del Cerro de las Piedras, 2.220 m. s. m., 23. III. 935 (Ruiz Leal — 3108). Fértil.

68. — *Cladonia carneola* Fr. var. *macroscypha* Räs. var. n.

Podetia 4 cm. alta, usque ad 2 cm. lata, scyphifera, prolifera, corticata, esorediata, KOH =, PD =. Pycnidia carnea, KOH —. Apothecia non vidi.

Patagonia, Nahuel Huapí, 1.300 m. s. m. (Donat). Sobre el suelo.

69. — *Schaereria* (*Psora*) *icterica* (Mont.) Räs. var. *argentina* Gyeln.

Mendoza, Las Heras, inmediaciones del Puesto del Peral, 1.200 m. s. m., 27. III. 938 (Ruiz Leal — 4974); Las Heras, inmediaciones de Canota, 20. IX. 938 (Ruiz Leal — 5303). Fértil.

70. — *Acarospora extenuata* H. Magn.

Mendoza, Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 24. XII. 937 (Ruiz Leal — 4711). Fértil.

71. — *Acarospora rimulosa* H. Magn.

Mendoza, Las Heras, inmediaciones de la Cruz del Paramillo (Uspallata), 2.950 m. s. m., 21. XI. 937 (Ruiz Leal — 3475). Fértil.

72. — *Diploschistes canadensis* Räs.

Rasanen, Contrib. Lich. Fl. North. Amer., 1933, p. 20.

Mendoza, Las Heras, Cumbre del Cerro Mogotes Colorados, 2.400 m. s. m., 24. IV. 938 (Ruiz Leal — 5120). Fértil.

[73. — *Sphaerophorus jamaicensis* Räs. sp. n.

Thallus usque 3,5 cm. longus, fruticulosus, irregulariter dichotome laciniatus, 1-4 mm. latus, compressus, rigidus, dense coralloideo-isidiosus, pallido-stramineus vel roseolus, esorediosus. Apothecia terminalia, 1-2 mm. lata, nigra, nuda. Sporæ globosæ, simplices, viridi-fuscæ, 6-7 μ. Thallus KOH =, Cl =, K(Cl) =, I =, PD ∓ rubescens. Subsimilis *Sphaerophoro melanocarpo* (Sw.) D. C., sed thallus rigidus. coralloideo-isidiosus et sporæ minores.

América media: Jamaica (C. C. Plitt 1919). Sobre trozos de árboles podridos].

74. — *Sphaerophorus melanocarpus* (Sw.) D. C.

Patagonia, Nahuel Huapí, Brazo Bloch, 800 m. s. m. (Donat). Sobre musgos. Fértil.

75. — *Dermatocarpon* (*Placidium*) *Ruiz-Lealii* Räs. sp. n.

Thallus polyphyllus, rigidus, crassus, adnatus, margine haud adscendente, superne rufescens, opacus, nudus, 5-8 mm. latus, KOH=, Cl=, K(Cl)=, subtus fuscescens, ad marginem 1-2 late nudus, in centro crebre tenuiter rhizinosus. Apothecia in centro, crebra, thallo immersa, punctiformia. Perithecium carneopallidum, margine ostiolari obscure fuscescente. Sporæ incoloratæ, 8: næ, sphæroideæ vel subsphæroideæ, distichæ, membrana modice incrassata, 8-12 × 7-10 μ. Nucleus I+, fulvescens. Asci ventricosi, mox in gelatinam diffluxæ. Paraphyses etiam in gelatinam diffluxæ. Similis *Dermatocarpo lachneo* (Ach.) Vain., sed sporæ sphæroideæ et thallus ad marginem non ascendens.

Mendoza, Las Heras, Quebrada de la Mina Atala, 24. XII. 937 (Ruiz Leal — 4712). Sobre piedras, en sociedad con *Heppia Guepini.*

76. — *Dermatocarpon* (*Placidium*) *hepaticum* (Ach.) Th. Fr. var. *argentina* Räs. var. n.

Thallus arcte adnatus, pallido-rufescens. Apothecia minora, punctiformia. Sporæ ovoideæ vel ellipsoideæ, 8: næ, incoloratæ, 10-14,5 × 6,5-8,5 μ, monostichæ. Paraphyses et asci mox in gelatinam diffluxæ, I— vel dilute fulvescentes, sporæ distincte I+, rufescentes.

Mendoza, Las Heras, Quebrada del Peral, 1.700-2.000 m. s. m., 27. III. 938 (Ruiz Leal — 4961). Sobre tierra húmeda.

77. — *Dermatocarpon* (*Placidium*) *corticolum* Räs. sp. n.

Thallus 1-2 cm. latus, orbicularis, laciniatus, laciniæ 2-3-furcatæ, 1-3 mm. latæ discretæ, planæ vel primum concavæ, ad marginem leviter adscendentes, cinereæ, nudæ vel albopruinosæ, lævigatæ, subtus nigricans, crebre rhizinosus. Apothecia innata, rufa, punctiformia. Sporæ 8: næ, incoloratæ, ellipsoideæ, 6,5-10 × 4-6 μ. Asci fusiformes, 55-60 × 10,5 μ. Nucleus I+, rubescens. Paraphyses in gelatinam diffluxæ.

Uruguay: Artigas, Potrero Sucio, 100 m. s. m. (W. G. Herter 1934). Sobre corteza de árboles.

KURKIJOKI, Finlandia, abril 28 de 1939.

SIDA ARGENTINA K. SCHUMANN

NUEVA PARA MENDOZA, CON UNA SIPNOSIS DE LOS GENEROS MENDOCINOS DE MALVACEAS

Por ADRIAN RUIZ LEAL

En una de mis excursiones periódicas, últimas, encontré una planta que desde el primer momento reconocí como nueva para la flora de Mendoza, avocándome de inmediato a su estudio y llegando a determinarla como una Malvácea del género *Sida*.

La carencia, en las bibliotecas de Mendoza, de obras de carácter científico en general, y particularmente de botánica sistemática, no me permitió llegar hasta la determinación de la especie, y, en consecuencia, debí recurrir para ello a los servicios de la Sección Fanerógamas del Museo de La Plata, donde trabaja la especialista argentina de la familia, Dra. América del Pilar Rodrigo, quien me envió su determinación específica y valiosos datos complementarios, que uso en esta comunicación, siéndome grato testimoniarle aquí mi reconocimiento por su valiosa cooperación.

Sida argentina K. Schumann, es la planta en cuestión. Fué descripta por primera vez por K. Schumann en *Flora Brasiliensis* 12, parte III, página 313, en el año 1892, y el tipo sobre el que fué fundada se encuentra en el Museo de Berlín-Dahlem, donde está representada por tres ejemplares de procedencia distinta.

El primero de esos ejemplares procede del Pasaje del Río Juramento, Provincia de Salta, donde fué recogido bajo el número 292 por Hieronymus y Lorentz en frebrero del año 1873; el segundo, en el Río Zeballos, Provincia de Córdoba, coleccionado por el mismo Hieronymus, bajo el número 239, en octubre de 1875, y el tercero en Calanchanga, Sierra Chica de Córdoba, también por Hieronymus, en enero de 1882.

Como se ve, la especie era hasta el presente sólo conocida en territorio argentino, de las provincias de Salta y Córdoba, localidad esta última donde ha sido recogida siempre, siendo particularmente frecuente entre 700 y 1.000 m. sobre el mar (Rodrigo).



Fig. 1.— *Sida argentina* K. Schum.— I. Ramita aumentada 1/2 del natural.— II, III. Carpelo, vista dorsal y lateral, respectivamente. — IV. Semilla. Dibujo verificado sobre el Nº 5758 (Ruiz Leal).

Se encuentra asimismo citada para Bolivia, en el continente americano, por Th. Herzog, en su trabajo intitulado *Bolivianische Pflanzen* (1913), en *Mededeelingen van's Rijks Herbarium*, Leiden, tomo I, número 19, página 45.

Su hallazgo en Mendoza, pues, extiende su área de distribución geográfica hasta una localidad más austral, donde no era conocida todavía.

La especie, que he figurado del natural, en las láminas que acompaño, crece en los aledaños del Parque General San Martín y en el lugar denominado La Ripiera, cerca de Villa Hipódromo, en esta provincia, donde vegeta — y ya el nombre de la localidad lo dice — en terrenos de arrastre, pedregosos y secos por excelencia y en alturas que oscilan entre 900 y 1.000 m. sobre el mar, siendo escasa.

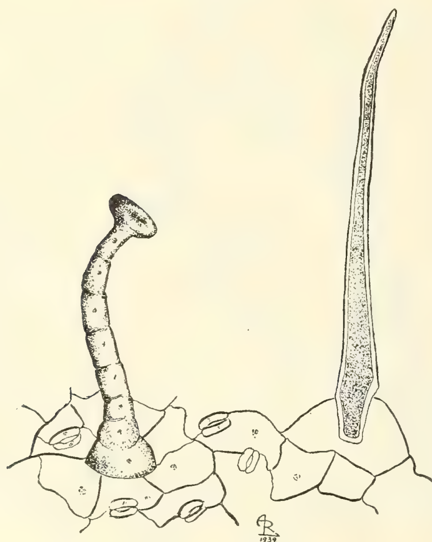


FIG. 2. — *Sida argentina* K. Schum. Pelo glandular, multicelular, capitado y pelo unicelular de la epidermis superior, muy aumentados. — R. L. N° 5758.

Esta plantita se presenta como perenne, de raíz pivotante, fibroleñosa y de porte erguido o decumbente. Uno de los ejemplares recogidos estaba tendido en el suelo, sin arraigar, en una extensión de 65 cm. en el lecho de un río seco; otro era erguido formando una elegante matita de 25-30 cm. de altura y de cierta compacidad.

Macroscópicamente y sin flores ni frutos, podría confundirse con ejemplares raquíticos de *Abutilon virgatum* (Cav.) Sweet. var. *tomentosa* K. Schum., con quien comparte el habitat, y no sería inve-

rosímil atribuir a este hecho, el de que no haya sido recogida en otras oportunidades.

No tiene, fuera de ello, parecido con ninguna otra de nuestras Malváceas, y sus relaciones más estrechas son con *Sida spinosa* L., especie que no ha sido señalada en Mendoza, pero de la que difiere, sin embargo, por la forma de las hojas, las flores largamente pedunculadas, los sépalos concrescentes que cubren el fruto y las aristas de los carpelos que no son verticales sino que se apartan lateralmente en ángulo obtuso.

El género *Sida*, que fué objeto de publicaciones especiales por parte de la Dra. Rodrigo, y que en la actualidad ocupa su atención, sólo tenía hasta el presente, un representante en Mendoza: *Sida leprosa* (Ort.) Schum., plantita característica de terrenos salados y áridos y que tiene vasta distribución en la provincia, encontrándose en los departamentos de Ciudad, Maipú, Guaymallén, Lavalle, Rivadavia, Junín, San Martín, Tupungato, etc., a la vera de los caminos, cercos, etc.

El hallazgo de *Sida argentina* K. Schumann, justifica en la presente comunicación, el que establezca los caracteres diferenciales en la clave que sigue y que juzgo útil para quienes se dediquen a la botánica en Mendoza.

Clave para la determinación de las especies del género Sida en Mendoza

I. Hojas orbiculares, cordadas, plateadas. Corola amarillo de azufre. Carpelos 6-7, múticos. Salitrales, cercos y vías férreas de la llanura . . . . *S. leprosa*

II. Hojas aovado-lanceoladas obtusas, verde malva. Corola anaranjada, brillante. Carpelos 5, biaristados, con las aristas muy separadas en ángulo obtuso. Lugares áridos vecinos a la Precordillera *S. argentina*

Aunque estoy convencido de que la flora mendocina reserva todavía muchas sorpresas al que la investiga y no creo que los géneros de Malváceas conocidos hasta la fecha sean los únicos que haya, por el desconocimiento que existe de gran parte del territorio, he intentado la sinopsis de los mismos en la clave que sigue, basada en los trabajos tantas veces citados de la Dra. Rodrigo y que reproduzco en parte casi fielmente, adaptándolos a nuestras necesidades.

A. Flores con calículo formado por bracteolas, soldadas o no entre sí.

I. Plantas con frutos de carpelos con dos semillas. Los carpelos con septo transversal, conservan las dos semilla cuandos maduros. Invasoras de cultivos o al borde de cursos de agua . . *Modiola*

II. Plantas con frutos de carpelos 1-3-seminados.

α. Con una semilla en cada carpelo. De la Precordillera o alta cordillera . . . . *Malvastrum*

β. Con tres semillas en cada carpelo. De la llanura hasta la Precordillera . . . . *Sphaeralcea*

B. Flores sin calículo.

I. Plantas con frutos que contienen varias semillas en cada carpelo. Lugares áridos al pie de la Precordillera . . . . *Abutilon*

II. Plantas con frutos que contienen una semilla en cada carpelo.

α. Los frutos maduros con carpelos biaristados o no, rodeados o cubiertos por el cáliz.

1. Toro no dilatado en carpocráter. Hojas enteras. Salitrales y lugares áridos al pie de la Precordillera . . . . *Sida*
2. Toro dilatado en carpocráter. Hojas recortadas o lobadas.
   a. Carpelos alados. Llanura y Precordillera . . . . . *Cristaria*
   b. Carpelos no alados. Precordillera y alturas . . . . *Lecanophora*

β. Los frutos maduros no cubiertos por el cáliz. Carpelos sin aristas verticales.

1. Carpelos con alas laterales amplias y endoglose. Lugares áridos al pie de la Precordillera . . . . *Gaya*
2. Carpelos sin alas laterales ni endoglose.
   a. Carpelos con paredes laterales y dorso de las mismas con arrugas más o menos profundas, sin prolongaciones dorsales. Alrededores de la vivienda humana y cultivos . . . . *Malva.*
   b. Carpelos sin paredes laterales y con una prolongación dorsal dirigida horizontalmente hacia atrás, híspida. Invasora de los cultivos, bordes de acequias, etc.. . . . . *Anoda*

Resumen

El autor señala *Sida Argentina* K. Schum. por primera vez en Mendoza, figurándola y agregando observaciones sobre su habitat; da una clave analítica para las dos especies del género en Mendoza y la sinopsis de los géneros mendocinos de *Malváceas* en una clave basada en los trabajos de la especialista argentina Dra. América del Pilar Rodrigo.

Resumé

L'auteur signale pour la première fois dans la province de Mendoza, *Sida argentina* K. Schum. qu'il dessine en ajoutant des observations sur son habitat; il distingue *S. argentina* et *S. leprosa*, de même que les genres de *Malvacées* connues pour Mendoza, dont il donne une clef analytique fondée sur les travaux de la spécialiste argentine Mlle. Dr. América del Pilar Rodrigo.

BIBLIOGRAFIA

GRISEBACH, A. — *Plantae Lorentzianae.* Göttingen, 1874.

GRISEBACH, A. — *Symbolae ad Floram Argentinam.* Göttingen. 1879.

HIERONYMUS, J. — *Plantas diafóricas. Flora argentina.* Ed. Atlántida. Bs. Aires.

HAUMAN, L. — *La végétation des Hautes Cordillères de Mendoza. An. Soc. Cient. Arg.*, t. LXXXVI, pp. 121-188 et 225-348. Buenos Aires, 1909.

HICKEN, C. M. — *Primitiae Sanzinianae. Darwiniana,* t. II (2-3), pp. 37-57. Buenos Aires, 1930.

KURTZ, F. — *Dos viajes al Río Salado Superior* (*Cordillera de Mendoza*) *ejecutados en los años* 1891-92 y 1892-93. *Bol. Acad. Cienc. Córd.*, t. XIII, entrega 2ª, pp. 171-212, Córdoba, 1893.

PHILIPPI, R. A. — *Sertum mendocinum. Anal. Univ. Chil.* t. XXI, pp. 389-407, Chile, 1862.

PHILIPPI, R. A. — *Sertum mendocinum alterum, ibid.*, t. LXXXIV, pp. 159-212, Chile, 1870.

RODRIGO, A. DEL P. — *Nota sobre las especies del género Sida de los alrededores de Buenos Aires. Physis,* t. X, pp. 193-198, Buenos Aires, 1930.

RODRIGO, A. DEL P. — *Observaciones sobre el género Lecanophora y sus relaciones con Sida y Cristaria. Not. Mus. La Plata,* t. I (2), La Plata, 1935.

RODRIGO, A. DEL P. — *Una nueva Malvácea argentina. Not. Mus. La Plata,* t. II (14), *La Plata,* 1937.

RODRIGO, A. DEL P. — *Malváceas bonaerenses. Clave para la determinación de géneros y especies. Publ. didáct. Mus. La Plata,* Nº 1, La Plata, 1937.

SANZIN, R. — *Las plantas invasoras de los cultivos, acequias, caminos, jardines, etc., que crecen en Mendoza y sus alrededores. Physis,* t. IV, pp. 32-48, Buenos Aires, 1918.

SOBRE LAS FUNCIONES HOLOMORFAS Y POLIGENAS DE UNA VARIABLE COMPLEJA BINARIA *

POR

PEDRO F. CAPELLI

Introducción

Nos proponemos en este artículo hacer el estudio de las funciones holomorfas y polígenas de una variable compleja binaria $z = x + y\,\alpha$ donde $\alpha^2 = \mu + \nu\,\alpha$.

Para las primeras se define la noción de derivada radial y se deducen las condiciones de monogeneidad, que contienen como casos particulares las condiciones de monogeneidad de las funciones de variable compleja ordinaria, hiperbólica y dual.

Para las segundas se halla el lugar geométrico del afijo de la derivada radial, que es una cónica, sobre la que se hacen algunas consideraciones geométricas.

Previamente, nos ocuparemos del número complejo binario en la forma que conviene a nuestro trabajo.

I. Sobre el número complejo binario

1. — Se llama número *complejo binario* al par ordenado (a, b) de números reales que satisfacen a las siguientes condiciones de igualdad, suma y producto de las cuales, las dos primeras se definen en la forma usual para los complejos de dos o más dimensiones **.

Igualdad. — Dos complejos binarios (a, b), (a', b') son iguales cuando se verifica

$$a = a' \qquad b = b',$$

(*) Exposición hecha en los «coloquios» de la Sociedad Cientifica Argentina en el año 1938.

(**) G. Scorza. *Corpi numerici e algebre*. Messina, 1921.
M. Cipolla. *Análisi Algébrico*. Palermo, 1914.
D. Gigli. *Númeri complessi. Questioni riguardante, etc.*. Bologna.

y se expresa

$$(a, b) = (a', b').$$

Es inmediato que la igualdad de los números complejos binarios es reflexiva, simétrica y transitiva. Cuando no se cumplen las igualdades anteriores, se dice que los complejos son desiguales y ello se representa por

$$(a, b) \neq (a', b').$$

Suma. — Dados dos complejos binarios (a, b), $a', ,b')$ llamaremos *suma* de éstos, al complejo binario

$$(a + a', b + b')$$

y lo indicaremos

$$(a, b) + (a', b') = (a + a', b + b')$$

Es inmediato que la suma es conmutativa, y asociativa.

Producto. — Dados dos números μ, ν, reales cualesquiera, definiremos el producto de dos números complejos binarios (a, b), (a', b') en la siguiente forma:

$$(a, b) \times (a', b') = (aa' + \mu\, bb', ab' + a'b + \nu\, bb')$$

El producto es por tanto conmutativo y asociativo.

2. — *Número real.* — El número complejo binario $(a, 0)$ es idéntico al número real a y escribiremos

$$(a, 0) = a.$$

El número $(0, 0) = 0$ es el número 0 en forma de complejo.

3. — *Unidad imaginaria.* — La unidad imaginaria está definida por el complejo binario $(0, 1) = \alpha$. De esta definición y de la de producto sale

$$(0,1) \times (0,1) = (\mu, \nu),$$

es decir

$$\alpha^2 = (\mu, \nu).$$

Diremos que los complejos que cumplen esta condición están dados en la base (μ, ν).

4. — *Forma normal.* — Dado el complejo (a, b) podemos escribir, como en el caso de los complejos ordinarios,

$$(a, b) = a + b\,\alpha,$$

que denominaremos forma normal del número complejo binario.

Resulta

$$\alpha^2 = (\mu, \nu) = \mu + \nu\,\alpha.$$

El estudio sistemático de este campo de números complejos lo haremos de acuerdo a la siguiente clasificación.

Llamaremos números complejos binarios elípticos, a los que cumplen con la condición $\nu^2 + 4\,\mu < 0$; complejos binarios parabólicos cuando $\nu^2 + 4\,\mu = 0$, y complejos binario hiperbólicos cuando $\nu^2 + 4\,\mu > 0$.

5. — *Anulación del producto.* — Si dados dos complejos binarios, uno de ellos es nulo, su producto también lo es, pero la recíproca no siempre es cierta. Por ejemplo, el producto de los complejos $(-9 + \alpha)$, $(3 + 3\,\alpha)$ es nulo para $\mu = 9$ y $\nu = 8$, como es fácil comprobar.

Analizaremos a continuación las condiciones para que el producto de dos complejos binarios *no nulos*, sea nulo.

Sean

$$A = a + b\,\alpha \quad , \quad B = x + y\,\alpha,$$

dos complejos binarios, distintos de cero y con $\mu \neq 0$ (*).

De la condición

$$A . B = (a + b\alpha)\,(x + y\alpha) = (ax + \mu by) + (ay + bx + \nu by)\,\alpha = 0$$

resulta

$$\mu\,b^2 - \nu\,a\,b - a^2 = 0\;; \qquad [1]$$

(*) Excluímos en lo que sigue el caso $\mu = 0$, que puede estudiarse como caso particular.

de las anteriores obtenemos

$$b = a\frac{\nu \pm m}{2\mu} \quad , \quad y = x\frac{\nu \mp m}{2\mu} \quad \text{con} \quad m = \sqrt{\nu^2 + 4\mu} .$$

Se verifica por tanto

$$\left(a + a\frac{\nu + m}{2\mu}\alpha\right)\left(x + x\frac{\nu - m}{2\mu}\alpha\right) = 0 .$$

Recíprocamente, el producto de complejos de la forma

$$\left(a + a\frac{\nu + m}{2\mu}\alpha\right)$$

por complejos de la forma

$$\left(x + x\frac{\nu - m}{2\mu}\alpha\right)$$

es siempre nulo, como es fácil verificar.

Se llaman complejos binarios *divisores de cero* a los complejos binarios no nulos, que anulan el producto.

Debiendo ser reales a y b, la [1] se verifica solamente cuando $\nu^2 + 4\mu \geqq 0$. Resulta entonces:

En un campo de números complejos binarios hay divisores de cero solamente cuando su base (μ, ν) *cumple con la condición* $\nu^2 + 4\mu \geq 0$, *o sea cuando el campo es hiperbólico o parabólico.*

Se verifica además que *fijados dos complejos binarios cualesquiera distintos de cero, siempre queda determinada una y solamente una base* (μ, ν), *tal que anula el producto.*

En efecto, siendo

$$A = a + b\alpha \quad , \quad B = x + y\alpha$$

resulta

$$A . B = (a x + \mu b y) + (a y + b x + \nu b y)\alpha = 0$$

que exije

$$a x + \mu b y = 0 \quad , \quad a y + b x + \nu b y = 0 , \qquad [2]$$

sistema que determina los valores de μ, ν buscados.

La recíproca no siempre es cierta, puesto que si $\nu^2 + 4\nu < 0$ no

existen complejos $(a + b\,\alpha)$ no nulos, que anulen el producto. En efecto, por [2],

$$\nu^2 + 4\,\mu = \frac{(a\,y + b\,x)^2}{b^2\,y^2} - \frac{4\,a\,x}{b\,y} = \frac{(a\,y - b\,x)^2}{b^2\,y^2} \geq 0 .$$

6. — *Lugar geométrico de los complejos divisores de cero.* — Si referimos los números complejos a un sistema de coordenadas rectangulares ortogonales, debiendo ser los divisores de cero de la forma

$$\left(a\,,\,a\,\frac{\nu + m}{2\,\mu}\,\alpha\right) \quad , \quad \left(x\,,\,x\,\frac{\nu - m}{2\,\mu}\,\alpha\right),$$

el lugar geométrico de sus afijos, son las rectas que pasan por el origen de coordenadas y de pendientes $\dfrac{\nu \pm m}{2\,\mu}\cdot$ Es decir, fijado un complejo que corresponde a una de las rectas, se anula el producto tomando otro complejo cualquiera, de otra recta.

7. — Dados dos números complejos binarios que cumplan la condición $\nu^2 + 4\,\mu \geq 0$,

$$c + c\,\frac{\nu \pm m}{2\,\mu}\,\alpha \quad , \quad d + d\,\frac{\nu \pm m}{2\,\mu}\,\alpha$$

divisores de cero, los números complejos

$$c + c\,\frac{\nu + m}{2\,\mu}\,\alpha \quad , \quad d + d\,\frac{\nu + m}{2\,\mu}\,\alpha$$

y

$$c + c\,\frac{\nu - m}{2\,\mu}\,\alpha \quad , \quad d + d\,\frac{\nu - m}{2\,\mu}\,\alpha$$

se llaman complejos divisores de cero de la misma especie.

Puede demostrarse la siguiente proposición: (*)

Dados $A = a + a'\alpha$, $B = b + b'\alpha$, $C = c + c'\alpha$, $D = d + d'\alpha$ *complejos binarios, es condición necesaria y suficiente para que la expresión*

$$\frac{A + Bn}{C + Dn},$$

donde n *es un parámetro real y* C , D *no son divisores de cero de la misma especie y* n *no toma ninguno de los valores*

$$n = \frac{-(2cd - 2\mu c'd' + \nu cd' + \nu c'd) \pm (cd' - c'd)\, m}{2(d^2 - \mu d'^2 + \nu dd')},$$

sea independiente del parámetro n , *es que se verifique la igualdad*

$$AD = BC. \qquad [3]$$

8. — *Cambio de unidades.* — Dado un sistema de números complejos binarios de base (μ, ν) siempre es posible transformarlo en otro de base $(r, 0)$, es decir isomorfo a otro tal, que su unidad imaginaria α' cumpla la condición

$$\alpha'^2 = r \qquad (r \text{, real}) .$$

En efecto, sea $\alpha' = a + b\alpha$, la nueva unidad expresada en el sistema de base (μ, ν) ; tendremos

$$\alpha'^2 = (a + b\alpha)^2 = (a^2 + \mu b^2) + (2ab + \nu b^2)\alpha = r$$

que exije

$$a^2 + \mu b^2 = r \quad , \quad 2ab + \nu b^2 = 0 , \qquad [4]$$

de las cuales resulta

$$a = \pm \nu p \quad , \quad b = \mp 2p \quad \text{con} \quad p = \sqrt{\frac{r}{\nu^2 + 4\mu}}$$

Entonces, adoptando el signo superior

$$\alpha' = p(\nu - 2\alpha) , \qquad [5]$$

fórmula que relaciona las unidades en los dos sistemas.

Debiendo ser p real, necesariamente debe verificarse que para

$$\nu^2 + 4\mu \gtrless 0 \qquad r \gtrless 0 .$$

(*) Basta seguir una marcha paralela a la hecha en: *La teoría de las funciones polígenas de una y de varias variables complejas duales.* J. C. VIGNAUX. *Contribuciones al estudio de las Ciencias Físicomatemáticas.* V. I-E. 3ª.

En el caso $\nu^2 + 4\mu = 0$, no siendo $b = 0$, el sistema [4] da $r = 0$ y queda satisfecho para cualquier valor de b con lo que tendremos

$$a = -\frac{\nu}{2} b$$

y

$$\alpha' = b\left(-\frac{\nu}{2} + \alpha\right). \qquad [6]$$

Si en particular adoptamos para r los valores $+1, 0, -1$, tendremos que el campo complejo de base (μ, ν) se transforma, por un cambio de unidades en los campos complejos hiperbólico, dual u ordinario según que se cumpla $\nu^2 + 4\mu \gtreqless 0$ respectivamente.

Sea ahora $x + y\alpha$ un complejo expresado en el campo complejo de base (μ, ν) y $x' + y'\alpha$ el mismo número en la base $(r, 0)$. Según [5]

$$x' + y'\alpha' = x' + y'p(\nu - 2\alpha) = (x' + p\nu y') - 2py'\alpha = x + y\alpha,$$

que implica

$$x = x' + p\nu y' \quad , \quad y = -2py', \qquad [7]$$

fórmulas de transformación de las componentes.

Para el caso $\nu^2 + 4\mu = 0$, de [6] resulta

$$x = x' - \frac{\nu b}{2} y' \quad , \quad y = by'$$

Esta transformación de complejos es susceptible de ser interpretada geométricamente. En efecto, utilizando la representación geométrica de los números complejos a que antes hemos aludido, el cambio de unidades significa referir los mismos puntos a dos nuevos ejes, de los cuales, el real coincide con el eje real primitivo y el eje imaginario forma con el eje de los números reales un ángulo ω tal que

$$\cos\omega = \frac{p\nu}{|\alpha'|} = p\nu \quad , \quad \operatorname{sen}\omega = \frac{-2p}{|\alpha'|} = -2p,$$

y las [7] se transforman en

$$x = x' + y'\cos\omega \quad , \quad y = y'\operatorname{sen}\omega.$$

9. — *Valor absoluto, norma binaria y distancia.* — Llamaremos *valor absoluto* de un complejo binario $a + b\,\alpha$ al número positivo $\sqrt{a^2 + b^2}$.

Llamaremos *norma binaria* e indicaremos $N\,(a + b\,\alpha)$, al número real $a^2 + \nu\,a\,b - \mu\,b^2$, y *módulo binario* al número real

$$\sqrt{|\,a^2 + \nu\,a\,b - \mu\,b^2\,|}\,.$$

Definiremos como *distancia* entre dos complejos binarios $x_1 + y_1\alpha$ $x_2 + y_2\,\alpha$ al número positivo

$$d = \sqrt{|\,(x_2 - x_1)^2 + \nu\,(x_2 - x_1)\,(y_2 - y_1) - \mu\,(y_2 - y_1)^2\,|}$$

Esta definición permite generalizar el concepto de entorno definiendo como tal, una elipse, una hipérbola o un par de rectas paralelas según se trate del campo complejo elíptico, hiperbólico o parabólico.

Este mismo concepto permite desarrollar la teoría de límites por entornos y además expresar los complejos binarios en la forma trigonométrica.

$$a + b\,\alpha = \rho\,(\cos\sigma + \alpha\,\operatorname{sen}\sigma)$$

donde ρ es el módulo binario y σ es un área determinada por una cónica cuyo tipo depende de la base (μ, ν).

Así por ejemplo se obtienen las fórmulas

$$\operatorname{sen}(\sigma_1 + \sigma_2) = \cos\sigma_1\,\operatorname{sen}\sigma_2 + \cos\sigma_2\,\operatorname{sen}\sigma_1 + \nu\,\operatorname{sen}\sigma_1\,\operatorname{sen}\sigma_2$$

$$\cos(\sigma_1 + \sigma_2) = \cos\sigma_1\,\cos\sigma_2 + \mu\,\operatorname{sen}\sigma_1\,\operatorname{sen}\sigma_2$$

$$\operatorname{sen}(-\sigma) = -\operatorname{sen}\sigma \quad ; \quad \cos(-\sigma) = \cos\sigma + \nu\,\operatorname{sen}\sigma$$

$$\cos^2\sigma + \nu\,\cos\sigma\,\operatorname{sen}\sigma - \mu\,\operatorname{sen}^2\sigma = 1$$

que contienen como casos particulares a las conocidas fórmulas de la trigonometría circular, hiperbólica y dual (*).

(*) J. C. VIGNAUX: *Teoria de las funciones polígenas de una o varias variables complejas duales.* Contribuciones. V. I — E. 3ra. Septiembre 1936. La Plata.

Igualmente se halla la función exponencial, se extiende la fórmula de Moivre y se hallan las fórmulas generalizadas de Euler,

$$\operatorname{sen} \sigma = \frac{e^{\alpha\sigma} - e^{-\alpha\sigma}}{2\alpha - \nu}$$

$$\cos \sigma = \frac{\alpha\,(e^{\alpha\sigma} + e^{-\alpha\sigma} - \nu\, e^{\alpha\sigma}}{2\alpha - \nu} .$$

y el siguiente resultado que utilizaremos en otra oportunidad

$$\frac{1 + \alpha\, n}{1 - \alpha\, n} = e^{2\alpha\, n}$$

Para los complejos $a + b\,\alpha$ divisores de cero se verifica $N(a + b\,\alpha) = 0$, y recíprocamente, cuando $a^2 + \nu\, a\, b - \mu\, b^2 = 0$ resulta

$$b = a\,\frac{\nu \pm m}{2\,\mu} ,$$

es decir los complejos son divisores de cero.

10. — *Operaciones inversas.* — Como en el caso de los complejos ordinarios se llama diferencia de dos complejos binarios $a + b\,\alpha$, $a' + b'\,\alpha$ al complejo $x + y\,\alpha$ tal, que sumado al segundo da el primero. Tenemos:

$$(a + b\,\alpha) - (a' + b'\,\alpha) = (a - a') + (b - b')\,\alpha .$$

Llamamos *recíproco* o *inverso* de un complejo binario $a + b\,\alpha$ a todo complejo $x + y\,\alpha$ tal, que multiplicado por el primero da 1 como producto.

Si un complejo no es nulo ni divisor de cero, su inverso está determinado unívocamente.

En efecto, sea

$$a + b\,\alpha \qquad \text{con} \qquad a^2 + \nu\, a\, b - \mu\, b^2 \neq 0$$

De la igualdad

$$(a + b\,\alpha)\,(x + y\,\alpha) = 1$$

resulta

$$x = \frac{a + b\,\nu}{a^2 + \nu\, a\, b - \mu\, b^2} \quad , \quad y = \frac{-\,b}{a^2 + \nu\, a\, b - \mu\, b^2} .$$

Luego

$$\frac{1}{a + b\,\alpha} = \frac{a + \nu\, b}{a^2 + \nu\, a\, b - \mu\, b^2} - \frac{b}{a^2 + \nu\, a\, b - \mu\, b^2}\,\alpha$$

La condición $a^2 + \nu a b - \mu b^2 \neq 0$ exige que $a + b \alpha$ no sea divisor de cero.

Cociente. — La división de dos complejos binarios $a + b\alpha$, $a' + b'\alpha$ donde el segundo no es cero ni divisor de cero, se obtiene así

$$\frac{a + b\alpha}{a' + b'\alpha} = (a + b\alpha)\frac{1}{a' + b'\alpha} = \frac{a a' + \nu a b' - \mu b b'}{a'^2 + \nu a' b' - \mu b'^2} + \\ + \frac{a' b - a b'}{a'^2 + \nu a' b' - \mu b'^2}\alpha$$

11. — *Unidades isótropas.* — Llamaremos unidades isótropas en un campo de números complejos binarios de base (μ, ν), a los números $\alpha_i = x + y\alpha$ que cumplen con la condición $\alpha_i^2 = \alpha_i$.

Tendremos pues

$$(x + y\alpha)^2 = (x^2 + \mu y^2) + (2xy + \nu y^2)\alpha = x + y\alpha$$

que exije

$$x^2 + \mu y^2 = x \quad , \quad 2xy + \nu y^2 = y ,$$

de las que resulta

$$x_i = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\nu}{\pm m}\right) \quad , \quad y_i = \frac{1}{\pm m}$$

y las dos unidades isótropas en el campo complejo dado se expresan

$$\alpha_i = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{\nu}{m}\right) \mp \frac{1}{m}\alpha$$

Se verifican las siguientes relaciones

$$\alpha_1 \alpha_2 = 0 .$$

Además, dado el complejo $a + b\alpha$, podemos expresarlo en unidades isótropas en la forma

$$P\alpha_1 + Q\alpha_2$$

con

$$P = \frac{1}{2}(2a + \nu b + bm) \quad , \quad Q = \frac{1}{2}(2a + \nu b - bm) ,$$

que llamaremos forma isótropa del complejo.

Dados dos complejos en forma isótropa

$$A = P\,\alpha_1 + Q\,\alpha_2 \quad , \quad A' = P'\,\alpha_1 + Q'\,\alpha_2$$

es fácil comprobar

$$A \pm A' = (P \pm P')\,\alpha_1 + (Q \pm Q')\,\alpha_2$$

$$AA' = PP'\,\alpha_1 + QQ'\,\alpha_2$$

$$\frac{A}{A'} = \frac{P}{P'}\,\alpha_1 + \frac{Q}{Q'}\,\alpha_2$$

Geométricamente, estas unidades determinan dos rectas que llamaremos *isótropas,* que pasan por el origen y los puntos α_i, con pendientes $\dfrac{2}{\pm m - \nu} = \dfrac{\nu \pm m}{2\mu}$.

Comparando con lo dicho en el párrafo 6 resulta que las rectas isótropas son el lugar geométrico de los divisores de cero. Estas rectas son reales en los campos complejos hiperbólico y parabólico e imaginarias en el campo complejo elíptico.

Esto nos lleva al concepto de definir el punto como el conjunto de dos rectas reales o imaginarias según se trate de los campos hiperbólico y parabólico o elíptico.

Esta nueva definición de punto que podríamos llamar, según el caso, *punto elíptico parabólico o hiperbólico,* está en armonía con nuestra definición de distancia desde que ella es nula entre dos puntos cualesquiera de cada recta isótropa.

Admiten, por tanto descomposición isótropa, con pendiente real solamente los campos complejos hiperbólico y dual.

II. — Funciones holomorfas de una variable compleja binaria

12. — *Definición.* — Si x e y son dos variables reales independientes, llamaremos *variable compleja binaria a* $z = x + y\,\alpha$, siendo α la unidad imaginaria con $\alpha^2 = \mu + \nu\,\alpha$.

13. — *Función compleja.* — Diremos que la variable compleja $w = \mu + \nu\alpha$ es *función compleja* de la variable compleja $z = x + y\alpha$ en un determinado dominio D, si a cada valor z de D corresponde uno o varios valores de w bien determinados.

Las definiciones de función uniforme, multiforme y continuidad se introducen de igual manera que para las funciones de variable compleja ordinaria.

14. — *Derivada radial.* —Sea una función de variable compleja binaria.

$$w = f(z) = u(x, y) + v(x, y)\,\alpha$$

donde

$$z = x + y\,\alpha \qquad (\alpha^2 = \mu + \nu\,\alpha)$$

y consideremos la relación

$$\frac{f(z) - f(z_0)}{z - z_0}$$

siendo z y z_0 puntos de un dominio D de la función, con z_0 fijo y z variable tal, que no pertenezca a las rectas isótropas que pasan por el punto z_0. También poniendo

$$f(z) - f(z_0) = \Delta w = \Delta u + \Delta v\,.\,\alpha$$

$$z - z_0 = \Delta z = \Delta x + \Delta y\,.\,\alpha$$

tendremos

$$\frac{\Delta w}{\Delta z} = \frac{\Delta u + \Delta v\,.\,\alpha}{\Delta x + \Delta y\,.\,\alpha}\,. \qquad [1]$$

Si las funciones u y v son diferenciales en el sentido de Stoltz-Frechet, resulta

$$\Delta u = \frac{\partial u}{\partial x}\,\Delta x + \frac{\partial u}{\partial y}\,\Delta y + \varepsilon_1\,\Delta x + \varepsilon_2\,\Delta y$$

$$\Delta v = \frac{\partial v}{\partial x}\,\Delta x + \frac{\partial v}{\partial y}\,\Delta y + \varepsilon_1'\,\Delta x + \varepsilon_2'\,\Delta y\,,$$

siendo ε_1, ε_2, ε_1', ε_2' infinitésimos con Δx, Δy.

Reemplazando en [1], dividiendo por Δx y pasando al límite para $|\Delta z| \rightarrow 0$ resulta

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_n = \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x}\alpha\right) + n\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y}\alpha\right)}{1 + n\alpha} = X + Y\alpha \quad [2]$$

donde $\frac{\Delta y}{\Delta x} = n$; expresión que define la derivada radial según la dirección n.

Deben excluirse las direcciones $n = \frac{\nu \pm m}{2\mu}$ que corresponden a las rectas de los divisores de cero.

15. — *Condiciones de monogeneidad.* — La función w será monógena en un punto z cuando la derivada es igual para cualquier dirección. Podemos hallar las condiciones de monogeneidad aplicando el teorema enunciado en el Nº 7, donde para nuestro caso

$$A = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x}\alpha \quad , \quad B = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y}\alpha \quad , \quad C = 1 \quad , \quad D = \alpha .$$

No siendo C y D divisores de cero y exceptuando los valores $n = \frac{\nu \pm m}{2\mu}$, la codición necesaria y suficiente para que la expresión [2] sea independiente de n es que se verifique

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x}\alpha\right)\alpha = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y}\alpha$$

que exije

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} - \nu\frac{\partial v}{\partial x}} \quad [3] \qquad \boxed{\frac{\partial u}{\partial y} = \mu\frac{\partial v}{\partial x}} \quad [4]$$

Estas condiciones de monogeneidad contienen como casos particulares a las condiciones de monogeneidad para las funciones de variable compleja ordinaria, dual e hiperbólica. En efecto; cuando $\nu = 0$, $\mu = -1$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

que son las condiciones de Cauchy-Riemann.

Cuando $\nu = 0, \mu = 1$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

condiciones de monogeneidad para las funciones de variable compleja hiperbólica.

Para el caso $\nu = 0, \mu = 0$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad , \quad \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

condiciones de monogeneidad para las funciones de variable compleja dual.

Admitiendo la existencia de las derivadas segundas de u y v y si valen los teoremos de permutabilidad de la derivación, se tiene derivando las [3] y [4] respectivamente respecto a y, x, y luego restando.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 v}{\partial x \, \partial y} = 0 \qquad [5]$$

Multiplicando la [3] por μ, y teniendo en cuenta la [4] resulta

$$\mu \frac{\partial u}{\partial x} = \mu \frac{\partial v}{\partial y} - \nu \frac{\partial u}{\partial y} ;$$

derivando ésta respecto de x, la [4] respecto de y, y restando

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x \, \partial y} = 0 \qquad [6]$$

Por tanto las u y v son soluciones de las ecuaciones en derivadas parciales [5] y [6].

Como casos particulares tenemos, para $\nu = 0, \mu = -1$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 ,$$

ecuaciones de Laplace.

Para $\nu = 0 , \mu = 1$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

Para $\nu = 0 , \mu = 0$ resulta

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 .$$

16. — *Condiciones de monogeneidad cuando la función puede expresarse en coordenadas isótropas.* — Supongamos la función de variable compleja binaria

$$f(z) = P(z', z'')\, \alpha_1 + Q(z', z'')\, \alpha_2 = u + v\alpha \qquad [7]$$

expresada respectivamente en coordenadas isótropas y ordinarias, con

$$z = z'\, \alpha_1 + z''\, \alpha_2 = x + y\, \alpha \qquad [8[$$

y además que las funciones P y Q cumplan con las condiciones de continuidad.

Recordando que

$$\alpha_i = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{\nu}{m}\right) \mp \frac{1}{m}\, \alpha$$

obtenemos reemplazando en la [7]

$$\left.\begin{aligned} P &= \frac{1}{2}\,(2\,u + \nu v + m\,v) \\ Q &= \frac{1}{2}\,(2\,u + \nu v - m\,v) \end{aligned}\right\} \qquad [8']$$

Por otra parte, haciendo la misma sustitución en la [8] resulta

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}\,(z' + z'') - \frac{\nu}{m}\,(z' - z'') \\ y &= \frac{1}{m}\,(z' - z'') \end{aligned}\right\} \qquad [9]$$

Calculemos ahora

$$\frac{\partial P}{\partial z''} \quad , \quad \frac{\partial Q}{\partial z'}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial z''} &= \frac{\partial P}{\partial u}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial z''}+\frac{\partial u}{\partial y}\,\frac{\partial y}{\partial z''}\right)+ \\ &\qquad +\frac{\partial P}{\partial v}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial z''}+\frac{\partial v}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial z''}\right) \\ \frac{\partial Q}{\partial z'} &= \frac{\partial Q}{\partial u}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial z'}+\frac{\partial u}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial z'}\right)+ \\ &\qquad +\frac{\partial Q}{\partial v}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial z'}+\frac{\partial v}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial z'}\right) \end{aligned}\right\} \quad [10]$$

Reemplazando en [10] los valores deducidos de [8′] , [9] obtenemos después de simplificar

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial z''} &= \frac{1}{4\,m}\left[2\,(\nu+m)\left(\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}+\nu\frac{\partial v}{\partial x}\right)+\right. \\ &\qquad \left. +4\,\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{1}{\mu}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right] \\ \frac{\partial Q}{\partial z'} &= \frac{1}{4\,m}\left[2\,(m-\nu)\left(\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}+\nu\frac{\partial v}{\partial x}\right)-\right. \\ &\qquad \left. -4\,\mu\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{1}{\mu}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}\right)\right] \end{aligned}\right\} \quad [11]$$

Recordando las condiciones de monogeneidad resulta inmediatamente

$$\frac{\partial P}{\partial z''}=0 \quad , \quad \frac{\partial Q}{\partial z'}=0\,,$$

que son las condiciones de monogeneidad expresadas en coordenadas isótropas.

De éstas se desprende que la función holomorfa debe ser de la forma

$$f\,(z) \;=\; \varphi_1\,(z')\,\alpha_1+\varphi_2\,(z'')\,\alpha_2 \qquad [12]$$

Recíprocamente, toda función de la forma [12] con $\varphi_1(z')$, $\varphi_2(z'')$ funciones reales y derivables es monógena.

17. — *Si una función, que admite descomposición isótropa ,es holomorfa en un dominio D de contorno simple, está definida en un paralelógramo de lados paralelos a las rectas isótropas circunscripto a dicho dominio.* En efecto, si ponemos

$$z = x + y\alpha = z'\,\alpha_1 + z''\,\alpha_2$$

a cada punto interior a D le corresponden las coordenadas isótropas z', z'' que varían en los intervalos $(a'\,b')$, $(a''\,b'')$ determinados por las coordenadas isótropas de los vértices del paralelógramo circunscripto al dominio.

Siendo por hipótesis $f(z)$ de la forma

$$f(z) = \varphi_1(z')\,\alpha_1 + \varphi_2(z'')\,\alpha_2,$$

donde $\varphi_1(z')$, $\varphi_2(z'')$ son funciones conocidas y definidas en los intervalos $(a'\,b')$, $(a''\,b'')$ resulta que a todo punto $z\,(z', z'')$ del paralelógramo le corresponde un valor perfectamente determinado de (z) dado por la expresión [12].

18. — Si $f(z)$ *es una función holomorfa en un dominio* D *y en su contorno* (C), *el valor de* $f(z)$ *en un punto cualquiera* ξ *de* D *queda perfectamente determinado por su valores de contorno.* En efecto, siendo $f(z)$ holomorfa, se puede expresar en forma isótropa

$$f(z) = \varphi_1(z')\,\alpha_1 + \varphi_2(z'')\,\alpha_2$$

con $z = z'\,\alpha_1 + z''\,\alpha_2$, en un punto del contorno (c) y $\varphi_1(z')$, $\varphi_2(z'')$ funciones reales conocidas y definidas, en particular sobre los lados del paralelógramo circunscripto a (c).

Ahora, siendo que $\varphi_1(z')$ tome el mismo valor a lo largo de cualquier paralela al eje de la z'' y $\varphi_2(z'')$ toma el misma valor a lo largo de cualquier paralela al eje de las z', resulta que para cualquier punto $\xi = \xi_1'\,\alpha_1 + \xi_2''\,\alpha_2$ del dominio D el valor de las función está dado por

$$f(\xi) = \varphi_1(\xi')\,\alpha_1 + \varphi_2(\xi'')\,\alpha_2$$

III. — Funciones polígenas de una variable compleja binaria.

16. — *Definición.* — Diremos que una función

$$w = f(z) = u(x, y) + v(x, y)\,\alpha$$

de la variable compleja binaria $z = x + y\alpha$ es polígena, si u y v son funciones reales arbitrarias, continuas y con derivadas parciales de primer orden.

17. — *Interpretación geométrica de la derivada radial.* — La expresión de la derivada radial

$$\left(\frac{dw}{dz}\right)_n = \frac{\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x}\alpha\right) + n\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial y}\alpha\right)}{1 + n\alpha} = X + Y\alpha \quad [1]$$

donde $\frac{\Delta y}{\Delta x} = n$, admite una interpretación geométrica sencilla e interesante. En efecto, de la [1] resulta

$$X = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} + n\frac{\partial u}{\partial y} + n\nu\frac{\partial u}{\partial x} + n^2\nu\frac{\partial u}{\partial y} - n\mu\frac{\partial v}{\partial x} - n^2\mu\frac{\partial v}{\partial y}}{n\nu - n^2\mu + 1}$$

$$Y = \frac{\frac{\partial v}{\partial x} + n\frac{\partial v}{\partial y} - n\frac{\partial u}{\partial x} - n^2\mu\frac{\partial u}{\partial y}}{n\nu - n^2\mu + 1} \quad [2]$$

Si representamos las variables $z = x + y\alpha$, $w = u + v\alpha$ en dos planos respectivamente, y adoptamos un tercer plano para representar

$$\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)_n = X + Y\alpha,$$

a cada punto z_0 de z, corresponde un punto w_0 de w, mientras que para el plano de la imagen de $\left(\frac{dw}{dz}\right)_n$ resultan infinitos puntos correspondientes a los infinitos valores de n.

(*) J. C. Vignaux. *Sobre las funciones polígenas de una y de varias variables complejas. Anales de la Sociedad Científica Argentina* (Julio 1935).

Pasaremos a demostrar ahora, que estos puntos determinan una cónica.

En efecto, las relaciones [2] pueden escribirse

$$X = \frac{\begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + n\frac{\partial u}{\partial y} & n\mu \\ \frac{\partial v}{\partial x} + n\frac{\partial v}{\partial y} & 1+n\nu \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & n\mu \\ n & 1+n\nu \end{vmatrix}} \; ; \; Y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \frac{\partial u}{\partial x} + n\frac{\partial u}{\partial y} \\ n & \frac{\partial v}{\partial x} + n\frac{\partial v}{\partial y} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & n\mu \\ n & 1+n\nu \end{vmatrix}}$$

de donde resulta que X e Y es la solución del sistema

$$\begin{aligned} X + n\mu Y &= \frac{\partial u}{\partial x} + n\frac{\partial u}{\partial y} \\ nX + (1+n\nu)Y &= \frac{\partial v}{\partial x} + n\frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned} \qquad [3]$$

Para cada valor de n, la solución de este sistema da un punto del plano imagen de los valores de $\left(\frac{dw}{dz}\right)_n$

De las [3] eliminando n obtenemos

$$X^2 - \mu Y^2 + AY - BX + \nu XY + C = 0 \qquad [4]$$

que llamaremos cónica derivada, con

$$A = \frac{\partial u}{\partial y} - \nu\frac{\partial u}{\partial x} + \mu\frac{\partial v}{\partial x}, \quad B = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y},$$

$$C = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y}\cdot\frac{\partial v}{\partial x}$$

Se verifica que para

$\nu^2 + 4\mu > 0$ la [4] es tipo hipérbola

$\nu^2 + 4\mu = 0$ » » » » parábola

$\nu^2 + 4\mu < 0$ » » » » elipse

En particular para $\nu = 0$, $\mu = -1$ la [4] se transforma en

$$(X - A_1)^2 + (Y - B_1)^2 = R_1^2 \qquad [5]$$

con

$$A_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right), \; B = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right),$$

$$R_1^2 = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right]$$

que es un círculo (*) para la variable compleja ordinaria.

Si $\nu = 0$, $\mu = 1$ resulta

$$(X - A_2)^2 - (Y - B_2)^2 = R_2^2 \qquad [6]$$

con

$$A_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right), \; B_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right),$$

$$R_2^2 = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2\right],$$

hipérbola equilátera derivada para la variable compleja hiperbólica.

Si $\nu = 0$, $\mu = 0$ tenemos

$$X^2 + \frac{\partial u}{\partial y} Y - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) X + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} . \frac{\partial v}{\partial x}\right) = 0 \qquad [7]$$

que es la ecuación de la parábola derivada para la variable compleja dual.

18. — *Consideraciones geométricas sobre la cónica derivada.* — Fácilmente se comprueba que los puntos

$$M\left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}\right), N\left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{1}{\mu}\frac{\partial u}{\partial y}\right), P\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \nu\frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x}\right),$$

$$Q\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\nu}{\mu}\frac{\partial u}{\partial y}, \frac{1}{\mu}\frac{\partial u}{\partial y}\right),$$

vértices de un trapecio rectángulo en M, pertenecen a la cónica derivada, con la notable propiedad de que M es independiente de la base (μ, ν) del sistema de complejos.

(*) Kasner. *A New Theory of pligenic functions. Science,* V. 66 (1927).

Por los puntos N y P pasan los haces de rectas [3] que determinan la cónica derivada.

Se comprueba fácilmente que el haz de rectas con centro en el punto donde se determinan las derivadas radiales, es proyectivo con la cónica derivada.

Es notable observar que existe una semejanza entre la figura del entorno y la cónica derivada, de modo tal, que a entornos circular, par de rectas paralelas e hipérbola corresponden respectivamente como cónica derivada una elipse, una parábola y una hipérbola.

Por otra parte, las ecuaciones [5] , [6] y [7] , cuando se cumplen las condiciones de monogeneidad, se transforman en pares de rectas (imaginarias en el campo complejo elíptico), cuya intersección es la derivada holomorfa en el sentido ordinario.

Nos ocuparemos en otra oportunidad sobre estas cuestiones.

DIFERENCIAS DE ORDEN CLIMATICO ENTRE LA COLONIZACION ESPAÑOLA Y PORTUGUESA (1)

Por el Dr. WALTER KNOCHE

En el pequeño cuadro bioclimático que sigue, damos las condiciones principales de algunos puntos de la Península Ibérica (Madrid, Avila, Coruña, Sevilla, Barcelona, en España; Lisboa y Oporto, en Portugal) e islas adyacentes Funchal (Madera), Angra de Heroina (Azores), como también para comparación la de algunos puntos del Mediterráneo, Messina y Belluno (en el Norte y Sud de Italia), y Berlín y Francfort (Alemania).

Damos para los meses principales del verano, Julio o Agosto, y el de invierno, Enero, los siguientes valores: la temperatura (t °C) que es la medida más conocida pero no siempre fiel de las condiciones térmicas, la humedad relativa (HR %) y la tensión del vapor (e mm); este último elemento tiene hoy día un valor bastante importante para la pérdida del agua sobre todo por parte del aparato respiratorio. Si denominamos E la tensión máxima del vapor con la temperatura reinante, E sería constante para la cavidad bucal y más aún para los bronquios siendo de 46 mm con una temperatura del organismo de 36,7°; igualmente si se toma el déficit fisiológico de saturación ($E - e$) o el cociente $\left(\frac{e}{E}\right)$, siendo E prácticamente una constante, la pérdida de agua o el valor antropoclimático de la desecación depende de e. En las regiones calurosas donde existe una franca transpiración, e determina también la pérdida de agua por la piel.

(1) El autor había preparado en Madrid material amplio sobre el tema « La colonización de Sudamérica sobre una base climática », por medio de las listas de pasajeros de la época colonial y de estudios filológicos (la existencia o no del seseo) en las distintas provincias de la Península Ibérica y las repúblicas sudamericanas; pudo establecer así una relación íntima entre el clima de estas regiones y la emigración ibérica. Desgraciadamente la guerra civil no sólo impidió la terminación de este estudio sino que también se perdió todo el material básico acumulado.

También damos los valores del viento muy aproximados (*v* en m/seg.). Siguen las columnas con la temperatura equivalente (*TE* °C) aprovechable desde 45° o 50° para las regiones calurosas, la temperatura efectiva (t. ef. °C) [2], un valor empíricamente hallado bajo diferentes condiciones de la temperatura, de la humedad relativa y del viento, y al fin los valores biofísicos de enfriamiento (cal/cm²/seg.) basados sobre instrumentos (catatermómetros, frigorímetro de Dorno) para el estado seco, húmedo e integral, correspondiendo este último valor a 2/3 seco + 1/3 húmedo. Siguen en el cuadro, las fórmulas climáticas de Knoche y Koeppen. Las fórmulas del autor se basan sobre cinco valores de orden calórico: 0 (frío), con la subdivisión 0_I (frío glacial) y O_{II} (frío moderado); 1 (sub-templado), 2 (templado), 3 (cálido) con la subdivisión 3_I (cálido moderado) y 3_{II} (cálido intenso); 4 (tórrido), y también sobre cinco valores correspondientes a la precipitación: *a* (muy seco), *b* (seco), *c* (seco-húmedo), *d* (húmedo), y *e* (muy húmedo); se dan los valores para los meses Abril y Julio correspondientes más o menos a la época de la siembra primaveral, es decir, de la germinación y de la madurez o cosecha de la estación estival; además se da el mismo valor para el año, que permite así sacar conclusiones, al lado de los valores indicados, sobre el estado termo-hídrico del resto del año [3].

La fórmula didáctica de Koeppen es demasiado conocida para dar mayores explicaciones [4].

El segundo cuadro da los mismos valores para algunos puntos de Sud América (Manaos, Recife, Río de Janeiro en Brasil; Buenos Aires, Tucumán en la Argentina; Santiago, en Chile; La Paz, Puerto Cobija en Bolivia; Cuzco, en Perú, y Quito, en Ecuador).

Si consideramos las temperaturas de verano veremos que el valor más alto corresponde a Sevilla con 29,6°; aun Recife o Pernambuco tan cerca del Ecuador no alcanzan a 28°. El valor más bajo de la estación estival en la Península Ibérica lo encontramos en Coruña con 18°, valor más bajo que en la Europa central (compárese con Francfort). Temperaturas de verano mucho más inferiores se encuentran en las altas sierras o punas de los estados del Oeste del continente Sudamericano (Bolivia, Perú, Ecuador). La localidad de Avila, situada al Norte de la Sierra de Gredos en la alta meseta de

(2) Mc. Connell, W. J. Yaglou. *C. P. U.S. Bureau of mines Rep. of Investigation,* Serie N° 2565, Jan. 1924.

(3) La explicación de esta fórmula se dará en un estudio que aparecerá en breve.

(4) Koeppen-Geiger. *Handbuch der Klimatologie,* Bd. I. C. p. 25-31.

Castilla la Nueva, tiene una temperatura de Enero tan baja que corresponde casi a la de la Europa central, valores que apenas se encuentran en las regiones típicamente colonizadas por españoles en Sudamérica. Solamente La Paz llega a una temperatura bastante baja (6°,4), pero siempre un poco superior a la de Madrid (4°,8).

Las oscilaciones medias anuales que resultan de los promedios de los meses extremos, pueden ser mayores en la Iberia (por ej. Madrid, Avila), y corresponden a las de Italia y Alemania; también en Sudamérica no faltan grandes diferencias (Buenos Aires, Tucumán, Santiago) que son más o menos iguales a las de ciertos puntos de España o Portugal (Barcelona o Lisboa). Funchal con sólo 7° de oscilamiento anual, debido a su carácter marítimo, se acerca a la oscilación de Río de Janeiro.

De todos modos se ve que las temperaturas y sus oscilaciones se repiten tanto en la Península Ibérica como en la América del Sud. Este hecho es explicable por las siguientes razones: la Península al Sud de los Pirineos dispone como el continente Sudamericano de alturas muy diferentes, presentando climas de costa, de regiones bajas, de montañas, de altas mesetas y de cordilleras.

El continente Sudamericano, debido a su situación en el Hemisferio Sud del agua, y en gran parte por su situación en la región tropical interna con sus grandes selvas, ofrece un aspecto de clima marítimo, mientras, a la inversa, la Península al Oeste del Mediterráneo, a pesar de su reducida dimensión en relación al continente sudamericano, y a que las aguas del Mediterráneo y del Atlántico la rodean, siempre tiene rasgos continentales porque está por un lado unida al continente euroasiático y por otra parte limita con el Norte de Africa (desierto del Sahara). Las humedades relativas no dan mayor ilustración sobre el bio-clima, pero en total podemos decir que en ambos continentes pueden ser altas y esto durante todo el año como por ej. en Coruña y Puerto Cobija, igualmente pueden ser relativamente bajas como en Funchal y La Paz.

Una mayor consideración merece la tensión del vapor (*e* mm). Ya a primera vista se observa que en ninguna parte de España y Portugal durante el verano existen máximas como las que encontramos en Sudamérica (Manaos, Recife). El valor de Sevilla en Agosto es aún más bajo que el de Enero en Río de Janeiro. Por otra parte ofrece la estación estival sudamericana, tensiones del vapor (valle central de Chile, punas y sierras de Bolivia, Perú y Ecuador) que corresponden a la de las altas mesetas de España representadas por Madrid y Avila. Los valores invernales ofrecen el mismo aspecto:

Lugar	Latitud	Longitud	Alt. sobre niv/mar	t (° C)		HR (%)		e (mm)		v (m	
	N		m	VII VIII	I	VII VIII	I	VII VIII	I	VII VIII	I
Madrid	40° 24′	3° 42′ W	655	24.9	4.8	44	73	10.3	4.7	4.5	3.
Avila	40° 39′	4° 43′ W	1100	19.9	1.8	42	75	7.3	3.9	8.0	0.
Coruña	43° 22′	8° 25′ W	27	18.0	9.2	84	88	13.0	7.6	(4)	(3)
Sevilla	37° 23′	6° 01′ W	30	29.6	11.2	58	85	17.8	8.5	(2)	(3)
Barcelona . . .	41° 22′	2° 09′ E	43	24.1	8.7	72	88	16.1	7.4	(3)	(4)
Lisboa	38° 43′	9° 09′ W	102	22.1	10.3	57	77	11.2	7.2	5.4	4.
Oporto	41° 09′	8° 28′ W	100	20.7	9.3	71	78	12.9	6.9	(5)	(5)
Funchal	32° 37′	16° 54′ W	25	22.2	15.2	67	64	13.4	8.3	8.0	8.
Angra de Heroina	38° 39′	27° 14′ W	44	22.2	13.9	81	82	16.2	7.8	6.5	8.
Messina	38° 12′	15° 33′ E	60	26.3	11.6	60	69	15.2	7.1	(2)	(3)
Belluno	46° 08′	12° 14′ E	404	20.7	— 1.0	65	78	11.8	3.4	(2)	(1)
Berlín	52° 33′	13° 21′ E	35	19.1	— 0.2	68	86	11.2	3.9	(4)	(5)
Francfort . . .	50° 07′	8° 41′ E	102	18.6	0.1	70	84	11.2	3.9	(2)	(3)

Lugar	Latitud	Longitud	Alt. sobre niv/mar	t (° C)		HR (%)		e (mm)		v (m)	
	S		m	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII
Manaos	3° 08′	60° 01′ W	45	26.6	27.0	80	77	20.9	20.4	4.0	4.
Recife	8° 05′	34° 51′ W	30	27.8	25.0	72	77	20.2	18.3	10.0	8.
Río de Janeiro .	22° 54′	43° 10′ W	60	25.9	20.4	78	78	18.5	13.5	6.5	6.
Caracas	10° 36′	66° 56′ W	1041	18.0	20.0	79	81	12.2	14.1	0.7	0.
Pto. Cobija . . .	11° 01′	68° 47′ W	150	24.5	21.7	88	82	20.1	15.9	2.0	2.
La Paz	16° 30′	68° 09′ W	3658	10.2	6.4	67	40	6.5	3.3	0.8	8.
Cuzco	13° 27′	72° 00′ W	3380	11.4	8.3	76	57	7.3	5.0	1.9	1.
Quito	0° 14′	78° 32′ W	2850	12.6	12.5	79	61	8.5	6.5	0.8	0.
Sgo. de Chile . .	33° 37′	70° 42′ W	520	20.4	7.9	56	79	9.9	6.3	0.4	0.
Tucumán . . .	26° 51′	65° 12′ W	450	24.9	12.0	77	75	17.3	8.3	3.1	3.
Buenos Aires . .	34° 37′	58° 22′ W	25	23.1	9.4	72	86	15.8	8.3	6.5	6.

(° C)	t. ef. (° C)		Enfriamiento cal/cm² seg.						Dr. Knoche Fórm. climática			Prof. Keppen
			seco		húmedo		$^2/_3\, s + ^1/_3\, h$					
I	VII VIII	I	VII VIII	I	VII VIII	I	VII VIII	I	Abr.	Jul.	Año	Fórm. climát.
14	17.9	—10.0	10.0	37.0	70.0	92.0	30.0	55.3	2 *c*	3 *a*	2 *b*	*C x a*
10	12.5	10.0	20.0	48.0	109.0	158.0	49.7	84.7	1 *d*	1 *d*	1 *d*	*C f b*
24	10.7	9.6	17.0	20.0	69.0	73.0	34.3	37.7	1 *d*	2 *d*	2 *c*	*C s b*
28	24.0	2.0	4.0	18.0	36.0	70.0	14.7	35.3	3 *b*	4 *a*	3 *b*	*C s' a*
24	18.7	—2.4	9.0	24.0	50.0	84.0	22.7	44.0	2 *c*	3 *a*	2 *b*	*C x a*
25	15.4	0.7	14.0	24.0	80.0	91.0	36.0	46.3	2 *d*	3 *a*	2 *c*	*C s a*
23	13.9	— 0.6	15.0	26.0	75.0	96.0	35.0	49.3	1 *d*	3 *Id*	2 *d*	*C s' b*
32	16.0	7.7	18.0	26.0	91.0	115.0	42.3	55.7	2 *d*	3 *c*	3 *c*	*C s a*
34	16.8	5.5	16.0	28.0	75.0	110.0	35.7	55.3	2 *d*	3 *Id*	3 *c*	*C s a*
26	21.1	3.0	6.0	18.0	42.0	72.0	18.0	36.0	2 *d*	3 *c*	3 *c*	*C s' a*
6	13.9	10.0	10.0	18.0	49.0	55.0	23.0	30.3	0 *II*	2 *d*	2 *d*	*C f b*
8	12.1	10.0	15.0	34.0	70.0	110.0	33.3	59.3	1 *c*	3 *c*	1 *c*	*C f b*
8	13.2	10.0	11.0	26.0	51.0	85.0	24.3	45.7	1 *d*	1 *d*	1 *d*	*C f b*

(° C)	t. ef. (° C)		Enfriamiento cal/cm². seg.						Dr. Knoche Fórm. climática			Prof. Koepen Fórm. climát.
			seco		húmedo		$^2/_3\, s + ^1/_3$ hu					
VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	Oct.	Enero	Año	
68	21,2	21.4	8.4	8.0	4.70	48.0	21.3	21.3	4 *d*	4 *c*	4 *c*	*A m w' i*
62	22.1	19.1	11.9	13.9	78.0	76.0	33.9	34.6	4 *a*	4 *b*	4 *c*	*A s' i*
47	20.2	13.3	11.5	17.4	66.0	83.0	29.7	39.3	3 *c*	3 *c*	3 *c*	*A w*
48	17.7	19.3	7.8	7.1	33.5	32.8	16.2	15.6	3 *c*	3 *a*	3 *c*	*A (c) w i*
54	23.7	20.8	7.4	9.2	36.4	43.3	17.0	20.5	3 *IId*	3 *IId*	3 *IId*	*A w i*
13	6.8	3.1	12.5	12.1	44.0	48.0	23.0	24.7	2 *b*	2 *d*	2 *c*	*C w b i*
18	4.8	1.0	15.2	16.9	59.0	63.0	29.8	32.3	2 *d*	2 *d*	2 *d*	*C w b i*
26	9.5	9.3	20.2	47.7	42.0	42.0	27.5	45.8	2 *d*	2 *d*	2 *d*	*C f w' b i*
20	17.9	6.0	5.7	10.3	28.0	36.0	13.1	18.9	2 *b*	3 *a*	2 *b*	*C s b*
29	19.4	3.2	8.9	18.3	48.0	71.0	21.9	35.9	3 *b*	3 *IId*	3 *c*	*C w a*
26	17.1	—1.5	14.6	29.5	76.0	106.0	35.0	55.0	2 *c*	3 *c*	3 *c*	*C f w'' a*

Lugar	Latitud	Longitud	Alt. sobre niv/mar	t (° C)		HR (%)		e (mm)		t (n…)	
	N		m	VII VIII	I	VII VIII	I	VII VIII	I	VII VIII	I
Madrid	40° 24′	3° 42′ W	655	24.9	4.8	44	73	10.3	4.7	4.5	[illegible]
Avila	40° 39′	4° 43′ W	1100	19.9	1.8	42	75	7.3	3.9	8.0	[illegible]
Coruña . .	43° 22′	8° 25′ W	27	18.0	9.2	84	88	13.0	7.6	(4)	[illegible]
Sevilla	37° 23′	6° 01′ W	30	29.6	11.2	58	85	17.8	8.5	(2)	(3)
Barcelona . . .	41° 22′	2° 09′ E	43	24.1	8.7	72	88	16.1	7.4	(3)	[illegible]
Lisboa	38° 43′	9° 09′ W	102	22.1	10.3	57	77	11.2	7.2	5.4	4.7
Oporto.	41° 09′	8° 28′ W	100	20.7	9.3	71	78	12.9	6.9	(5)	[illegible]
Funchal . . .	32° 37′	16° 54′ W	25	22.2	15.2	67	64	13.4	8.3	8.0	[illegible]
Angra de Heroina	38° 39′	27° 14′ W	44	22.2	13.9	81	82	16.2	7.8	6.5	[illegible]
Messina	38° 12′	15° 33′ E	60	26.3	11.6	60	69	15.2	7.1	(2)	[illegible]
Belluno	46° 08′	12° 14′ E	404	20.7	— 1.0	65	78	11.8	3.4	(2)	[illegible]
Berlín	52° 33′	13° 21′ E	35	19.1	0.2	68	86	11.2	3.9	(4)	[illegible]
Francfort .	50° 07′	8° 41′ E	102	18.6	0.1	70	84	11.2	3.9	(2)	[illegible]

Lugar	TE (° C)		t. ef. (° C)		Enfriamiento cal/cm² seg. seco		húmedo		²/₃ s + ¹/₃ h		Dr. Knoche Fórm. climática			Prof. Keppen
	VII VIII	I	VII VIII	I	VII VIII	I	VII VIII	I	VII VIII	I	Abr.	Jul.	Año	Fórm. climát.
Madrid	46	14	17.9	— 10.0	10.0	37.0	70.0	92.0	30.0	55.3	2 *c*	3 *a*	2 *b*	*C x a*
Avila	34	10	12.5	10.0	20.0	48.0	109.0	158.0	49.7	84.7	1 *d*	1 *d*	1 *d*	*C f b*
Coruña	44	24	10.7	9.6	17.0	20.0	69.0	73.0	34.3	37.7	1 *d*	2 *d*	2 *c*	*C s b*
Sevilla	65	28	24.0	2.0	4.0	18.0	36.0	70.0	14.7	35.3	3 *b*	4 *a*	3 *b*	*C s′ a*
Barcelona	56	24	18.7	— 2.4	9.0	24.0	50.0	84.0	22.7	44.0	2 *c*	3 *a*	2 *b*	*C x a*
Lisboa	44	25	15.4	0.7	14.0	24.0	80.0	91.0	36.0	46.3	2 *d*	3 *a*	2 *c*	*C s a*
Oporto	46	23	13.9	— 0.6	15.0	26.0	75.0	96.0	35.0	49.3	1 *d*	3 *Id*	2 *d*	*C s′ b*
Funchal	49	32	16.0	7.7	18.0	26.0	91.0	115.0	42.3	55.7	2 *d*	3 *c*	3 *c*	*C s a*
Angra de Heroina	55	34	16.8	5.5	16.0	28.0	75.0	110.0	35.7	55.3	2 *d*	3 *Id*	3 *c*	*C s a*
Messina	57	26	21.1	3.0	6.0	18.0	42.0	72.0	18.0	36.0	2 *d*	3 *c*	3 *c*	*C s′ a*
Belluno	44	6	13.9	10.0	10.0	18.0	49.0	55.0	23.0	30.3	0 *II*	2 *d*	2 *d*	*C f b*
Berlín	42	8	12.1	10.0	15.0	34.0	70.0	110.0	33.3	59.3	1 *c*	3 *c*	1 *c*	*C f b*
Francfort	41	8	13.2	10.0	11.0	26.0	51.0	85.0	24.3	45.7	1 *d*	1 *d*	1 *d*	*C f b*

Lugar	Latitud	Longitud	Alt. sobre niv/mar	t (° C)		HR (%)		e (mm)		p (m…)	
	S		m	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII
Manaos . .	3° 08′	60° 01′ W	45	26.6	27.0	80	77	20.9	20.4	4.0	[illegible]
Recife	8° 05′	34° 51′ W	30	27.8	25.0	72	77	20.2	18.3	10.0	[illegible]
Río de Janeiro .	22° 54′	43° 10′ W	60	25.9	20.4	78	78	18.5	13.5	6.5	[illegible]
Caracas . . .	10° 36′	66° 56′ W	1041	18.0	20.0	79	81	12.2	14.1	0.7	[illegible]
Pto. Cobija. .	11° 01′	68° 47′ W	150	24.5	21.7	88	82	20.1	15.9	2.0	[illegible]
La Paz.	16° 30′	68° 09′ W	3658	10.2	6.4	67	40	6.5	3.3	0.8	[illegible]
Cuzco	13° 27′	72° 00′ W	3380	11.4	8.3	76	57	7.3	5.0	1.9	[illegible]
Quito	0° 14′	78° 32′ W	2850	12.6	12.5	79	61	8.5	6.5	0.8	[illegible]
Sgo. de Chile .	33° 37′	70° 42′ W	520	20.4	7.9	56	79	9.9	6.3	0.4	[illegible]
Tucumán . . .	26° 51′	65° 12′ W	450	24.9	12.0	77	75	17.3	8.3	3.1	[illegible]
Buenos Aires . .	34° 37′	58° 22′ W	25	23.1	9.4	72	86	15.8	8.3	6.5	[illegible]

Lugar	TE (° C)		t. ef. (° C)		Enfriamiento cal/cm². seg. seco		húmedo		²/₃ s + ¹/₃ hu		Dr. Knoche Fórm. climática			Prof. Koepen Fórm. climát.
	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	Oct.	Enero	Año	
Manaos	68	68	21,2	21.4	8.4	8.0	4.70	48.0	21.3	21.3	4 *d*	4 *c*	4 *c*	*A m w′ i*
Recife	78	62	22.1	19.1	11.9	13.9	78.0	76.0	33.9	34.6	4 *a*	4 *b*	4 *c*	*A s′ i*
Río de Janeiro	63	47	20.2	13.3	11.5	17.4	66.0	83.0	29.7	39.3	3 *c*	3 *c*	3 *c*	*A w*
Caracas	42	48	17.7	19.3	7.8	7.1	33.5	32.8	16.2	15.6	3 *c*	3 *a*	3 *c*	*A (c) w i*
Pto. Cobija	65	54	23.7	20.8	7.4	9.2	36.4	43.3	17.0	20.5	3 *IId*	3 *IId*	3 *IId*	*A w i*
La Paz	23	13	6.8	3.1	12.5	12.1	44.0	48.0	23.0	24.7	2 *b*	2 *d*	2 *c*	*C w b i*
Cuzco	26	18	4.8	1.0	15.2	16.9	59.0	63.0	29.8	32.3	2 *d*	2 *d*	2 *d*	*C w b i*
Quito	30	26	9.5	9.3	20.2	47.7	42.0	42.0	27.5	45.8	2 *d*	2 *d*	2 *d*	*C f w′ b i*
Sgo. de Chile	39	20	17.9	6.0	5.7	10.3	28.0	36.0	13.1	18.9	2 *b*	3 *a*	2 *b*	*C s b*
Tucumán	59	29	19.4	3.2	8.9	18.3	48.0	71.0	21.9	35.9	3 *b*	3 *IId*	3 *c*	*C w a*
Buenos Aires	55	26	17.1	— 1.5	14.6	29.5	76.0	106.0	35.0	55.0	2 *c*	3 *c*	3 *c*	*C f w″ a*

los de La Paz y Avila son parecidos; el valor más alto de España es muy semejante al de la metrópoli argentina pero está muy por debajo del de la capital del Brasil.

El viento es un elemento que localmente varía tanto que apenas tiene un valor real; en total se ve que vientos fuertes pueden existir tanto en la madre patria como el nuevo continente (Avila, Recife), pero, aparentemente, las fuerzas de viento muy bajas son más frecuentes en Sudamérica, ante todo en las regiones tropicales y mediterráneas, como por ej. en Santiago de Chile y Quito.

En resumen, debemos hacer notar que todos los datos indicados, al igual que los valores bioclimáticos que trataremos a continuación, se refieren al ambiente general representados por datos de la casilla meteorológica; e. d. al macroclima.

No debemos olvidar que en cualquier zona pueden existir climas regionales o microclimas (clima de bosque, de estepa, de cultivos, de hondonadas, de valles, de ciudades, etc.) que difieren ampliamente del macroclima. Además el « clima privado » es muchas veces muy diferente, según sea el vestido, la habitación, etc. del clima « oficial » representado en los anuarios meteorológicos.

Por lo general se puede decir que hoy en día, por lo menos existe la posibilidad de protegerse bien contra el frío, sea por la construcción de la casa, calefacción o el vestido, igualmente si este frío existe durante todo el año o, como es más frecuente, durante una estación. El antropoclima invernal del hombre civilizado aún de zonas frías, muechas veces tiene un carácter subtropical artificial.

En cambio la protección contra el calor es bastante deficiente, sobre todo cuando se trata de calores excesivos.

Entre los valores bioclimáticos trataremos primeramente la combinación $t + 2e = TE$, valor que dividido por tres corresponde a la cantidad de calorías por la unidad de volumen.

La temperatura equivalente no solamente da (a la sombra y sin viento) una caracterización del clima, sino que permite determinar el metabolismo por la diferencia de la TE de las vías respiratorias en relación a la TE del ambiente. Si tenemos una temperatura del organismo de 36°,7 resulta una TE de casi 117° para la cavidad bucal, que correspondería a 39 calorías por unidad de volumen. En una región calurosa fácilmente existen durante el día 33 calorías. Se ve que en este caso el metabolismo debe ser bastante reducido en contraposición, por ej., si existiesen 3 calorías que podemos encontrar en el invierno de las mesetas de España o durante las noches en los valles interandinos de Sudamérica. Como el calor de

las vías respiratorias es constante, la temperatura equivalente (*TE*) ofrece directamente una medida del metabolismo basal (5).

Comparando los valores de la *TE* veremos que éstas durante el verano en la misma península ibérica son muy diferentes; tenemos en Sevilla 65° de promedio mensual y 34° en Avila; Coruña y Lisboa, p. ej., no son más calurosas que Belluno y Berlín.

En Sud América observamos que aun las zonas tropicales más acentuadas como la Amazonia (Manaos) no tienen temperaturas equivalentes más altas que las de la Baja Andalucía; a la inversa encontramos en los países de las altas mesetas y sierras, como lo demuestran los valores de sus capitales (también de la costa Oeste, Santiago de Chile), condiciones calóricas mas bajas que las del centro de Europa. Buenos Aires tiene un clima estival parecido al de Barcelona o de las Azores.

Como se ve Sud América, durante la estación estival, ofrece condiciones que corresponden más o menos en el sentido de la *TE* a las de España y Portugal.

Mucho más decisivo es el invierno, ante todo para las regiones que en sí tienen un calor excesivo, por lo menos durante una época del año, porque un invierno relativamente frío ofrece la posibilidad de un descanso climático durante una larga época del año. Encontramos en este sentido diferencias muy grandes ante todo entre Brasil o la región de la colonización portuguesa, en contraposición a la de las demás regiones del continente sudamericano, de colonización española.

Sin tomar en cuenta las islas Macronésicas, todas las temperaturas equivalentes, aún las de Sevilla, corresponden a valores menores de 30°, y los de las mesetas (Avila) corresponden casi a los de Alemania (Berlín, Francfort); pero valores bajos parecidos también encontramos en Tucumán, Buenos Aires, como así también en las capitales de Chile, Bolivia, Perú, Ecuador, Colombia; naturalmente hay excepciones, como en algunas partes de Colombia, Venezuela, (Caracas), Este de Bolivia (Puerto Cobija), etc.

Madera y Funchal, con temperaturas equivalentes algo más altas, debido a sus situaciones oceánicas, tienen también condiciones calóricas mucho más favorables que, por ej., Río de Janeiro con 47°; esta temperatura indica que durante el día por lo menos en su término medio deben reinar en la capital del Brasil condiciones de cierto bochorno, mientras Recife y Manaos son calurosas con poco

(5) F. Linke. *Die aequivalente Temperatur. Met. Ztsch.* 45, 1939.

o ningún cambio durante el año por su situación francamente tropical.

En cuanto a la temperatura efectiva, Sevilla se distingue durante el verano como el lugar más caluroso de todos los puntos citados en las dos tablas (Europa y América); es en 3° mayor que Río de Janeiro, supera a Manaos en Amazonia y a Messina en la isla de Sicilia. En España aún el valor de Barcelona, conocida por un clima pesado, queda con 18°,7 muy por debajo en relación al de la Andalucía del Sud, y más aún del bastante caluroso verano de Madrid; son lugares éstos que tienen caracteres termo-hígricos más o menos semejantes a los de Tucumán y Santiago de Chile. Otras temperaturas estivales de la Península son por ej. en Oporto parecidas a lugares del Norte de Italia (13°,9), y en Avila semejantes a la Alemania del Norte (Berlín).

Todos estos valores se encuentran también en los países colonizados por los españoles; pero aquí bajan como hemos visto por la *TE*, y en forma más decisiva aún para las temperaturas efectivas que llegan, como en La Paz y Cuzco, solamente a la mitad de los valores del Norte de Europa.

La diferencia entre Europa y Sud América existe debido al hecho de que en los países tropicales, ante todo en Brasil, la temperatura efectiva tiene más o menos el mismo valor en invierno y en verano; a pesar de que en Río de Janeiro ya existe en este sentido cierta época de descanso pero que no llega a ningún valor tan bajo como en Europa o en los países predilectos de la colonización española.

Temperaturas efectivas bajo 0° las encontramos no solamente en el Norte de Italia y Alemania, sino en Avila, Madrid, Barcelona, Oporto y Buenos Aires; pero aún los puntos más benignos como las islas Macronésicas o la Coruña con su clima marítimo, demuestras siempre verdaderas épocas de descanso climático, al igual que Quito, Santiago de Chile, Tucumán, etc. Agregaremos que temperaturas más bajas que 13° t. ef. durante el invierno y mayores de 20° durante el verano debemos considerarlas como desconfortables, y de « insoportables » cuando llegan a 30° t. ef. La zona de confortabilidad óptima la tenemos en el término medio del año en más o menos 17° t. ef. con una *HR* de 70 %. Existen también temperaturas de desconfortabilidad en el sentido del frío, pero no son de mucha importancia; el hombre, como lo hemos mencionado, siempre sabrá protegerse ya sea por su vestido o por su vivienda, contra las inclemencias del clima frío, lo que no puede hacer actualmente en igual forma contra la acción del calor.

Estudiaremos ahora otro valor característico para las condiciones térmicas, es decir, el valor de enfriamiento que, como hemos dicho, es un valor basado en instrumentos, y tiene en cuenta los elementos temperatura y viento, y para el enfriamiento húmedo además el eestado hígrico de la atmósfera, en la cual el aire tiene un efecto especial debido al enfriamiento por evaporación.

El valor seco existe ante todo con temperaturas bajas hasta más o menos 14°-15° si la persona no trabaja; el valor húmedo no existe en una forma real, con excepción de la persona que sale del baño.

Para calores bochornosos se puede aceptar más bien un término medio correspondiente a un enfriamiento de 2/3 seco + 1/3 húmedo. El valor de enfriamiento en sí, no puede compararse con la temperatura efectiva basada en la sensación calórica experimentada por al hombre que no corresponde a la pérdida efectiva del calor.

Los valores de enfriamiento derivados de observaciones instrumentales carecen de cierta exactitud, por la inseguridad del factor viento; éste juega un papel importante en un cuerpo sobrecalentado en relación a un ambiente más frío.

El enfriamiento seco tiene su mínimum, entre todas las estaciones, en el verano de Sevilla, estando cerca de este valor el de Messina y Santiago de Chile; este último lugar, situado en el valle central de esta República se distingue por una falta casi absoluta de movimiento del aire.

Llama la atención que a pesar de los valores muy bajos de la pérdida de calor, el caluroso Puerto Cobija y la capital de la Hylea amazónica (Manaos) tienen valores de enfriamiento seco algo superiores.

También observamos que entre la Península Ibérica y Sud América no existen para el verano diferencias muy grandes, siendo, por ej., iguales los valores de Avila y Quito, como también los de Oporto, Buenos Aires y Cuzco; Madrid, conocida por sus condiciones extremas en el verano, tiene una pérdida menor en Julio que Recife y Río de Janeiro. Naturalmente para este último caso tenemos en cuenta la situación de esta metrópoli brasileña que se encuentra continuamente expuesta a la brisa marítima; en el interior de esta ciudad y dentro de las casas (sin ventilación) la situación sería bien distinta y seguramente más desfavorable que la de la América subtropical y semi-tropical. Precisamente, en el valor de enfriamiento las condiciones microclimáticas o el clima privado (habitación, vestido, etc.) tienen una importancia decisiva. Como hemos

mencionado falta por este motivo un paralelismo entre el enfriamiento por un lado y la temperatura equivalente y la efectiva por el otro.

Considerando, por último, el valor de enfriamiento combinado, en el cual entran al lado del seco la pérdida de calor de un cuerpo húmedo, observaremos también el valor sumamente bajo de Sevilla, superado sólo por el de Santiago de Chile. Durante el verano Barcelona y Manaos tienen valores parecidos, lo mismo Oporto y Buenos Aires (Lisboa, Angra de Heroína, Berlín); un valor tan alto como lo tiene Avila, con casi 50 calorías, no existe en ninguna parte. El verano ofrece condiciones diferentes en el enfriamiento seco, húmedo y combinado, tanto en Europa como en el continente sudamericano, pero en total no existen mayores diferencias. — Otra vez es el invierno que crea las diferencias mayores, ante todo para las regiones tropicales como Manaos, Recife y Puerto Cobija; pero también Santiago de Chile tiene un valor bastante bajo, casi cinco veces menor que el de Avila.

El valor combinado tiene su máximo en Europa, en Avila con más o menos 85 cal. y en Sud América, en Buenos Aires, con 55 cal.; los valores más bajos están con 35 cal. en Sevilla y con 19 cal. en Santiago de Chile.

Resumiendo, diremos que la pérdida de calor, tratándose de un valor macroclimático dependiente ante todo de un elemento tan dudoso como es el viento, no ofrece la misma seguridad para la apreciación del clima, como los demás valores térmicos anteriormente tratados.

A pesar que la «fórmula climática» indicada por el autor se refiere principalmente a un criterio fitogeográfico, no carece por esto de cierta importancia para el hombre, considerándose que la lluvia (expresada con letras pequeñas) refleja también el estado de la humedad general, de la nubosidad, de la radiación, etc. Estas fórmulas resumen tal vez en forma expresiva el carácter del clima; así vemos que en Europa un clima tórrido existe únicamente en el mes de Julio (verano) en Sevilla, pero con ausencia de precipitaciones; al contrario, Manaos y Recife durante la primavera como en el verano y en total para el año entero, siempre tienen un carácter tórrido y con lluvias regulares durante el año. Con excepción de Sevilla en el viejo continente, no se encuentra en el nuevo ningún clima continuamente caluroso tipo 3 que existe en Río de Janeiro y Tucumán, y especial mente en forma extrema y con muchas lluvias en Puerto Cobija.

Las características climáticas en resumen se repiten en la Península como en Sudamérica; en este continente existen tal vez oscilaciones climáticas menores aún que en Coruña, Oporto y hasta en las islas Macronésicas.

Si comparamos por último la fórmula didáctica de Koeppen, encontraremos que en toda Europa faltan los climas *A* tan característicos para el Brasil y zonas adyacentes (Manaos, Recife, Río de Janeiro, Puerto Cobija); por demás en las repúblicas sudamericanas como en la Península Ibérica se encuentran tanto los climas *Cf* como *Cs* y *Cw*, igualmente como los tipos *a* y *b*. Se ve que aquí existe una diferencia marcada dentro del mismo continente sudamericano entre las repúblicas de las regiones altas de la costa del Oeste y del Sur, en contraposición a la vasta región oriental en el Norte de este continente.

Para estudiar el fenómeno de la radiación (altura del sol) conviene tomar en cuenta también la latitud; Sevilla, Lisboa, Funchal y las islas Azores se encuentran en la misma latitud o solamente a muy pocos grados más al Norte del Ecuador que Buenos Aires y Santiago de Chile al Sur; por otro lado Manaos, Recife, Puerto Cobija, La Paz, Cuzco y Quito se encuentran en la zona tropical astronómica; pero de el existe en este sentido una diferencia muy decisiva encontrándose las últimas capitales en alturas de 3000 a 4000 m., mientras las primeras ciudades se encuentran a alturas bajas. Además las alturas son diferentes tanto en la Península como en Sud América; Funchal se encuentra como Buenos Aires a 25 m. sobre el nivel del mar; Madrid y Santiago de Chile no tienen alturas muy distintas, mientras Avila como Caracas llegan a más de 1000 m.

Resumiento el contenido de los cuadros climáticos tratados, estamos en condiciones de juzgar que en la Península Ibérica, tanto en España como en Portugal, tenemos un ambiente bioclimático muy variado. Puede decirse que es un pequeño continente anexo a Europa y frente al africano; efectivamente el desierto de Sahara pasa por encima del Mediterráneo incluyendo la región de Almería y Murcia. Por la diferencia en altura, entre terrenos bajos y altas mesetas, con ciudades en plenas sierras, por su situación al lado del Mediterráneo caluroso, del Atlántico en el Oeste y la tempestuosa Vizcaya en el Norte, con valles de ríos fértiles y pantanosos como la desembocadura del Guadalquivir, con estepas como la del curso medio del Ebro, tenemos en conjunto un mosaico entre climas marítimos y continentales, fríos y calurosos. Estos tienen todavía

un tinte especial cuando se incluyen con su carácter oceánico las islas Macronésicas, es decir las Canarias, Madera y las Azores.

No debemos olvidar que la lista de estaciones que hemos mencionado es bien reducida, y además que hemos tratado sólo promedios mensuales, lo que quiere decir que las máximas y mínimas absolutas del pequeño contiente ibérico ofrecen condiciones todavía mucho más pronunciadas; así, por ej., en Sevilla en los meses típicos del verano, el máximo de la temperatura, término medio, sobrepasa considerablemente los 40° a la sombra, mientras las mínimas de invierno, ante todo en las mesetas y sierras, ofrecen temperaturas diarias muy por debajo de 0°. Es así que no nos sorprende que España y Portugal tengan condiciones muy parecidas a la de Europa central y aún del Norte y también semejanzas con el Norte africano. ¡Qué diferencias hay en todos los elementos meteorológicos simples o combinados, por ej. entre Angra de Heroína y Madrid, Sevilla y Avila, o Barcelona y Lisboa! Eso sí, como en toda Europa, incluso sus regiones mediterráneas y etesiales, existe al lado del verano un invierno; así que también en los lugares donde hay un estío bien caluroso (Azores, Barcelona, Sevilla), siempre habrá un período de descanso marcado dentro del curso del año. En las islas de la Macronesia esta diferencia es relativamente pequeña como lo representa ante todo Funrhal, tan admirada por su clima benigno, lo mismo que Angra de Heroína; pues los valores bioclimáticos de verano no son muy altos y los de invierno son relativamente bajos; así se entiende que justamente estas islas pertenecientes a España y Portugal hayan tenido un rol tan importante en la colonización de ultramar de los dos países ibéricos: son climas de transición del continente europeo con tipo mediterráneo, a zonas más calurosas.

En el continente sudamericano tenemos, debido a diferencias de alturas, de caracteres continentales y marítimos, y de latitudes las regiones tropicales del Norte (el caluroso Mar Caribe) las zonas subantárticas y, si se incluyen grupos de islas como las Orcadas, regiones boreales; existiendo así diferencias de clima muy marcadas, es decir, del tipo tropical interno hasta el frío de la Tierra del Fuego, el hielo de las Orcadas o de las Cordilleras.

De todos modos podemos distinguir dos ambientes fundamentales, a pesar de las transiciones que hay entre ellos; uno de estos ambientes comprende, por una delimitación de rasgos generales, toda la vasta región al Oriente de la Cordillera de los Andes y al Norte del trópico de Capricornio, mientras el otro incluye los países

que ocupan principalmente la región de las sierras y mesetas andinas al lado del Pacífico y el Sud del continente. La primera zona señalada presenta lo que comúnmente consideramos como clima caluroso o tropical, y la segunda ofrece tipos muy diferentes desde el frío, sub-templado y templado hasta el subtropical incluyendo subdivisiones de aspecto mediterráneo o etesial.

Todos estos últimos ambientes atmosféricos ofrecen como toda Europa, incluso la Península Ibérica, un período de marcado descanso climático. Existen también regiones intermedias que se encuentran dentro de la región ecuatorial y en alturas no excesivas, como Caracas, donde el estado calórico se mantiene igual durante todo el año; por su fórmula climática (según Knoche y Koeppen) se encuentra en el límite de la zona calurosa; pero todavía; a pesar de las máximas relativamente altas, tiene un clima soportable: Caracas, en este sentido, forma una transición climática, semejante en parte a Funchal, pero ofreciendo la capital de Venezuela un aspecto "menos confortable". La zona tórrida está ocupada casi totalmente por las grandes llanuras del Brasil, con excepción de los estados del Sud y de ciertas regiones en las alturas de la Serra do Mar.

Ya Río de Janeiro ofrece en conjunto durante el invierno un descanso demasiado corto en relación a los grandes calores del verano; en este sentido existe una marcada diferencia entre la mayoría de los valores de orden climático y bioclimático de la capital del Brasil y una región considerada calurosa en la Argentina como lo es Tucumán, donde el descanso invernal es largo y completo.

Portugal, que colonizó el Brasil, y ante todo el Brasil de carácter no templado, encontró un clima muy diferente que España, que ocupó preferentemente los países de la costa del Pacífico enfriados por la corriente del Perú o por sus grandes alturas, y el Sud de Sud América, situada en latitudes de climas más o menos templados.

Esta diferencia climática ha tenido una consecuencia decisiva en la formación de la población actual. Mientras en las zonas arriba citadas colonizadas por los españoles pudo mantenerse una « capa » de sangre pura europea, esta posibilidad no existía en la mayor parte del Brasil, pues aquí biologicamente la mezcla era forzosa. Es verdad que debido a la ideología católica-latina muy diferente a la anglosajona-protestante, una gran parte de la población, desde Méjico a Tierra del Fuego, se mestizó con la raza autóctona in-

dia (6). (Este mestizamiento debía efectuarse además, por fuerza, debido al a baja presión de las grandes alturas, en las sierras y altiplanicies de más de 3000 m. en algunas repúblicas de la costa del Oeste (7)).

El hecho más importante para el desarrollo etnográfico en la América del Sud, consiste en la posibilidad de la adaptación o no del negro a sus distintos climas.

Estas influencias climáticas deben haber existido, por lo menos en épocas donde la protección contra el frío, ante todo entre la gente humilde, no era tan natural como lo es hoy; lo cual no implica que pueden haber existido también diferencias de pensamiento entre el español y el portugués respecto a la mulatización. Sabemos de todos modos que esclavos africanos se han introducido en las colonias españolas, pero éstos desaparecieron completamente, con excepción de ciertas regiones calurosas. (En un pueblo minero de la provincia de Coquimbo existe por ej. una estadística de orden racial que indica claramente que numerosos negros importados a esta región se extinguieron en más o menos cien años) (8).

Hemos mencionado brevemente, que en las regiones calurosas de habla española, hasta hoy día también se ha mantenido el africano tanto en el Oriente de Bolivia y Perú como en la costa del Ecuador, de Colombia, de Venezuela o en las zonas bajas de la América Central, y ante todo en West-India, sin indicar aquí el elemento negro de los estados del Sud de EE. UU.

En toda la América española de clima tropical no existe tampoco una « capa » blanca; para defenderse contra el clima hubo la necesidad biológica de una mezcla en el sentido de la mulatización o de la mestización. La « capa » blanca se ha mantenido en las sierras (de alturas medianas) del Perú, de Bolivia (Sucre), Venezuela, América Central, igualmente como en las alturas de Méjico sin mencionar las repúblicas templadas ya citadas de la Argentina, Chile, Uruguay.

Como el negro en la mayor parte del Brasil encontró un clima muy apropiado a su propagación, pudo reemplazar al habitante autóctono. A la inversa, el portugués tenía de mezclarse con un

(6) W. Knoche. *Das numerische Verhaeltnis der Geschlechter in Chile.* Geopolitik. H. 5/6, 1928.

(7) W. Knoche. *Bio-und medizinisch-geographische Eindruecke von einer Reise durch Ecuador.* Dtsch. Wiss. Verein Buenos Aires, Phoenix H. 4/5, 1932.

(8) W. Knoche. *Autofahrt durch die Provinz Coquimbo.* Dtsch. Monatsh. f. Chile. H. 8, 1929.

elemento apropiado al clima de sus colonias, para defender su raza contra una extenuación completa.

La inmigración actual europea se ha dirigido también con marcada preferencia a todas las zonas donde existe la posibilidad de un descanso térmico estacional, sean éstos los estados del Sud del Brasil o las repúblicas del Sud del continente. Naturalmente mencionamos aquí sólo la inmigración verdadera, con intenciones de una aclimatación completa hasta generaciones venideras. Allí donde la sangre europea se encuentra en el límite de las regiones templadas o sub-tropicales con las zonas tropicales verdaderas, siempre entrará en juego el proceso biológico de la adaptación: en éste la mezcla tendrá un papel importante como protección contra una destrucción completa por el clima.

ERRATA

En el artículo titulado « Condiciones del calor en la vivienda en relación al calor externo » que es autor el Dr. WALTER KNOCHE, publicado en los *Anales de la S. C. A.*, entrega I, tomo CXXVIII, pág. 26 renglón 4, se lee:

$$TEi = 3{,}5\ TEe + 28$$

debe leerse:

$$TEi = 0{,}35\ TEe + 28$$

BIBLIOGRAFÍA

DE LIBROS Y FOLLETOS RECIBIDOS EN LA ACADEMIA N. DE C. E., F. Y N.

POR C. C. D.

Actualités Scientifiques et Industrielles. Folletos (16 x 25) editados por la casa Hermann y Cía. Número de páginas y precios variables. A continuación indicamos los últimos recibidos siguiendo el orden de la numeración:

Nº 729. — DESTOUCHES (JEAN-LOUIS). *Les Electrons Lourds* (Mésotons). 70 páginas, algunas figuras y 2 láminas fuera del texto; 25 francos.

Es el fascículo XXVI de la serie "Esposés de Physique Théorique", dirigida por L. de Broglie.

El descubrimiento de electrones pesados apasiona hoy a los investigadores. El autor, en una introducción, se extiende sobre ese particular. Luego, en cuatro capítulos, expone los resultados experimentales, lo relativo a ionizaciones y recorridos; la teoría estructural y los electrones pesados; finalmente, las interacciones entre los electrones pesados y la materia.

Formula conclusiones y trae una bibliografía. Las láminas presentan, entre otras cosas, unos clisés relativos a electrones pesados.

Nº 730. — CASPARI (W). *Nutrition et Cancer.* 90 páginas, 25 francos, 1938. Fascículo XV de la serie "Nutrition" dirigida por Emilio F. Terroine.

El texto de esta monografía escrito en alemán, ha sido vertido al francés por V. Vilter.

Es una disertación sobre la importancia del factor alimenticio en el cáncer, cuestión que se reduce, en definitiva, a dos cuestiones fundamentales, a saber: 1º) ¿Existen relaciones ciertas entre el régimen — o sea algunas faltas dietéticas — y el cáncer?

2º) ¿Pueden algunas medidas dietéticas modificar la evolución de la enfermedad?

El autor, en una Introducción, trae consideraciones generales sobre ese tema. El primer capítulo se ocupa del papel que desempeña la alimentación en la cancerización del organismo; el segundo trata la acción de los alimentos sobre los tumores constituídos; el tercero y último se ocupa del tratamiento dietético del cáncer humano.

En definitiva nos encontramos todavía en un dominio poco explorado e insuficentemente conocido. Es muy posible y aun probable, que la profundización de nuestros conocimientos exigirá modificaciones en las recomendaciones dietéticas que han sido hasta ahora propuestas.

El libro trae, al final, una extensa bibliografía.

Nº 731. — PROST (MAURICE). *Travaux Pratiques de Physique,* II Optique, Electricité. 112 páginas, 1938, 25 francos.

El autor presenta experiencias fundamentales, como lo hizo en el primer fascículo del que nos ocupamos en su oportunidad. Los temas de física aquí abarcados son: Lentes y Espejos, Microscopio, Goniómetro, Espectroscopía, Fotometría, Interferencia, Polarimetría y Sacarimetría. Medida del equivalente mecánico de la caloría. Leyes de Faraday. Puente de Wheastone. Fuerzas electromotoras. Galvanómetro balístico. Corriente alternada. Lámpara de 3 electrones. Absorción de rayos β. Las experiencias son discutidas, comentadas, etc.

BELIN (JEAN). *La Logique d'une Idée-Force.* Un tomo (16 x 25), 636 páginas, Hermann A. Cº, París, 1939, 120 francos.

El autor es doctor en letras y en derecho. Trata de estudiar en este libro la idea de "utilidad" en los comienzos de la Revolución Francesa, en vista de que ella domina, dice, la actividad de los hombres de 1789.

El trabajo comprende: un Prefacio, una Introducción, dos "Libros" y una "Conclusión". En la Introducción se examina la utilidad social; la noción permanente de la historia y la revolución francesa. El libro I está destinado a la idea de utilidad social y el pensamiento de los diputados; comprende dos "partes": la primera de éstas trata la idea de constitución y el tema inicial del pensamiento político de los revolucionarios; la otra "parte" se ocupa de la utilidad social y los principios en la reforma del estado; Libertad y técnica jurídica; las vinculaciones con los principios de libertad, de igualdad y de soberanía; educación nacional, coronamiento de la reforma del Estado; amalgama de los principios en el invento jurídico por parte de los revolucionarios. El Libro II se ocupa de la vida de utilidad social y el pensamiento de los peticionarios; consta de tres partes: en la primera se encara la elaboración colectiva y la reforma del Estado, las peticiones y la experiencia; en la segunda se ocupa del "habla" de los peticionarios y el encadenamiento de sus ideas fundamentales; el andar del pensamiento popular. La parte tercera y última, trata la conciencia popular y la apreciación de los hechos políticos. La Conclusión se refiere al aspecto científico del pensamiento social de los revolucionarios.

Termina el libro con un "Indice" y una "Bibliografía". En su prólogo dice el autor haberse situado en los comienzos de la Revolución para estudiar el tema porque le ha parecido que su aptitud organizada era, en ese momento histórico, particularmente demostrativa e individidualizable, ya que fórmulas políticas nuevas debían aclimatarse en el seno de un pueblo que realizaba una revolución. La jornada del 10 de agosto de 1792 nos ofrecía con el tiempo, un límite natural ya que representaba un recodo de la historia de la Revolución. Esa jornada termina un

estadio en el que se cumplió la reforma del Estado en sus grandes líneas, en el que una primera constitución es redactada mediante el concurso de meditaciones sobre las ideas políticas de notable intensidad.

BELIN (JEAN). *Les démarches de la Pensée Sociale,* d'après des textes inédits de la periode révolutionnaire (1798-1792). Un folleto (16 x 25), 100 páginas. Hermann y Cía., París, 1939. 20 francos.

En una *Introducción* el autor explica por qué la cuestión planteada en éste su estudio, es la de saber en qué consiste el conocimiento en materia social. El período abarcado es, como en el libro precedente, desde 1879 hasta el 10 de agosto 1792.

Dice que para el estudio del pensamiento social espontáneo de que va a ocuparse, hará un uso casi exclusivo de las peticiones y memoriales que los cuerpos administrativos, las sociedades populares y los particulares enviaron a las Asambleas Constituyente y Legislativa.

El libro comprende dos partes: la primera se ocupa del papel desempeñado por la interpretación espontánea, y de la contingencia en las ideas políticas y sociales. La otra trata las combinaciones del pensamiento social.

Al final trae conclusiones. He aquí el último párrafo del libro: « La historia de las ciencias, aun de las matemáticas, nos incitaría a afirmar que el pensamiento social diario así como la ciencia aplicada, no pueden esperar; les es preciso utilizar nociones o vínculos rudimentarios y provisorios cuyo contenido se refinará en el futuro; se puede decir que la ciencia teórica, sea ella matemática o social, tampoco puede esperar, so pena de forzar al hombre a renunciar a la explicación de los fenómenos ».

Estas circunstancias excusan los esfuerzos que cabe emprender en el dominio que el autor ha elegido.

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blanchard, Everard E.
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bula, Clotilde A.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carli, Félix D.
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Dennler, Jorge
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W.
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Floriani, Luis
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Kervor, Juan B.
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López Sommaschini, Antonio
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Ogloblin, Alejandro
Oliveri, Alfredo E.
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Ottonello, Néstor J.
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví, y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.

Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela Gil, José
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wunenburger, Gastón
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Yepes, José
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ebin, José
Elizondo, Francisco M.
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Viticcioli, Fernando
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo F.
García, Daniel
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo	Schmiedecke, Augusto	Taravella, Ambrosio L.	Vercello, Carlos
Ponce Laforgue, Carlos	Sparn, Enrique	Trebino, Natalio	Yadarola, Mauricio L.
Rothlin, Edwin	Stuckert, Guillermo V.	Urciolo, Victorio	Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. José Piazza; Vice-presidente, Ingº Civil Francisco E. Urondo; Secretario de correspondencia, Ingº Quím. Rodolfo G. Christen; Secretario de actas, Ingº Quím. Carlos C. Christen; Tesorero, Ingº Quím. Guillermo Berráz; Vocal 1º, Ingº Civil José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocales suplentes, Ingº Agrº Bruno Santini y Prof. Julio Salaber; Encargado de Publicaciones, Ingº Civil José Babini; Encargado de Canje, Ingº Quím. Rodolfo Rouzaut.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas	Christen, Rodolfo G.	Marelli, Hipólito	Pozzo, Hiram J.
Ariotti, Juan Carlos	Damianovich, Horacio	Martino, Antonio E.	Ragonese, Arturo E.
Babini, José	Falco, Federico	Montpellier, Luis Marcos	Reinares, Sergio
Berraz, Guillermo	Fester, Gustavo A.	Mounier, Celestino	Rouzaut, Rodolfo
Bertuzzi, Francisco A.	Frenguelli, Joaquín	Muzzio, Enrique	Salaber, Julio
Bossi, Celestino	Gollán, Josué (h.)	Nigro, Angel	Salgado, José
Cerana, Miguel	Hereñú, Rolando	Niklison, Carlos A.	Santini, Bruno L. P.
Claus, Guillermo	Hotschewer, Curto	Oliva, José	Schivazappa, Mario
Cohan, Marcos	Juliá, Tolrá Antonio	Peresutti, Luis	Simonutti, Atilio A.
Courault, Pablo	Kleer, Gregorio	Piazza, José	Tissembaum, Mariano
Crouzeilles, A. L. de	Lachaga, Dámaso A.	Piñero, Rodolfo	Urondo, Francisco E.
Cruellas, José	Mai, Carlos		Virasoro, Enrique
Christen, Carlos	Mántaras, Fernando		

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Eduardo Carette; Vice-presidente, Ingº Cayetano C. Piccione; Secretario, Sr. Adrián Ruíz Leal; Tesorero, Sr. Manuel Tellechea; Bibliotecario, Prof. Aníbal Ruíz; Vocales: Dr. Juan B. Lara; Ingº Juan P. Toso; Ingº Angel Stura; Sr. Ranulfo Rosales; Dr. Juan P. Paganotto; Dr. Mario Bidone.

SOCIOS ACTIVOS

Ahumada, Ciro	Espinosa, Norberto A.	Magistretti, Guillermo	Ruíz Leal, Adrián
Anzorena, Jacinto	Flor Alvarado, José M.	Maveroff, Aquiles	Sáez Medina, Miguel
Ayala Castagnino, G.	Galeano, Edgardo	Mayorga, Santiago C.	San Martín, José Benito de
Basso, Germinal	García, José Federico	Navarro Correas, José A.	Serra, Luis Angel
Benegas, Raúl	Godoy Vergelin, G.	Paganotto, Juan P.	Silvestre, Tomás
Bidone, Mario	Gomensoro, José N.	Piccione, Cayetano C.	Stura, Angel C.
Borsani, Carlos Pablo	Guevara, José R.	Ponce, José Raúl	Tellechea, Manuel
Burgoa, Pedro A.	Jofré, Alberto L.	Pontis, Rafael E.	Tolosa, Julio (h)
Carette, Eduardo	Lara, Juan B.	Richard, Alfonso E.	Toso, Juan F.
Castillo, José	Lucero, Braulio G.	Rosales, Ranulfo S.	
Croce, Francisco M.	Lugones, Manuel G.	Ruíz, Aníbal	

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretaria, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Carlos T. Teobaldo; Vocales: Ingº Juan Sabato, Ingº Manuel Ucha, Dr. Pedro G. Paternosto, Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Amarante, Pedro C.
Angli, Jerónimò
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Basualdo, Washington S.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Brau, Eduardo F.
Canals Frau, Salvador
Carusi, Oreste
Coria, Pedro E.
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E.
Daló, Héctor R.
Delprato, Ismael
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Inda, Carmen
Lizarán, Fernando
Lockart. Carlos E.
Loedel Palumbo, Enrique
Mc Loughlin, Rogelio P.
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño ,Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Híjar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Tello, Julio C.	Lima
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma
Montel, Paul	París

ANALES
DE LA
SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

OCTUBRE 1939 — ENTREGA IV — TOMO CXXVIII

SUMARIO

Pág.

SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:

Ciclo de conferencias:

ARDOINO MARTINI. — Ideas y sugestiones sobre la investigación microquímica 193

Sesión de comunicaciones del 18 de Septiembre de 1939 195

AMELIA LARGUIA DE CROUZEILLES. — Correlaciones entre la alfarería indígena encontrada en la región de Santa Fe y la de la provincia de Santiago del Estero 196

H. DAMIANOVICH Y E. VIRASORO. — La química del helio y de los helionoides. Curvas fotométricas de espectrogramas de Rayos X de compuestos He - Pt 212

ROLANDO HEREÑU. — Un tubo caudal de Panochtus 213

MATEMATICAS:

ANTONIO VALEIRAS. — Sobre una cuestión de geometría relativa a las series de potencias 217

JUAN M. ALESSI. — Sobre la transformada de Heine de variable dual y bidual 222

CIENCIAS NATURALES:

CARLOS RUSCONI. — El premolar inferior de los grandes carpinchos extinguidos 233

GEORGES DENNLER. — Contribuciones al estudio oológico de los Rheiformes 240

WALTER KNOCHE. — Condiciones climáticas en relación a las migraciones melanesio-polinésicas dentro de la Oceanía y hacia Sud América 247

Noticiario 255

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1939

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

SECCIÓN OFICIAL

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

SECCIÓN "SANTA FÉ"

Ciclo de conferencias

IDEAS Y SUGESTIONES SOBRE LA INVESTIGACION MICROQUIMICA

POR EL DR. ARDOINO MARTINI

Prosiguiendo el ciclo de conferencias organizado por la Sección Santa Fe de la Sociedad Científica Argentina, tuvo lugar el viernes 28 de Julio una conferencia a cargo del Director del Instituto de Investigaciones Microquímicas de la Universidad Nacional del Litoral Dr. Ardoino Martini, sobre el tema: « Ideas y sugestiones sobre la investigación microquímica ».

El acto se realizó en el salón de actos de la Facultad de Química Industrial y Agrícola contando con el auspicio del Instituto Social de la Universidad.

Empezó el conferenciante diciendo que el concepto de orientación preside actualmente a las múltiples actividades públicas y sociales. En esta época dinámica y pletórica en problemas y conflictos de toda naturaleza, parece que se ha impuesto la manera de ordenar, dirigir en un sentido determinado las fuerzas que obran en el organismo social y determinan sus condiciones de existencia y de desenvolvimiento normal, para evitar que, libradas al acaso, sean ellas fuentes de perturbaciones y crisis violentas, que pueden amenazar la misma estabilidad de las instituciones que nos rigen. El sentido de la orientación es de origen natural y universal. Al formarse la sustancia de la materia primigenia, comienza a actuar en el campo

eléctrico-magnético las fuerzas vectoriales, que provocan el ordenamiento lineal y espacial de átomos y moléculas, del que resultan los retículos cristalinos, revelados por los espectrogramas roentgenoscópicos o electronoscópicos. En este estado se producen una serie de fenómenos, cuya esfera de acción es el campo amicrónico. Crecen las sustancias por un proceso agregativo y la ordenación vectorial, todavía incompleta, da lugar a la formación de « micelas », cuya presencia se pone de manifiesto mediante el ultramicroscopio. Fenómenos particulares y característicos se producen también en el campo micelar y los estudia la coloidología. Al aumentar, luego, el volumen de las micelas, se forman agregados de segunda especie, en que intervienen siempre las fuerzas vectoriales, manifestándose nuevos fenómenos revelables mediante el microscopio. La ordenación vectorial se produce por grados. Primero, al estado líquido observable por las figuras de interferencias, que se producen por medio del polarizador (« cristales líquidos » de Lehmann); luego, al estado sólido amorfo y al estado microcristalino, reconocibles por la forma mediante el microscopio. Al llegar a este punto de la conferencia, hizo notar el disertante de que los fenómenos que se producen tanto en el campo amicrónico como en el ultramicroscópico y microscópico se realizan con continuidad y los pasos de un campo a otro son debidos a determinadas circunstancias internas o externas, que se manifiestan espontáneamente o pueden provocarse por medios artificiales. Es imposible, por consiguiente, tener un conocimiento cabal de los fenómenos que se presentan al observador en el campo microcristalino si no se sabe también cuáles son los que caracterizan los otros campos vectoriales, dada la vinculación íntima e indisoluble que tienen entre sí. En efecto, los investigadores que en el siglo pasado han estudiado bajo todos sus aspectos los fenómenos de cristalización, tales como Frankenheim, Kopp, Klocke, v. Hauer, Lavalle, v. Lehmann, etc., han acumulado una serie tal de hechos experimentales que aún en la actualidad, en que los progresos de la técnica científica han puesto al servicio de los investigadores medios más finos y delicados de trabajo, sirven eficazmente, no sólo para orientar sino también para interpretar cambios al parecer inexplicables de ciertas formas cristalinas. Los errores, lagunas e inseguridad que se han producido con relativa frecuencia en la investigación microquímica son debido en gran parte al olvido de las interrelaciones entre fenómenos afines y los principios y leyes que los gobiernan. Para demostrarlo cita el conferenciante una serie de casos prácticos, ilustrando su exposición con

proyecciones luminosas y las observaciones críticas pertinentes. La orientación unilateral, prevalentemente analítica de la investigación microquímica, ha hecho residir, casi en modo exclusivo, en la forma y en el color la identificación de las sustancias. Pero, tanto la una como el otro dependen del grado de dispersividad. Y éste, a su vez, varía según una multitud de factores, como ser la temperatura, la concentración, la solubilidad, la difusión, etc. La aparición de un agregado microcristalino, que debe servir como ficha individual de una determinada sustancia, exige en primer término su caracterización química; luego las condiciones de estabilidad, después la determinación de ciertas constantes físicas, etc. Muy a menudo se omiten estos estudios complementarios y ello obliga a continuas revisiones, adiciones o modificaciones de técnica en las investigaciones microanalíticas, que desorientan o siembran la incertidumbre en los que desconocen en toda su amplitud y profundidad el mundo de los microcristales. Demuestra aquí el disertante, con varios ejemplos prácticos, la verdad de las afirmaciones que anteceden. En la última parte de su conferencia, expuso el Dr. Martini cuáles debían ser, a su juicio, las orientaciones que debían darse, en lo futuro, a la investigación microquímica, a fin de que contribuyera, con los demás campos de dispersología, a dilucidar los problemas complejos de la naturaleza viva e inerte y poner así los fundamentos de la dinámica microquímica.

Sesión de comunicaciones del 18 de setiembre de 1939

En una de las aulas de la Facultad de Química Industrial y Agrícola y bajo la presidencia del Dr. José Piazza se realizó el 18 de Setiembre a las 18 una sesión de comunicaciones científicas, considerándose las comunicaciones cuyos resúmenes se publican a continuación.

CORRELACIONES ENTRE LA ALFARERIA INDIGENA ENCONTRADA EN LA REGION DE SANTA FE Y LA DE LA PROVINCIA DE SANTIAGO DEL ESTERO

Por la Sra. AMELIA LARGUIA DE CROUZEILLES

La ciencia arqueológica, como disciplina auxiliar de la Historia, va revelando, debido al incansable esfuerzo de especialistas destacados, los problemas que encierra la prehistoria de América. Los estudios que tienden al esclarecimiento del origen de las civilizaciones primitivas, demuestran cada vez más la posibilidad de lejanas comunicaciones extracontinentales que se cree han existido en épocas remotas. ¿En qué período de tiempo incalculable evolucionaron estos pueblos, apremiados por las necesidades de su existencia, o impulsados por innato poder de expansión?

Por la comparación de los documentos arqueológicos de América y de los otros continentes, se han establecido ya correlaciones de gran valor y del más sugerente alcance. El profesor Max Uhle, americanista de prestigio, en su estudio sobre los jeroglíficos de la portada de Tiahuanaco, presentado al XXV Congreso Internacional de Americanistas (I), después de referirse a la época paleolítica, expresa: « de tal manera que hay bastante fundamento para juzgar que este estado correspondía, en cierto período, a un estado general primitivo en América. Hay toda clase de motivos para opinar que este estado de cultura perduró, en toda la costa de Sud América, hasta el principio de la nueva era »; luego el autor continúa refiriéndose a diferentes mitos americanos que encuentra de origen asiático.

Luis María Torres, en su trabajo presentado también al mismo Congreso, expresa: « Nordenskjold y Métraux se cuentan entre los etnólogos que han comprobado la existencia de relaciones antiguas entre pueblos de ambas regiones de América (II).

El Sr. Luis E. Valcárcel, en la Revista del Museo Nacional de Lima (III), refiriéndose a las antiguas culturas del Perú, expresa los conceptos siguientes, aplicables al origen de las correlaciones que

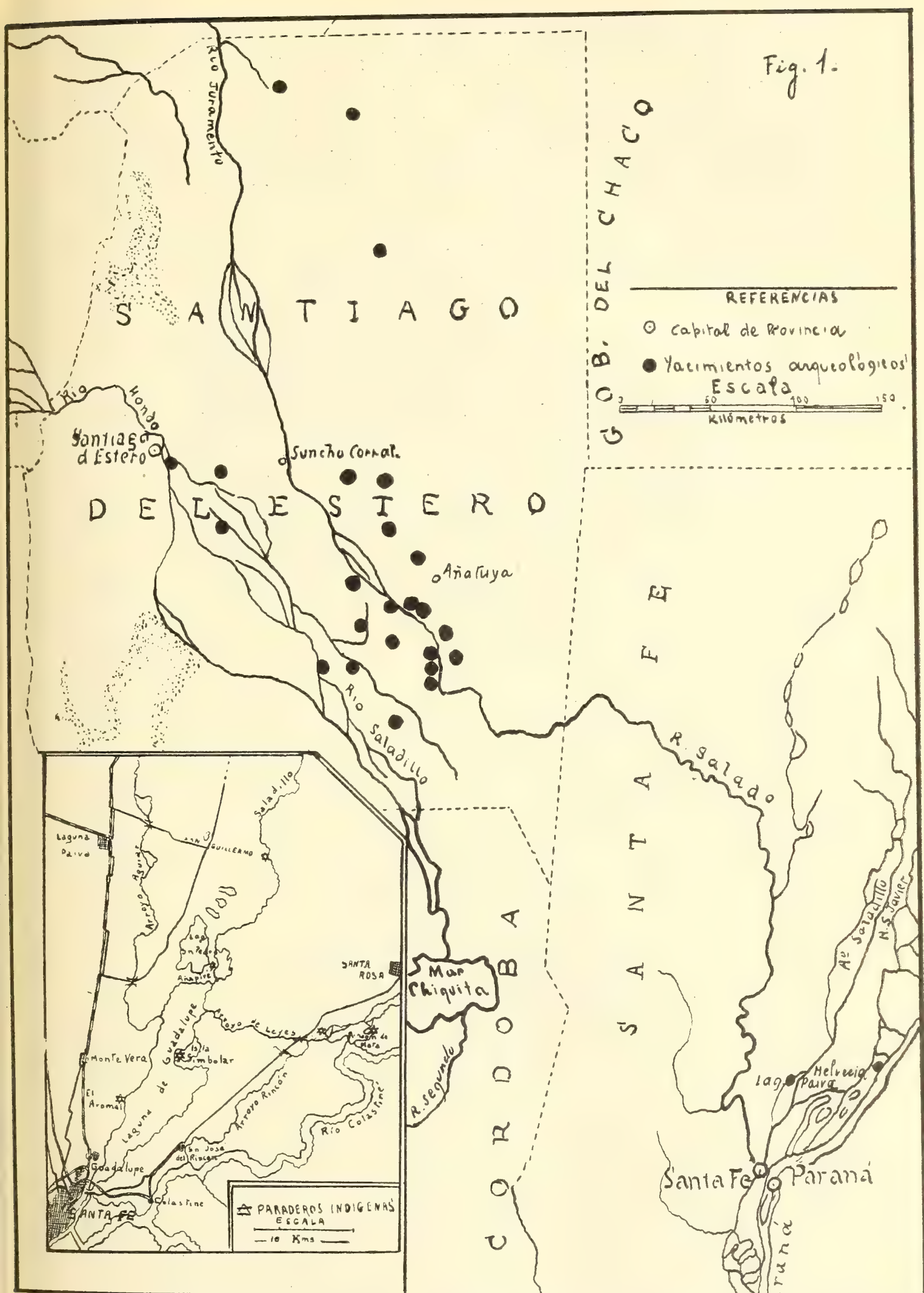


Fig. 1. — Ubicación de algunos yacimientos arqueológicos en las provincias de Santa Fé y Santiago del Estero

motivan esta comunicación: « Productos del litoral se mezclan con los que son propios de las otras regiones: un activo comercio, una comunicación muy frecuente debió existir, según esos indicios, entre lejanas comarcas. En general el movimiento de los pueblos antiguos fué mayor que el que nos imaginamos »... « La prueba arqueológica del hallazgo de piezas de diversa procedencia reunidas hasta formar un solo conjunto, se completa con las de las áreas de difusión de ciertos tipos. Hachas peruanas descubiertas en tumbas del sur de Chile o del norte de Colombia testimonian el intercambio a grandes distancias ».

Los elementos culturales reunidos por los Sres. Emilio R. y Duncan L. Wagner en pueblos prehispánicos descubiertos en una inmensa zona de la provincia de Sgo. del Estero, acusan, bajo distintos aspectos, una gran identidad con la cerámica descubierta en Troya por el gran investigador Shlieman, a quien se creyó un soñador y que triunfó, sin embargo, descubriendo la ciudad perdida. La similitud de las piezas con idénticos dibujos que en gran número de torteros y otros documentos se encuentran en el Museo Arqueológico de Santiago del Estero, y que han sido estudiadas en la gran obra de arqeuología comparada escrita por los señores Wagner (IV), atestiguan, por los caracteres peculiares de su cerámica, afinidades de origen con los documentos arqueológicos descubiertos en Hisarlik.

En mis comunicaciones a esta Sociedad Científica Argentina (V) tuve oportunidad de hacer conocer algunos yacimientos arqueológicos de esta provincia, los que aumentados a un número considerable de paraderos visitados, han permitido reunir un interesante material de cerámica indígena, y varios ejemplares óseos y pétreos, obtenidos por excavaciones o recolectados en las riberas de los riachos.

Desde hace algún tiempo vengo comprobando las semejanzas que existen entre la cerámica de Santa Fe y las que pertenecen a las magníficas colecciones del Museo Arqueológico de Santiago del Estero. En mi reciente visita a ese museo, debido a la gentileza del Director Sr. Emilio R. Wagner, he podido comparar la cerámica de mi colección remitida para estudio, con la que he examinado allí en colaboración con el Sr. Wagner. Hemos podido establecer así la exactitud de un número considerable de correlaciones, por la similitud de su factura, la misma técnica empleada y analogía en su estilo de ornamentación, y aun el mismo uso de los objetos. La identidad o semejanzas de algunos de sus símbolos se acentúa con caracteres firmes en las dos culturas, cuyas correlaciones analizaremos someramente.

CORRELACIONES

Notable parecido se observa entre las representaciones de carácter mixto del Perú y Colombia con las de igual carácter encontradas en Santa Fe. Monseñor Federico Lunardi, en su libro de arqueología



FIG. 2. — Representación mixta. Tamaño natural. — Col. A. L. de Crouzeilles.

sobre el macizo colombiano (VI), inserta la imagen de una serpiente con cabeza humana esculpida en una lápida sepulcral. Interpreta el autor esta figura como la transformación del ser humano

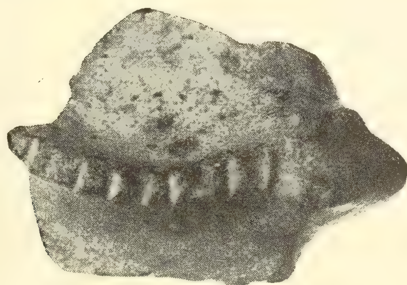


FIG. 3. — Representación mixta. Tamaño natural. — Colec. A. L. de Crouzeilles.

después de la muerte, según era creencia de los indios. Se repite este motivo en un ceramio mochica (VII). Semejante elemento ornamental encontramos en un ejemplar de Santa Fe (fig. 2), que tiene cabeza humana sin boca, por lo que se vincula a los símbolos de la Civilización Chaco-Santiagueñña. Otro pequeño documento

en cerámica de representación mixta, encontrado en nuestra provincia (fig. 3), está formado por ofidios con cabeza de puma.

En las figs. 4 y 5 pueden verse piezas encontradas en Santa Fe



FIG. 4. — 3/4 Tamaño natural. — Santa Fe.

y Santiago del Estero que acusan sorprendente analogía con los ídolos descubiertos en Hisarlik, que representan la divinidad antropo-

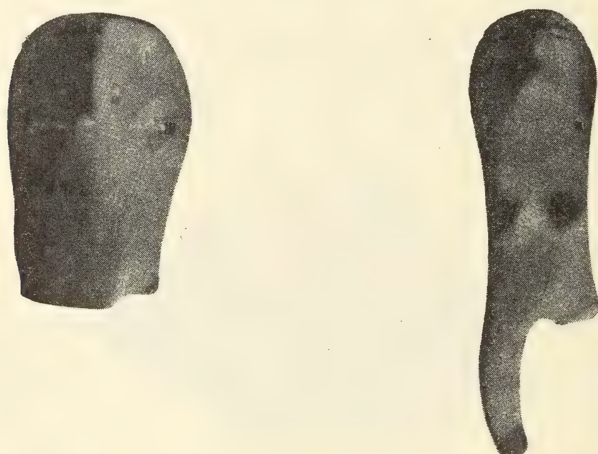


FIG. 5. — Tamaño aproximado natural. — Santiago del Estero.

ornitomorfa. Dada su diversa procedencia constituyen un elemento comparativo de gran valor.

Colocadas en el borde de las vasijas, encontramos en Santiago del Estero y Santa Fe efigies que se observan en la cerámica neolítica

(fig. 6); una cara humana con caracteres de pájaro y serpiente, interpretando la trilogía antropo-ornito-ofídica como un símbolo adorado desde tiempos pretéritos en el viejo mundo y representado en las culturas del nuevo continente. Se encuentra también, según



FIG. 6. — 2/3 Tamaño natural. — Santa Fe. Santiago del Estero.

Métraux, en la cerámica de la Candelaria, en múltiples y artísticas formas en Santiago del Estero y con bastante frecuencia en Santa Fe.

La fabricación de piezas en forma de campana, ya conocidas y difundidas en la región del litoral, y que son formadas generalmente

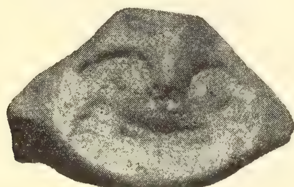


FIG. 7. — Figuras representadas vertiendo lágrimas. Tamaño natural. — Santa Fe.

por el cuerpo de un ave o algunos otros animales, se han encontrado en gran número en Santiago del Estero. Un ejemplar hallado en Arroyo de Leyes que figura un magnífico cóndor (VIII), y algunos otros de distinta procedencia, forman un grupo característico de objetos dedicados al mismo uso: el culto del fuego, conservación del mismo, inciensario, etc.

Tanto en Santa Fe como en Santiago del Estero, se encuentran representadas figuras humanas o de animales vertiendo lágrimas.

Estas aparecen en las piezas de Santa Fe, impresas en la pasta antes

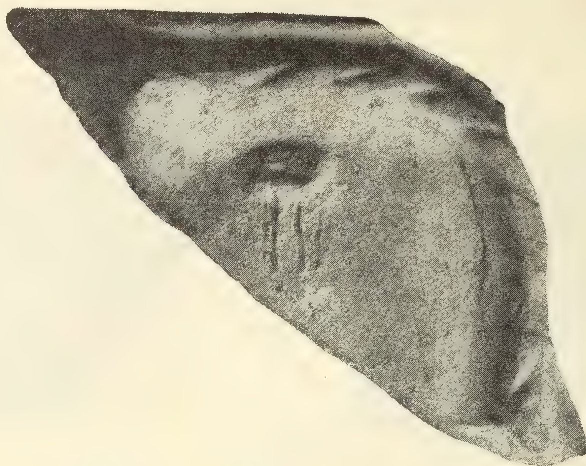


FIG. 8. — Figuras representadas vertiendo lágrimas. Tamaño Natural. — Santiago del Estero.

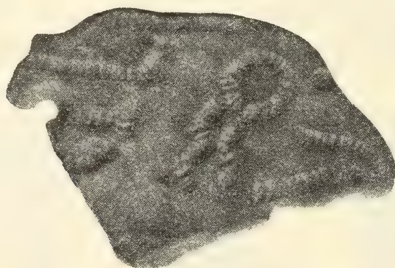




FIG. 9. — Aves con lágrimas grabadas. 3/4 Tamaño natural. — Santa Fe.

de la cocción, o pintadas en negro o en rojo y negro en la alfarería de Santiago del Estero (figs. 7, 8, 9 y 10).

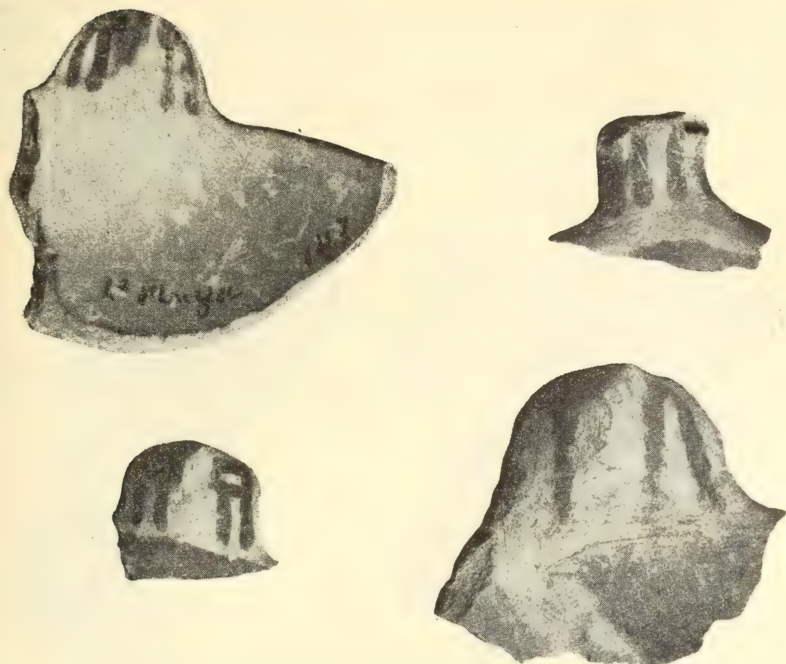


Fig. 10. — Aves con lágrimas pintadas. Tamaño natural. — Santiago del Estero.



Fig. 11. — Cabezas con perforaciones laterales. 1/2 Tamaño Natural. — Sgo. del Estero. Santa Fe.



Fig. 12. — Perforaciones en la parte superior de la cabeza. 2/3 Tamaño natural. Santiago del Estero. Santa Fe.

Es frecuente también encontrar cabezas antropomorfas y zoomorfas con una o dos perforaciones laterales (fig. 11). En Santiago del Estero se ha encontrado en el yacimiento de Santa María, en el N. O. de esta provincia, una cabecita ornitomorfa con dos per-

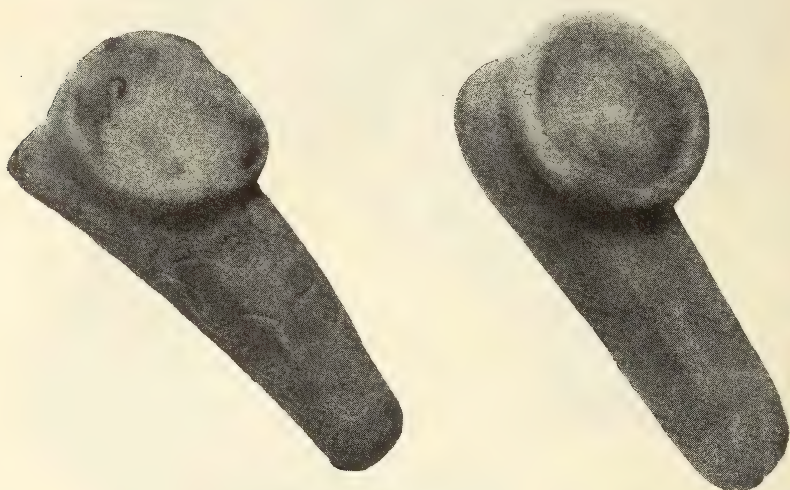


Fig. 13. — Pipas de barro cocido. Tamaño natural Santiago del Estero. Santa Fe.

foraciones en la parte superior de la cabeza. Este caso se repite en una cabecita antropomorfa encontrada en Santa Fe (fig. 12).

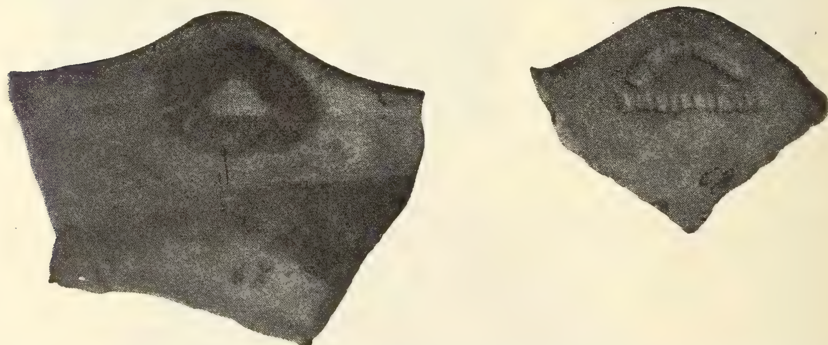


Fig. 14. — Bordes pintados y grabados en el interior del vaso. Tamaño natural. — Santiago del Estero. Santa Fe.

He podido comprobar también la similitud absoluta que existe entre pipas de barro cocido que provienen de Santa Fe y otras de Santiago del Estero, particularmente una (fig. 13) obsequiada por el Sr. Fernando R. Mántaras al Museo de Santiago del Estero,

se identifica exactamente por la forma y el tamaño con otra de la colección del mismo museo.

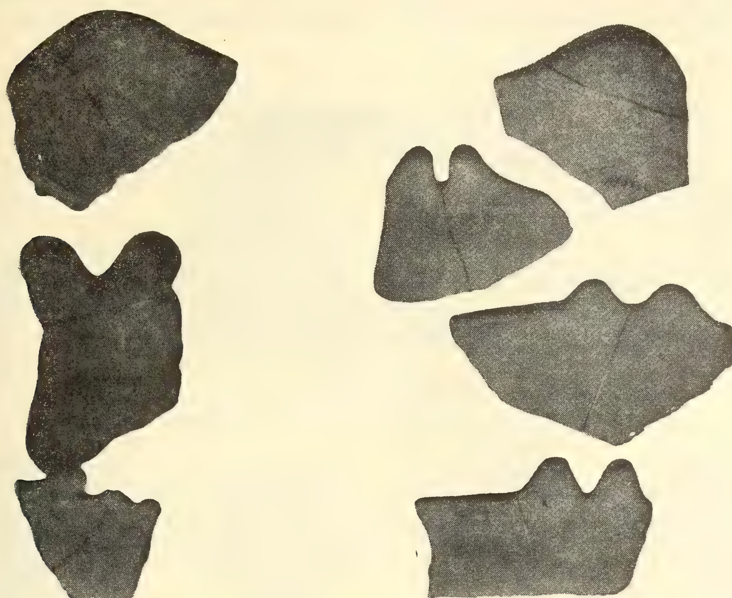


FIG. 15. — Bordes de vaso. 1/2 tamaño natural. — Santa Fe. Santiago del Estero.

En la alfarería de las dos provincias que comparamos encontramos bordes con iguales incisiones o triángulos en el interior, grabados



FIG. 16. — Aves con buche saliente. 1/2 tamaño natural. — Santiago del Estero. Santa Fe.

o pintados. Otros bordes decorados en múltiples formas, ostentan aves, desde la simple estilización hasta un perfecto modelado: cabezas de patos, representaciones de la lechuza y el buho, cabezas de psitácidos, (figs. 14 y 15).

Otra correlación más encontramos entre Santa Fe y Santiago, en la técnica muy particular con la cual están representadas aves modeladas dejando ver un buche muy saliente, a veces exagerado, aunque la cabeza del ave esté apenas delineada (fig. 16).

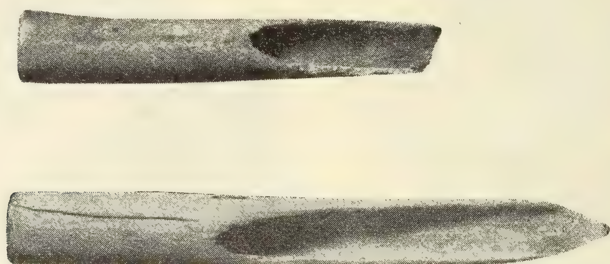


FIG. 17. — Puntas de flechas de hueso cortadas en bisel. 3/4 Tamaño natural. — La de arriba es de Santa Fe, la otra de Santiago del Estero.

Las puntas de flechas de hueso cortadas en bisel y otras de diferentes formas, son similares en ambas partes (fig. 17). Las hay de piedra y de madera petrificada, estas últimas muy abundantes en Santa Fe.

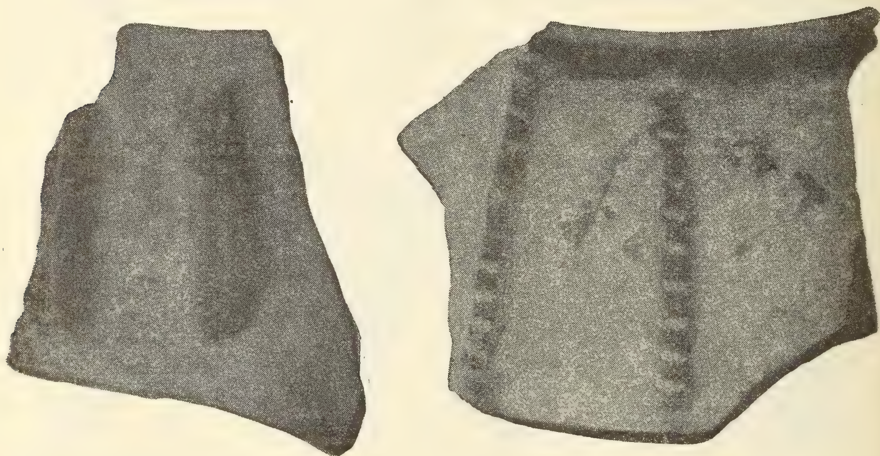


FIG. 18. — Barretas con escotadura que sobresale de la alfarería. 1/2 Tamaño natural. — Santa Fe. Santiago del Estero.

En las excavaciones de Santa Fe y Santiago se han encontrado cuentas de turquesa con perforación central, generalizadas también en Salta y otras provincias.

En las colecciones de estas dos regiones encontramos también, colocadas cerca del borde de las piezas, y en posición vertical, ba-



Fig. 19. — Apéndices zoomorfos supliendo las asas. 1/2 Tamaño natural. — Sgo. del Estero. Santa Fe



Fig. 20. — Impresiones circulares de 1 ó 2 mm. de profundidad. 1/2 Tamaño natural. — Santiago del Estero. Santa Fe.

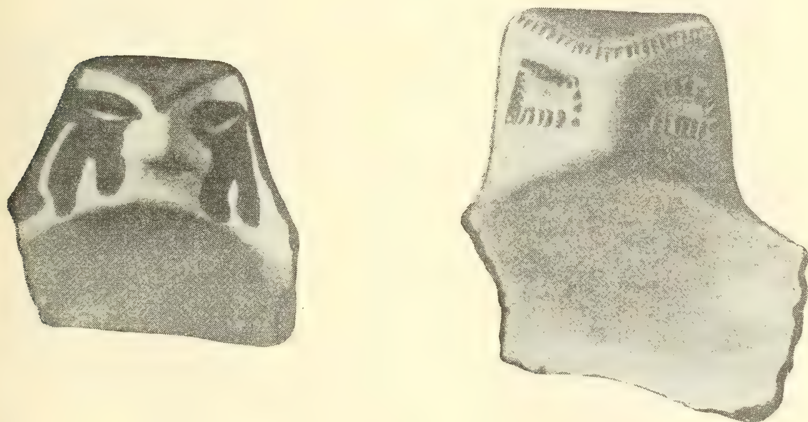


Fig. 21. — Cabezas con depresión triangular. Tamaño aproximado natural. — Santiago del Estero. Santa Fe.

rretas de barro con escotaduras que sobresalen de la alfarería (fig. 18).

Al pie del cuello de los vasos, algunas veces supliendo las asas,

se encuentran apéndices zoomorfos, colocados verticalmente algunos y otros en forma inclinada (fig. 19).

Tanto en Santa Fe como en Santiago se acostumbraba hacer sobre las alfarerías antes de la cocción, impresiones redondas profundas de uno o dos milímetros para representar las manchas del jaguar, y también para motivos ornamentales, siendo esta técnica muy corriente (fig. 20).

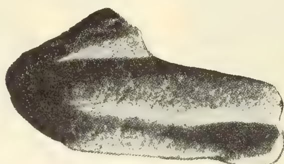


Fig. 22. — Fragmento de piedra con surcos longitudinales paralelos. Tamaño natural — Col. A L. de Crouzeilles.

Llaman la atención por su semejanza dos piezas encontradas una en Santiago y otra en Santa Fe, que representan una depresión triangular en la parte superior de la cabeza (fig. 21).

En mi colección tengo un fragmento de piedra que mide 48 mm. de ancho y 11 mm. de espesor que lleva sobre una de sus caras dos surcos longitudinales y paralelos (fig. 22). Piezas como ésta se encuentran en gran número en Santiago del Estero, algunas con perforaciones para ser llevadas como amuletos, pudiendo observarse asimismo estas curiosas piezas en la colección Magnin en Córdoba.



Fig. 23. — Asas zoomorfas. 3/4 tamaño natural. — Santa Fe. Santiago del Estero.

En las asas encontramos variadísimas formas: asas zoomorfas (fig. 23); asas con protuberancias estilizando aves y pumas; asas semi-circulares; asas colocadas en el interior de las piezas; asas dobles con perforaciones (fig. 24). Todos estos tipos se encuentran en ambas colecciones.

Numerosos fragmentos de alfarería de mi colección ostentan en el interior impresiones de redes que comparadas con las de Santiago, resultan ser iguales.

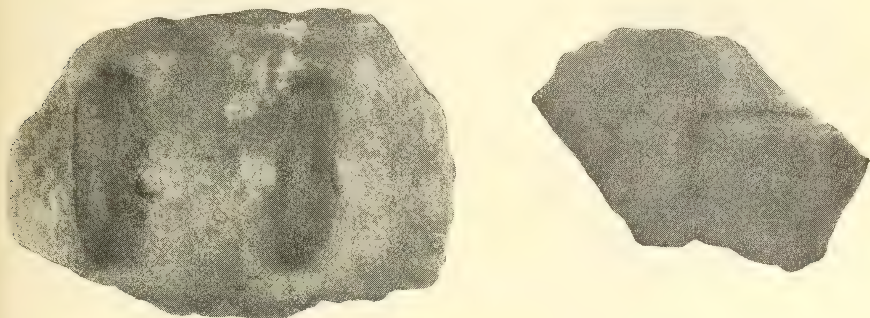


Fig. 24. — Asas dobles con perforaciones. $^2/_3$ Tamaño natural. — Santiago del Estero. Santa Fe.

Puede señalarse en ambas regiones el empleo de boleadoras de piedra y de barro cocido, siendo la técnica de su fabricación idéntica

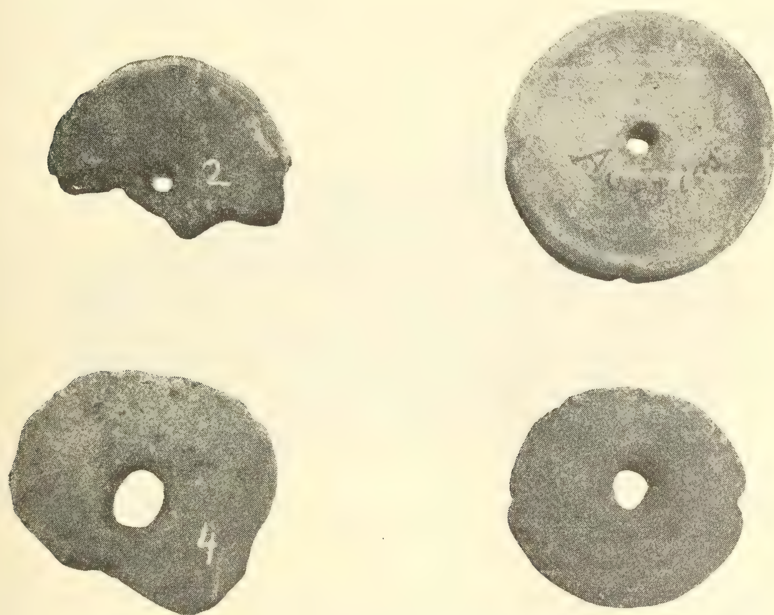


Fig. 25. — Pesos para hilar. $^2/_3$ Tamaño natural. Santa Fe. Santiago del Estero.

en sus pormenores. Lo mismo podemos decir de los pesos para huso (fig. 25) que indican que la costumbre de hilar y tejer ha sido común en ambos pueblos.

La figura 26 representa dos fondos de vasija exactamente iguales.



FIG. 26. — Fondos de vasijas. 1/2 — Tamaño natural. Santa Fé Santiago del Estero

No dejaremos de señalar el hallazgo en Santiago y Santa Fe de numerosas cabezas de representación antropo-ornitomorfa que muestran un curioso tocado en diferentes formas (fig. 27).



FIG. 27. — Representación antropo-ornitomorfa con tocado. 2/3 Tamaño natural. — Colección A. L. de Crouzeilles.

En las alfarerías de esta provincia, que son tan rica y elegantemente decoradas con dibujos geométricos, encontramos algunos motivos idénticamente utilizados en las de Santiago. Estas son: la greca, llamada helénica, el meandro y el escalonado.

Es mucho mayor aún el número de correlaciones que hemos observado hasta ahora, en ambas colecciones, y siendo que los

pueblos del Paraná, en Santa Fe, y los de Santiago del Estero, hacían las mismas piezas de alfarería, las decoraban del mismo modo, con una misma técnica, usaban las mismas armas e instrumentos, y rendían culto a la misma divinidad, por los documentos que poseemos y que son elementos de juicio concluyentes, podemos deducir que existió un activo contacto y una similitud de cultura entre los antiguos pueblos de ambas regiones.

Por la semejanza de nuestra cerámica con la de Santiago del Estero, la que a su vez acusa sorprendentes analogías con las cerámicas europeas, asiáticas y americanas, consideramos que los documentos arqueológicos procedentes de los paraderos indígenas de nuestra provincia, son un valioso aporte para el estudio de las civilizaciones primitivas.

BIBLIOGRAFIA

I. *Actas y Trabajos Científicos del XXV Congreso Internacional de Americanistas.* Tomo II. La Plata, 1932.

II. *Idem. Relaciones arqueológicas de los pueblos del Ama onas con los del Río de la Plata.*

III. *Cuaderno de Arte Antiguo del Perú.* N° 1. Lima, 1935.

IV. *La Civili ación Chaco-Santiagueña y sus correlaciones con las del viejo y nuevo mundo.* Tomo 1. 1934.

V. *Datos arqueológicos sobre paraderos indígenas de Santa Fe. Anales de la Sociedad Científica Argentina.* Noviembre de 1934 y Octubre de 1936.

VI. *La Vida en las Tumbas.* Río de Janeiro. 1935.

VII. *Cuadernos del Arte Antiguo del Perú.* N° 5. Lima, 1937.

VIII. FRANCISCO DE APARICIO: *El Paraná y sus tributarios.* Capítulo VII. Vol. I de la *Historia de la Nación Argentina.* Buenos Aires, 1933, editada por la Junta de Historia y Numismática Americana.

LA QUIMICA DEL HELIO Y DE LOS HELIONOIDES. CURVAS FOTOMETRICAS DE ESPECTROGRAMAS DE RAYOS X DE COMPUESTOS He-Pt.

Por H. DAMIANOVICH y E. VIRASORO

Con el objeto de contribuir al estudio del cambio de las propiedades del platino por acción del helio sometido a la activación químico-catódica, se llevaron a cabo medidas fotométricas de espectrogramas de rayos X de los compuestos obtenidos.

El examen de las curvas muestra diferencias entre los compuestos He-Pt, el platino catódico obtenido en atmósfera de hidrógeno y los productos que quedan después de la descomposición térmica y del ataque por agua regia. La intensidad del halo, común a otros compuestos amorfos, como el óxido y el sulfuro de platino, es mayor en los compuestos He-Pt que en los productos arriba mencionados. En cambio la intensidad de los anillos externos correspondientes al platino, es mayor en estos últimos. Además en los compuestos He-Pt senota un anillo interno que no aparece en el platino catódico (en presencia de hidrógeno) y que se atenúa hasta desaparecer casi completamente por calefacción del compuesto a 100° durante 24 horas.

Los resultados constituyen una nueva prueba del cambio de estructura del platino por acción del helio químicamente activo.

UN TUBO CAUDAL DE PANOCHTUS

Por ROLANDO HEREÑU

Los representantes de este género, vivieron en toda la llanura pampeana argentina y en los valles serranos, de modo que nada tiene de extraordinario que estos restos hayan sido extraídos por mí del loes pampeano superior de la Pampa de Olaen, Córdoba.

Sus características generales son las comunes a todo el género, detalladamente descriptas por Ameghino en « Mamíferos Fósiles de la República Argentina ». Por sus dimensiones, debemos atribuir este tubo al *P. Tuberculatus* (Ow.); pero, la distribución de las grandes figuras no corresponde a los ya publicados, y, por otra parte, hay una notable diferencia entre las del lado derecho y sus homólogas del lado izquierdo, diferencia accidental que nos hace meditar de nuevo sobre el valor que tales accidentes pueden alcanzar y en los errores a que pueden llevar cuando se acentúan.

Las grandes figuras laterales del lado derecho, que pueden verse en las fotografías, y, con mayor claridad, en el esquema (parte inferior), se presentan con una notable regularidad. A partir de la penúltima (N° 2 del esquema), que es la más grandes, y yendo hacia adelante, van disminuyendo gradualmente de tamaño, así como los espacios que las separan; y, estos últimos, son siempre bastante grandes.

A ambos lados de cada espacio hay dos figuras elípticas más pequeñas, pero siempre bien desarrolladas; y, marginando las grandes placas, dos o tres figuras, menores aún, elípticas o subcirculares.

Por el lado izquierdo (ver fotografía y esquema, parte superior) las cosas no ocurren con tanta normalidad. La penúltima placa (N° 2) se desarrolla más que su homóloga derecha y su distancia a la vecina (N° 3) es mucho menor; lo mismo que la distancia entre 3 y 4. La placa 3 es más pequeña que su homóloga derecha y está notablemente desplazada hacia abajo por el desarrollo irregular de una gran placa (N° 7) que reemplaza a las dos pequeñas figuras (7 y 8) que por la parte superior marginan su homóloga derecha. A partir de la figura N° 4 las cosas se regularizan; pero, siempre los



FIG. 1. — *A*, Vista lateral derecha; *B*, vista superior; *C*, vista lateral izquierda. Aprox. **1/3 del natural.**

espacios entre esas grandes placas son menores que en el lado derecho, de modo que en total en éste hay una menos que en aquél, haciéndose así muy notable la asimetría del tubo.

La segunda fila transversal de figuras elípticas de la extremidad proximal, característica de la especie, según Ameghino, sólo se desarrolla en la cara superior; y, la primera fila, se ve en parte en el

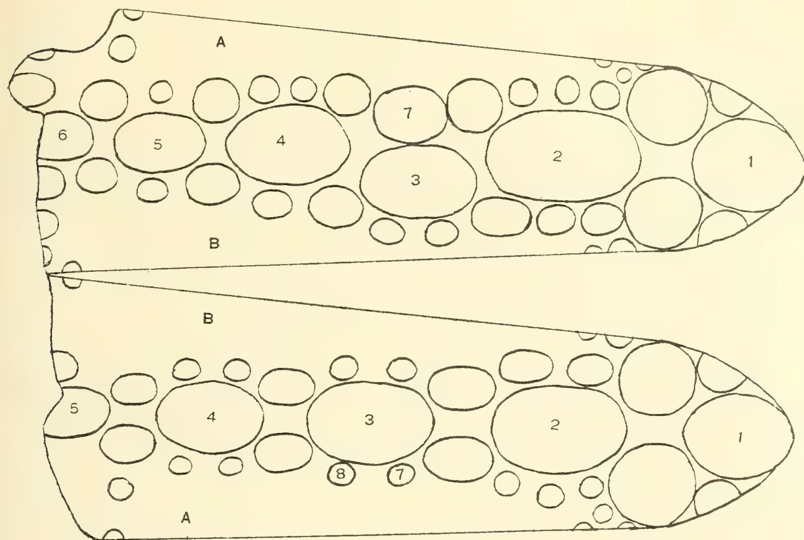


FIG. 2. — Desarrollo esquemático del tubo mostrando sólo las figuras mayores. Arriba, mitad izquierda; debajo, mitad derecha; *AA*, cara superior; *BB*, cara inferior. Aprox. 1/8 del tamaño natural.

lado izquierdo, no así en el derecho; pero, posiblemente, como todas las placas de este lado están corridas hacia adelante, desaparecieron con la parte del tubo que falta.

La punta del tubo es también característica y de perfecta simetría. Está formada por las dos últimas placas laterales (Nº 1) y tres placas en la cara superior y tres en la inferior, formando triángulos con los vértices hacia la punta. Estas placas son casi circulares y de bordes muy levantados, sobre todo las inferiores. Las prominencias centrales de las placas laterales finales están dirigidas hacia atrás.

La longitud de la parte conservada del tubo es de 85 cm., de modo que el total debió ser de unos 90 cm. El diámetro transverso al nivel de la figura 2 del esquema (lado derecho) es de 14 cm. y el

vertical de 10,5 cm.; al nivel de la figura 3, 17,5 cm. y 10 cm. respectivamente; y, al nivel de la 5, 18 cm. y 14,5 cm.

Horizonte: Piso bonaerense de la formación pampeana.

Localidad: Pampa de Olaen, Córdoba.

Sesiones especiales de comunicaciones del 6 y 27 de octubre de 1939.

Bajo la presidencia del vicepresidente Ing. Francisco E. Urondo y ante una crecida concurrencia, constituída por socios, profesores, industriales y estudiantes, tuvo lugar en uno de los laboratorios del Instituto de Investigaciones Científicas y Tecnológicas de la Facultad de Química Industrial y Agrícola el viernes 6 de Octubre, a las 18.30, una interesante sesión de comunicaciones con demostraciones experimentales sobre el tema general: « Destilación fraccionada en espirales ». Las comunicaciones estuvieron a cargo del Dr. José Piazza, quien tuvo a su cargo la teoría general del tema, y de los Ings. Quím. Rodolfo Rouzaut y Sr. Mario Baron, quienes se ocuparon, respectivamente, de las aplicaciones a la química analítica y a la química industrial.

En igual forma, se realizó el 27 de Octubre, una disertación con demostraeiones experimentales a cargo del Ing. Quím. Guillermo Berraz sobre el tema: « Fotoelementos ».

SOBRE UNA CUESTIÓN DE GEOMETRÍA RELATIVA A LAS SERIES DE POTENCIAS

Por ANTONIO VALEIRAS

1. — En el estudio de las funciones analíticas dentro del círculo de convergencia, se presenta la necesidad de acotar la expresión

$$w = \frac{|1 - z|}{1 - |z|}$$

siendo z un punto complejo, en un entorno infinitésimo del punto 1, haciendo tender z hacia dicho punto, dentro de un dominio angular de vértice 1 y abertura menor que π con bisectriz según la dirección negativa del eje de las abscisas (ángulo de Stolz). Se verifica entonces fácilmente que

$$\limsup_{z \to 1} w \leq \frac{1}{\cos \varphi}$$

siendo $\varphi < \frac{\pi}{2}$ la semi amplitud del ángulo de Stolz considerado[1].

Pero también puede quererse prefijar la cota superior k de w (la cual debe ser necesariamente mayor que 1) y determinar la región del plano en la que se cumple la condición $w \leqq k$. Introduciendo entonces un sistema de coordenadas polares, cuyo polo coincida con el punto 1 y cuyo eje polar se oriente según la dirección negativa del eje real, se obtiene, para el lugar buscado, la región interna al arco simple y cerrado definido por la ecuación

$$\rho = \frac{2\,k}{k^2 - 1}\,(k \cos \theta - 1)$$

(1) Ver, por ej., PAUL DIENES, *Lecons sur les singularités des fonctions analytiques*, pág. 47.

obtenido al variar θ entre $\left(-\text{arc cos}\frac{1}{k}\right)$ y $\left(+\text{arc cos}\frac{1}{k}\right)$ (1).

La forma misma de la ecuación revela que se trata del circuito interno de un caracol de Pascal, cuyo círculo base tiene por radio $\frac{k^2}{k^2-1}$ y cuyo intervalo es $\frac{2k}{k^2-1}$. Al variar k entre 1 y $+\infty$ se engendra, naturalmente, una familia simplemente infinita.

La primera acotación tiene un interés puramente local: en el entorno infinitesimal relativo al punto 1 definido.

En cuanto a la segunda acotación, no deja visible en forma inmediata la relación gráfica que existe entre las curvas de Pascal (definidas por la ecuación que figura más arriba) y el círculo unidad, siendo necesaria una discusión ulterior para establecerla.

Esta circunstancia nos determina a volver sobre la cuestión, utilizando un nuevo método para resolver el problema, el cual permite completar el resultado desde el punto de vista geométrico.

2. — Comenzaremos por observar que si se considera en el plano el triángulo determinado por los puntos de coordenadas complejas: 0, 1, z (no siendo z exterior al círculo unidad) las longitudes de sus lados son:

$$|1-z| \quad , \quad |z| \quad , \quad 1 ,$$

y, por la relación euclidiana entre los lados de un triángulo, se deduce en general:

$$|1-z| > 1-|z|$$

y por lo tanto

$$\frac{|1-z|}{1-|z|} > 1 .$$

Se exceptúan de esta relación los puntos del radio (0, 1), para los cuales el primer miembro vale 1, salvo en el extremo 1, donde se vuelve indeterminado.

Lo cual nos dice que, si pretendemos acotar la expresión: w, considerada, será necesario tomar una cota superior: $k > 1$.

(1) Ver, por ej., JULES TANNERY, *Introduction a la theorie des fonctions d'une variable*, t. II, pág. 305.

3. — Esto establecido, y suponiendo $k > 1$, consideremos el lugar geométrico de los puntos tales que

$$\frac{|1 - z|}{1 - |z|} = k . \tag{1}$$

Asociemos a este lugar los lugares definidos por las ecuaciones análogas:

$$\frac{|1 - z|}{1 - |z|} = - k , \tag{2}$$

$$\frac{|1 - z|}{1 + |z|} = k , \tag{3}$$

$$\frac{|1 - z|}{1 + |z|} = - k . \tag{4}$$

Se comprueba inmediatamente, substituyendo z por $\frac{1}{\bar{z}}$, que los lugares [1] y [2] están constituídos por puntos inversos con relación al círculo unidad, mientras que las relaciones [3] y [4] se conservan invariantes en dicha inversión.

Es evidente, además, que estos dos últimos lugares carecen de representación gráfica en el plano real.

Y de todo ello resulta que la representación total de dichos lugares en el plano cartesiano se compondrá de una curva, cuyos puntos reales satisfacen exclusivamente a las relaciones [1] y [2], y en particular, aquellos puntos que no son externos al círculo unidad son los únicos que satisfacen a la relación [1].

4. — Ahora bien, la reunión de estos cuatro lugares permite la eliminación completa de todos los irracionales que se presentan en el cálculo cuando se trata de darle forma entera a la ecuación [1], y el resultado final de dicha eliminación conduce a la ecuación siguiente:

$$\begin{aligned}(k^2 - 1)^2 (x^2 + y^2 + 1)^2 + 4 (k^2 - 1) x (x^2 + y^2 + 1) \\ - 4 k^4 (x^2 + y^2) + 4 x^2 = 0 .\end{aligned} \tag{5}$$

Esta curva, según las observaciones hechas más arriba, es analagmática, y por lo tanto la cuártica definida por ella es bicircular.

Se comprueba además que el punto (1/0) es también otro punto doble de la misma, y por lo tanto dicha cuártica será unicursal.

En fin, como es fácil verificar que los puntos cíclicos se presentan en ella como puntos de osculación, resulta según un teorema conocido que tal curva es una curva de Pascal.

Obtenemos así nuevamente los resultados conocidos.

5. — Podemos darnos cuenta mejor de la forma de dichas curvas y formarnos una idea más clara de las mismas, si escribimos la ecuación [5] de la manera siguiente:

$$(k^2 - 1)^2 + 2\,(k^2 - 1)\,\frac{2\,x}{x^2 + y^2 + 1} - (k^4 - 1)\left(\frac{2\,y}{x^2 + y^2 + 1}\right)^2$$

$$- k^4\left(\frac{2\,y}{x^2 + y^2 + 1}\right)^2 = 0\,.$$

Entonces resulta que tal ecuación se deduce de:

$$(k^4 - 1)\,x^2 + k^4\,y^2 - 2\,(k^2 - 1)\,x - (k^2 - 1)^2 = 0 \qquad [6]$$

mediante la sustitución

$$S \equiv \left(\begin{array}{ccc} x & , \quad y & , \quad z \\ \dfrac{2\,x}{x^2 + y^2 + 1} & , \quad \dfrac{2\,y}{x^2 + y^2 + 1} & , \quad \dfrac{x^2 + y^2 - 1}{x^2 + y^2 + 1} \end{array} \right)$$

y como ésta equivale a una proyección estereográfica de la esfera de centro 0 y radio 1, efectuada tomando como centro de proyección el punto (0/0/1) y como cuadro el plano $(x|y)$, resulta ahora que: La curva [5] es la proyección estereográfica de la curva que se obtiene cortando a la esfera unidad con el cilindro definido por la ecuación [6].

6. — La sección normal de dicho cilindro está definida igualmente por la ecuación [6], y es, según se comprueba fácilmente, una elipse del plano horizontal, cuyo eje mayor está sobre el eje de abscisas,

uno de cuyos focos coincide con el origen, y cuyo vértice más distante respecto de tal foco es el punto (1/0/0). Para caracterizarla completamente basta observar que la excentricidad de la misma vale $1 : k^2$.

Es inmediato que, si damos a k dos valores: $k_1 < k_2$, las elipses correspondientes serán tales que la primera está contenida en la segunda. Otro tanto ocurrirá con las curvas esféricas que se deducen, y finalmente la misma relación subsistirá entre las correspondientes proyecciones estereográficas de los circuitos contenidos en el hemisferio inferior.

Lo cual nos muestra que para obtener la región del plano en la cual: $w \leq k$ basta proyectar estereográficamente la región del hemisferio inferior cuya proyección ortogonal sobre el cuadro está constituída por los puntos no exteriores a la elipse respectiva de la familia [6].

Como figuras límites de tales regiones tenemos: para $k = 1$, el intervalo (0, 1) del eje real, y para $k = \infty$, el círculo unidad.

7. — La generación de las curvas [5], consideradas como analagmáticas, se deduce también de sus relaciones con las curvas esféricas de las cuales derivan por proyección estereográfica.

En efecto, si consideramos los planos tangentes al cilindro definido por la [6], éstos cortarán a la esfera según una familia de circunferencias ortogonales al círculo unidad, bitangentes a la cuva esférica, y cuyos diámetros son las cuerdas determinadas sobre el círculo unidad por las diferentes tangentes a la elipse [6].

Luego, según las conocidas propiedades de la proyección estereográfica, la curva [5] no es otra cosa que la envolvente de la familia formada por las circunferencias ortogonales al círculo unidad que tienen su centro sobre la cónica polar de la elipse definida por la ecuación [6] respecto del mismo círculo unidad.

Buenos Aires, Marzo 15 de 1939.

SOBRE LA TRANSFORMADA DE HEINE DE VARIABLE DUAL Y BIDUAL

POR

JUAN M. ALESSI

1. — Nos proponemos extender en esta Nota el estudio de la transformada de Heine

$$H[\varphi(t)] = f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt}{t - z}$$

donde: t es una variable real;

la generatriz (H), $\varphi(t)$, es integrable en el intervalo $(0, 1)$;

y suponemos la existencia de $\int_0^1 |\varphi(t)| \, . \, dt$,

a los casos en que z sea una variable *compleja dual* o una variable *compleja bidual*, siguiendo un método análogo al utilizado por el Dr. J. C. Vignaux al tratar el caso de la transformada de Laplace de la variable compleja dual *.

2. — Cuando z es una variable independiente dual, es decir $z = x + ky$, donde x e y son variables reales y k es la unidad imaginaria dual ($k^2 = 0$) la *función determinante* (H) toma la forma

$$H[\varphi(t)] = f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt}{t - (x + ky)} = \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt}{(t - x) - ky}$$

* « Sobre algunas transformaciones funcionales lineales ». *Anales de la Soc. Cient. Arg.*, t. CXXVI, E. VI, Diciembre 1938, y t. CXXVII, E. III, Marzo 1939.

esto es, que el núcleo de la transformada es

$$\frac{1}{(t - x) - ky}$$

y recordando la imposibilidad de hallar el inverso de un número dual divisor de cero debemos establecer el campo de existencia de esta transformada.

Como la existencia del núcleo está condicionada por $t - x \neq 0$, concluímos que, para que $f(z)$ exista, el número dual z no puede tener como primera componente un número real $x = t$; y siendo, además, $0 \leq t \leq 1$, los únicos *puntos singulares* de la integral serán de la forma

$$z = a + ky\,, \qquad \text{con} \qquad 0 \leq a \leq 1$$

Estos puntos corresponden a la « faja » comprendida entre el eje de las ordenadas y la paralela al mismo trazada a distancia = 1.

3. Holomorfismo. — Multipliquemos el numerador y denominador del núcleo de la transformada por el número dual conjugado de su denominador

$$\frac{1}{(t - x) - ky} = \frac{(t - x) + ky}{[(t - x) - ky]\,[(t - x) + ky]} = \frac{(t - x) + ky}{(t - x)^2}$$

$$= \frac{1}{t - x} + k\frac{y}{(t - x)^2}$$

Y por consiguiente

$$H\,[\varphi\,(t)] = f\,(z) = \int_0^1 \frac{\varphi\,(t)\,.\,dt}{t - z} = \int_0^1 \varphi\,(t)\,.\left[\frac{1}{t - x} + k\frac{y}{(t - x)^2}\right].\,dt$$

$$= \int_0^1 \frac{\varphi\,(t)\,.\,dt}{t - x} + ky\int_0^1 \frac{\varphi\,(t)\,.\,dt}{(t - x)^2}$$

Pero

$$\int_0^1 \frac{\varphi\,(t)\,.\,dt}{t - x} = F\,(x)$$

es una transformada de Heine en el campo real cuya generatriz (H) es la misma función $\varphi(t)$ de nuestra transformada, y como

$$F'(x) = \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^2}$$

resultará que

$$f(z) = F(x) + k \,.\, y \,.\, F'(x)$$

Esta forma que toma $f(z)$ nos asegura que se trata de una función holomorfa dual * y su campo de existencia abarca todo el plano excepción hecha de la faja (0, 1).

Calculemos las derivadas de

$$f(z) = F(x) + k \,.\, y \,.\, F'(x)$$

$$= \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{t - x} + ky \,.\, \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^2}$$

Resultará

$$f'(z) = F'(x) + ky \,.\, F''(x)$$

$$= \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^2} + 2\,k \,.\, y \,.\, \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^3}$$

y sucesivamente

$$f''(z) = F''(x) + ky\, F'''(x)$$

$$= 2 \,.\, \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^3} + 3\,!\, k \,.\, y \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^4}$$

y en general

$$f^{(n)}(z) = F^{(n)}(x) + ky\, F^{(n+1)}(x)$$

$$= n\,! \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^{n+1}} + (n + 1)\,! \,.\, ky \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^{n+2}}$$

* J. C. Vignaux: « La teoría de las funciones de una y de varias variables complejas duales ». *Contribución al estudio de las C. Físicomat.*, V, I; E. 3ª. Setiembre 1936.

Es fácil observar que este resultado coincide con el resultado formal de $f^{(n)}(z)$ aplicado directamente a la transformada

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt}{t - z}$$

considerada como función de la variable independiente dual z, ya que

$$f^{(n)}(z) = n! \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt}{(t - z)^{n+1}}$$

En efecto, recordando que $z = x + ky$

$$f^{(n)}(z) = n! \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt}{[(t - x) - ky]^{n+1}}$$

$$= n! \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt \, [(t - x) + ky]^{n+1}}{[(t - x)^2]^{n+1}}$$

$$= n! \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt \, [(t - x)^{n+1} + (n + 1) \, . \, ky \, (t - x)^n]}{(t - x)^{2n+2}}$$

$$= n! \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt}{(t - x)^{n+1}} + (n + 1)! \, ky \, . \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt}{(t - x)^{n+2}} \Bigg]$$

4. Propiedades. — I) Siendo

$$f(z) = H[\varphi(t)]$$

calculemos

$$g(z) = H[t \, . \, \varphi(t)]$$

De acuerdo con lo ya expresado será

$$g(z) = \int_0^1 \frac{t \, . \, \varphi(t) \, . \, dt}{t - x} + k \, . \, y \, . \int_0^1 \frac{t \, . \, \varphi(t) \, . \, dt}{(t - x)^2} \qquad [1]$$

y recordemos que en el campo real

$$\int_0^1 \frac{t \, . \, \varphi(t) \, . \, dt}{t - x}$$

es una transformada H cuyo núcleo es

$$\frac{t}{t - x} = 1 + \frac{x}{t - x}$$

y por tanto

$$\int_0^1 \frac{t \,.\, \varphi(t) \,.\, dt}{t - x} = \int_0^1 \varphi(t) \,.\, dt + \int_0^1 \frac{x \,.\, \varphi(t) \,.\, dt}{t - x}$$

y como $\int_0^1 \varphi(t) \,.\, dt = C$ (*constante*) será

$$\int_0^1 \frac{t \,.\, \varphi(t) \,.\, dt}{t - x} = C + x \,.\, F(x) \quad \left[\text{ya que} \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{t - x} = F(x)\right] \qquad [2]$$

Además

$$\frac{d}{dx} \,.\, \int_0^1 \frac{t \,.\, \varphi(t) \,.\, dt}{t - x} = F(x) + x \,.\, F'(x)$$

$$= \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{t - x} + x \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^2}$$

$$= \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^2} \,.\, (t - x) + \int_0^1 \frac{x \,.\, \varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^2} = \int_0^1 \frac{t \,.\, \varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^2} \qquad [3]$$

Llevando [2] y [3] a [1] resulta

$$\begin{aligned} g(z) &= C + x \,.\, F(x) + ky \,.\, F(x) + ky \,.\, x \,.\, F'(x) \\ &= F(x) \,.\, [x + ky] + ky \,.\, x \,.\, F'(x) + k^2 y^2 \,.\, x \,.\, F'(x) + C \\ &= z \,.\, F(x) + ky \,.\, F'(x) \,[x + ky) + C \\ &= z\,[F(x) + ky\, F'(x)] + C \\ &= z \,.\, f(z) + C \end{aligned}$$

o sea que

$$\int_0^1 \frac{t \,.\, \varphi(t) \,.\, dt}{t - z} = z \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{t - z} + C$$

$$\left[\text{donde } C = \int_0^1 \varphi(t) \,.\, dt\right]$$

Si hacemos $\psi(t) = t \,.\, \varphi(t)$, para calcular

$$g_1(z) = H[t \,.\, \psi(t)]$$

aplicamos lo anterior y será

$$g_1(z) = z \,.\, g(z) + C_1 = z^2 \,.\, f(z) + C\,z + C_1$$

o sea que

$$\int_0^1 \frac{t^2 \,.\, \varphi(t) \,.\, dt}{t - z} = z^2 \,.\, \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{t - z} + C\,z + C_1$$

y en general

$$z^n \,.\, \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{t - z} = \int_0^1 \frac{t^n \,.\, \varphi(t) \,.\, dt}{t - z} - P_{n-1}(z)$$

donde $P_{n-1}(z)$ es un polinomio entero en z de grado $(n - 1)$.

II) Siendo $f(z) = H[\varphi(t)]$ y suponiendo la existencia de las $(n - 1)$ derivadas sucesivas de $\varphi(t)$ en el intervalo $(0, 1)$, calculemos $h(z) = H[\varphi'(t)]$.

Debiendo ser

$$h(z) = \int_0^1 \frac{\varphi'(t) \,.\, dt}{t - x} + ky \int_0^1 \frac{\varphi'(t) \,.\, dt}{(t - x)^2}$$

podemos escribir

$$h(z) = \int_0^1 \frac{d \,.\, [\varphi(t)]}{t - x} + ky \int_0^1 \frac{d \,.\, [\varphi(t)]}{(t - x)^2}$$

e integrando por partes

$$h(z) = \left[\frac{\varphi(t)}{t - x}\right]_{t=0}^{t=1} + \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^2} + ky \left[\frac{\varphi(t)}{(t - x)^2}\right]_{t=0}^{t=1}$$

$$+ ky \,.\, 2 \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - x)^3}$$

$$= f'(z) + \varphi(1) \,.\left[\frac{1}{1 - x} + \frac{ky}{(1 - x)^2}\right] + \varphi(0) .\left[\frac{1}{x} - \frac{ky}{x^2}\right]$$

$$= f'(z) + \varphi(1) \,.\, \frac{1 - x + ky}{(1 - x)^2 - k^2 y^2} + \varphi(0) \cdot \frac{x - ky}{x^2 - k^2 y^2}$$

$$= f'(z) + \varphi(1) \cdot \frac{1}{1 - x - ky} + \varphi(0) \cdot \frac{1}{x + ky}$$

o sea que

$$h(z) = f'(z) + \frac{\varphi(1)}{1-z} + \frac{\varphi(0)}{z}$$

Es decir que

$$\int_0^1 \frac{\varphi'(t) \, . \, dt}{t-z} = \frac{d}{dz} \cdot \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt}{t-z} + R_1(z)$$

(donde $R_1(z) = \dfrac{\varphi(1)}{1-z} + \dfrac{\varphi(0)}{z}$ es una función racional).

Si hacemos ahora $\lambda(t) = \varphi'(t)$ para calcular $h_1(z) = H[\lambda'(t)]$ aplicamos lo anterior y será

$$h_1(z) = h'(z) + \frac{\lambda(1)}{1-z} + \frac{\lambda(0)}{z}$$

$$= \frac{d}{dz}\left[f'(z) + \frac{\varphi(1)}{1-z} + \frac{\varphi(0)}{z}\right] + \frac{\varphi'(1)}{1-z} + \frac{\varphi'(0)}{z}$$

$$= f''(z) + \frac{\varphi(1)}{(1-z)^2} - \frac{\varphi(0)}{z^2} + \frac{\varphi'(1)}{1-z} + \frac{\varphi'(0)}{z}$$

o sea que

$$\int_0^1 \frac{\varphi''(t) \, . \, dt}{t-z} = \frac{d^2}{dz^2} \cdot \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt}{t-z} + R_2(z)$$

[donde

$$R_2(z) = \frac{\varphi(1)}{(1-z)^2} - \frac{\varphi(0)}{z^2} + \frac{\varphi'(1)}{1-z} + \frac{\varphi'(0)}{z}$$

es una función racional].

Y así sucesivamente, resulta, en general, que

$$\int_0^1 \frac{\varphi^{(n)}(t) \, . \, dt}{t-z} = \frac{d^n}{dz^n} \cdot \int_0^1 \frac{\varphi(t) \, . \, dt}{t-z} + R_n(z)$$

donde

$$R_n(z) = (n-1)!\left[\frac{\varphi(1)}{(1-z)^n} + \frac{(-1)^{n-1}.\,\varphi(0)}{z^n}\right]$$

$$+ (n-2)!\left[\frac{\varphi'(1)}{(1-z)^{n-1}} + \frac{(-1)^n.\,\varphi'(0)}{z^{n-1}}\right]$$

$$+ (n-3)!\left[\frac{\varphi''(1)}{(1-z)^{n-2}} + \frac{(-1)^{n-1}.\,\varphi''(0)}{z^{n-2}}\right] + \ldots$$

$$+\left[\frac{\varphi^{(n-1)}(1)}{1-z} + \frac{\varphi^{(n-1)}(0)}{z}\right]$$

III) Siendo

$$f(z) = H[\varphi(t)] = \int_0^1 \frac{\varphi(t)\,.\,dt}{t-z}$$

y

$$g(z) = H[\psi(t)] = \int_0^1 \frac{\psi(t)\,.\,dt}{t-z}$$

como

$$f(z) = F(x) + ky\,.\,F'(x)$$

y

$$g(z) = P(x) + ky\,.\,P'(x)$$

será

$$f(z) \pm g(z) = [F(x) \pm P(x)] + ky\,[F'(x) \pm P'(x)]$$

es decir que toma la forma

$$f(z) \pm g(z) = Q(x) + ky\,Q'(x)$$

que nos indica una nueva transformada H; y como

$$F(x) = \int_0^1 \frac{\varphi(t)\,.\,dt}{t-x} \qquad \text{y} \qquad P(x) = \int_0^1 \frac{\psi(t)\,.\,dt}{t-x}$$

será

$$Q(x) = F(x) \pm P(x) = \int_0^1 \frac{[\varphi(t) \pm \psi(t)]\, dt}{t - x}$$

o sea que

$$f(z) \pm g(z) = H[\varphi(t) \pm \psi(t)]$$

Es decir que: *La suma o diferencia de dos transformadas H de variable dual es otra transformada H cuya generatriz es la suma o diferencia de las generatrices dadas.*

IV) Con las mismas hipótesis de la propiedad anterior calculemos ahora

$$f(z) \,.\, g(z) = F(x) \,.\, P(x) + ky\, [F(x) \,.\, P'(x) + F'(x) \,.\, P(x)]$$

y llamando

$$S(x) = F(x) \,.\, P(x)$$

resulta

$$S'(x) = F(x) \,.\, P'(x) + F'(x) \,.\, P(x)$$

y entonces

$$f(z) \,.\, g(z) = S(x) + ky\, S'(x)$$

es decir que *el producto de dos transformadas H, de variable dual, es otra transformada H de la misma variable.*

Además

$$S(x) = \int_0^1 \frac{\rho(t) \,.\, dt}{t - x}$$

[donde

$$\rho(t) = \varphi(t) \cdot \int_0^1 \frac{\psi(v) \,.\, dv}{v - t} + \psi(t) \cdot \int_0^1 \frac{-\varphi(v) \,.\, dv}{v - t}$$

según se desprende del estudio de la transformada H en el campo real] y por consiguiente

$$f(z) \,.\, g(z) = \int_0^1 \frac{\rho(t) \,.\, dt}{t - x} + ky \cdot \int_0^1 \frac{\rho(t) \,.\, dt}{(t - x)^2} = \int_0^1 \frac{\rho(t) \,.\, dt}{t - z}$$

o sea que

$$f(z) \,.\, g(z) = H[\rho(t)]$$

Por tanto podemos establecer que *la generatriz de la transformada H que da el producto de dos transformadas H de una variable dual es la misma que resulta en el problema análogo resuelto en el campo real.*

[De manera parecida a la que consignamos en el problema del cálculo de las derivadas, es fácil observar que los resultados obtenidos en las propiedades antedichas coinciden con los que se hubieran hallado aplicando formalmente los conceptos estudiados en el campo complejo ordinario a la transformada H de la variable independiente dual].

5. Variable bidual. — Cuando z es una variable independiente bidual, es decir

$$z = u + kv$$

donde

$$u = x_1 + ix_2 \qquad , \qquad v = x_3 + ix_4$$

(con x_1, x_2, x_3, x_4 variables independientes reales y k la unidad imaginaria dual) la función determinante (H) toma la forma

$$f(z) = \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{t - z} = \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - u) - kv}$$

y por un procedimiento totalmente análogo al usado para la transformada (H) de variable dual resulta

$$f(z) = F(u) + k \,.\, v \,.\, F'(u)$$

donde

$$F(u) = \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{t - u} \qquad \text{y} \qquad F'(u) = \int_0^1 \frac{\varphi(t) \,.\, dt}{(t - u)^2}$$

son funciones holomorfas de la variable compleja ordinaria u *.

En este caso siendo el núcleo de la transformada $\dfrac{1}{(t - u) - kv}$ el campo de convergencia de $f(z)$ está caracterizado por $t - u \neq 0$; y considerando un espacio real y euclídeo S_4 referido a cuatro ejes

* J. C. Vignaux: « Sobre algunas transformaciones funcionales... », ya citado.

ortogonales, y estableciendo la correspondencia entre sus puntos y los números biduales

$$z = u + kv = (x_1 + ix_2) + k\,(x_3 + ix_4)$$

los *puntos singulares* de la función $f(z)$ forman la « hiperfaja » definida por las condiciones

$$0 \leq R(u) = x_1 \leq 1 \quad \text{y} \quad v = x_3 + ix_4$$

La expresión de las derivadas sucesivas y la demostración de propiedades análogas a las que consideramos en esta Nota para la transformada $H\,[\varphi\,(t)]$ de variable dual puede hacerse con igual mecanismo para la transformada (H) de variable independiente bidual.

Buenos Aires, Junio 1939.

EL PREMOLAR INFERIOR DE LOS GRANDES CARPINCHOS EXTINGUIDOS

POR

CARLOS RUSCONI

Entre los diversos grupos de mamíferos que reúne a numerosos representantes en distintos niveles geológicos de nuestro terciario, se encuentra el de los cavioides en sentido amplio y que durante su larga historia han podido diversificarse en varias líneas, cada una de las cuales con características propias. Una de éstas pertenece a los carpinchos que se los halla bien definidos desde el mioceno argentino. Sin embargo, a pesar de que se conocen ya un cierto número de géneros, no se han podido obtener aún elementos suficientes que permitan reconstruir su filogenia en forma más o menos completa. Los restos de que disponemos actualmente hablan muy en favor de un mayor polifiletismo y esto hace presumir también la existencia de otros elementos que lógicamente deben representar, en unos casos, las formas intermedias, y en otros casos las formas precursoras. Por lo menos a un resultado parecido habían llegado Ameghino y especialmente Kraglievich cuando estudiaban los carpinchos fósiles, quien, al querer explicar su filogenia, tuvo este último autor que valerse de algunas formas teóricas para completar sus cuadros filogenéticos.

Muy diversos elementos esqueléticos y dentales son los que se utilizan en la taxonomía y relaciones filogenéticas de los géneros de este interesante grupo de roedores histrocomorfos; el astrálago, el incisivo, el último molar superior, el cuarto premolar inferior, etc., y de éste el último órgano trataré brevemente en el presente artículo, dejando para otra oportunidad el estudio comparativo de las otras piezas del esqueleto.

Los hidroquéridos más recientes forman parte de una familia (*Hydrochoeriidae*) con dos subfamilias cuya distribución taxonómica y geológica es la siguiente:

Protohydrochoeriinae.

Chapalmatherium Ameghino 1908; piso chapadmalense, plioceno inferior.
Protohydrochoerus Rovereto 1914; piso hermosense, plioceno inferior.

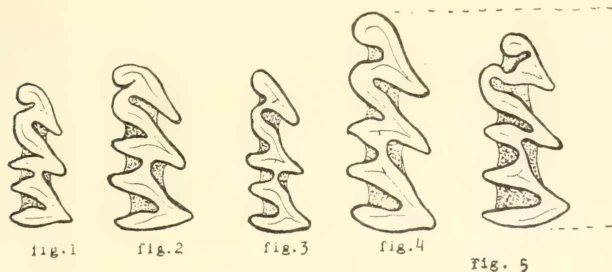
Hydrochoeriinae.

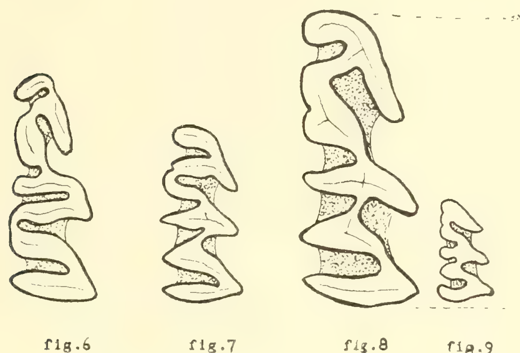
Hydrochoerus Brisson 1762; actual hasta plioceno sup. (ensenadense).
Neochoerus Hay, 1926; todo el pleistoceno y plioceno superior.
Hydrochoeropsis Kraglievich 1930; piso uquiense, plioceno medio.
Xenohydrochoerus Rusconi 1934; pulchense, plioceno medio o superior.
Nothydrochoerus Rusconi 1935; puelchense, plioceno medio o superior.

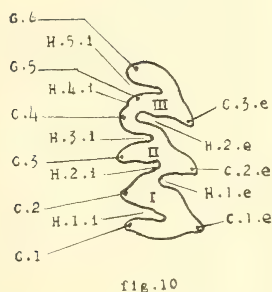
De estos, *Hydrochoerus* es el único viviente y el más pequeño o quizá comparable a *Chapalmatherium*, mientras que el último de la lista representa al carpincho más gigantesco que se haya descubierto hasta ahora en la región neotropical.

Desde el punto de vista de la evolución morfológica, de sus hendiduras poco profundas y dibujo coronal algo sencillo, el premolar inferior de *Hydrochoerus*, constituiría una forma más antigua y en cierto modo menos especializada que la de *Nothydrochoerus*, como puede juzgarse de los dibujos coronales que ofrezco más abajo. Empero no por esto debe interpretarse como formas de organización primitiva los molares de los verdaderos carpinchos (*Protohydrochoeriinae* e *Hydrochoeriinae*), sino por el contrario, los que han alcanzado mayor grado de evolución y especialización con respecto a otra subfamilia que incluye a géneros precursores como *Cardiotherium*, Amegh. (fig. 9), *Plexochoerus* Amegh., *Anchimys* Amegh., *Eucardiodon* Amegh., *Procardiotherium* Amegh., y *Anchimysops* Kragl. Y además, con los de la familia *Caviidae* con varias sub-familias *Caviinae* y *Eocardiinae, Cardiomyinae*, etc,. que comprende a todas las pequeñas cavias actuales y extinguidas, y reunidas por Kraglievich en una gran superfamilia *Cavioidea.*

El premolar inferior de los hidroquéridos está constituído de los prismas fundamentales situados en la mitad posterior del diente que guardan en general la misma figura cordiforme de una « V », donde los pliegues tanto internos como externos son, asimismo, más o menos profundos, según los géneros. Dichos prismas están unidos entre sí por un prolongamiento laminar de esmalte de varia-







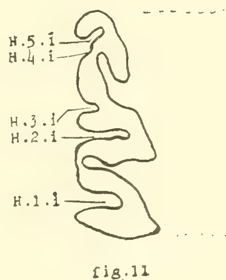


Fig. 1. — P_4 del lado derecho de *Hydrochoerus hydrochoeris* Lin. Epoca actual. Col. Zool. Rusconi. Tamaño natural.

Fig. 2. — P_4 de *Neochoerus (Pliohydrochoerus) tarijensis* (Amegh.). Piso tarijense. Pleistoceno inferior (Bolivia). Tam. nat.

Fig. 3. — P_4 *Xenohydrochoerus ballesterensis* Rusc. Col. Rusconi. Piso puelchense. Plioceno medio. Tam. nat.

Fig. 4. — P_4 de *Neochoerus magnus* (Gerv. y Amegh.). Figura invertida. Piso belgranense. Pleistoceno inferior. Tam. nat.

Fig. 5. — P_4 de *Neochoerus giganteus* (Lund.). Figura invertida. Remitido por A Mattos y proc. de la caverna « Valle das Velhas ». de Minas Geraes. (Brasil) Pleistoceno. Tam. nat.

Fig. 6. — P_4 de *Protohydrochoerus perturbidus* (Amegh.). Piso hermosense. Plioceno inferior. Tam. nat.

Fig. 7. — P_4 de *Hydrochoeropsis Dasseni* Kragl. Piso uquiense. Plioceno medio. Tam. nat.

Fig. 8. — P_4 de *Nothydrochoerus Fontanai* Rusc. Col. Rusconi. Piso puelchense. Plioceno medio.

Fig. 9. — P_4 de *Cardiotherium petrosum* Amegh. Figura invertida. Col. Hennig. Piso mesopotamiense. Mioceno.

Fig. 10. — P_4 *de Hydrochoeropsis* para demostración de los distintos elementos que constituyen el diente.

Fig. 11. — P_4 de *Protohydrochoerus*, con las mismas indicaciones.

ble longitud, situado por lo regular sobre la línea media del diente. Sin embargo, hay un género (*Protohydrochoerus*) que hace excepción a la regla puesto que carece del istmo medial en cuestión y los dos prismas se unen por el extremo de las columnas de la cara interna del diente.

Para estos elementos del p_4 utilizo distintos símbolos que enumero de atrás hacia adelante y no en sentido inverso, porque los prismas fundamentales se encuentran en la mitad posterior de ese diente, siendo la anterior una consecuencia de las profundas modificaciones operadas en el transcurso de su larga filogenia. Por el contrario, los dos prismas fundamentales de los molares permanentes, sobre todo los del último molar superior e inferior, aparecen en la mitad anterior del mismo órgano, mientras que la parte restante posterior debe considerarse como el resultado de una complicación secundaria de acuerdo a los estudios practicados por Kraglievich. Es necesario tener en cuenta, también, que los dos prismas fundamentales de los carpinchos no son otra cosa que el prisma fundamental o diente simple y de figura cordiforme de los cavinos primitivos, pero completamente modificado.

Estos símbolos son: C.1.e, C.2.e y C.3.e, para las tres columnas o aristas del lado externo que se suceden de atrás hacia adelante. Las columnas del lado interno son: C.1, C.2, C.3, C.4, C.5 y C.6. Del mismo modo, los pliegues o hendiduras del lado externo se leen así: H.1.e, H.2.e; para las del lado interno: H.1.i, H.2.i, H.3.i, H.4.i y H.5.i, respectivamente.

Observando el diente de *Hydrochoeropsis* se advierte que los primas I y II están parcialmente separados por la primera hendidura del lado externo (H.1.e) y la segunda del lado interno (H.2.i), y además, que el fondo de estas hendiduras vienen a coincidir en un mismo punto. Una dirigida de afuera hacia adentro y en sentido inverso la segunda.

El segundo prisma (II) está limitado exteriormente por las hendidudas (H.1.e y H.2.e) y en la cara interna o bucal por las hendiduras H.2.i y H.4.i. Más adelante se observa un tercer prisma mejor definido en *Hydrochoeropsis* e incipientemente desarrollado en otros géneros.

Ahora bien, en el género mencionado no hay igual dibujo coronal que en *Prothohydrochoerus* debido a que la hendidura H.2.i, no coincide con la hendidura H.1.e, a causa de haber sufrido una desviación hacia adelante en su proceso de compenetración, o sea, dicho de otro modo, que ha interesado el espesor del segundo pris-

ma (II) originando de esa manera la figura de una « M » más definida. El segundo prisma de dicho animal estaría limitado entonces por la tercera y cuarta columnas internas (C.3 y C.4). Esta diferente orientación de los pliegues mencionados de *Protohydrochoerus* (fig. 6) no sólo se advierte en la mitad posterior del diente, sino que en un caso parecido se observa en el resto anterior del órgano, motivos por el cual, su morfología resulta, asimismo, muy diferente de la de otros géneros.

Así, por ejemplo, en *Hydrochoerus* (fig. 1) se advierte la existencia de cinco columnas internas bien definidas, de las cuales la cuarta (C.4.i) es más robusta y sin indicios de hendidura. Por el contrario, en *Hydrochoeropsis* (fig. 7), ese mismo sector está parcialmente dividido por un pliegue poco profundo lo que en conjunto resultan ser 6 columnas separadas por 5 hendiduras, o sea, un pliegue y una columna más que en *Hydrochoerus, Neochoerus* (fig. 4) y *Xenohydrochoerus* (fig. 3). Es interesante recordar que otro de los géneros que tiene 6 columnas separadas por 5 hendiduras es el gigantesco carpincho *Nothydrochoerus* descubierto hace pocos años.

La cuarta hendidura interna (H.4.i) de*Hydrochoeropsis* tampoco se encuentra en el mismo lugar como se la observa en *Nothydrochoerus;* pues, en el primer género, dicha hendidura interesa el espesor del tercer prisma (III), mientras que en el segundo género aparece en el espesor del segundo prisma (II).

Otra diferencia importante radica en la porción dental anterior de los prismas fundamentales. *Xenohychoerus,* por ejemplo, la posee de forma muy sencilla; algo más complicada la tienen *Hydrochoerus* y *Neochoerus* y en un grado mucho mayor la ofrecen*Hidrochoeropsis* y *Nothydrochoerus.* Tal morfología tiene su origen, por lo menos en gran parte, en el distinto grado de compenetración y diversa orientación de la hendidura H.5.i del lado interno y la del lado externo (H.2.e). Esta última, en *Hydrochoerus* y *Neochoerus* es poco excavada, estrecha y orientada oblicuamente hacia adelante y adentro; similar orientación se advierte en *Nothydrochoerus,* con la diferencia de que el fondo de la hendidura es de base plana y amplia. En *Hydrochoeropsis* la referida hendidura se dirige transversalmente, y en sentido casi longitudinal hacia adelante en el gran carpincho corredor (*Protohydrochoerus*).

Igualmente merece destacarse la construcción particular de la lámina anterior. *Xenohydrochoerus,* por ejemplo, la posee muy sencilla y recta hasta su extremo anterior; en *Neochoerus* se advierte

un pequeño espesamiento con una leve torción hacia el lado bucal; en *Hydrochoerus* este detalle es más acentuado, culminando con *Nothydrochoerus* cuyo extremo laminar anterior muestra la figura de un gozne de vértice redondeado y espeso. La cara externa de esta lámina no es lisa como en la de los carpinchos actuales y de otros géneros, sino levemente ondulada, presentando en su superficie pequeñas estrías verticales.

En cuanto al género *Chapalmatherium,* nada puede decirse al respecto porque se desconoce su dentadura. Kraglievich, sin embargo, refirió a este carpincho una mandíbula y otros restos basado en las proporciones del astrálago — única pieza genotípica de *Chapalmatherium* —, y además por las circunstancias de haberlas hallado todas ellas en el piso chapaldmalense. Infortunadamente estas piezas no las puedo estudiar por las razones que expresé en otra oportunidad.

El diámetro anteroposterior y transverso máximo del premolar inferior de las dos subfamilias de carpinchos mencionados más arriba lo consigno en el cuadro de medidas que doy a continuación, agregando las magnitudes del premolar de *Cardiotherium petrosum* que corresponde a otra subfamilia más primitiva:

Medidas del p_4

Chapalmatherium novum Amegh. 1908	18 × 8,3
Hydrochoerus Hydrochoeris Lin. 1776	19 × 8
Xenohydrochoerus ballesterensis Rusc. 1934	20 × 8,5
Neochoerus (*Pliohydrochoerus*) *tarijensis* (Amegh.) 1902	22 × 11
Hydrochoeropsis Dasseni Kragl. 1930	23 × 11
Neochoerus giganteus (Lund.) 1841?	25 × 12
Neochoerus magnus (Gerv. y Amegh.) 1880	30 × 11
Protohydrochoerus perturbidus (Amegh.) 1888	30 × 11
Nothydrochoerus Fontanai (Rusc.) 1933	39 × 16
Cardiotherium petrosum Amegh.	13 × 7

BIBLIOGRAFIA

AMEGHINO, F. *Rápidas diagnosis de algunos mamíferos nuevos de la República Argentina*, pp. 1-17, Buenos Aires. 1888.

AMEGHINO, F. *Contribución al conocimiento de los mamíferos fósiles de la República Argentina*, en *Actas de la Academia Nac. de Córdoba*, vol. VI, Buenos Aires, 1889.

GERVAIS, H., y AMEGHINO, F. *Los mamíferos fósiles de la América Meridional*, pp. 1-225. Paris-Buenos Aires, 1880.

HAY, O. P. *A Collection of pleistocene vertebrates from Southwestern Texas*, en *Proc. United St. Nat. Mus.*, vol. LXVIII, pp. 1-18, Wáshington, 1926.

KRAGLIEVICH. *Los más grandes carpinchos actuales y fósiles de la subfamilia Hydrochoerinae*, en *Anales de la Soc. Científica Argentina*, vol. CX, pp. 233-270, Buenos Aires, 1930.

ROVERETO, C. *Los estratos araucanos y sus fósiles*, en *Anales del Museo de Hist. Nat. de Bs. As.*, vol. XXV, Buenos Aires, 1914.

RUSCONI, C. *Apuntes preliminares sobre las arenas puelchenses y su fauna*, en *Anal. Soc. Cient. Argentina*, vol. CXVI, pp. 169-193, Buenos Aires, 1933.

RUSCONI, C. *Tercera noticia sobre los vertebrados fósiles de las arenas puelchenses de Villa Ballester*, en *Anal. Soc. Cient. Arg.*, vol. CXVII, pp. 19-37, Buenos Aires, 1934.

RUSCONI, C. *Sobre la dentadura superior de algunos carpinchos extinguidos (rodentia)*, en *Boletín Paleontológico de Buenos Aires*, nº 3, pp. 3-6, Buenos Aires, 1934.

RUSCONI, C. *Tres nuevas especies de mamíferos del puelchense de Villa Ballester*, en *Bol. Paleont. de Buenos Aires*, nº 5, pp. 1-4, Buenos Aires, 1935.

RUSCONI, C. *El carpincho más grande del mundo*, en *Revista Geográfica Americana*, vol. V, nº 29, pp. 131-134, Buenos Aires, 1936.

Mendoza, Septiembre 5 de 1939.

CONTRIBUCIONES AL ESTUDIO OOLOGICO DE LOS RHEIFORMES

Por el Dr. GEORGES DENNLER

I. PESO Y MEDIDA DE HUEVOS DEL ÑANDÚ PETIZO (Pterocnemia pennata pennata d'Orbigny).

Los datos exactos sobre tamaño y peso de los huevos del ñandú (*Rhea americana* (Linnaeus) Wetmore) son bastante escasos, y los del ñandú petizo (*Pterocnemia pennata pennata* d'Orbigny) aún más raros.

Aproveché por tal motivo la oportunidad que se me presentó en una jira de estudios por la Patagonia austral para pesar y medir una cantidad de huevos del ñandú petizo, *Pterocnemia pennata pennata,* recogidos en la primavera de 1938 en la zona del Lago Viedma (Territorio de Santa Cruz) o sea entre el 72° y 73° longitud oeste de Greenwich y poco al Norte del 50° paralelo Sud.

El cuadro sinóptico que sigue a continuación, presenta los pesos y diámetros longitudinales y transversales de 30 huevos de dicha zona. Los datos han sido ordenados a base del peso.

Sorprende la amplitud de la gama entre 352 y 662 gramos. El término medio que resulta de esta colección es de 539,1 gramos y se coloca más aproximado al máximo que al mínimo, lo que permite la deducción de que los huevos de peso ínfimo de 352 y 392 y quizás también de 440 gramos deben ser considerados como excepcionales. También los dos máximos, de 659 y 662 gramos respectivamente, se distancian notablemente de los anteriores.

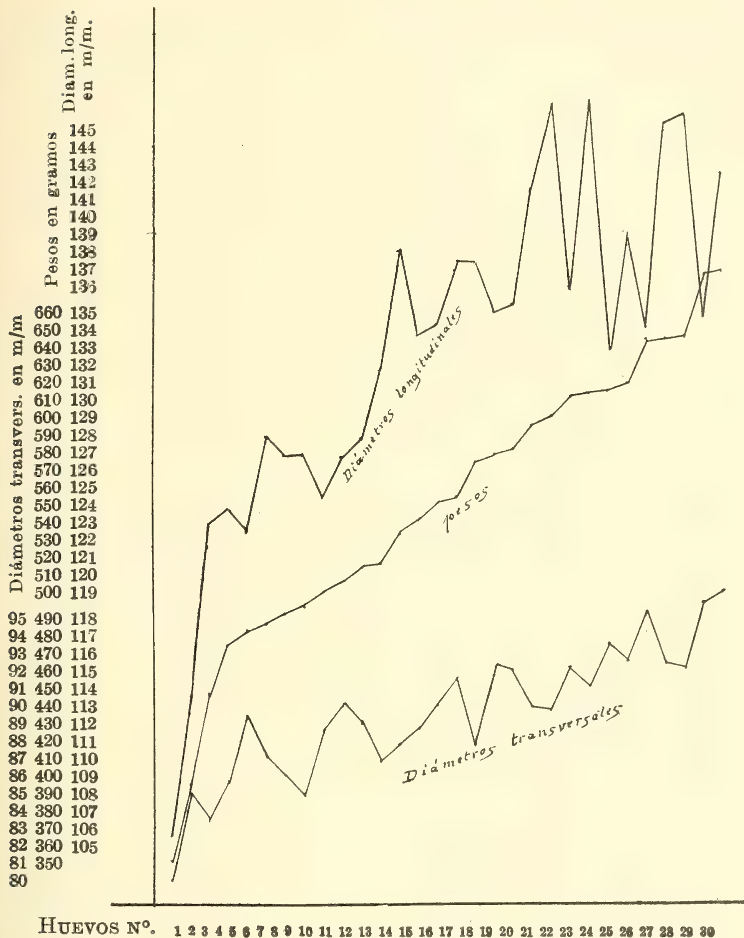
Eso se evidencia aún más en el gráfico N° 1, en el que se tomó como base para el orden de los datos la gama de los pesos.

Se destacan evidentemente los mínimos de 352, 392 y 440 gramos como extremos fuera de la escala contínua.

A raíz de esa colección el peso general de huevos de *Pterocnemia pennata pennata,* excluyendo los extremos, se puede determinar

entre 466 y 628 gramos, de lo que resulta un término medio de 546 gramos.

GRÁFICO Nº 1



Transmitiendo las cifras de nuestro cuadro sinóptico a un segundo gráfico, para lo cual se escalonan los datos por orden de la gama de los diámetros transversales, se puede constatar otra vez una continuidad regular entre 84,8 y 92,6 milímetros, vale decir entre el tercero y el vigésimo séptimo huevo de la nueva escala. Los dos primeros con 80,1 y 83,4 milímetros y los tres últimos con 94,2, 94,9, y 95,3 milímetros se destacan como medidas extremas. Esas

medidas extremas corresponden a los huevos N° 1, 3, 26, 29 y 30 del cuadro sinóptico.

CUADRO SINÓPTICO

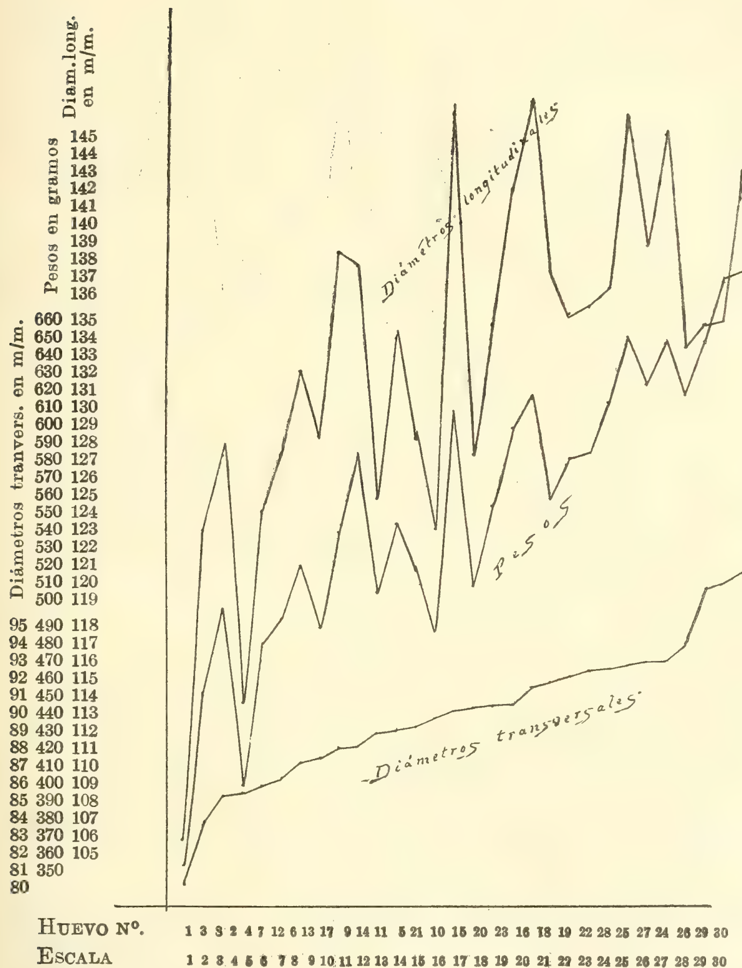
Huevo N° 1 . . .	352 gr.	801, mm. diám. tr.	105,6 mm. diám. long.
2 . . .	392	84,9	112,8
3 . . .	440	83,4	121,7
4 . . .	466	85,3	122,8
5 . . .	473	88,9	121,7
6 . . .	476	86,7	126,6
7 . . .	481	85,8	125,7
8 . . .	485	84,8	125,7
9 . . .	493	88,0	123,3
10 . . .	499	89,3	125,5
11 . . .	507	88,4	126,4
12 . . .	509	86,5	130,0
13 . . .	526	87,3	136,2
14 . . .	531	88,1	131,9
15 . . .	540	89,4	132,4
16 . . .	544	90,8	135,2
17 . . .	562	87,3	135,7
18 . . .	567	91,0	133,0
19 . . .	569	91,3	133,4
20 . . .	581	89,4	139,6
21 . . .	586	89,2	143,5
22 . . .	596	91,4	134,3
23 . . .	597	90,5	144,1
24 . . .	598	92,6	131,1
25 . . .	603	91,8	136,6
26 . . .	626	94,2	132,2
27 . . .	626	91,8	142,6
28 . . .	628	91,6	143,5
29 . . .	659	94,9	132,6
30 . . .	662	95,3	140,4

Se ha confeccionado un tercer gráfico, tomando como base la escala de los diámetros longitudinales. Ordenado así, no hay interrupción de la continuidad entre el tecero y último huevo, es decir entre 121,7 y 144,1 milímetros. Los dos primeros otra vez se notan como extremos en mínima con 105,6 y 112,8 milímetros y corresponden a los mismos dos primeros del cuadro N° 1.

Eliminando los extremos de cada gráfico, o sean los huevos N° 1,

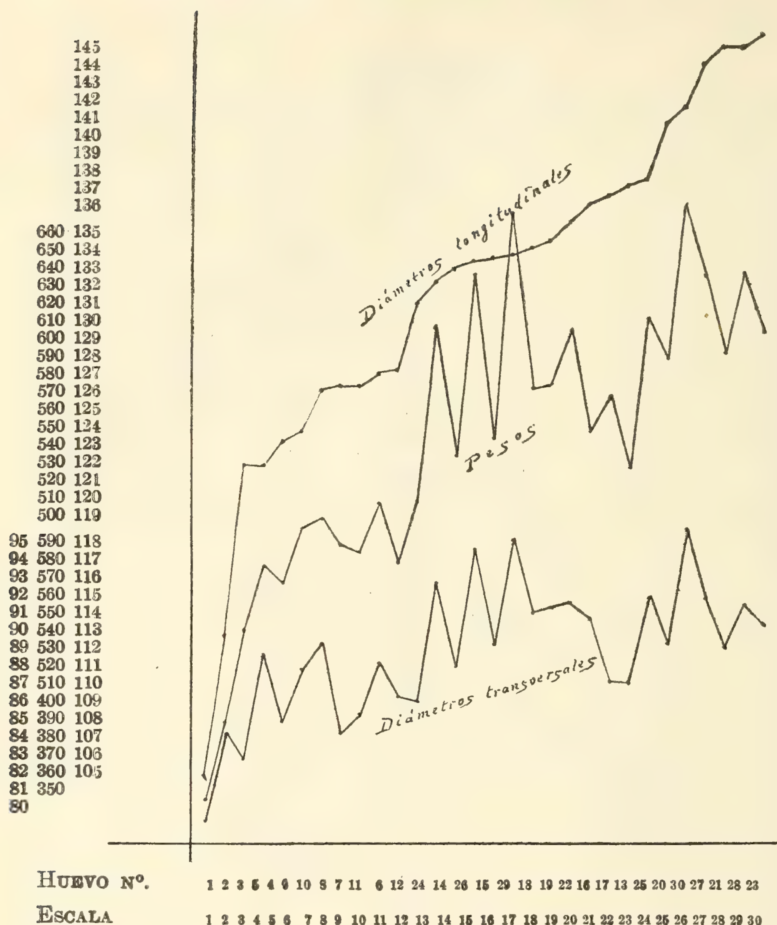
2, 3, 26, 29 y 30 del cuadro sinóptico, se puede establecer una norma de peso entre 466 y 628 gramos, del diámetro transversal entre

Gráfico Nº 2



84,8 y 92,6 milímetros y del diámetro longitudinal entre 121,7 y 144,1 milimetros.

GRÁFICO N° 3



A continuación presentamos una sinopsis de las cifras obtenidas con sus extremos y los términos medios.

	normal	medio	extremos mínima	extremos máxima
Peso	466 -628 gr	543,4	352	662
Diámetro transv.	84,8- 92,6 mm	89,05	80,1	95.3
Diámetro long.	121,7-144,1 mm	132,5	105,6	(144,1)

Contemplando la correlación entre peso y los diámetros correspondientes, el gráfico N° 1 nos da la impresión de que casi no existe

relación entre las tres curvas aparte de su ascenso general y descontando los puntos pertinentes a los dos primeros huevos de peso y tamaño excepcionalemente reducidos.

Por lo tanto, más nos sorprende la correlación que, con pocas excepciones, demuestra el gráfico N° 2, entre pesos y diámetros longitudinales, si se escalonan los datos a base de la continuidad de los diámetros transversales; y más aún se evidencia la correlación estricta entre pesos y diámetros transversales, escalonando las curvas de acuerdo a la gama continua de los diámetros longitudinales, como se hizo en el gráfico N° 3.

Lo expuesto comprueba que la configuración o la forma de los huevos de ñandú petizo no constituye una constante, sino que ella depende del peso, el que determina una vez el diámetro longitudinal, otra vez el transversal, sin ser sometido a una proporción permanente entre los diámetros. Por lo tanto encontramos huevos muy alargados como el N° 23 (1), cuyo peso relativamente pequeño reduce el diámetro transversal; o al revés, huevos relativamente cortos, como los Nos. 24, 29 y 30, cuyos pesos altos aumentan el diámetro transversal, redondeando al mismo tiempo la forma del huevo.

Siendo el diámetro transversal relativamente pequeño, alto el peso en cambio, se nota de inmediato un aumento pronunciado del diámetro longitudinal, como lo evidencian los huevos N° 17, 21, 23 y 28, correspondientes al 10°, 15°, 19° y 24° del gráfico N° 2.

RESUMEN

Una colección de 30 huevos de *Pterocnemia pennata pennata* d'Orbigny, recogidos de diversos nidos en las zonas del Lago Viedma (Terr. de Santa Cruz, Rep. Argentina), permite determinar el peso normal entre 466 y 628 gramos con un término medio de 550 gramos en cifra redonda, excluyendo del cálculo los extremos excepcionales que llegan en mínima a 352 gramos, en máxima a 662 gramos. Los diámetros longitudinales oscilan normalmente entre 121,7 y 144,1 milímetros, con un término medio de 132 mm, presentándose extremos en mínima hasta 105,6 mm. Los diámetros transversales muestran una norma entre 84,8 y 92,6 mm, con una media de 89 mm, llegando a los extremos en mínima a 80,1, en máxima a 95,3 mm.

(1) Los números citados corresponden siempre al índice del cuadro sinóptico, ordenado a base de los pesos.

A base de tres gráficos se comprueba que el huevo no presenta una forma constante que determine el volumen, sino que es el peso que determina la configuración por existir una correlación estricta entre peso y cada diámetro, pero no existe una proporción constante entre los dos diámetros.

Esta comprobación de que el contenido blando del huevo determina en cierto sentido la forma de la cáscara, constituye una paralela sorprendente al fenómeno de que no es la caja ósea del cráneo la que determina la forma del cerebro, sino el cerebro determina la formación y configuración de la caja ósea cerebral.

Rbsumé

La constatation des poids et mesures d'une collection de 80 oeufs du nandou de la Patagonie (*Pterocnemia pennata pennata* d'Orbigny) a permis de fixer une moyenne du poid en 550 grammes, une moyenne du diamêtre longitudinal en 132 et du transversal en 89 ctm. La présentation graphique de la gamme de variabilité démontre qu'il n'existe pas une proportion constante entre les deux diamêtres, mais bien un relation stricte entre le poid et chacun des diamêtres ce qui prouve que c'est le contenu moux de l'oeuf qui détermine la configuration de la coquille. La constatation représente une parallèle au phénomêne bien connu que le cerveau (moux) forme le crane osseux.

CONDICIONES CLIMATICAS EN RELACION A LAS MIGRACIONES MELANESIO - POLINESICAS DENTRO DE LA OCEANIA Y HACIA SUD AMERICA

Por el Dr. WALTER KNOCHE

La Etnología, Arqueología y Antropología son ciencias casi siempre restringidas en cuanto al objeto de sus respectivos estudios; pero muchas veces falta una consideración de orden geográfico sobre todo de orden climático. Para tan importante cuestión como lo es la migración de los pueblos, no basta sólo las comparaciones lingüísticas, antropológicas, etnográficas y arqueológicas, sino, como punto de partida, se debe investigar la posibilidad natural de una migración.

En breves palabras estudiaremos la posibilidad climática de la migración de los habitantes de Oceanía hacia el continente sudamericano. No nos ocuparemos de problemas etnográficos, aceptando solamente como verdad la ocupación de toda la Oceanía hasta Nueva Zelandia al Sud y la isla de Pascua al Este, por melanesios primeramente y malayo-polinesios después (1).

Estas migraciones estaban basadas sobre potentes medios de navegación que les permitían trasladarse a largas distancias; medios de navegación que se crearon como consecuencia de la gran cantidad de islas y archipiélagos existentes en el Pacífico.

Una cuestión no completamente solucionadas son las influencias melanésicas y polinésicas sobre el continente sudamericano. Sea cualquiera el resultado más o menos documentado de influencias de los oceánicos, debemos aceptar el hecho natural y seguro que ellos han llegado a Sud América.

Hemos mencionado ya que la isla de Pascua o Rapa-nui, situada dentro de una zona que se encuentra entre los alisios del Sudeste

(1) Recordamos que el conocido americanista, director del Museo Etnográfico del Trocadero, Mr. Paul Rivet, acepta una influencia decisiva sobre la población « autóctona » de ambas América, por parte de migraciones melanésicas y malayo-polinésicas. Ha indicado también el parentesco que existe entre la lengua ona (Patagonia) con lenguas de la Australia, y del idioma hoko (Amazonas) con el malayo-polinésico, sin tomar en cuenta paralelos oceánicos y americanos de orden etnográfico, etc.

y una zona de calma, fué colonizada por lo menos dos veces; saliendo la segunda migración de polinesios desde Rapa-iti situado al Sud de las Islas Tubuai.

Por la tradición de los habitantes de Pascua, sabemos que en dos botes estos polinesios llegaron de una dirección Noreste; esto corresponde a la marcha que deben haber tomado los navegantes desde Rapa-iti, debido a la circulación oceánica y atmosférica, viajando (naturalmente en un viaje forzoso) primeramente en dirección al Sudeste moviéndose al borde Norte de la corriente del Oeste hasta llegar a la zona de los alisios que los llevaron al Norte y luego en dirección Sudoeste.

Si fué posible una colonización repetida de una isla tan pequeña y aislada como lo es la isla de Rapa-nui, nunca pudo haber faltado la ocupación de la costa de un continente tan grande como Sud América, que se extiende hasta 56° de latitud Sud.

Embarcaciones que salieron de Nueva Zelandia o de la Isla Chatham, fácilmente habrían sido llevadas por las corrientes del Oeste, y los vientos siempre fuertes de la misma dirección, hacia el Este, hacia la costa Oeste de la Patagonia o el Archipiélago Sud Chileno. La velocidad de viaje (comparable a la velocidad vectorial) era mucho mayor para un navegante de la isla de Chatham en dirección hacia Sud América, que para embarcaciones de las islas de los Archipiélagos Tubuai o Tuamotú en dirección a Rapanui.

Si tomamos en consideración la posibilidad tan grande y casi segura de la llegada de melanesios y polinesios al continente sudamericano, o, en un sentido más estrecho, desde los archipiélagos oceánicos, al Oeste de la Patagonia, al Golfo de Peñas, a la isla de Chiloé entonces contrapúsose a primera vista el « clima melanésico o polinésico » con el clima patagónico.

En todo caso los oceánicos han salido en un principio desde el Sud del continente asiático, más tarde, como seguramente los malayo-polinésicos desde la Indonesia.

La Melanesia de hoy día, por ej., las Islas Fidji y Tonga y los Archipiélagos Polinésicos propiamente dichos como la Oceanía Francesa, se encucEtran en regiones que pueden considerarse tropicales; el gran puente intermedio entre el continente sudamericano y el mundo isleño tan extenso del océano Pacífico, forzosamente debe haber sido Nueva Zelandia, en especial la isla Sud, que fué habitada hasta su extremo Sud (Orepuki) incluso la isla Stewart en 47° de latitud Sur por los maorís; hemos mencionado también la Isla Chatham o Warekauri.

También el clima de la isla de Pascua ofrecía posibilidades absolutas que sus habitantes pudiesen llegar a la costa chilena, en una latitud

correspondiente al Puerto de Calera. Aquí solamente la situación adversa geográfica (meteorológica-oceanográfica) impedía con casi seguridad este hecho. La configuración geográfica de un continente, con una costa poco accidentada (con excepción del archipiélago patagónico), y las corrientes marítimas adversas, impedían migraciones desde Sud América hacia Oceanía.

El cuadro adjunto ilustra en forma somera las condiciones climáticas de lugares donde posiblemente tuvieron origen los oceánicos, hasta el habitat de hoy, y en comparación al de algunos puntos del Sud del continente Sudamericano.

En la 1er columna encontramos la estación; 2^{a}-4^{a}, latitud, longitud y altura sobre el nivel del mar; siguen después para Enero y Julio en la 5^{a}, la temperatura del aire (t), seguida por la humedad relativa (HR), la tensión del vapor (e), la temperatura equivalente (TE), en una forma aproximada la velocidad del viento (v), la temperatura efectiva (t. ef.) con calma y con viento (col. 10 y 11), después los valores de enfriamiento (col. 12-14) para el estado seco, húmedo, y 2/3 seco + 1/3 húmedo; se agrega la nubosidad (nub.) y la precipitación (precip), la fórmula climática de Knoche y en la última columna la de Koeppen. La fórmula climática de Knoche indica en números arábigos (0-4) los estados térmicos: glacial o frío (0I, II); sub-templado (1), templado (2), caluroso-moderado (3I), caluroso-sub-tropical (3II) y tórrido (4). Las letras *a-e* significan las precipitaciones: muy seco (*a*), seco (*b*), seco húmedo (*c*), húmedo (*d*), muy húmedo (*e*).

Efectivamente, tenemos hasta Makatea un clima tropical no solamente como lo indica la fórmula de Koeppen sino también según las temperaturas. También son altas las tensiones de vapor; esto último significa que el valor de desecación biológico, en relación a las vías respiratorias, es bastante bajo por lo general. Si aceptamos para las vías respiratorias una temperatura de 36,7, tenemos una tensión máxima correspondiente a $E = 46$ mm. El cociente de desecación biológica sería E/e, es decir, más o menos 2 en la zona tropical; pero ya existe una excepción para Noúmea ante todo durante el invierno donde este valor es más o menos 3. Vemos que existe aquí una transición de un clima tropical a climas más templados; efectivamente la fórmula de Knoche indica para Julio una baja para Noúmea como también para Apia y Makatea de 4 a 3. Se observa que la humedad relativa en todas las estaciones es alta pasando por el 70 %. Las temperaturas equivalentes (TE) son altas en todas partes menos el mes de Julio de Noúmea donde existe un valor que indica confortabilidad (analizado desde el punto de vista europeo). Las velocidades del viento son bajas o regulares en toda la zona

1	2	3	4	5		6		7		8		9
				t (° C)		H R (%)		e (mm)		TE (° C)		v 1/
	φ	λ	H	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I
ngapore (Malaca)	1° 18′ N	103° 51′ E	0 m	25.5	26.8	85	81	20.6	21.2	67	69	1.5
atavia (Java)	6° 11′ S	106° 50′ E	10 m	25.5	26.3	87	84	21.0	21.4	68	69	3.0
[adang (Nueva Guinea). . .	5° S	145° E	0 m	27.0	27.0	92	82	23.3	21.8	74	71	3.5
oúmea (Nueva Caledonia) .	22° 16′ S	166° 27′ E	10 m	26.1	20.4	71	72	17.9	12.9	62	46	2.0
pia (Samoa).	13° 48′ S	171° 45′ W	0 m	26.1	25.1	85	84	21.4	19.5	69	64	0.5
[akatea (I. Sociedad)	15° 49′ S	148° 13′ W	40 m	27.7	25.3	79	77	21.8	18.4	71	62	1.5
de Pascua	27° 10′ S	109° 26′ W	30 m	22.8	17.2	77	80	15.9	11.8	55	41	0.5
uckland (Nueva Zelandia). .	36° 50′ S	174° 50′ E	50 m	18.7	11.0	77	82	12.4	8.0	44	27	2.0
unedin (Nueva Zleandia) . .	45° 52′ S	170° 31′ E	70 m	14.8	6.3	74	78	9.3	5.6	33	18	5.0
hatham	43° 52′ S	176° 42′ W	40 m	14.2	7.6	76	80	9.1	1.2	32	20	7,0
unta Corona (I. Chiloé) . . .	41° 47′ S	73° 52′ W	50 m	14.1	8.4	84	89	10.2	7.3	34	23	3.5
vangelistas (Est. Magallanes)	52° 24′ S	75° 06′ W	60 m	8.6	4.2	81	80	1.8	5.0	22	14	7.0
shuaia (Tierra del Fuego) . .	54° 52′ S	68° 67′ W	10 m	9.8	0.9	71	89	6.5	4.0	23	9	3.5
arís	48° 49′ N	2° 29′ E	50 m	2.3	18.3	86	73	4.6	11.5	12	41	2.5

	11		12		13		14		15		16		17		18
	t. ef. (° C)		Enfriamiento cal/cm²/seg										Fórmula de clima		
	viento		seco		húmero		2/3 s + 1/3 h		(Nub. 1-10)		Precip. (mm)		Knoche		Koeppen
II	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	
24.2	22.0	23.5	6.0	5.7	31.3	20.6	14.4	10.7	7	6	246	169	3 II *d*	4 *d*	*A f i*
25.3	20.7	21.6	8.0	7.5	41.5	40.0	19.2	18.3	8	5	303	67	3 II *d*	4 *b*	*A m w i*
22.1	25.7	21.7	7.7	7.9	40.0	45.0	18.5	20.3	7	7	308	188	4 *d*	4 *d*	*A f w'*
19.3	21.4	14.6	6.4	10.9	38.0	52.6	16.9	24.8	4	4	94	92	4 *c*	3 *c*	*A w'*
24.1	24.3	21.5	3.9	6.2	22.0	35.0	9.9	15.8	7	4	431	77	4 *e*	3 *c*	*A f w i*
23.8	24.0	21.4	4.9	6.0	29.0	33.5	12.9	15.2	5	4	171	82	4 *d*	3 *c*	*A f i*
16.7	20.9	12.5	5.2	10.6	26.0	45.5	12.1	22.2	5	6	132	81	3 I *d*	3 *c*	*C s r'*
10.8	13.4	1.3	10.9	29.8	49.2	112.0	23.7	57.2	6	6	65	126	3 *c*	2 *d*	*C f b*
6.3	6.8	— 6.5	20.4	36.9	86.5	129.3	42.4	67.7	6	5	84	79	2 *d*	1 *d*	*C f b*
7.6	6.1	— 4.5	25.1	36.4	103.0	130.0	51.1	67.6	7	6	59	93	2 *d*	1 *d*	*C f b*
8.4	5.0	— 3.0	17.6	20.8	70.5	74.2	25.3	38.8	5	8	68	259	2 *c*	1 *e*	*C f s b*
< 10	— 2.1	< — 10	31.5	36.5	114.7	123.8	59.2	65.6	9	8	290	230	1 *e*	1 *e*	*E T*
0.9	< — 10	< — 10	21.2	24.4	08.0	77.8	40.8	42.2	7	6	40	30	1 *c*	0 II	*E T*
17.7	— 10	13.0	23.5	11.2	76.2	51.1	41.1	24.5	7	5	38	54	1 *d*	3 *c*	*C f b*

1	2	3	4	5		6		7		8		9		10		11		12		13		14		15		16		17		18
				t (° C)		H R (%)		e (mm)		TE (° C)		v (m/h)		t. ef. (° C) calma		viento		Enfriamiento cal/cm²/seg seco		húmedo		2/3 s + 1/3 h		(Nub. 1-10)		Precip. (mm)		Fórmula de clima Knoche		Koeppen
	φ	λ	H	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	I	VII	
ngapore (Malaca)	1° 18′ N	103° 51′ E	0 m	25.5	26.8	85	81	20.6	21.2	67	69	1.5	[illegible]	[illegible]	24.2	22.0	23.5	6.0	5.7	31.3	20.6	14.4	10.7	7	6	246	169	3 II *d*	4 *d*	*A f i*
atavia (Java)	6° 11′ S	106° 50′ E	10 m	25.5	26.3	87	84	21.0	21.4	68	69	3.0	[illegible]	[illegible]	25.3	20.7	21.6	8.0	7.5	41.5	40.0	19.2	18.3	8	5	303	67	3 II *d*	4 *b*	*A m w i*
Iadang (Nueva Guinea). . .	5° S	145° E	0 m	27.0	27.0	92	82	23.3	21.8	74	71	3.5	[illegible]	[illegible]	22.1	25.7	21.7	7.7	7.9	40.0	45.0	18.5	20.3	7	7	308	188	4 *d*	4 *d*	*A f w′*
oúmea (Nueva Caledonia) .	22° 16′ S	166° 27′ E	10 m	26.1	20.4	71	72	17.9	12.9	62	46	2.0	[illegible]	[illegible]	19.3	21.4	14.6	6.4	10.9	38.0	52.6	16.9	24.8	4	4	94	92	4 *c*	3 *c*	*A w′*
pia (Samoa).	13° 48′ S	171° 45′ W	0 m	26.1	25.1	85	84	21.4	19.5	69	64	0.5	[illegible]	[illegible]	24.1	24.3	21.5	3.9	6.2	22.0	35.0	9.9	15.8	7	4	431	77	4 *e*	3 *c*	*A f w i*
Iakatea (I. Sociedad)	15° 49′ S	148° 13′ W	40 m	27.7	25.3	79	77	21.8	18.4	71	62	1.5	[illegible]	[illegible]	23.8	24.0	21.4	4.9	6.0	29.0	33.5	12.9	15.2	5	4	171	82	4 *d*	3 *c*	*A f i*
de Pascua	27° 10′ S	109° 26′ W	30 m	22.8	17.2	77	80	15.9	11.8	55	41	0.5	[illegible]	[illegible]	16.7	20.9	12.5	5.2	10.6	26.0	45.5	12.1	22.2	5	6	132	81	3 I *d*	3 *c*	*C s r′*
uckland (Nueva Zelandia). .	36° 50′ S	174° 50′ E	50 m	18.7	11.0	77	82	12.4	8.0	44	27	2.0	[illegible]	[illegible]	10.8	13.4	1.3	10.9	29.8	49.2	112.0	23.7	57.2	6	6	65	126	3 *c*	2 *d*	*C f b*
unedin (Nueva Zleandia) . .	45° 52′ S	170° 31′ E	70 m	14.8	6.3	74	78	9.3	5.6	33	18	5.0	[illegible]	[illegible]	6.3	6.8	— 6.5	20.4	36.9	86.5	129.3	42.4	67.7	6	5	84	79	2 *d*	1 *d*	*C f b*
hatham	43° 52′ S	176° 42′ W	40 m	14.2	7.6	76	80	9.1	1.2	32	20	7,0	[illegible]	[illegible]	7.6	6.1	— 4.5	25.1	36.4	103.0	130.0	51.1	67.6	7	6	59	93	2 *d*	1 *d*	*C f b*
unta Corona (I. Chiloé) . . .	41° 47′ S	73° 52′ W	50 m	14.1	8.4	84	89	10.2	7.3	34	23	3.5	[illegible]	[illegible]	8.4	5.0	— 3.0	17.6	20.8	70.5	74.2	25.3	38.8	5	8	68	259	2 *c*	1 *e*	*C f s b*
vangelistas (Est. Magallanes)	52° 24′ S	75° 06′ W	60 m	8.6	4.2	81	80	1.8	5.0	22	14	7.0	[illegible]	[illegible]	<−10	— 2.1	<−10	31.5	36.5	114.7	123.8	59.2	65.6	9	8	290	230	1 *e*	1 *e*	*E T*
shuaia (Tierra del Fuego) . .	54° 52′ S	68° 67′ W	10 m	9.8	0.9	71	89	6.5	4.0	23	9	3.5	[illegible]	[illegible]	0.9	<−10	<−10	21.2	24.4	08.0	77.8	40.8	42.2	7	6	40	30	1 *c*	0 II	*E T*
arís	48° 49′ N	2° 29′ E	50 m	2.3	18.3	86	73	4.6	11.5	12	41	2.5	[illegible]	[illegible]	17.7	−10	13.0	23.5	11.2	76.2	51.1	41.1	24.5	7	5	38	54	1 *d*	3 *c*	*C f b*

tropical. De mayor valor son las temperaturas efectivas; éstas por lo general son superiores a 20° tanto en Enero como en Julio y pasan en Madang y Makatea los 26°; únicamente Noúmea tanto con calma como con viento demuestra con valores de 19°,3 y 24°,6, una situación excepcional. Los valores de enfriamiento, seco y húmedo y el valor combinado (col. 14), demuestran condiciones especiales; el valor húmedo no tiene un valor real muy grande.

El valor combinado demuestra otra vez para Noúmea un valor bastante alto; este valor es más alto todavía que el de la isla de Pascua en ambos meses, y el hecho se debe al valor del viento mucho más alto de Noúmea en relación al de la isla de Pascua; es además parecido al enfriamieto de Enero en Auckland. El valor más bajo de la región tropical oceánica se encuentra con menos de 10 cal. en Apia (Enero), después sigue Enero de la isla de Pascua, gracias también a la calma del viento reinante (por lo menos en el lugar de la observación) durante esta estación del año. La nubosidad como la precipitación no ofrece particularidades; hay regiones muy lluviosas, faltando las muy secas, y la nubosidad puede ser alta o media.

La isla de Pascua ofrece así un estado medio entre la lista de estaciones; la fórmula de Koeppen como la de Knoche indican este estado. Las temperaturas, tanto en verano como en invierno, son menores en relación, por ej., a la « vecina » Polinesia del Este, igualmente baja en forma brusca la tensión del vapor, la temperatura equivalente y la temperatura efectiva; mucho menos marcada es la diferencia en relación al valor de enfriamiento en el cual el factor viento tiene una influencia decisiva, porque considera la evaporación del cuerpo humano húmedo; aun el valor de Madang es muy bajo por el fuerte movimiento del aire, más bajo todavía que el de la isla de Pascua. Podemos apreciar que en la isla de Pascua hay un decrecimiento de todos los valores térmicos, como el de la temperatura equivalente y de la temperatura efectiva, tanto con calma como con viento, y también del valor de desecación. Los valores « físicos » del enfriamiento, seco y húmedo, igualmente como el combinado, no ofrecen el mismo aspecto, y tienden más bien a los de las islas tropicales. Resumiendo se puede decir que en total la isla de Pascua difiere algo pero no mucho (ver la fórmula Knoche) de algunas regiones ocánicas calurosas, correspondiéndole una situación más bien sub-tropical. Aunque fitogeográficamente existe una gran diferencia con la Melanesia y la Polinesia del Este (faltando en Pascua el cocotero), para la aclimatación no puede haber existido ninguna dificultad.

Todos los aspectos cambian, si examinamos las condiciones térmicas de la Oceanía del Sud presentadas por Auckland, Dunedin y Chatham, a las cuales las migraciones melanésicas y malayo-poli-

nesias llegaban (por el aspecto climático) casi abruptamente desde las regiones tórridas o por lo menos calurosas. Todos los valores dejan reconocer una considerable y súbita baja tanto en verano como en invierno, incluso los valores de enfriamiento, y aquí en forma más expresiva aún. Según la fórmula de Koeppen existe en esta región el mismo clima que en Europa central y del Oeste como lo demuestra París (*C f b*).

A pesar de eso hay una pequeña transición térmica en el Norte de Nueva Zelandia (Auckland) durante la época estival; así por ej. la temperatura de esta región en Enero no difiere mucho de la de Julio de Noúmea; para los mismos lugares y para las mismas épocas la tensión del vapor (valor de desecación) es casi igual y por igual razón la temperatura equivalente; las temperaturas efectivas tanto con calma como con viento demuestran sólo una baja normal; el enfriamiento seco es igual en Julio de Noúmea y Enero de Auckland; el húmedo y combinado demuestran diferencias poco notables; la nubosidad y la precipitación se encuentran más o menos en el mismo orden de valores. La fórmula de Knoche indica el carácter del clima en « grosso modo » según el cual Auckland en Enero tiene el mismo carácter que el de Noúmea, Apia, Makatea (y de la isla de Pascua) en Julio. Dentro de la Isla Grande podía haber una migración y aclimatación lenta hacia el Sud y la isla de Chatham, que con sus climas de carácter 2 *d* ; 1 *d*, demuestran bastante diferencia con Auckland en el sentido de la inclemencia. También en el Norte y Sud de Nueva Zelandia o en la isla Chatham existe una posibilidad relativa de aclimatación parecida a la arriba mencionada entre la Polinesia del Norte y Sur. El invierno de Auckland es más inclemente con respecto a muchos factores, ante todo aquellos influenciados por el viento, que el verano en Dunedin y Chatham. No hay que olvidar tampoco que las habitaciones de los maorís, el habitat verdadero o efectivo, ofreció bastante protección contra el frío, así que el clima casero invernal era menos riguroso que el resultante de las observaciones climáticas; ante todo, hubo protección (con mayor temperatura) contra la acción refrigerante del viento. Si estudiamos ahora una migración que llegó por ej. desde Nueva Zelandia a la Isla de Chiloé (ej. de Punta Corona) veremos que las temperaturas entre Chatham y la isla chilena durante el invierno y el verano eran las mismas, como igualmente las temperaturas equivalentes, siendo los valores de la desecación respiratoria (correspondientes a la tensión de vapor *e*) también parecidos. Las temperaturas efectivas con y sin viento durante todo el año son semejantes; a la inversa, los valores de enfriamiento son mucho más benignos en Chiloé que en Nueva Zelandia del Sud o en Chatham. Más bien la Patagonia pacífica del Sud a la salida del Estrecho de Magallanes (Evangelistas) ofrece casi el mismo aspecto de enfriamiento que Chatham y en

parte (Julio) como Dunedin. Las demás expresiones térmicas dan valores más bajos para la Patagonia del Sud; pero de todos modos las condiciones climáticas de invierno en esta región son parecidas a las del verano tanto en Nueva Zelandia del Sud como en la Isla de Chiloé. Inmigrantes oceánicos, melanesios o malayo-polinesios, llegados al Archipiélago de Chiloé, fácilmente podían extenderse no sólo hacia el Norte, a las regiones mucho más benignas de la costa de Chiloé, sino también en dirección al Sud hacia el Archipiélago patagónico fueguino. La fórmula de Koeppen como la de Knoche demuestran igualdad de condiciones climáticas entre Dunedin, Chatham y Punta Corona.

La misma Tierra del Fuego no ofrece mayores dificultades de aclimatación, sobre todo teniendo en cuenta los valores físicos del enfriamiento que son menos rigurosos que los de Evangelistas y durante Enero se aproximan con ventaja a los de Nueva Zelandia y Chiloé. El verano de Ushuaia es mucho más caluroso tanto para las temperaturas, como para las temperaturas efectivas, que el invierno de Dunedin, Chatham y Punta Corona.

De nuestras consideraciones podemos sacar en conclusión que la migración desde el Sudeste de Asia o Indonesia en dirección a la Oceanía del Norte se produjo más o menos en las mismas condiciones climáticas de regiones tropicales o por lo menos semitropicales; después en dirección a la Oceanía del Sud hay un salto climático verdaderamente remarcable para pueblos que según su origen deben llamarse tropicales. Transiciones climáticas existen a pesar de esto, ante todo si se comparan las estaciones frías de la región tropical con las estivales de la región del Sud; probablemente los colonos oceánicos que llegaron desde el Norte al Sud en la época invernal frecuentemente habrán sucumbido; los que vinieron en la época estival podrían sobrevivir preparándose las viviendas protectoras para el invierno.

Como es natural no sólo los factores exteriores del ambiente atmosférico determinan la aclimatación, sino que debe haber existido entre los inmigrantes cierta probabilidad de sobrellevar las rudezas de un clima nuevo; además este clima habrá exigido el tributo de los no aptos, sobreviviendo solamente los que habrían podido adaptarse al nuevo ambiente. Esta adaptación no ha durado probablemente más que algunos cientos de años, por lo menos para los malayo-polinesios. Una aclimatación para los que llegaron desde Oceanía del Sud a las costas de Sud América, no ofreció climáticamente ningún impedimento para los que por otras causas pudieran sobrevivir en este continente, con amplias posibilidades de propagarse tanto por la costa del Este como por el Archipiélago patagónico del Oeste y el Estrecho de Magallanes y a lo largo de la costa del Este; en ambos casos las corrientes marítimas frías con sus efectos reguladores del clima, habrían apoyado una propagación hacia el Norte de ambas costas sudamericanas.

NOTICIARIO

Reglamento para la publicación de los « Anales ». — La Junta Directiva, de acuerdo con lo establecido en el Art. 30 de las Bases y Estatutos, ha resuelto que en lo sucesivo la publicación de los « Anales » se regirá por el siguiente Reglamento:-

1° — La dirección de los « Anales » estará a cargo de un Director cuyas funciones durarán dos años, pudiendo ser reelecto. La fecha de comienzo de cada período será el 1° de julio del año correspondiente, debiendo hacerse la designación sesenta días antes de la fecha en que habrá de entrar en funciones.

2° — A los efectos del cumplimiento de lo establecido en el inciso *b*) del Art. 30, se crean comisiones asesoras para las distintas especialidades que corresponden a los trabajos presentados para su publicación en los « Anales ».

Los miembros de estas comisiones serán designados por la Junta Directiva, pudiendo haber propuestas del Director. Terminarán en sus funciones con el Director y podrán ser reelectos.

3° — Cuando el Director tenga dudas de si un trabajo es susceptible de ser publicado en los « Anales », deberá pasarlo a consideración de la respectiva Comisión asesora, la que hará su dictamen por escrito a aquél, autorizando o no su publicación o introduciendo las modificaciones que crea conveniente; en este último caso ellas serán comunicadas al autor por el Director. Las comisiones se expedirán dentro de los treinta días como máximo; en su defecto el Director dará cuenta a la Junta Directiva, a los efectos que correspondan.

4° — Las comisiones asesoras estarán constituídas por un mínimo de tres miembros. Para el rechazo de un trabajo bastará con la simple mayoría, y en caso de empate resolverá el Presidente de la Sociedad. El Director de « Anales » será miembro nato de todas las comisiones asesoras.

5° — Los trabajos deberán ser acompañados de un breve resumen en alemán, francés, inglés o italiano, sin cuyo requisito no se publicarán. Este resumen no deberá pasar, excluído el título, de quince líneas en cuerpo ocho y en él deberá aparecer claramente la parte original del trabajo. Se exigirá igualmente conformidad en la redacción de las citas bibliográficas: 1°, título de la publicación; 2°, tomo y serie; 3°, páginas; 4°, año.

Los croquis, grabados, dibujos, etc., deberán presentarse de modo que directamente sean aptos para la obtención de clisés de acuerdo con las normas que formulará la dirección.

6° — Las tiradas aparte, cualquiera sea su número, correspondientes a artículos publicados en los « Anales », llevarán inscripta en la tapa la constancia de su publicación en esta revista, tomo, año, y conservarán el mismo título que en los « Anales »

7° — No se publicarán trabajos cuya extensión sea mayor de 32 páginas impresas, incluyendo grabados y cuadros. No se publicarán en cada semestre más de tres trabajos de un mismo autor o de éste en colaboración con otro, cualquiera sea su extensión; ni más de 48 páginas impresas en dos o tres artículos. En casos

especiales y previo dictamen de la comisión respectiva, la Junta Directiva podrá hacer excepciones.

8° — No se publicarán trabajos en idioma extranjero, salvo aquellos remitidos por socios correspondientes de la Sociedad y los que a juicio de la Comisión asesora respectiva sean de particular interés.

9° — Los autores al solicitar la publicación de un trabajo, deberán manifestar por escrito que el mismo no ha sido publicado en otras revistas en idioma castellano, condición indispensable para su inserción en los « Anales ». Asimismo el autor manifestará por escrito en qué revista e idioma ha aparecido, indicando tomo y año de su publicación.

10° — Al pié de cada trabajo publicado, se anotará la fecha de presentación en la secretaría de la Sociedad.

Sobre los puntos singulares de las funciones analíticas. — Con motivo del artículo del Doctor Carlos Biggeri aparecido con este título en el número de junio de este año, la « Unión Matemática Argentina » ha editado un folleto en el cual, entre otros comentarios, expresa su extrañeza por haberse permitido esa publicación.

La dirección de los « Anales » declara que en mayo del año en curso, el Doctor Biggeri presentó el breve trabajo citado. Al publicarlo, ella entendió que sólo se trataba de una aclaración de carácter científico, firmada por un socio con reconocida autoridad en la materia.

En cuanto a las apreciaciones de carácter personal, ellas están bajo la responsabilidad del autor; pero lamenta la Dirección de los « Anales » las derivaciones ocurridas, y, en tal virtud, cuidará más en lo sucesivo estos detalles, a fin de evitar que hechos análogos puedan volver a producirse.

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blanchard, Everard E.
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Bulch, Raúl
Bula, Clotilde A.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Dennler, Jorge
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Kervor, Juan B.
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lignières, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López Sommaschini, Antonio
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Ogloblin, Alejandro
Oliveri, Alfredo E.
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Ottonello, Néstor J.
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paltoví, y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.

Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Victor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela Gil, José
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wunenburger, Gastón
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Yepes, José
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ebin, José
Elizondo, Francisco M.
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Viticcioli, Fernando
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo'
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo F.
García, Daniel
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, Carlos
Rothlin, Edwin
Schmiedecke, Augusto
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Trebino, Natalio
Urciolo, Victorio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.
Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. José Piazza; Vice-presidente, Ingº Civil Francisco E. Urondo; Secretario de correspondencia, Ingº Quím. Rodolfo G. Christen; Secretario de actas, Ingº Quím. Carlos C. Christen; Tesorero, Ingº Quím. Guillermo Berráz; Vocal 1º, Ingº Civil José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocales suplentes, Ingº Agrº Bruno Santini y Prof. Julio Salaber; Encargado de Publicaciones, Ingº Civil José Babini; Encargado de Canje, Ingº Quím. Rodolfo Rouzaut.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
[illegible]az, Guillermo
[illegible]zzi, Francisco A.
Bossi, Celestino
Cer[illegible]a, Miguel
Claus, Guillermo
Cohan, Marcos
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.)
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá, Toirá Antonio
Kleer, Gregorio
Láchaga, Dámaso A.
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Eduardo Carette; Vice-presidente, Ingº Cayetano C. Piccione; Secretario, Sr. Adrián Ruiz Leal; Tesorero, Sr. Manuel Tellechea; Bibliotecario, Prof. Aníbal Ruíz; Vocales: Dr. Juan B. Lara; Ingº Juan P. Toso; Ingº Angel Stura; Sr. Ranulfo Rosales; Dr. Juan P. Paganotto; Dr. Mario Bidone.

SOCIOS ACTIVOS

Ahumada, Ciro
Anzorena, Jacinto
Ayala Castagnino, G.
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Carette, Eduardo
Castillo, José
Croce, Francisco M.
Dobbs, Leonel
Espinosa, Norberto A.
Flor Alvarado, José M.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Guevara, José R.
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maveroff, Aquiles
Mayorga, Santiago C.
Navarro Correas, José A.
Paganotto, Juan P.
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Richard, Alfonso E.
Rosales, Ranulfo S.
Ruíz, Aníbal
Ruíz Leal, Adrián
Sáez Medina, Miguel
San Martín, José Benito de
Serra, Luis Angel
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Tolosa, Julio (h)
Toso, Juan F.

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretaria, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Carlos T. Teobaldo; Vocales: Ingº Juan Sabato, Ingº Manuel Ucha, Dr. Pedro G. Paternosto, Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Brau, Eduardo F.
Canals Frau, Salvador
Carusi, Oreste
Coria, Pedro E.
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E.
Daló, Héctor R.
Delprato, Ismael
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Inda, Carmen
Landolfi, José María
Lizarán, Fernando
Lockart. Carlos E.
Loedel Palumbo, Enrique
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Márquez, Aníbal R.
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Romano Yalour, Juan G.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño ,Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Híjar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Montel, Paul	París
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Tello, Julio C.	Lima
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

NOVIEMBRE 1939 — ENTREGA V — TOMO CXXVIII

SUMARIO

Pág.

SECCION MENDOZA de la Sociedad Científica Argentina:
ADRIÁN RUIZ LEAL. — Presencia de Proboscidea lutea en Mendoza.... 257

CIENCIAS FISICAS:
JORGE W. DOBRANICH. — Presentación del Ing. G. Wunenburger al pronunciar su conferencia en la Sociedad Científica Argentina 264
G. WUNENBURGER. — El problema de la transmisión de la energía a larga distancia en su actual aspecto 266

CIENCIAS NATURALES:
KENNETH J. HAYWARD. — Hesperioidea argentina X 289

CIENCIAS MEDICAS:
E. EDUARDO KRAPF. — Doctrina y tratamiento de la alienación a través de los siglos 297

G. W. — Bibliografía 319

BUENOS AIRES
CALLE SANTA FE 1145

1939

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, Santa Fe 1145.

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

SECCIÓN "MENDOZA"

DE LA

SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

PRESENCIA DE PROBOSCIDEA LUTEA EN MENDOZA

POR

ADRIAN RUIZ LEAL

Proboscidea lutea (LINDL.) STAPF.

Syn.: *Martynia lutea* LINDL. *M. montevidensis* CHAM.

Lorentz y Niederlein, Inf. Of. (Patagonia), Bot. II (1879), 262, sub *M. lutea* LINDL.; Hieronymus, Pl. diafóricas (1882), Ed. Atlántida, 222, sub *M. lutea* LINDL. et *M. montevidensis* CHAM.; Bettfreund, Fl. Arg. (1898), I, tab. 20-21, sub *M. montevidensis* CHAM.; Spegazzini, Fungi Arg. (1898), 341, sub *M. lutea* LINDL.; Hicken, Chlor. Plat. (1910), 223; Thellung, Flor. adv. Montp. (1912), 480; Seckt, Flor. Bonar. (1918), 216, sub *M. lutea*; Parodi, Malezas (1926), 141; Parodi, Ensayo, (1930), 242; Monticelli, Anotaciones (1938), 366.

República Argentina: Buenos Aires, Entre Ríos, Santa Fe, Córdoba, Salta, Tucumán, Catamarca, La Rioja, La Pampa, Mendoza.

Mendoza: Las Heras, Tupungato, Maipú, Rivadavia.

Uruguay, Brasil.

Las familias monotípicas o casi, dentro de las fanerógamas angiospermas de la flora mendocina, son sumamente interesantes.

Aparte de los órdenes de Fluviales, Glumiflorales, Principales (?), con representantes en algunas familias monotípicas, los de las Microspermales, Aristoloquiales, Parietales, Contortales, Tubiflorales y Campanulales, ofrecen familias monotípicas que pueden considerarse como aberrantes dentro del campo geobotánico de Mendoza, bien sea porque se encuentran fuera de su área normal de dispersión,

ya fuere porque aparecen aisladas casi como interesantes endemismos.

Sin ser este último caso, el de las Martiniáceas, es, sin embargo, de los que pueden considerarse, a mi modo de ver, como interesantes.

Hasta ahora, como se observa, su área de dispersión abarcaba el centro y norte del país, viniendo a constituir Mendoza su límite occidental.



Foto. 1. — Confluencia del río de Las Tunas y arroyo Santa Clara. Tupungato, 1.800 m. s. m.

Probablemente integrada por dos géneros en el país, *Craniolaria* y *Martynia* = *Proboscidea*, sólo el último tiene una distribución muy amplia y es, por otra parte, el que está representado entre nosotros por la especie *Proboscidea lutea* (Lindl.) Stapf, cuya presencia en Mendoza hago conocer por primera vez.

Curiosa resulta la historia de esta planta en nuestro medio, y, en cierto modo, inexplicable que los botánicos mendocinos, no obstante tratarse de una familia, género y especie nuevos para nuestra flora, no le hayan dedicado más que una atención superficial.

En efecto. El hallazgo de algunos ejemplares, en los aledaños de Villa Hipódromo, en esta provincia, llamó poderosamente mi atención y resolví ocuparme detenidamente de la planta.

Su nombre vulgar es « Cuerno del diablo ». Su presencia ya me era conocida, pues recuerdo que en los comienzos de mi preocupación por la flora mendocina, allá por el año 1916, recogí cerca de una antigua vivienda abandonada, en las inmediaciones de la confluencia



Foto 2. — *Proboscidea lutea* (Lindl.) Stapf. en su habitat de los aledaños de Villa Hipódromo (Mendoza). En primer término *Wedeliella incarnata* (L.) Cock. y *Opuntia sulphurea*. En primer lugar, detrás: *Argemone mexicana*, *Senecio aff. albicaulis* y *Salsola pestifer*.

del río de las Tunas y el arroyo Santa Clara, en Tupungato, a 1.800 m. s. m., más o menos, unos frutos que pertenecían, con toda seguridad, a esta especie. En vano busqué la planta que los producía. No la encontré nunca.

Diez y seis años después, en 1932, volví a encontrar un fruto,

en el Departamento de Maipú, entre la hojarasca arrastrada por un canal de regadío, cerca del Paso Angosto. Busqué por las inmediaciones del lugar, también en vano, la planta que lo producía — que por otra parte no había visto hasta entonces, — obteniendo asimismo resultados negativos en las averiguaciones que practiqué entre los propietarios y gentes de la región. Como el fruto recogido



Foto 3.— *Proboscidea lutea* (Lindl.) Stapf. Inflorescencia tomada in situ. Obsérvese detrás, ***Flaveria bidentis***, que se cortó al sacar la fot. 2.

estaba completamente impregnado por el agua, lo rompí con facilidad, logrando hallar todavía en su fondo algunas semillas que sembré con todo cuidado en una maceta, pero a pesar de ello no logré verlas germinar.

En 1938, con motivo de la visita a la casa de un obrero pintor, en Godoy Cruz, éste me obsequió un fruto de *Proboscidea*, que no supo decirme dónde había recogido dentro de la provincia, pero que

había decorado extrañamente dándole la apariencia de un pájaro raro e ignorando que se tratara del fruto de una planta. Le ilustré al respecto, y mi demostración pudo ser bien convincente, porque tuve la suerte de poder extraer algunas semillas que le hice ver, y traje a mi casa, donde las sembré con mucho cuidado, esta vez



Foto 4. — *Proboscidea lutea* (Lindl.) Stapf., flores y frutos tomados en el mismo lugar, el 13-III-39 (Herb. Ruiz Leal 5736).

también, logrando que germinara una sola. La plantita producida murió sin causa aparente, al poco tiempo de haber desarrollado sus dos primeras hojitas.

Fué en esta oportunidad cuando comuniqué al Dr. Eduardo Carette todos estos hallazgos, pudiendo comprobar con extrañeza, que me afirmaba la presencia de esta planta, al hacerme saber que en el año 1904 había encontrado un fruto de la misma en el río

seco Papagayos, y plantas vivas, en el año 1925, absolutamente iguales a las que se observan en Buenos Aires, en las inmediaciones del Cerro de la Gloria, hacia el oeste, hallazgo que compartió con el Ingeniero señor King, pero sin recoger la planta.

Después de ello, un niño leñador, me comunicó haber encontrado « muchísimos cuernitos del diablo », prendidos en las matas de zampa, en las inmediaciones de La Ripiera, en los años 1935-36, y el señor Carlos J. Rodríguez me hizo obsequio de un fruto, muy pequeño para los comunes de la especie, procedente de las inmediaciones del barrio de Casas Colectivas en esta ciudad, recogido este año, pero ninguno de ellos había visto la planta que los producía. He visitado luego ambos lugares sin encontrar nada.

Finalmente, en una excursión que realicé al Departamento de Rivadavia, Distrito La Libertad, encontré en campo abierto primero, y luego entre cultivos, abundantes fructificaciones y plantas secas de *Proboscidea lutea*, instalada en los últimos (monte frutal de perales), ya como una maleza desde tiempo atrás, que no pude establecer porque la finca había cambiado de propietario.

Continuando mis investigaciones, pedí al Instituto Lillo de Tucumán, Instituto Darwinion de Buenos Aires, Museo Nacional de Ciencias Naturales de Buenos Aires y Museo de La Plata, a cuyos directores o jefes de sección agradezco vivamente sus informaciones, datos sobre la existencia de *Proboscidea lutea* en ejemplares de procedencia mendocina, habiéndome contestado negativamente.

En los herbarios de Sanzin y Carette, que tuve el privilegio de examinar una vez, tampoco está representada la especie, mientras que en la bibliografía que he podido consultar al respecto, no figura ésta citada para Mendoza.

Resulta, pues, que no obstante tratarse de una planta antiguamente radicada entre nosotros, esporádicamente sin duda, según lo creo, era hasta ahora desconocida botánicamente.

El origen de su introducción en nuestro territorio parecería justificar el medio de diseminación que le atribuyen en general los autores, por las localidades en que se encontraron primeramente sus frutos, que podrían haber sido transportados hasta allí, adheridos a las partes lanosas o cerdosas de ovinos y bovinos, ya que se trata de las inmediaciones de antiguos puestos de cabras y ovejas o campos de pastoreo de hacienda mayor.

Hay en lo que respecta al conocimiento de esta planta en general y a su etología de la diseminación, una serie de lagunas e interpreta-

ciones más o menos pintorescas que me han decidido a emprender observaciones relacionadas con las mismas, de las que daré cuenta en otro momento, limitándome por ahora a señalar su presencia en Mendoza, ilustrando su habitat, partes florales y frutos.

Resumen

Se señala *Proboscidea lutea* (Lindl.) Stapf. por primera vez en Mendoza, dándose antecedentes sobre su existencia anterior y se la ilustra en su habitat, partes florales y frutos.

Résumé

L'auteur fait connaître la préscence de *Proboscidea lutea* (Lindl.) Stapf. signalée pour la première fois a Mendoza; il en donne l'aire de distribution pour la province et le territoire argentin.

Aprés avoir fait l'histoire de sa decouverte, il présente photographies de la plante dans son habitat, de ses fleurs et de ses fruits.

BIBLIOGRAFIA

Bettfreund, C. « Flora argentina, recolección y descripción de plantas vivas » Bs. As. (1898-1901), I-III, 156 lám. en colores.

Hieronymus, J. « Plantas diafóricas. Flora Argentina ». Ed. Atlántida.

Hicken, C. M. « Chloris Platensis Argentina ». Bs. As., 1910.

Hauman Merck, L. Botánica.

Lorentz y Niederlein. « Informe oficial de la Comisión Científica agregada al Estado Mayor de la Expedición al Río Negro (Patagonia) », Entrega II, Botánica, Bs. As., 1881.

Monticelli, J. « Anotaciones fitogeográficas de la Pampa Central ». *Lilloa*, t. III, 1938.

Parodi, L. R. « Las malezas de los cultivos en el Partido de Pergamino ». *Rev. Fac. Agr. y Vet.*, t. V (II), 1926.

Parodi, L. R. « Ensayo fitogeográfico sobre el Partido de Pergamino ». *Rev. Fac. Agr. y Vet.*, t. VII, (II), 1930.

Spegazzini, C. « Fungi Argentini novi v. critici ». *An. Mus. Nac. Bs. As.*, VI, 1898.

Seckt, H. « Flora bonariensis ». Bs. As., 1918.

Thellung, A. « La Flore adventice de Montpellier ». Cherbourg, 1912.

Presentación del Ing. G. WUNENBURGER por el Ing. JORGE W. DOBRANICH al pronunciar su conferencia en la SOCIEDAD CIENTÍFICA ARGENTINA

De acuerdo con la costumbre que hace preceder toda conferencia de la presentación del disertante, lo hago complacido del prestigioso profesional y docente, Profesor Ingeniero Gastón Wunenburger, quien a poco de incorporarse a la Sociedad Científica Argentina, en calidad de socio activo, se ha prestado a colaborar en ella dedicándole la conferencia que, a nuestro requerimiento, váis a escuchar.

Nacido en Milán, cursó en ella sus estudios primarios y secundarios, recibiéndose de bachiller en Julio de 1918 (licenza liceale), de acuerdo con los programas del entonces llamado liceo moderno, cursando latín y dos idiomas modernos en lugar del griego antiguo.

Un año antes de obtener su certificado de bachiller, optó por la nacionalidad de sus padres, originarios de Ginebra.

Durante el mismo año de 1918 ingresaba en la Escuela Técnica Superior de su ciudad natal, para seguir el « bienio preparatorio » de la carrera de Ingeniería Industrial, y en Octubre de 1920, previo examen de admisión, iniciaba sus estudios en la Escuela Politécnica Federal de Zürich, recibiéndose de Ingeniero Electricista el 12 de Julio de 1923.

Desde Octubre de ese año hasta Octubre del siguiente, desempeñó el cargo de Asistente de Construcciones Electromecánicas en la cátedra del Profesor Ingeniero Dünner de la misma escuela, para ejercer luego su profesión en la casa Brown Boveri y Cía., de Baden (Suiza), en el departamento de construcciones, primero, y en el de proyectos de instalaciones eléctricas, más tarde.

En 1927 y 1928 tuvo también a su cargo la enseñanza de la electrotecnia en los cursos nocturnos, preparatorios para los exámenes de la Escuela Politécnica del Instituto privado « Minerva » de Zürich.

En 1930 fué contratado para ocupar la cátedra de Electrotecnia, costeada por la Compañía Italo Argentina de Electricidad en nuestra Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales; cargo que sigue desempeñando con gran eficiencia.

Desde el 1° de Mayo del mismo año hasta la fecha, dicta los cursos de orientación electrotécnica; uno de « Instalaciones Eléctricas » en 6° año de Ingeniería Civil, actualmente incluído en la orientación electromecánica de dicha carrera y otro de igual denominación en 6° año de aquélla de Ingeniería Industrial.

En 1933 desempeña la cátedra del 2° curso de Electrotecnia en la carrera de Ingeniería Industrial.

Del 30 al 37 dictó 7 cursos libres sobre capítulos selectos de electrotecnia industrial: transmisión de energía a larga distancia; rectificadores a vapor de mercurio; tracción eléctrica, etc.

Solicitado por la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la Universidad Nacional de La Plata, dictó durante el año 1933, con carácter interino, el curso de Usinas eléctricas.

Es autor de numerosas publicaciones que versan sobre temas de su especialidad, insertadas en Revistas técnicas y Científicas y ha pronunciado interesantes conferencias en Círculos y Asociaciones técnicas y profesionales.

Dieciocho años de brillante desempeño profesional y docente y el dominio de los temas de su predilección justifican su presencia en esta tribuna que prestigiaron, con su autorizada palabra, estudiosos y sapientes.

Profesor Wunenburger, tenéis la palabra.

EL PROBLEMA DE LA TRANSMISION DE LA ENERGIA A LARGA DISTANCIA EN SU ACTUAL ASPECTO

POR EL

ING. G. WUNENBURGER

El presente artículo reproduce, con algunas modificaciones, el texto de la conferencia pronunciada por el autor en la Sociedad Científica Argentina el 23 de Agosto de 1939. Luego de una breve reseña del desarrollo alcanzado por la transmisión de la energía eléctrica a distancia, el autor esboza un cuadro de los múltiples problemas que plantea un transporte de energía eléctrica con corriente alternada, problemas en que la faz técnica está íntimamente asociada al aspecto económico. Menciona las ventajas que puede ofrecer el sistema de transmisión con corriente continua y las posibilidades que el mismo ofrece.

La posibilidad de establecer transmisiones económicas de energía eléctrica a distancia fué demostrada prácticamente por primera vez en ocasión de la exposición internacional de Electricidad celebrada en Francfort en el año 1891 cuando, con el objeto de dirimir el pleito entonces existente entre los partidarios de corriente continua y los propulsores de la corriente alternada, el ingeniero Oscar von Miller, asistido por célebres electrotécnicos tales como Charles Brown y Dolivo Dobrowolsky, planeó y realizó el transporte de una potencia de 200 HP entre las ciudades de Lauffen y Francfort sobre una distancia de 175 Km, por medio de corriente alternada trifásica a una tensión de 14 kilovolt (1).

(1) Los datos técnicos de esta célebre transmisión merecen ser recordados. Una turbina hidráulica de 300 HP instalada en una fábrica de cemento Portland situada en Lauffen sobre el río Neckar fué acoplada con un alternador trifásico

Esta transmisión experimental, que fué coronada por el más completo éxito, tuvo consecuencias de importancia trascendental tanto en el campo técnico cuanto en el económico. En primer lugar consagró el empleo de la corriente alternada, que desde entonces ha desempeñado un papel preponderante en la electrotécnica, restringiéndose paulatinamente el uso de la corriente continua a aplicaciones especiales, principalmente a la tracción y a la electroquímica. En segundo término permitió el aprovechamiento en grande escala de las fuentes naturales de energía hidráulica, que fueron así puestas al alcance de los centros de consumo más alejados, dando un impulso considerable a las aplicaciones de la energía eléctrica, principalmente en el campo industrial. De no existir la posibilidad de un transporte económico de la energía por medio de la corriente eléctrica, la mayor parte de las reservas naturales de energía hidráulica hoy todavía estarían sin utilizar; la resolución de un problema técnico ha tenido en este caso consecuencias económicas de un valor incalculable. No así en lo que se refiere al aprovechamiento de las fuentes naturales de energía térmica, cuyo transporte puede efectuarse tanto por medio de la corriente eléctrica, como también por transporte mecánico del combustible. En este caso el transporte de energía por medio de la corriente eléctrica ha venido a competir con el transporte mecánico (ferrocarril, marítimo o fluvial) que, en muchos casos, especialmente sobre largas distancias, resulta más económico.

De modo que las transmisiones de energía eléctrica a distancia vinieron desarrollándose en primer lugar en los países dotados de fuerzas hidráulicas fácilmente aprovechables, y sólo más tarde fueron aplicadas para transportar y distribuir energía producida en grandes centrales termoeléctricas, de un rendimiento más elevado que las pequeñas. Paulatinamente fueron aumentándose las potencias y con

---

que producía una corriente de 1400 Amp. bajo 50 Volt. en cada fase. Esta corriente era luego transformada a una tensión de 14.000 Volt por fase para ser transportada por medio de una línea aérea hasta la ciudad de Francfort, a 175 Km de distancia. Allí, en la Exposición, se volvía a transformar la energía a una tensión de 100 Volt, con la cual se alimentaban 1.000 lámparas de incandescencia y además un motor asincrónico trifásico de 100 HP, por medio del cual se accionaba una bomba que alimentaba una cascada de 10 metros de altura. La maquinaria fué integrada por los primeros modelos construídos para corriente trifásica; los aisladores tuvieron que ser diseñados y construídos especialmente para la tensión de 14 kV, que en la época fué calificada de enorme. Mencionamos que la distancia elegida de 175 Km aún para el actual desarrollo de la técnica no es nada despreciable. Ver *Elektrotechnik und Maschinenbau,* 1892.

ellas los valores de las tensiones necesarias para realizar un transporte económico. Así, de los 14 kV de la primera transmisión se pasó muy pronto a 20 kV, y sucesivamente a 30, 50, 60, 70 y 80 kV. Este último valor representaba el máximo alcanzado en Europa en el año 1914, mientras que en los EE. UU. de Norte América ya existían algunas instalaciones con 110 kV; luego de una pausa de cuatro años impuesta por la guerra mundial, el desarrollo prosiguió constantemente, alcanzándose muy pronto tensiones de 120, 150 y 220 kVolt (1).

Actualmente, las líneas de transmisión de energía a larga distancia tienen un considerable desarrollo en muchos países. A título de ejemplo mencionamos que en Francia, las líneas que funcionan con tensiones superiores a 100 kV tienen una extensión de 8000 Km, de los cuales 1.600 con 220 kV (2); en su mayoría se trata de líneas que traen la energía desde los aprovechamientos hidroeléctricos hasta los centros de consumo. En vez, la red primaria de interconexión del Central Electricity Board en Inglaterra, conocida bajo el nombre de Grid, que tiene una extensión de 4.600 Km y funciona con una tensión de 132 kV, ha sido construída con el objeto de mejorar la economía de la producción de la energía eléctrica, que viene distribuída en todo el país desde un reducido número de grandes centrales termoeléctricas, de elevado rendimiento (3). Uno de los mayores transportes de energía eléctrica a distancia está consti-

(1) Recordamos que la tensión de una línea de transmisión es función no solamente de la distancia a vencer, sino también de la potencia a transmitir. Para una línea no excesivamente larga, la tensión en el extremo receptor se puede calcular con suficiente aproximación con la fórmula

$$U_2 = \sqrt{P_2 \, L \frac{10^3 \, \omega l}{\cos \varphi_2 \, . \, \mathrm{tg} \, \varphi_c} \, \frac{\eta}{1 - \eta}}$$

donde P_2 es la potencia del receptor en kVA, $\cos \varphi_2$ el factor de potencia correspondiente, η el rendimiento, ωl la reactancia kilométrica, L la longitud en Km y $\mathrm{tg} \, \varphi_c = \omega l / r$. Según la potencia transmitida pueden entonces calcularse varias tensiones para una misma distancia. Con pequeñas potencias se puede ir muy lejos con una tensión relativamente baja, siempre que ello convenga desde el punto de vista económico. Y, yendo más allá, en una línea telegráfica con una tensión de pocos volt, se puede dar la vuelta al mundo, pero, afortunadamente para las compañías de cables, las tarifas de los mensajes no se ajustan al valor corriente de la energía eléctrica transmitida.

(2) Ver *Revue Générale de l'Electricité*, 1936, N° 23 y 24, y *World Power*, Mayo 1937.

(3) *Bulletin Association Suisse Electriciens*, 1935, pág. 57, y 1938, pág. 47.

tuído por la doble línea construída entre la central de Boulder Dam y la ciudad de Los Angeles sobre una distancia de 430 Km y que puede transportar una potencia de 240.000 kW en cada terna de conductores bajo una tensión de 287 kV (¹).

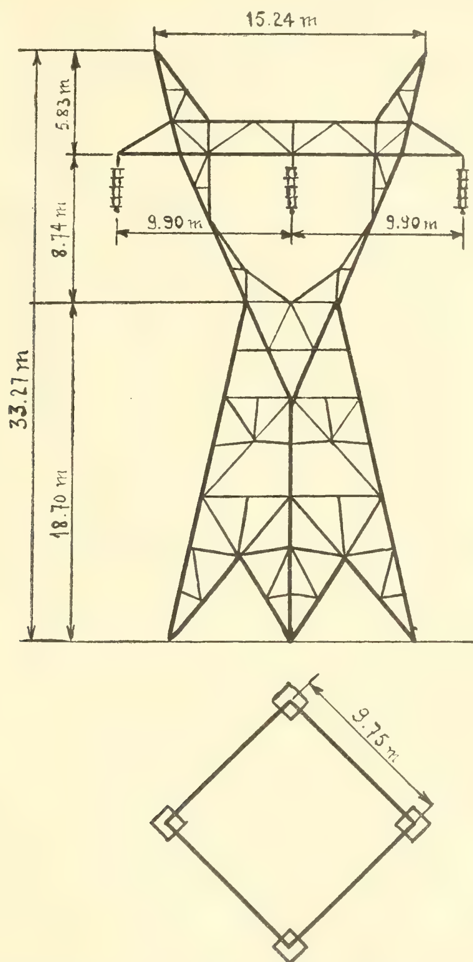


Fig. 1. — Torre metálica de la línea de transmisión entre Boulder Dam y Los Angeles. Los conductores son sostenidos por cadenas de aisladores de 24 elementos cada una.

Todas las grandes transmisiones de energía se realizan por medio de líneas aéreas, pues si bien la industria está en condiciones de construir cables subterráneos para las máximas tensiones actualmente

(¹) *Electrical Engineering,* 1935, pág. 494, y *Revista Electrotécnica,* 1937, pág. 1.

empleadas, su elevado costo (en relación con el precio de una línea aérea, ya muy importante) no permite su empleo sino sobre cortos tramos, como por ejemplo en los accesos a las grandes ciudades, donde la edificación impide la colocación de líneas aéreas.

Las características de la línea Boulder Dam-Los Angeles corresponden a los valores extremos alcanzados actualmente, tanto por la distancia salvada en un solo tramo, cuanto por la tensión empleada. Ello no implica que no se pueda ir más allá; estamos en condiciones de hacerlo. Pero en la práctica una distancia de 400 Km ya puede ser considerada como muy grande cuando es salvada en un solo tramo, o sea sin producciones o derivaciones intermedias, en cuanto son relativamente pocas en el mundo las fuentes de energía, hidráulica en general, que puedan producirla en cantidades suficientes y a precios suficientemente bajos para permitir el lujo de semejantes transportes a centros capaces de consumirlas. Las grandes redes de muy alta tensión de los países europeos y de Norte América aún cuando tengan, como hemos mencionado, longitudes apreciables, se componen de una serie de ramificaciones que conectan varios centros de producción con otros de consumo en las cuales la energía raras veces recorre un camino directo mayor de 300 Km; la misma línea de Boulder Dam-Los Angeles no es sino un ramal de una gran red.

Sin embargo ya hay líneas proyectadas para tensiones mayores; así la grande transmisión que conecta las centrales hidroeléctricas del Sur de Alemania con la zona industrial de la Renania y que tiene una longitud total de 800 Km funciona actualmente con 220 kV pero ha sido proeyctada para 380 kV; la línea del San Gotardo, en Suiza, actualmente en servicio con 150 kV, también ha sido prevista para una tensión de 380 kV, pues se consideró la posibilidad de establecer con ellas los primeros eslabones de una grande red de interconexión europea. El valor elevado de la tensión ha sido elegido principalmente en previsión de las potencias a transmitir.

Hace unos diez años, cuando Briand todavía soñaba la realización de los EE. UU. de Europa, se consideró seriamente la posibilidad de crear una grande red de interconexión europea, que se extendiera desde Portugal hasta el centro de Rusia y desde Italia hasta Noruega y que tendría la ventaja de facilitar una utilización más racional de las fuentes naturales de energía, térmica e hidráulica, principalmente debido a la circunstancia de que Europa se extiende sobre un arco paralelo de apr. 60°, lo que representa una diferencia de cuatro

horas entre sus extremos, diferencia que podría ser aprovechada para una compensación de las curvas de carga. Muy comentados han sido en aquel entonces los proyectos de Oliven y de Viel [1],

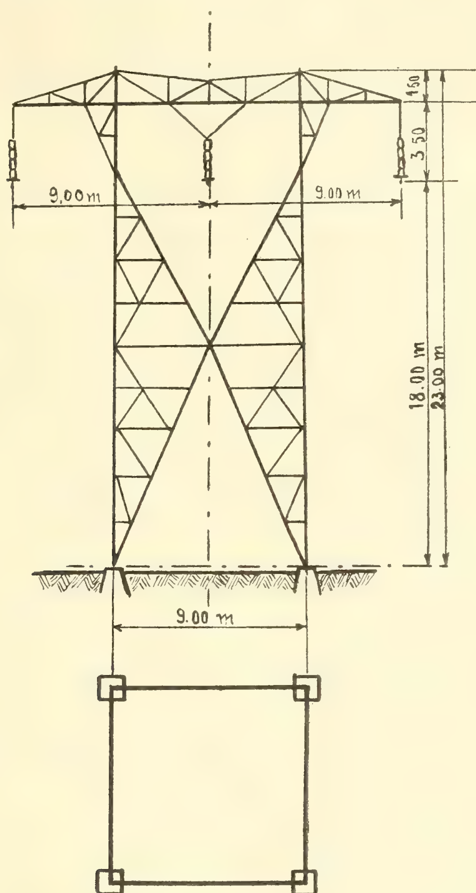


Fig. 2. — Torre metálica de la línea del San Gotardo.

pues el estudio de los mismos demostró que su realización acarrearía notables ventajas económicas y de explotación. Pero, a pesar de todo, huelga decir que esos hermosos proyectos actualmente han sido puestos en carpeta a la espera de tiempos más propicios para su realización, si es que algún día han de venir.

[1] O. Oliven. « Líneas de transmisión europeas ». *Informes de la segunda Conferencia Mundial de la Energía*, Berlín, 1930, Vol. 19.

G. Viel. « Etude d'un réseau a 400.000 volt ». *Revue générale de l'Electricité*, 1930, pág. 729.

Es evidente que el desarrollo de los transportes de energía a distancia sólo ha podido realizarse gracias al progreso constante de la industria electrotécnica, que ha tenido que hacer frente a las exigencias siempre mayores impuestas por los proyectistas y por el progreso de las aplicaciones de la energía eléctrica. Actualmente se puede afirmar que la técnica ha estudiado y resuelto todos los múltiples problemas planteados por una transmisión de energía eléctrica a distancia con corriente alternada, que por cierto no son pocos.

En la primera transmisión entre Lauffen y Francfort, la exigüidad de la potencia transmitida (apr. 200 HP) hizo pasar desapercibidos muchos fenómenos que, de haberse producido, habrían imposibilitado la realización de tal hazaña. Sin embargo, al aumentar luego el valor de la potencia transmitida, y por consiguiente también el de la tensión empleada, se puso de manifiesto que en las líneas de corriente alternada la influencia del coeficiente de autoinducción y de la capacidad entre los conductores produce efectos muy sensibles. Ambos valore son sensiblemente proporcionales a la longitud de la línea (1), de modo que su influencia es tanto más apreciable

(1) El coeficiente de autoinducción kilométrico de una línea trifásica simétrica se calcula con la fórmula

$$l = \left(4{,}6 \, . \log \frac{2\,D}{d} + 0{,}5\right) 10^{-4} \text{ Hy/Km}$$

y la capacidad resultante contra tierra (capacidad de servicio), también por kilómetro, de un conductor de la misma línea, está dada por

$$C = \frac{0{,}0241}{\log 2\,D/d} 10^{-6} \text{ F/Km}$$

donde D es la distancia entre los conductores y d el diámetro de los mismos. La capacidad y la inductancia por unidad de longitud aparecen, pues, como funciones de esos va ores, o sea dependientes de la dimensión y disposición de los conductores.

Sin embargo los valores de D y de d adoptados en la práctica proporcionan una variación relativamente pequeña del logaritmo del cociente $2\,D/d$, cuyo valor oscila alrededor de un término medio de 2,68 con variaciones que escasamente exceden de unos décimos en más o en menos. De modo que C y l se pueden admitir en primera aproximación constante para todas las líneas y tienen valores de 0,009 μF/Km y de 0,00128 Hy/Km respectivamente.

Naturalmente, para transmisiones importantes ambas magnitudes deben ser calculadas exactamente por medio de las ecuaciones de capacidades y de inductividades de Maxwell.

cuanto más larga es aquélla, pero mientras que el coeficiente de autoinducción, al par de la resistencia ohmica, influye solamente sobre la caída de tensión, la capacidad en vez tiene efectos mucho más importantes.

A pesar de su pequeñez, la capacidad de servicio de los conductores absorbe una corriente determinada por la relación:

$$I_c = \frac{U}{\sqrt{3}} 2\pi f . C . 10^3$$

a la que corresponde una potencia reactiva de:

$$P_r = \sqrt{3}\, U . I_c,$$

donde U es la tensión compuesta en kV, f la frecuencia y C la capacidad. Adoptando un valor medio de la capacidad de servicio de 0,009 microfarad por kilómetro y con una frecuencia de 50 períodos por segundo, con esta fórmula se obtienen los siguientes valores de la corriente y de la potencia reactiva por cada kilómetro de línea:

U =	15	30	60	100	155	200	300	400	kilovolt
I_c =	0,0245	0,049	0,098	0,163	0,245	0,326	0,49	0,652	Amp/Km
P_r =	0,636	2,55	10,2	28,3	63,6	113	255	452	kVAR/Km

De estos valores resulta que mientras que para una línea de 10 Km de largo con una tensión de 15 kV la corriente capacitiva es del orden de $^1/_4$ de ampere y corresponde a una potencia reactiva de 6,5 kVAR, absolutamente insignificante, para una línea de 100 Km de largo y con una tensión de 100 kV ya alcanza en vez el valor de apr. 16 amp. correspondiente a 2.800 kVAR y en la mencionada línea Boulder Dam-Los Angeles, a pesar de que la distancia entre conductores sea de apro. 10 metros y que la capacidad contra tierra de cada conductor de 430 Km de largo sea de sólo 3,8 uF, al aplicar la tensión de 280 kV a la frecuencia de 60 períodos en una extremidad, siendo la otra abierta, entra en cada conductor una corriente de 230 Amp. que corresponde a una potencia de 115.000 kVAR. Y siendo que motivos de seguridad imponen la construcción de dos líneas paralelas para poder utilizar la segunda como reserva en cualquier eventualidad, las dos líneas en conjunto absorben una potencia reactiva de 230.000 kVAR, o sea en valor absoluto poco menos de la mitad del valor nominal de la potencia a transmitir,

únicamente para mantener los conductores bajo tensión. Es cierto que se trata de una potencia reactiva, que no es registrada por los vatímetros y que teóricamente no debería costar nada, pero hay que generarla en condiciones desfavorable para los alternadores y probablemente las dos grandes centrales en el Puerto Nuevo de Buenos Aires no alcanzarían en conjunto para producirla. Además puede ocasionar el fenómeno muy molesto de autoexcitación de los alternadores (1).

Peor aún están las cosas en las líneas subterráneas, pues los cables tienen en proporción una capacidad mucho mayor, por ser la distancia entre conductores muy pequeña y la constante dieléctrica del papel impregnado igual a 3,5. Así la línea de transmisión subterránea a 60 kV entre esta Capital y La Plata ya absorbe en vacío una potencia capacitiva un poco mayor que 20.000 kVAR.

Si bien la capacidad de las líneas puede compensar en forma beneficiosa el factor de potencia inductivo de la potencia consumida a plena carga y mejorar el de la central, a cargas parciales y en particular en vacío hay un exceso de compensación que produce otro efecto desagradable: al recorrer la corriente capacitiva las inductancias de la línea, produce una sobreelevación de la tensión en el extremo receptor. Esta sobreelevación, también llamada efecto Ferranti, pasa desapercibida para cortas distancias pero es considerable en transmisiones largas, como aparece en la siguiente tabla, establecida para líneas aéreas a la frecuencia de 50 períodos:

y =	10	50	100	200	400	600	800	1000	1500 Km
U_2/U_1 =	1,0	1,0	1,01	1,02	1,09	1,24	1,48	2,0	∞

donde y es la longitud en Km, U_1 la tensión del extremo generador y U_2 la del extremo receptor de la línea. Se observa que la sobreelevación es de sólo 1 % para 100 Km, llega a 9 % para 400 Km y alcanza a 100 % con 1000 Km; para 1500 Km es infinita, o sea la línea entra en resonancia. El fenómeno se agrava aún, como lo ha demostrado Rüdenberg (2), a consecuencia de la inductancia de dispersión de los transformadores y alternadores de la central, que disminuye la longitud de resonancia.

(1) G. Wunenburger. — « Algunos problemas de regulación de alternadores ». *Rev. del C. E. de Ingeniería de Buenos Aires*, Nov. y Dic. 1930.

(2) R. Rudenberg. « Elektrische Hochleistungsübertragung auf weite Entfernung ». Berlín, 1932. Ed. J. Springer.

Este fenómeno, que de producirse haría imposible el funcionamiento de líneas largas, no es sino un caso particular de la teoría de las ondas electromagnéticas. En efecto, los trabajos de Heaviside, de Kennelly y luego de Breisig y de Roessler han demostrado que la transmisión de energía eléctrica con corrientes alternadas se efectúa por medio de ondas electromagnéticas idénticas a las de la radiotécnica. Con la diferencia que, mientras que en este último caso se trata de ondas que se propagan en el espacio en todas las direcciones y tienen longitudes que varían entre algunos metros y algunos centenares de metros, en el primero se trata de ondas dirigidas, que corren a lo largo de los conductores y que para una frecuencia usual de 50 períodos tienen una longitud de 6.000 Km en el aire.

En las líneas aéreas estas ondas se propagan con una velocidad próxima a la de la luz en el espacio que rodea los conductores; en los cables subterráneos corren en el dieléctrico que llena el espacio entre conductores y envoltura de plomo. En estos últimos la velocidad de propagación es apr. la mitad de la en el aire y correspondientemente la longitud de onda es de 3.000 Km a 50 períodos (1).

La extrema longitud de esas ondas hace que para cortas distancias el carácter ondulatorio de la transmisión de energía eléctrica pase desapercibido; en efecto 100 Km corresponden a 1/60 de longitud de onda. No así cuando las distancias corresponden a una fracción más importante de la longitud de onda. Al cesar el transporte de energía, por ejemplo al abrirse al interruptor al extremo de la línea, las ondas móviles se transforman en ondas estacionarias de tensión y de corriere capacitiva, que origina el efecto Ferranti.

El carácter ondulatorio de la propagación de la energía eléctrica

(1) La velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en líneas de transmisión está dada aproximadamente por la relación

$$v = v_0 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

y la longitud de onda por

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

donde v_0 es la velocidad de la luz, ε la constante dieléctrica, μ la constante de permeabilidad y f la frecuencia. De éstas se obtiene

v = 300.000 Km/s λ = 6.000 Km para líneas aéreas
V = 150.000 » λ = 3.000 » » cables

tiene además otras consecuencias muy importantes. Una de éstas deriva del hecho que las ondas electromagnéticas se reflejan parcialmente o totalmente cuando encuentran una discontinuidad del medio en que se propagan, en el caso particular cuando, luego de recorrer toda la línea, tienen que penetrar en máquinas y transformadores. Allí sufren una reflexión parcial, es decir que una parte de la energía viene de vuelta. Esta onda de reflexión está demás y ocasiona variaciones molestas, principalmente en la repartición de la tensión a lo largo de la línea. Existe sin embargo para cada línea una determinada potencia, llamada potencia natural, para la cual la onda de reflexión desaparece y la transmisión se efectúa en condiciones óptimas (1).

Además, la circunstancia que la velocidad de propagación no sea infinita trae como consecuencia una diferencia de fase entre las tensiones y las corrientes al principio y al final de las líneas. Este desfasaje también es función de la longitud, como aparece de los valores siguientes, calculados para líneas aéreas a la frecuencia de 50 períodos:

y =	10	50	100	200	400	600	800	1000	1500	Km
β =	0,6	3	6	12	24	36	48	60	90	Grados

La mencionada diferencia de fase dificulta la marcha en paralelo de las máquinas síncronas y limita el valor de la potencia a transmitir.

Todos estos problemas y muchos otros más (no hemos mencionado ni a los problemas de repartición de las potencias activas y reactivas, ni a los de interconexión de redes, ni a las protecciones contra sobretensiones y sobreintensidades, etc., etc.) han sido resueltos por la técnica en todos sus detalles; así se conectan inductancias en paralelo con las líneas para disminuir su capacidad, se compensan en distintos puntos con máquinas adecuadas — los condensadores

(1) La potencia natural de una línea está definida por la relación

$$P_n = \frac{U^2}{Z} 10^3 \text{ kW}$$

donde U es la tensión compuesta en kV y $Z = \sqrt{\frac{l}{c}}$ la impedancia característica de la línea. Con los valores medios adoptados precedentemente para l y c, esta última resulta ser igual a 375 Ohm para líneas trifásicas.

síncronos y asíncronos — en modo de amoldar en cada instante el valor de la impedancia característica de las mismas a la potencia transmitida, eliminando así las ondas de reflexión, se controla su tensión en puntos estratégicos para favorecer la estabilidad de la marcha en paralelo, se proveen de dispositivos para reducir a valores inofensivos las sobretensiones de origen atmosférico, de dispositivos de protección contra fallas de tierra, de sistemas de protección selectiva, etc., etc.

De lo que precede se ve que una línea de transmisión de energía para largas distancias resulta de un precio muy elevado y de explotación costosa, pues, a más de la línea misma, hay que prever todo un plantel de máquinas y de aparatos para su compensación y control. Así la red francesa de 220 kV, con 1.600 Km de extensión, precisa para su compensación y control 400.000 kVAde máquinas rotativas, más otros tantos de transformadores para la alimentación de las mismas, lo que representa un valor global aproximado de 7 millones de pesos en maquinaria, sin contar el montaje, las instalaciones, los interruptores, los edificios, etc., etc. Todo esto independientemente de la maquinaria necesaria para la producción y la transformación de la energía.

Naturalmente, cuanto más cortas son las distancias y cuanto más pequeñas las potencias a transmitir, tanto menores son las tensiones y tanto más sencillas y menos costosas resultan las instalaciones.

Sin embargo, ya que hemos mencionado la palabra costo, tenemos también que agregar que toda obra de ingeniería no puede ser realizada sin el concurso del capitalista que provea su financiación, y este señor pone un freno a las más hermosas realizaciones de los investigadores y de los proyectistas. En efecto, al capitalista le interesa mucho menos el saber que estamos en condiciones de transmitir una determinada potencia desde un punto *A* hasta un punto *B* gracias a la aplicación de ingeniosos y complicados recursos técnicos, que el conocer cuánta energía vamos a transportar por esa línea y cuál va a ser el recargo que experimentará el precio unitario de la energía a consecuencia de ese transporte.

Una línea de transmisión de energía no es otra cosa que una vía de comunicación. La energía eléctrica, considerada como mercadería en cuanto se vende por tanto el kWh, debe ser transportada, como las demás mercaderías, desde el lugar de producción hasta los centros de consumo y más hasta los propios domicilios de los consu-

midores, y ello no sucede por medio del ferrocarril o de la carretera, sino por medio de las líneas de transmisión a distancia y de las redes de distribución.

Ahora bien, una línea de ferrocarril sólo se construirá, salvo las que se hacen a costas del Estado con fines estratégicos o de colonización, cuando se pueda prever el transporte de una cantidad conveniente de pasajeros y de cargas, pues de otro modo, para poder remunerar en forma adecuada el capital necesario para su construcción y además cubrir los gastos de explotación, el precio de los pasajes y de los fletes resultaría prohibitivo.

Lo mismo acaece con una línea de transmisión de energía, con la diferencia que, mientras para el ferrocarril el costo de construcción resultará más o menos proporcional a su longitud, pues es suficiente agregar kilómetro tras kilómetro de vías hasta llegar a destino sin que por ello cambie el tipo de riel o la trocha, para una línea de transmisión de energía en vez el costo unitario crece cuanto mayor es la distancia a vencer, siendo que con ella se hacen siempre más difíciles y complicadas las condiciones técnicas de la transmisión. Además, la capacidad de transporte de la línea aumenta automáticamente con la distancia, o sea con la tensión, pues criterios de resistencia mecánica y de resistencia dieléctrica imponen un diámetro mínimo a los conductores. Este diámetro es de 4 mm hasta 30 kV, crece a 12 mm para 100 kV y alcanza 35 mm para 300 kV (1).

De modo que, para lograr una economía aceptable de la transmisión, hay que transportar una cantidad adecuada de energía, y esta cantidad crece con la distancia a vencer y es proporcional al cuadrado de la tensión empleada.

Ya hemos mencionado el concepto de potencia natural de una línea, o sea de aquella potencia para la cual la transmisión se efectúa sin ondas de reflexión. Pues bien, los cálculos demuestran que para lograr condiciones económicas aceptables de una transmisión, por medio de una línea con conductores de cobre, el valor medio de la potencia transmitida durante el año debe ser aproximadamente

(1) Hasta una tensión de apro. 30 kV el diámetro mínimo de los conductores (cobre) está fijado por criterio de resistencia mecánica; desde apro. 30 kV para arriba rigen en vez criterios de resistencia dieléctrica tendientes a limitar las pérdidas por efecto corona; a ellos se agregan, a partir de apro. 150 kV, medidas para limitar el aumento de pérdidas debido al efecto pelicular y criterios de orden económico.

igual al valor de la potencia natural (1). Admitiendo para la impedancia característica de la línea un valor medio de 375 Ohm, con la fórmula indicada al pie de la pág. 276, se calculan los valores de esa potencia (P_n) en función de la tensión, como aparecen en la columna 1 de la tabla (en megawatt).

U Kv	P_n Mw	α	P_m Mw	E 10^6 Kwh
15	0,6	0,3	2,0	5,255
30	2,4	0,35	6,85	21,0
60	9,6	0,4	24,0	84,0
100	26,6	0,5	53,3	233,0
150	60,0	0,55	109,0	525,0
200	106,5	0,6	178,0	928,0
300	240,0	0,7	343,0	2100,0
400	427,5	0,7	610,0	3740,0

Dividiendo los valores de esas potencias naturales — potencias medias — por los factores de carga α anotados en la tercera columna se obtienen las potencias máximas P_n correspondientes (columna 4); por último, multiplicando las mismas potencias medias por las 8760 horas del año se obtienen las cantidades de energía anotadas en la última columna.

De los datos obtenidos en esta tabla se deduce, por ejemplo, que, para que el transporte de energía con una línea de 60 kV — con la cual se puede alcanzar una distancia de apr. 100 a 120 Km — se realice en la forma más económica (2), hay que transmitir una potencia media anual de 9.600 kW, correspondiente a una cantidad de energía de 84 millones de kWh por año, mientras que con una línea de 300 kV — con la cual se puede alcanzar una distancia de quizás 500 a 600 Km — la potencia media anual debe ser de apr. 240.000 kW correspondiente a una cantidad de energía de 2100 millones de kWh por año y con una línea de 400 kV, para una distancia de 1.000 a 1.300 Km, la potencia media anual debe ser de

(1) H. Piloty. « Elektrische Hochleistungsübertragung auf weite Entfernung » (publicado por R. Rudenberg), citado.

(2) o sea con el mínimo costo de transporte.

427.500 kW correspondiente a una cantidad de energía de 3.740 millones de kWh por año.

Estos valores desde luego son aproximados y los valores exactos deberán determinarse caso por caso. Pero demuestran claramente que para efectuar un transporte económico con una tensión de 60 kV hay que asegurarse un consumo anual del orden de 84 millones de kWh, equivalente al de una ciudad del tamaño de la de Rosario, mientras que una línea a 300 kV ya debe transportar una cantidad de energía de 2.100 millones de kWh anuales, o sea casi igual a la que consume toda la República Argentina, y para una línea de 400 kV son 3.750 millones de kWh anuales, o sea el 165 % del consumo de toda la República. Y, dentro de ese orden de ideas, mencionamos que la red primaria a 132 kV del sistema inglés transporta actualmente 23 millardos de kWh anuales producidos en un grupo de centrales con una potencia instalada de apr. 7,5 millones de kW.

Esto explica por qué en países de escasa densidad de población como el nuestro, el sistema de producción y de distribución de la energía eléctrica, especialmente en las provincias, se parezca en mucho al que existía en Europa hace 40 años. En efecto, los centros de población son pequeños con relación a las distancias que los separan y por consiguiente la energía eléctrica debe ser producida en proximidad inmediata del consumo en un número muy grande de pequeñas centrales, en vez de efectuarse la producción en algunas grandes centrales, de mayor rendimiento, para ser luego transmitida a distancia. Técnicamente, nada se opondría a ello, pero el costo que resultaría del transporte de algunos centenares de kW a 50 o 100 Km o de algunos millares de kW a 300 o 400 Km sería tan elevado, que aumentaría el precio de la energía en forma prohibitiva.

Resulta más económico pagar los fletes del ferrocarril desde los puestos hasta los centros de consumo para el transporte del combustible que transportar la energía eléctrica, del mismo modo que hasta ahora ha sido más conveniente traer el carbón desde Europa sobre una distancia de 12.000 Km para quemarlo en las centrales de Buenos Aires, que traer la energía desde las cascadas del Iguazú, o desde las reservas hídricas de la Cordillera, o desde un aprovechamiento de las mareas en el Golfo de San Matías, a distancias que oscilan entre 1000 y 1500 Km.

Por otra parte las líneas de transmisión ya existentes — nos referimos principalmente a la entre Córdoba y Villa María, con

144 Km, 66 kV y una potencia de 12.500 kVA, la entre esta Capital y La Plata, con 50 Km, 66 kV y 40.000 kVA y las en proyecto desde los embalses del Río III, sin contar las de menor importancia en las provincias de Córdoba, de Mendoza y de Tucumán — demuestran que, cuando existe la conveniencia económica, esas vías de comunicación se establecen necesariamente también en nuestro país.

* * *

Desde el resultado favorable de la primera transmisión de energía entre Lauffen y Francfort, la atención de los técnicos se ha concentrado principalmente sobre la corriente alternada, que por ser transformable a distintas tensiones en forma sencilla y económica y por muchos otros motivos harto conocidos se presta admirable mente para el transporte a distancia y la distribución de la energía eléctrica. De modo que actualmente más del 80 % de la energía producida en el mundo se consume bajo forma de corriente alternada y prácticamente la totalidad de los transportes a distancia se efectúa con esa misma corriente.

Sin embargo, como ya hemos mencionado, para transportes a larga distancia se tropieza con notables inconvenientes cuya eliminación da lugar a instalaciones sumamente costosas. Desde hace mucho tiempo se sabía que el empleo de la corriente continua simplificaría la faz técnica del problema, pues con ella se suprimen los fenómenos ondulatorios, transformándose las ondas en un flujo constante de energía, desaparecen las influencias de la capacidad y de la inductividad, no hay problemas de estabilidad, es decir desaparecen todas las dificultades que surgen del empleo de la corriente alternada.

Pero, como no se sabía producir corriente continua a tensiones superiores a algunos millares de volt y mucho menos transformarla a tensiones más elevadas, su aplicación quedaba descartada de antemano para un transporte de energía a larga distancia.

Un progreso notable en este sentido lo constituyó sin duda el invento del rectificador a vapor de mercurio por Cooper Hewitt en el año 1902, que se empezó a construir industrialmente hace poco más de 25 años y que permite convertir la corriente alternada en continua en forma estática con excelente rendimiento. Su empleo facilitó enormemente la aplicación de la corriente continua a la tracción eléctrica. Gracias a los sucesivos perfeccionamientos intro-

ducidos en su construcción, el rectificador a vapor de mercurio puede preciarse de haber vencido a sus competidores directos, o sea al grupo motor generador y a la conmutatriz, sin hablar de los que han surgido después de él, gracias al espíritu inventivo de numerosos investigadores: así el « transverter » de Highfield, el rectificador de Kesselring, el de Hartmann, el de Marx y otros (1).

A ello se agregaron, hace unos diez años, dos circunstancias que en forma decisiva volvieron a llamar la atención del mundo electrotécnico sobre las transmisiones a distancia con corriente continua.

La primera fué constituída por el anuncio, casi simultáneo por parte de grandes fábricas, de haber logrado el funcionamiento inverso del rectificador a vapor de mercurio, o sea la conversión de la corriente continua en alternada por medios estáticos, mediante la aplicación de rejillas polarizadas, que permitía también realizar un transformador estático de corriente continua.

La segunda se produjo en la forma siguiente. En la asamblea plenaria del VDE celebrada en el año 1930, con motivo del quincuagésimo aniversario de aquella institución, fué presentada una memoria redactada por René Thury, que despertó considerable interés (2).

Ya en el último decenio del siglo pasado, Thury había sido propulsor del sistema de transmisión con corriente continua de alta tensión, producida por máquinas dínamoeléctricas conectadas en serie, sistema que había aplicado en una instalación en Italia, con una tensión de 12 kV sobre una distancia de 27 Km y luego en otra en Suiza, en una línea de 56 Km de largo con una tensión de 22 kV; sin embargo estas instalaciones habían sido transformadas luego en corriente alternada y el sistema había pasado al olvido.

(1) W. E. Highfield. *Electrician*, Vol. 92 (1924), N° 2399 y 2400

F. Kesselring. *VDE Fachberichte*, 1931, pág. 21.

J. Hartmann. *Electr. Engineering*, 1928, pág. 345; *ETZ*, 1932, pág. 98.

E. Marx. *Lichtbogen-Stromrichter*. Berlín, 1932. Ed. J. Springer.

R. Mitsuda. « Mercury Inverter ». *Inf. de la 2ª Conf. Mundial de la Energía*, Berlín, 1930, Vol. 12, pág. 262.

(2) R. Thury. *ETZ*, 1930, pág. 114; *Bulletin ASE*, 1930, pág. 157.

René Thury (1860-1938) ha sido uno de los pioneers de la Electrotécnica. Colaborador de Edison, se dedicó principalmente al perfeccionamiento de la máquina de corriente continua, introduciendo los tipos multipolares y las escobas de grafito. Construyó las primeras máquinas de alta tensión para corriente continua, el primer regulador automático de tensión de uso práctico etc., etc. Fué el fundador de varias industrias electrotécnicas en Ginebra (Suiza), su ciudad natal.

Pero en el año 1930 las ideas de Thury encontraron un terreno más favorable en vista del estado más adelantado de la técnica de las corrientes continuas. En la mencionada memoria el anciano inventor, luego de exponer las ventajas de su sistema, recordó, en apoyo de sus afirmaciones, que existía una transmisión de energía a larga distancia con corriente continua, por él proyectada, en funcionamiento desde 25 años, y cuya existencia ignoraba la mayoría de los técnicos.

Esta curiosa y notable instalación funciona en Francia, y por ella se transportan 18.750 kW producidos en tres centrales hidroeléctricas situadas en Saboya a la ciudad de Lion, salvando una distancia de 224 Km con una tensión de 125 kV. Para conseguir tan elevada tensión Thury conectó en serie 21 máquinas de corriente continua accionadas en grupos de a tres por medio de siete turbinas hidráulicas; la estación receptora en Lion comprende 20 motores conectados en serie, acoplados en grupos de a dos con diez máquinas de corriente continua para la alimentación de la red tranviaria y otras aplicaciones industriales. El sistema funciona con una corriente constante de 150 Amp.; la variación de la potencia se obtiene por conexión o desconexión de grupos de máquinas. Y, detalle notable, la línea de transmisión a 125 kV entra en la ciudad de Lion con un tramo de cable subterráneo de 4 Km de largo, en servicio desde 1911, o sea desde una época en la cual no se construían todavía cables para muy alta tensión.

Los numerosos trabajos, algunos de ellos muy valiosos, que aparecieron posteriormente a la publicación de Thury, estudiando las posibilidades técnicas y económicas de las transmisiones con corriente continua, demuestran que éste ha trazado una nueva senda [1].

Los años han pasado y el optimismo despertado por los inventos relativos a la inversión del rectificador a vapor de mercurio se ha enfriado en parte, puesto que, como todas las nuevas creaciones de la técnica, ésta también tiene que superar las enfermedades de la primera infancia. Y de los rectificadores depende también el

[1] Ver, p. ej., *ETZ*, 1931, pág. 689, 971, 1304, 1318; 1932, pág. 453, 757, 969, 1207; 1933, pág. 1016; 1934, pág. 636, 1058; 1935, pág. 601, 1099, 1281; 1936, pág. 200. Además *Rapp. Conf. Int. des Grands Réseaux Elec.*, 1936; y la obra de O. BURGER: *Berechnung von Gleichstrom-Kraftubertragung*, Berlín, 1932, Ed. J. Springer.

porvenir de las transmisiones con corriente continua, pues en el estado actual de la técnica la energía eléctrica sólo puede ser producida en grandes cantidades por medio de alternadores, y por otra parte la corriente alternada se presta en forma inmejorable para la distribución y el fraccionamiento de la energía, de modo que una transmisión con corriente continua precisa necesariamente una doble conversión. Además este sistema tiene también sus inconvenientes, cuya eliminación debe ser proporcionada por la investigación y la experiencia, e implica un amplio desarrollo de la técnica de las altas tensiones continuas, aun poco adelantada.

Sin embargo la industria electrotécnica trabaja incesantemente, y así se anunció hace dos años que una gran fábrica norteamericana había puesto en servicio una instalación experimental de transmisión de energía con corriente continua para 5.000 kW con 30 kV, utilizando como transmisores y receptores rectificadores de cátodo caliente conectados en un sistema con corriente constante (1). Actualmente funciona en la Exposición Nacional Suiza de Zurich una instalación experimental, construída por una fábrica suiza, en la cual se transmiten 500 kW a una distancia de 30 Km bajo una tensión de 50 kV, utilizando rectificadores e inversores a vapor de mercurio (2). Esta instalación trabaja con tensión constante y utiliza la tierra como retorno, disposición que, propuesta en su tiempo por Thury, había sido en general rechazada por los peligros de corrosión que ofrece, pero que permite realizar una apreciable economía de cobre.

Es posible que si el sistema de transmisión con corriente alternada fuese menos perfecto, estos ensayos bastarían para afirmar la posición del sistema con corriente continua. Pero en la situación actual este último tiene que demostrar su superioridad o por lo menos su igualdad al sistema de corriente alternada para poderlo desplazar, y si ello ha sido hecho teóricamente, no lo ha sido todavía en forma suficiente bajo la faz práctica. Además se plantean problemas de orden secundario, si queremos, pero muy importantes. Para citar uno solo mencionamos que las redes de distribución con corriente alternada absorben potencia reactiva que no puede ser transmitida sobre una línea de corriente continua. De modo que, de querer alimentar una distribución de corriente alternada con una trans-

(1) *Electr. Engineering*, pág. 102; *G. E. Rev.*, 1936, pág. 220.
(2) *Rev. Brown Boveri*, 1939, pág. 96.

misión de continua hay que producir esta energía en las redes de consumo.

Actualmente se construyen rectificadores e inversores para tensiones de 50 a 60 kV, de modo que empleando un sistema trifilar se puede fácilmente llegar a tensiones de 100 a 120 kV; sin embargo las potencias de los grupos son todavía pequeñas.

A más de las que ya hemos enumerado, el sistema de transmisión con corriente continua ofrece particulares ventajas desde el punto de vista de la técnica de los dieléctricos, pues no se producen pérdidas

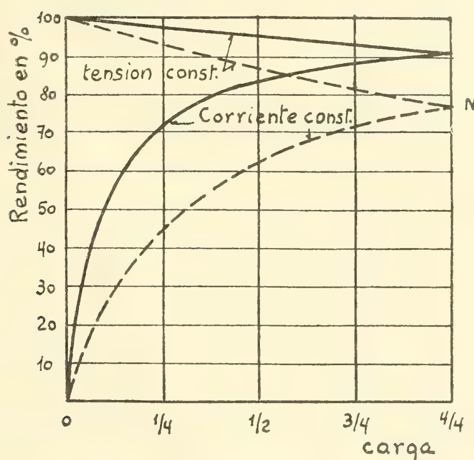


Fig. 3. — Variación del rendimiento en función de la carga para sistemas con tensión y corriente constante.

Curvas M para 10 % de pérdida a plena carga
» N » 30 » » » » » »

en los mismos, y, además, a igualdad de aislación, permite utilizar una tensión de por lo menos 1,41 veces mayor. Prácticamente la ventaja es aún más notable y los ensayos han demostrado que un dieléctrico sólido resiste a una tensión continua igual al doble del valor de cresta de la tensión disruptiva alternada. Esta ventaja permite encarar una transmisión por cables subterráneos, que con corriente alternada por su elevado precio han sido limitados a cortos tramos.

Según recientes experiencias (¹), un cable con impregnación sólida, que con un espesor de dieléctrico de 10 mm puede servir para una

(¹) A. Rachel. *Elektrizitätswirtschaft,* 1935, pág. 617 y 748.

tensión alternada de 35 kV — en valor eficaz — contra tierra, puede ser empleado con corriente continua para una tensión de 125 kV.

La introducción de cables subterráneos tiene la ventaja de sustraer la línea a la influencia de las sobretensiones atmosféricas y además de hacerla invisible, circunstancia que no solamente favorece a la estética, sino que también pone la línea al reparo de cualquier bombardeo, ventaja ésta muy apreciada actualmente en Europa. Si el clima político del viejo continente se mantiene algún tiempo en su estado actual, es muy probable que consideraciones de esta índole puedan tener una influencia decisiva para la adopción del sistema de corriente continua en transmisiones de energía importantes.

Las opiniones vertidas en recientes publicaciones demuestran que el problema aún no se halla resuelto definitivamente. Así se discute actualmente sobre las ventajas del sistema en serie, o sea con corriente constante, contra las del sistema en derivación, o sea con tensión constante. Desde el punto de vista del rendimiento a cargas parciales y de la mayor facilidad de explotación, la superioridad del sistema de tensión constante es indiscutida y en ella reside también la superioridad del sistema de corriente alternada.

Sin embargo los partidarios del sistema con corriente constante argumentan que una transmisión con corriente continua de alta tensión actualmente sólo entra en consideración para la transmisión de grandes potencias a muy largas distancias, y que en esos casos las fluctuaciones de la potencia son relativamente pequeñas y por consiguiente la cuestión rendimiento tiene una importancia relativa. Además destacan el hecho que el sistema, en su disposición actual, no precisa interruptores para grandes potencias, pues los valores de las corrientes de corto circuito no exceden los de la corriente normal. Por lo opuesto, en un sistema con tensión constante esos aparatos tienen una importancia fundamental y si bien, tras de una larga evolución, actualmente funcionan en forma satisfactoria con corriente alternada, todavía no están desarrollados para la corriente continua de muy alta tensión, máxime teniendo en cuenta que con ésta el problema de las corrientes de corto circuito resulta particularmente difícil (1).

(1) Esta afirmación no es del todo exacta, pues para los rectificadores a vapor de mercurio el problema de las corrientes de corto circuito está virtualmente resuelto con la aplicación de las rejillas polarizadas, y por lo tanto el funcionamiento

En la fig. 4 se reproducen los esquemas fundamentales de los dos sistemas como han sido proyectados por M. Stohr (¹) para transmisiones de alta tensión con corriente continua. Ambos utilizan cuatro rectificadores conectados en serie, o sea, de acuerdo con el desarrollo actual de esos aparatos, permiten alcanzar tensiones

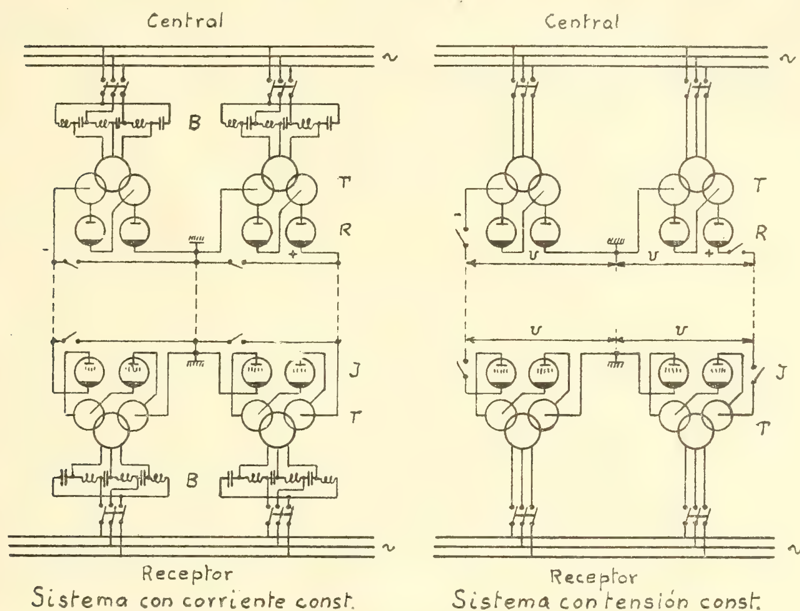


Fig. 4. — Esquemas fundamentales de transmisiones con corriente continua.

B = Círculo resonante de Boucherat.
T = Transformador.
R = Rectificador a vapor de mercurio.
I = Inversor a vapor de mercurio.

máximas de 200 a 240 kV (100 a 120 kV contra tierra) pero hasta ahora con potencias de apr. 500 kW por rectificador, o sea todavía muy pequeñas. El sistema con tensión constante precisa dos conductores, el de corriente constante tres. Este último es particularmente

---

de un sistema a tensión constante compuesto de una estación transmisora y una receptora conectadas por medio de una sola línea es desde ya posible. Claro está que se trata de un caso extremamente sencillo insuficiente para hacer frente a las exigencias de la práctica.

(¹) *VDE-Fachberichte*, 1938, pág. 6.

interesante desde el punto de vista teórico por el empleo de los circuitos resonantes de Boucherot.

Aun cuando el sistema con tensión constante pueda parecer más viable, pues reposa sobre un principio que es la base de todas las transmisiones actuales y en el cual tenemos larga experiencia, es difícil hacer pronósticos en ese sentido. La evolución del nuevo sistema sólo se halla en sus inicios, y no es improbable que su desarrollo imponga puntos de vista totalmente nuevos que la técnica de mañana tendrá que resolver.

HESPERIOIDEA ARGENTINA X

POR

KENNETH J. HAYWARD
F. R. E. S., F. R. G. S., F. Z. S.

I. — NOTAS SOBRE SINONIMIA

En el transcurso de mis investigaciones para la preparación de mi *Hesperiidarum Argentinae Catalogus* y de un « *Catalogus* » de los hespéridos del Ecuador, ambos completados hasta el fin de la subfamilia *Pyrginae*, me he visto en la necesidad de hacer algunas modificaciones en la nomenclatura empleada en mi monografía de los hespéridos argentinos y trabajos subsiguientes, los cuales doy a continuación.

Urbanus Hübner.

1807. *Urbanus* Hübner, Samml. Exot. Schmett., 1, pl. 150, 151, 155, 159. Logotipus *Papilio proteus* Linnaeus.
1820. *Goniurus* Hübner, Verz. bek. Schmett., p. 104. Logotipus *Papilio simplicius* Stoll.
1832. *Eudamus* Swainson, Zool. Illustr. (2), 2, p. 48. Orthotipus *Papilio proteus* Linnaeus.
1852. *Goniuris* Westwood & Hewitson, Gen. Diurn. Lep., 2, p. 510 (*ex errore*).
1871. *Thymele* Kirby (*nec* Fabricius), Syn. Cat. Diurn. Lep., p. 569.
1881. *Lyroptera* Plotz, Stett. Ent. Zeit., 42, p. 500 (*nomen nudum*).
1893. *Polythrix* Watson, Proc. Zool. Soc. Ldn., p. 19. Orthotipus *Eudamus metallescens* Mabille.

Es necesario emplear el nombre *Urbanus* para el género conocido por nosotros como *Goniurus*.

Proteides Hübner.

1820. *Proteides* Hübner, Verz. bek. Schmett., p. 104. Logotipus *Papilio mercurius* Fabricius.
1820. *Epargyreus* Hübner, op. cit., p. 105. Logotipus *Papilio tityrus* Fabricius.

1878. *Dicranaspis* Mabille, Ann. Soc. Ent. Belg., 21, p. 24. Haplotipus *Papilio idas* Cramer.

Papilio mercurius Fabricius 1787 (*idas* Cramer 1782) y *Papilio tityrus* Fabricius (*nec* Poda) 1775 son co-genéricos, por lo cual tenemos que suprimir el género *Epargyreus*.

Antigonus Hübner.

1820. *Antigonus* Hübner, Verz. bek. Schmett., p. 108. Logotipus *Urbanus vetus erosus* Hübner.
1877. *Lintneria* Edwards, Trans. Amer. Ent. Soc., 6, p. 57, 67. Haplotipus *Hesperia zampa* Edwards.
1877. *Systasea* Edwards, Can. Entom., 9, p. 120 (*nom. nov.* para *Lintneria praeoc*).
1891. *Plesiocera* Mabille, Bull. Soc. Ent. Belg., 35, p. 106. Haplotipus *Plesiocera filipalpis* Mabille (*nom, praeoc.*).
1908. *Systacea* Longstaff, Trans. Ent. Soc. Ldn., p. 56 (*ex errore*).

Hesperia zampa Edwards 1876 es un sinónimo de *Leucochitonea pulverulenta* R. Felder 1869 y esta especie es co-genérico con *erosus* Hübner 1830 y *filipalpis* Mabille 1891, por lo cual tenemos que suprimir el género *Systasea*, colocando en *Antigonus* las especies argentinas *erosus* Hübner, *liborius* Plotz y *variegatus* Mabille.

Ebrietas anacreon (Staudinger).

1876. *Achlyodes* (? *Helias*) *anacreon* Staudinger, Verh. zool.-bot. Ges. Wien, 25, p. 115.
1876. *Achlyodes alburnea* Staudinger, loc. cit. (♀ de *anacreon*).
1884. *Antigonus tortricinus* Plotz, Jahrb. Nass. Ver. Nat., 37, p. 27.
1884. (*Antigonus*) *undulata* Plotz (*nec.* Harrich-Schaffer), loc. cit.
1923. *Ebrietas undulatus* Draudt en Seitz Macrolep., 5, p. 907, pl. 177 b.

Esta especie figura con el nombre *undulatus* en Hayward, Rev. Soc. Ent. Arg., 5, p. 252 y láminas.

Camptopleura Mabille.

1877. *Camptopleura* Mabille, Pet. Nouv. Ent., 2, p. 166. Logotipus *Camptopleura theramenes* Mabille.
1903. *Cycloglypha* Mabille, Gen. Ins. Hesp. fasc. 17., p. 70. (*Cyclogypha ex errore*). Logotipus *Herperia thrasibulus* Fabricius.

Camptopleura theramenes Mabille 1877 y *Hesperia thrasibulus* Fabricius 1793 son co-genéricos.

Achlyodes Hübner.

1820. *Achlyodes* Hübner, Verz. bek. Schmett., p. 107. Logotipus *Papilio busirus* Cramer.

1836. *Eantis* Boisduval, Spec. Gen., pl. 13, fig. 6. Haplotipus *Urbanus vetus thraso* Hübner.
1903. *Sebaldia* Mabille, Gen. Ins. Hesp., fasc. 17, p. 66. Haplotipus *Papilio busirus* Cramer.

Hübner incluyó ambas *busirus* Cramer 1782 y su *thraso* (1807-16) en su género *Achlyodes*, y aunque existen ciertas diferencias entre estas dos especies, otras especies americanas son intermediarias entre las dos, y sería mejor incluir todas en un solo género bajo el nombre de *Achlyodes*.

Chaetoneura Felder.

1862. *Chaetoneura* Felder (C & R), Wien Ent., Mon., 6, p. 185. Haplotipus *Chaetoneura hippulus* Felder.
1895. *Antigonus* Godman & Salvin (*nec* Hübner), Biol. Centr. Amer., Rhop. 2, p. 409.

Debe colocarse en *Chaetoneura* las especies *nearchus* Latreille 1823 y probablemente *coecatus* Mabille 1891.

Helias Fabricius.

1807. *Helias* Fabricius en Illiger's Mag. f. Insektenk., 6, p. 287. Haplotipus *Urbanus vetus phalaenoides* Hübner.
1820. *Achna* Billberg, Enum. Ins., p. 80. Diatipus *Urbanus vetus phalaenoides* Hübner.
1896. *Diphoridas* Godman & Salvin, Biol. Centr. Amer., Rhop. 2, p. 423. Orthotipus *Urbanus vetus phalaenoides* Hübner.

En Rev. Soc. Ent. Arg., 7, p. 136, 1935, mencioné la substitución del nombre *Helias* por *Diphoridas* sin citar la sinonimia.

Pholisora Scudder.

1872. *Pholisora* Scudder, Rept. Peabody Acad. Sci., p. 72. Orthotipus *Papilio catullus* Fabricius.
1896. *Staphylus* Godman & Salvin, Biol. Centr. Amer., Rhop. 2, p. 429. Orthotipus *Helias ascalaphus* Staudinger.
1903. *Bolla* Mabille, Gen. Ins. Hesp., fasc. 17, p. 72. Logotipus (?*Pythonides*) *pullata* Mabille.
1905. *Hesperopsis* Dyar, Journ. N. Y. Ent. Soc., 13, p. 118. Orthotipus *Thanaos alpheus* Edwards.

Las especies *catullus*, *ascalaphus*, *pullata* y *alpheus* son co-genéricas, por lo cual tenemos que usar el nombre *Pholisora* para este género. El nombre *ascalaphus* Staudinger 1876 es un sinónimo de *mazans* Reakirt 1866.

√ Género **Heliopetes** Billberg.

Los nombres correctos para las especies argentinas de este género son los siguientes:

Heliopetes arsalte (Linnaeus).

1758. *Papilio arsalte* Linnaeus, Syst. Nat., Edn. 10, p. 469.
1775. *Papilio menalcas* Fabricius, Syst. Ent., p. 535.
1775. *Papilio niveus* Cramer, Pap. Exot., 1, p. 33, pl. 22, fig. C.

Heliopetes arsalte fa. *petreus* (Hübner).

1816. ?*Urbanus juventus niveus* Hübner (*nec* Cramer), Samml. Exot. Schmett., 1, pl. 159, figs. 3, 4.
1820. *Brontiades petreus* Hübner, Verz. bek. Schmett., p. 113.
1868. *Leucochitonea laginia* Hewitson, Descr. Hesp., p. 48.
1885. *Leucochitonea bianca* Plotz, Stett. Ent. Zeit., 46, p. 37.
1907. *Leucochitonea janice* Ehrmann, Can. Entom., 39, p. 318.

Heliopetes alana (Reakirt).

1868. *Pyrgus alana* Reakirt, Proc. Acad. Nat. Sci. Phila., 20, p. 90.
1868. *Leucochitonea leucola* Hewitson, Descr. Hesp., p. 49.
1885. *Leucochitonea ligania* Plotz, Stett. Ent. Zeit., 46, p. 38.
1885. *Leucochitonea adusta* Plotz, op. cit., p. 39.

Heliopetes pastor (Felder).

1869. *Leucochitonea pastor* Felder, Verh. zool.-bot. Ges. Wien., 19, p. 476.

Heliopetes leca (Butler).

1870. *Pyrgus leca* Butler, Trans. Ent. Soc. Ldn., p. 510.
1933. *Erynnis laviana* Hayward (*nec* Hewitson), Rev. Soc. Ent. Arg., 5, p. 271, lám. 21, fig. 8 (♂ genitalia) y lám. 30, fig. 4 (error de clasificación).

Heliopetes omrina (Butler).

1870. *Pyrgus omrina* Butler, Trans. Ent. Soc. Ldn., p. 509.
1923. *Heliopetes pastor* Draudt (*nec* Felder) en Seitz Macrolep., 5, p. 915, pl. 178 f.

Heliopetes omrina fa. *pampina* (Plotz).

1886. *Leucochitonea pampina* Plotz, Stett. Ent. Zeit., 47, p. 111.
1923. *Heliopetes pastor* var. *pampina* Draudt *in* Seitz Macrolep., 5, p. 915, pl. 178 f.

Heliopetes domicella (Erichson).

1848. *Syrichtus domicella* Erichson, Schomb. Reise n. Guiana, 3, p. 604.
1884. *Pyrgus nearchus* Edwards, Papilio, 2, p. 26.
1884. *Pyrgus willi* Plotz, Mitt. Nat. Vor.-Pomm., 15, p. 3.
1884. *Pyrgus aconita* Plotz (Herrich-Schaffer ms.), *loc. cit.*

Género **Pyrgus** Hübner.

La sinonimia y nomenclatura de este género se tratarán en *Hesperioidea Argentina* XI, desde que es necesario esperar la publicación en otro lugar de ciertas especies nuevas para la ciencia y nuestra fauna.

Remella Hemming.

1900. *Perimeles* Godman en Godman and Salvin, Biol. Centr. Amer., Rhop. 2, p. 542. Haplotipus *Hesperia remus* Fabricius.
1939. *Remella* Hemming, Proc. ser. B., Roy. Ent. Soc. Ldn., 8 (3), p. 39. (*nom. nov.* para *Perimeles* praeoc. por *Perimeles* Lenz, 1831).

Talides cordela (Plotz).

1882. *Hesperia cordela* Plotz, Stett. Ent. Zeit., 43, p. 320. (Plotz fig. ined. N° 1368).
1932. *Talides crepuscularis* Jorgensen, Ent. Zt. Iris., 46, p. 47.

A pedido de mi amigo Brig.-Gen. W. H. Evans del Museo Británico, envié un ejemplar de *Talides crepuscularis* Jörgensen a aquella institución para permitir su comparación con el tipus de *cordela* Plötz, de la cual el insecto resulta ser un sinónimo, siendo igual su coloración y maculación y la forma de los genitales de su macho. Sería probablemente necesario más adelante transferir este insecto a otro género.

II. — Especies nuevas para la fauna y anotaciones sobre otras

Urbanus esmeraldus (Butler).

1877. *Eudamus esmeraldus* Butler, Trans. Ent. Soc. Ldn., p. 146.
1921. *Eudamus esmeraldus* Draudt en Seitz Macrolep., 5, p. 583.
1926. *Eudamus esmeraldus* Williams, Trans. Amer. Ent. Soc., 52, p. 70, figs. 12 y 13 (♂ genitalia).

Muy parecida a *Urbanus proteus* Linnaeus y difícil de separar de ésta, salvo por el examen de su genitalia.

Es por lo general más pequeño y tiene la coloración verde de las bases de las alas en su faz superior más azulado que en *proteus*. En la faz inferior de las alas posteriores el color de fondo es más uniforme y las fajas obscuras postbasal y postmediana son algo más derechas, sus bordes menos accidentados y sin rastros del color claro o blanco como muchas veces se encuentra en *proteus*.

Un ejemplar de esta especie fué capturado por el Hermano Bonifacio Veronesi, de Tucumán, en el lugar denominado Quinta Méndez, en aquella Provincia.

Pellicia bromias Godman & Salvin, var. *clara* Mabille et Boullet.

1916. *Pellicia bromias* var. *clara* Mabille et Boullet, Bull. Soc. Ent. Fr., p. 323.

Brasil, Argentina y Guayana Francesa.

Pellicia bromias Godman & Salvin, var. *nigra* Mabille et Boullet.

1916. *Pellicia bromias* var. *nigra* Mabille et Boullet, Bull. Soc. Ent. Fr., p. 323.

Brasil, Argentina, Colombia, Guayana y Bolivia.
No conozco las variedades *clara* y *nigra*.

Pellicia haywardi Williams & Bell.

1939. *Pellicia haywardi*, Williams & Bell, Trans. Amer. Ent. Soc., 65, p. 141, fig. 7 (♂ genitalia).

Holotipo de Capilla del Monte (Córdoba) y un paratipo de La Rioja, ambos de la colección del American Museum of Natural History.

Pellicia ruda Mabille et Boullet.

1916. *Pellicia ruda* Mabille et Boullet, Bull. Soc. Ent. Fr., p. 323.

Los autores han descripto esta especie de un ejemplar argentino.

Zopyrion sandace Godman & Salvin, var. *disrupta* Mabille et Boullet.

1897. *Zopyrion sandace* Godman & Salvin, Biol. Centr. Amer., Rhop. 2, p. 440, pl. 90, figs. 8, 9 y 10 (♂ genitalia).
1917. *Zopyrion sandace* var. *disrupta* Mabille et Boullet, Bull. Soc. Ent. Fr., p. 100.

La especie *sandace* vuela desde Méjico hasta Guatemala. La variedad *disrupta*, según Mabille y Boullet, es encontrada en Brasil y Argentina.

Chaetoneura (?) *coecatus* (Mabille).

1891. *Antigonus coecatus* Mabille, Bull. Soc. Ent. Belg., 35, p. 63.
1923. *Staphylus coestus* Köhler, Sond. Zeit. f. Insektenbiol., 18, p. 33.
1928. *Staphylus coecatus* Köhler y Strassberger, Cat. Lep. Arg., p. 5.

Brasil hasta la Argentina. No conozco ejemplares argentinos.

Lerodea ethologus (Hayward). (Fig. 1).

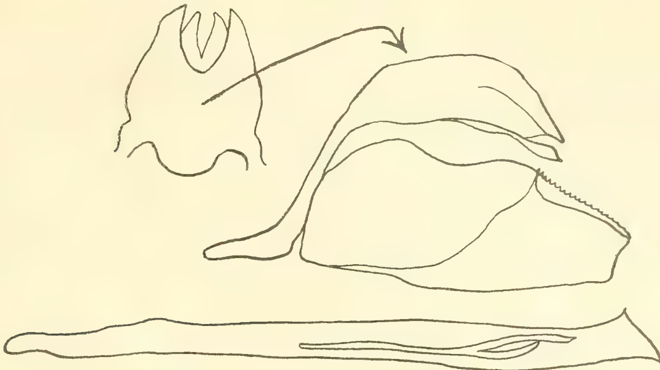


FIG. 1. — *Lerodea ethologus* (Hayw.). Allotipo ♂ (genitalia).

He recibido del Hermano Bonifacio Veronesi, de Tucumán, un ejemplar macho de una *Lerodea* que corresponde exactmante con mi descripción de *ethologus* (Rev. Soc. Ent. Arg., 6, p. 162, 1934. — *Megistias*). Este ejemplar fué capturado cerca de Tucumán por el Hermano Veronesi, quien ha tenido la gentileza de facilitármelo para mi colección. Con el descubrimiento de este macho puedo dar un dibujo de su órgano genital.

Thespieus moneraspernatus Hayward.

En Hayward, Anales Soc. Cient. Arg., 126, pp. 444 y 446 (1939), las leyendas de las figuras de los genitales de los machos de esta especie y de *aspernatus* Draudt, han sido intercambiadas. La figura N° 16 representa el órgano genital de *aspernatus* y la figura 17 de *moneraspernatus*, y no como están indicadas.

Artines fastus Hayward.

Mi amigo el señor Bell me ha escrito sobre esta especie como sigue (traducido): « Hay en la colección del American Museum of Natural History 2 ♂♂ y una ♀ de *fastus*. En uno de los machos los puntos oscuros antemarginales de la faz inferior del ala posterior son pupilados con un punto blanco y en el segundo ejemplar macho, también, en menor escala. En la hembra el punto superior de la hilera discal es pequeño y amarillo, las manchitas en las células M^3 y Cu^1 son blancas, semihialinas y con un angosto borde amarillo ».

III. — Nuevas procedencias

Provincia de Tucumán: Capturados por el Hermano Veronesi: *Urbanus simplicius* (Stoll), *Pellicia castolus* (Hewitson), *Paches geometrinus* (Felder), *Zopyrion evenor* Godman & Salvin, *Ebrietas anacreon* (Staudinger), *Pyrgus «notata»* (Blanchard), *ancyloxypha nitedula* (Burmeister), *Polites vibex* (Hübner), *Lerodea telata* (Herrich-Schaffer), *Panoquina nero sylvicola* (Herrich-Schaffer), *Panoquina ocala* (Edwards), *Cobalus cannae* Herrich-Schaffer y *Vorates mabillei* Giacomelli.

Además: *Pyrgus orcus* (Cramer), (Hayward); *Dardarina salta* Evans (Cadillal, *Breyer*).

Provincia de Salta: Breyer: *Urbanus dorantes* (Stoll), *Helias phalaenoides* (Hübner) y *Polites vibex* (Hübner), y de Köhler, *Antigonus variegatus* Mabille.

Provincia de Jujuy: Del señor Breyer: *Cogia calchas* (Herrich-Schaffer) de Mendieta, y *Calpodes ethlius* (Cramer). Capturé personalmente *Urbanus dorantes* (Stoll), *Hylephila phylaeus* (Drury), *Paches geometrinus* (Felder), y *Polites vibex* (Hübner).

De la provincia de Buenos Aires: *Pellicia herse* Hayward y *Lerodea uniformis* Hayward del señor Breyer.

De la Pampa: *Pyrgus americanus* s. sp. *bellatrix* Plötz (Benson) y de Corrientes *Heliopetes domicella* (Erichson).

DOCTRINA Y TRATAMIENTO DE LA ALIENACION A TRAVES DE LOS SIGLOS

POR EL

Dr. E. EDUARDO KRAPF

Introducción

Al analizar la estructura específica de los problemas científicos en medicina mental, no podemos dejar de observar que en la base de todo problema psiquátrico se encuentra la vieja y escabrosa cuestión de las relaciones entre cuerpo y alma. Se sobreentiende que esta cuestión misma es de índole puramente filosófica. El psiquiatra no ha de intervenir en su solución, pues no es su tarea — ni debería ser su ambición — competir con el filósofo. Pero es indiscutible que no puede haber medicina mental sin un fondo filosófico correspondiente; y la circunstancia de que, a veces, los psiquiatras sufren las consecuencias de su « ambiente » filosófico sin darse cuenta de ello, es en realidad, sólo una prueba adicional en favor de la existencia obligada e inevitable de las relaciones conceptuales mencionadas.

Para el historiador de la doctrina psiquiátrica resulta de esto una gran dificultad. Tiene que tratar de relacionar la evolución de la ciencia alienista con la historia del pensamiento humano mismo. En otras palabras: debe enfrentar no sólo los obstáculos que se oponen a la investigación médico-histórica, de por sí, sino también los tropiezos particulares relacionados con la estructura científica especial de la medicina mental.

En vista de esta circunstancia se comprendería perfectamente que alguien considerara más oportuno limitar la presente exposición estrictamente a lo teórico, y abandonar el propósito de estudiar

aquí, a la par de la doctrina, también el tratamiento de la alienación. Me parece, sin embargo, que tal ampliación del tema es justificada y hasta necesaria; y lo creo no sólo porque una exposición puramente teórica sería tal vez demasiado abstracta y seca, sino también, y en primer término, porque, en realidad, el « esqueleto sin carne » de una teoría sin práctica no existe en medicina.

Sabemos a través de una experiencia milenaria, que los éxitos y fracasos de los procedimientos terapéuticos influyen en el pensamiento doctrinario del mismo modo como éste, a su vez obra sobre aquéllos; y sería, en efecto, mucho más difícil relatar *sólo lo teórico* que dar la historia de *doctrina y tratamiento juntamente,* que es lo que me propongo desarrollar.

Con todo, se demasiado bien que la presente disertación padece de muchísimos defectos. No puedo, en efecto, hacer más que trazar las principales líneas de la evolución, y me doy cuenta perfecta de que, con este procedimiento, ha de quedar más « espacio blanco » que dibujo en la tela.

No negaré, sin embargo, que, a pesar de ello, espero dar un cuadro concreto, y sobre todo verídico, del desarrollo habido; y digo « verídico » a propósito, y sin desconocer las dificultades inherentes al concepto de la verdad histórica.

Es, en efecto, universalmente reconocido, hoy día, que en historia, nada se puede esperar de los clásicos procedimientos « exactos » del medir y pesar; y en cuanto a la comprensión hermenéutica, único método realmente adecuado, hay que conceder con franqueza que se presta con demasiada facilidad a ciertas prácticas, parecidas a las del mítico Procrusto, quien solía destruir las estructuras orgánicas en sus esfuerzos brutales de adaptarlas todas a un solo lecho uniforme.

Hay que respetar las estructuras propias de los fenómenos para poder comprenderlos; hay que tener reverencia para el pasado para poder llegar a la verdad histórica. No nos corresponde, con respecto a nuestros precursores, ni *elogiarlos* condescendientemente — porque vislumbraron lo que nosotros sabemos — ni *ridiculizarlos* irrespetuosamente — porque no alcanzaron ver lo que a nosotros nos parece elemental. El maestro *Kraepelin* solía decir que de personas que habían trabajado concienzudamente, sólo se debía hablar con el sombrero en la mano; y ésta es, en efecto, la

única actitud que puede asumir el historiador que quiere llegar a una interpretación verídica del pasado.

Es un hecho por otra parte, que la reverencia para el pasado es uno de aquellos sentimientos nobles que saben engendrar otros de la misma índole. He ahí, sin duda, por qué una ocupación fértil con la historia induce tan a menudo a sentimientos de modestia para el presente y de entusiasmo para el porvenir. Desearía, en efecto, sinceramente, que en la presente disertación, con todos sus defectos, se encontrara por lo menos un reflejo de ese espíritu verdaderamente histórico.

Epoca Arcaica

Los *comienzos de la medicina mental* se pierden en aquellas tinieblas impenetrables que esconden los primeros pasos de la humanidad misma. Es probable que, en un principio, las enfermedades mentales no hayan tenido una importancia tan grande como en épocas posteriores. Parece, en efecto, como si la frecuencia de la alienación aumentara paulatinamente con el progreso de la civilización; y es, sin duda, muy significativo que, de un lado, no conocemos una enajenación verdadera entre los animales, mientras que, del otro, tenemos muchos indicios para suponer una especial frecuencia de las psicopatías (sobre todo de la esquizofrenia) en las capas más tradicionales y culturalmente antiguas de la humanidad actual. Por otra parte, es indiscutible que una cierta cantidad de alienados se observa hasta en las más primitivas tribus salvajes de nuestra era; y de esto podemos, tal vez, sacar la conclusión de que también entre los primitivos prehistóricos habrá habido algunos casos.

Es un hecho, de todos modos, que la enajenación existía desde que había civilización. Los primeros escritos médicos que conocemos provienen de los sabios *sumerios* del tercer Milenio a. J. C.; y en estos documentos antiguos (las famosas « tablillas » de Nínive) se habla ya bien claramente de la « inteligencia » residente en el corazón, y de los « trastornos de la inteligencia » relacionados con enfermedades o malas posiciones de este órgano.

No conocemos detalles sobre la medicina mental en la antigua Mesopotamia. Sabemos sólo que la medicina sumeria en general es-

taba en manos de los sacerdotes, y podemos deducir de las tablillas conservadas que la « terapia » practicada se limitaba, casi sin excepción, a la recitación de fórmulas mágicas y otros actos más o menos rituales.

Los herederos de la civilización sumeria, los *babilonios* y *asirios,* desarrollaron el arte de curar hasta el punto de tener finalmente verdaderos profesionales, independientes de la casta sacerdotal. Sin embargo, no parecen hacer contribuído mayormente al adelanto de la psiquiatría. Y si realmente progresaron en algo, ello quedó sin consecuencia; pues las invasiones indogermanas del primer Milenio a. J. C. destruyeron el imperio semita y aniquilaron al mismo tiempo su civilización.

Sabemos algo más sobre la medicina mental *egipcia.* También en el reino del Nilo la medicina fué dominada, desde un principio, por los sacerdotes. Los lugares de tratamiento eran exclusivamente los templos, y parece haber habido templos particulares para la asistencia de los alienados. Existe una famosa descripción de estos « sanatorios » que proviene de *Pinel* y está citada en todas partes.

Según este relato, los egipcios habrían alcanzado un nivel tan alto que usaban la música, los juegos, la gimnasia, y hasta el trabajo para curar a sus alienados. No cabe duda, sin embargo, de que esa descripción casi hímnica de *Pinel* está basada en interpretaciones erróneas de los primeros egiptólogos, y que la realidad psiquiátrica en el antiguo Egipto estaba muy lejos de ser tan perfecta. Es cierto que, con el tiempo, los exorcismos primitivos fueron complementados por procedimientos más racionales, y sabemos, por ejemplo, que los egipcios usaban, exactamente como nosotros hoy día, el hioscíamo para calmar a los excitados. En general, empero, prevalecían, sin duda, las prácticas demonológicas comunes; y hasta en épocas relativamente recientes se usaban aún típicas fórmulas mágicas como, por ejemplo: «¡ Oh enemigo, masculino o femenino! Oh muerto, masculino o femenino! ¡ No desciendas sobre la cabeza de Fulano, hijo de Mengano! ».

La civilización *hebraica,* cuyo nivel era, en general, inferior al que habían alcanzado los egipcios, no ha contribuído al adelanto de la medicina mental. Anotemos, sin embargo, que el Viejo Testamento menciona varios casos de alienación y que, por ejemplo,

en el caso del rey Saúl se responsabiliza expresamente a los « malos espíritus » por el estado lamentable del monarca melancólico.

En cuanto a los antiguos *chinos* e *hindúes* muy poco se sabe sobre sus conocimientos psiquiátricos; y es un hecho, de todos modos, que lo que pensaban o hacían con respecto a la alienación no tuvo ninguna influencia sobre la evolución de la medicina mental en el mundo occidental.

Epoca Greco - Romana

Los primeros en desarrollar una verdadera psiquiatría fueron, sin duda, los griegos. Herederos de la civilización egipcia, imitaban también, en un principio, la organización médica de sus maestros. De tal modo, tenían, exactamente como éstos, una casta de sacerdotes especializados en la asistencia de enfermos; y entre estos « asclepiades » (que pretendían provenir en línea directa de Asclepios, dios de la medicina), había seguramente, ya desde muy temprano algunos especialmente interesados en trastornos mentales.

Es típico, sin embargo, que los primeros adelantos verdaderos provinieron de dos filósofos, alumnos de *Pitágoras* y por lo tanto precursores de *Platón*) : *Alcmeon* de Croton y *Philolaos* de Tarento. Ellos fueron los primeros en separar el pensar del sentir, y en localizar tanto la vida intelectual como las sensaciones en el cerebro.

Es indudable, por otra parte, que estas ideas revolucionarias no fueron compartidas por otros y vemos, en efecto, que hasta el mismo *Hipócrates,* aproximadamente un siglo más tarde, creyó todavía en un asiento cardíaco de la inteligencia. Es cierto que el famoso libro « De la enfermedad sagrada » defiende conceptos mucho más, y en realidad sorprendentemente modernos; pero ya no hay duda de que esta obra « hipocrática » no proviene ni de *Hipócrates* ni de un médico de su época sino de un autor considerablemente más joven, de orientación sofista.

Los primeros médicos que realmente merecen ser llamados psiquiatras: *Asclepiades* de Prusa, *Soranos* de Efeso y *Areteos* de Capadocia, vivieron mucho más tarde: en el primer siglo antes y después de Jesucristo, y es a ellos sobre todo a quienes debemos

las grandes contribuciones griegas al conocimiento psiquiátrico mundial:

1) el reconocimiento de que las causas de las enfermedades mentales son de índole natural;

2) la localización cerebral de (por lo menos) una parte de la vida mental y de algunos trastornos psíquicos (1);

3) las primeras tentativas de clasificación psiquiátrica;

4) las primeras indicaciones específicas para el tratamiento de la alienación.

Las obras de *Asclepiades* y de *Soranos* se perdieron desgraciadamente casi por completo. Conocemos, sin embargo, algunas de sus opiniones a través de los escritos (considerablemente posteriores) de *Tertuliano* y de *Celio Aureliano,* y sabemos, de este modo, que los dos se opusieron con energía a la práctica de encerrar a los enfermos en calabozos obscuros, y que ambos abogaron calurosamente en favor de un tratamiento benevolente y humano de los alienados. Es realmente notable leer que — 1700 años antes de *Conolly* — *Soranos* ya hizo notar que « la coerción empleada sin criterio aumenta y hasta origina el furor en vez de calmarlo ».

Algo mejor conocemos las ideas de *Areteos* de Capadocia, de quien poseemos dos obras importantes: una sobre los signos y las causas de las enfermedades agudas, y otra sobre terapéutica. Este hombre genial vió — 16 siglos antes de *Baillarger* y *Kraepelin* — que había una relación clínica entre manía y melancolía. Dió una psicopatología muy detallada de las distintas formas de alienación que distinguía (mencionando entre otras cosas hasta la histeria masculina). En cuanto al tratamiento es digno de notar que en ninguna de sus obras se encuentra una palabra sobre medidas de coerción.

No cabe duda, en efecto, de que estos grandes psiquiatras griegos adelantaron la medicina mental de su época de una manera realmente decisiva, y es prueba cabal, al respecto, el hecho significativo de que *Celso,* el gran enciclopedista profano de la medicina del primer siglo de nuestra era, ya estuvo en condiciones de compilar un tratado de medicina mental: « De tribus insaniae ge-

(1) *Aristóteles* combatió esta localización y defendió el asiento cardíaco de lo psíquico.

neribus». (Las «tres clases» de *Celso* eran: 1) la *frenitis* aguda con fiebre alta; 2) la *melancolía* con fiebre liviana; y 3) la *locura crónica* en sus dos formas distintas según el origen de la enajenación en trastornos primitivos perceptivos o judicativos) (1).

No tenemos pruebas de que, después de esa época gloriosa, la psiquiatría greco-romana haya progresado aún de un modo apreciable. *Galeno,* el sistematizador del hipocratismo, aclaró muchos conceptos, pero no contribuyó con nada nuevo; y con respecto a la psiquiatría práctica hemos de admitir que ella no avanzaba tampoco, pues leemos en un libro que *Celio Aureliano* escribió en el Siglo V, que los médicos de la época «deben estar locos ellos mismos en vez de dispuestos a curar a sus enfermos, pues los comparan a animales salvajes que deben ser domados por la carencia de alimentos y los trastornos de la sed» y, un poco más adelante, que «recomiendan hasta la violencia personal y el látigo, como si por tal provocación se pudiera forzar la vuelta de la razón».

Epoca medioeval

Un historiador moderno de la psiquiatría ha dicho con respecto a la edad greco-romana que juzgar su nivel por sus representantes más eximios equivaldría a juzgar la moralidad de la época por los conceptos emitidos en el Sermón de la Montaña. No cabe duda, en efecto, de que, con respecto a la sabiduría psiquiátrica de los antiguos, se ha exagerado mucho, y me parece que es de estricta justicia insistir en este hecho para no caer en el tan frecuente error de sobreestimar la Antigüedad clásica y subestimar la Edad Media. Nadie puede negar que en los siglos inmediatamente consecutivos a la era greco-romana, la civilización en general, y la psiquiatría con ella, sufrieron una decadencia bastante marcada. Pero la causa principal de este fenómeno fué, sin duda, el creciente desorden político y social que provenía de la paulatina desintegración del imperio romano, y no el supuesto espíritu anticivilizatorio y obscurantista que, según ciertas opiniones, habría caracterizado al cristianismo naciente o a la sociedad medioeval en general.

(1) Es digno de mencionar, por otra parte, que *Celso* recomienda, a la par del hiosciamo, el opio para calmar a los excitados.

Es indiscutible, por supuesto, que las primeras comunidades cristianas se componían sobre todo de gente humilde, y que esta gente se interesaba mucho más por la salvación de sus almas que por el adelanto de las ciencias. Más tarde, sin embargo, el cristianismo conquistó también las capas cultas de la sociedad imperial, y justamente con respecto a la medicina hubo, en efecto, una transición tan paulatina y pacífica que es casi imposible decir con exactitud cuándo el Asclepios tradicional de los griegos se transformó definitivamente en el « Salvador de todos los males » de la civilización cristiana [1].

Lo cierto es que en aquellas partes del Imperio Romano cuya organización político-social permanecía intacta (vale decir: en el Imperio Bizantino) se conservaba gran parte del saber psiquiátrico de la Antigüedad; y si bien los médicos postgalénicos no brillaban en investigaciones y adquisiciones nuevas, sabían, a lo menos, defender lo existente y transmitirlo a sus sucesores. Del pagano *Oribasios* (Siglo IV) a los primeros médicos mentales del Renacimiento, hay, en efecto, toda una cadena de « portadores » del saber psiquiátrico antiguo; y nombres como *Celio Aureliano* (Siglo V), *Alejandro* de Tralles (Siglo VI), *Paulos* de Egina (Siglo VIII), *Plateario* de Salerno (Siglo XII) y *Joannes Actuarios* (Siglo XIV), no deberían faltar en una historia de la psiquiatría, por más resumida que fuera.

Claro está que, al mismo tiempo, había también una psiquiatría mucho menos científica. No cabe duda de que las prácticas del exorcismo, nunca del todo desaparecidas de los templos paganos, fueron resucitadas con nuevo vigor en las primeras iglesias cristianas; y sabemos, por ejemplo, a ciencia cierta, que en muchas iglesias había una población constante de « energúmenos » cuyo tratamiento estaba en manos de exorcistas especialmente habilitados. Es digno de notar, sin embargo, que estos exorcismos se hacían generalmente con un espíritu netamente caritativo. El reglamento del servicio religioso prescribía, desde el Siglo III, una plegaria para los po-

(1) Compárese a este respecto, sobre todo la famosa discusión entre *Celso* y *Orígenes* sobre el poder curativo de Asclepios y Jesucristo, respectivamente. Es digno de notarse también el hecho de que la efigie usual del Salvador proviene, sin duda, de representaciones anteriores del dios de la medicina.

seídos. Por otra parte encontramos más de una advertencia contra la creencia « pagana » en magos y brujas (así, por ejemplo, en el Canon Episcopi, parte integrante del Corpus Juris Canonici) ; y es un hecho muy significativo, a este respecto, de que Carlos Magno amenazó castigar con la muerte a quienes aconsejaban la cremación de supuestos « magos ».

En algunas partes, sobre todo en países de civilización más reciente, como Inglaterra y Alemania, el trato de los alienados era seguramente muy poco razonable y hasta brutal. Pero no es menos cierto que las influencias civilizadoras del cristianismo mediterráneo se imponían paulatinamente también en el Norte del Continente — como lo demuestra , por ejemplo, la instalación de la asistencia familiar en la famosa Colonia de Gheel (Bélgica), que surgió directamente del celo religioso.

Otros establecimientos netamente psiquiátricos no parecen haber existido en la Edad Media. En el Imperio Romano del Oriente existieron desde el Siglo IV hospitales generales, siendo el primero de ellos la famosa « Basilias » fundada en 370 por *San Basilio* en Cesarea, y es probable que ocasionalmente se haya atendido también a alienados en esos nosocomios. Sin embargo, no sabemos nada concreto al respecto; y, en lo que se refiere a Europa, es un hecho que el primer asilo mental verdadero de cuya existencia tenemos testimonios fidedignos, fué el de Valencia, habilitado en 1408 por *Fray Lope Gilaberto.*

No carece de interés el que justamente en España se fundara el primer asilo europeo. Reconocemos aquí la influencia árabe; pues han sido los musulmanes (y los judíos) quienes empezaron la construcción de manicomios.

La civilización bizantina, cuyo significado para el occidente ya se ha mencionado más arriba, desempeñaba sin duda un papel no menos importante en el mundo oriental. Los grandes médicos semitas (*Avicenna, Averroes, Maimónides,* etc.) eran, tal vez, los herederos más legítimos de *Hipócrates* y *Galeno*, y, por lo menos en lo que se refiere a la técnica profesional, sabían hasta superar a sus maestros griegos y romanos. Hubo, en efecto, ya en el año 875, una sección especial para alienados en el Hospicio de Ibn-Tulun en el Cairo, y pronto se fundaron también establecimientos psiquiátricos en Damasco, Bagdad y otras ciudades musulmanas.

Con respecto al manicomio de Bagdad, el famoso viajero judío *Benjamín de Tudela* (Siglo XII) nos ha dejado una corta descripción que reza así: « Aquí en Bagdad, hay un edificio que se llama Dar-al-Maristan, donde cuidan a los alienados que se han vuelto locos en las ciudades por motivo del gran calor de verano. Encadenan a cada loco hasta el momento en que el frío del invierno les devuelve la razón. Durante su estadía en dicho edificio, se les proporciona comida de la casa del Califa, y una vez que se encuentran restablecidos, son despedidos, y cada uno se va a su casa. Cuando el enfermo, después de haber permanecido en el asilo, regresa a su casa, se le proporciona dinero. Los funcionarios del Califa averiguan todos los meses si los enfermos han recobrado la razón, y en tal caso son puestos en libertad. Todo esto lo hace el Califa como obra de caridad para los alienados que vienen a la ciudad de Bagdad ».

Epoca Moderna

I. - Humanismo e inhumanidad

Así como es difícil precisar cuándo *empezó* la Edad Media, es casi imposible indicar cuándo *terminó*. Algunos consideran como fecha decisiva el año del descubrimiento de América; pero parece más acertado fechar la Epoca Moderna desde la destrucción definitiva del Imperio Romano, vale decir de la conquista de Bizancio por los Turcos en 1453. No cabe duda de que la inmigración en masa de sabios helenistas tuvo una mayor influencia inmediata sobre la evolución de la humanidad que el descubrimiento del Nuevo Continente, y sobre todo la vida espiritual, y con ella la ciencia médica, recibió un estímulo sumamente poderoso de la concentración civilizatoria que se produjo en el Siglo XV en Europa Occidental y, sobre todo, en Italia.

Esta época del Renacimiento que afirmó en tiempo relativamente corto todos los fundamentos de nuestra civilización moderna, fué, sin duda, una de las eras más brillantes que conocemos en la historia de la humanidad. Sin embargo, no se puede ocultar que el humanismo esclarecido que era el orgullo de la época, vino a la

par de una inhumanidad especialmente cruel y obscurantista, o para referirme sólo a la historia de la psiquiatría, que los progresos indiscutibles que se realizaron, fueron acompañados — y desacreditados — por la bestialidad insensata que se expresaba en la persecución implacable de imaginarios magos y supuestas brujas.

No es fácil decir de dónde vinieron esas incongruencias. Hasta cierto punto se puede admitir que la rápida adquisición de muchos conocimientos nuevos tuvo un efecto favorable sólo en la elite espiritual, mientras que en la masa de la población produjo en parte una semi-instrucción peligrosa, y en parte provocó una reacción especialmente brutal de todas las fuerzas obscurantistas que quedaban. Sin embargo, esa explicación es, seguramente, insuficiente. El Renacimiento era más que un aumento cuantitativo de conocimientos: constituía, en realidad, una revolución radical de todo el estilo de vivir y pensar de la humanidad. Creo, por esto, que la causa principal de las incongruencias de la época era la desaparición repentina del universalismo tranquilo y bien organizado de la Edad Media, y la inestabilidad espiritual y moral que se producía en muchísimas personas a raiz de la nueva concepción individualista del ser humano.

Hay entre los historiadores de la psiquiatría quienes pretenden que la barbarie que acompañaba al humanismo no ha sido otra cosa que una especie de continuación de la supuesta barbarie medioeval, y que habría que responsabilizar a la iglesia de los abusos horripilantes que se producían en la lucha contra las brujas. Pero esto es, seguramente, erróneo. Pues ya sabemos que el trato de los alienados en la Edad Media, era, en general, benevolente (así los llama, por ejemplo, un poeta del Siglo XIV « los bufones de Dios mismo ») ; y, por otra parte, es un hecho indiscutible que la persecución de las brujas por la inquisición fué igualada y muchas veces superada por persecuciones idénticas en los países protestantes.

No puedo entrar en detalles al respecto. Baste mencionar que según testimonios fidedignos sólo en Escocia y durante el siglo XVII se ejecutó a 20.000 supuestas brujas, y que hubo sacerdotes en Viena que se vanagloriaron porque en un solo año, 1583, creían haber exorcizado a 12.652 diablos vivos. *Erasmo* y *Lutero, Kepler* y *Tycho Brahe, Roberto Boyle* y *Bacon* creyeron confesadamente en la existencia de brujas, y no es de extrañar, por cierto, que personas me-

nos ilustradas sacaran consecuencias prácticas de una convicción tan generalizada.

Por supuesto no se puede pretender que todos los magos y todas las brujas que fueron ejecutados en esos tiempos obscuros, hubieran sido enfermos mentales. Muchos, sin embargo,deben de haberlo sido, y esto se refleja también en los escritos médicos de la época, donde se pueden hallar discusiones bien acaloradas sobre el tema: *si* la brujería tenía o *no* que ver con el origen de la alienación. Hasta el famoso autor de la clásica « Anatomía de la Melancolía », *Roberto Burton,* escribe en 1621 que brujas y magos « pueden curar y causar la mayoría de las enfermedades... y la melancolía entre ellas ». Y tan altas eran las olas de la discusión al respecto, que ni siquiera el todopoderoso *Príncipe Jaime* de Gran Bretaña vaciló en publicar, en 1597, un libro sobre demonología en el cual rechazó con toda clase de razones la idea abominable de que las brujas pudieran ser alienadas.

Entre los hombres que combatieron tales doctrinas supersticiosas, los tres más importantes fueron *Paracelso, Juan Wier* y *Reginaldo Scot. Paracelso* no tuvo una posición bien clara. Parece que su oposición contra las teorías demonológicas no era perpetua y constante, Sin embargo, dijo ya en 1541 que según su opinión las « enfermedades mentales no tienen nada que ver con espíritus malos o diablos », y que el médico « no debería estudiar cómo exorcizar al diablo, sino más bien como curar al enajenado ». *Juan Wier,* cuyo libro sobre la brujería apareció en 1564, fué, evidentemente, un sabio muy diplomático porque reunió en la misma obra una clasificación muy meticulosa de los demonios y una teoría completamente moderna sobre el origen psicopatológico de los fenómenos de supuesta brujería. El único que protestó claramente y con coraje verdaderamente admirable fué *Reginaldo Scot.* Ya el título de su famoso libro de 1584 es típico de este hombre. Se llama « El descubrimiento de la brujería, donde se comprueba que las opiniones comunes de las brujas sobre sus contratos con diablos, espíritus o sus familiares son sólo concepciones imaginarias; donde también se evidencian las prácticas bajas y no cristianas de los perseguidores de brujas en la extorsión de confesiones ». Vale también la pena citar dos frases de esa obra que rezan así: « ¡ Ay! estoy triste y avergonzado de ver cuántos mueren de quienes se cree que es-

tán embrujados y buscan sólo curas mágicas y que podrían haberse curado con un régimen saludable y medicamentos buenos... Esas afecciones, aunque aparecen en el alma del hombre, se forman sin embargo en su cuerpo».

Claro está que la misma divergencia que existía en las opiniones, se hacía notar también en la conducta práctica. Es justicia agregar a lo precedente que en la época de los autos de fe, se edificaron también, en muchas partes de Europa, asilos especializados para los alienados, y esto debe calificarse de progreso indiscutible hasta si tenemos que admitir que estos primeros manicomios eran, en realidad, nada más que comunes prisiones.

Hay que preguntarse, en efecto, si la suerte de los alienados asilados era realmente mejor que la de los ajusticiados. Parece que en los primeros manicomios reinaba generalmente sólo el látigo de los guardianes, y que los únicos enfermos que tenían una vida más o menos tolerable eran los que en el antiguo Buenos Aires se llamaban los « graciosos », vale decir los que sabían divertir a la gente. Parece haber sido una costumbre muy generalizada en todas partes visitar el loquero como hoy día visitamos, por ejemplo, la jaula de los monos en el jardín zoológico, y gozar de los caprichos y rarezas de los pobres internados. En Berlín, por ejemplo, el manicomio estaba abierto al público todos los domingos, y en Lübeck se permitía la entrada, característicamente, para los días de Carnaval. Muchas veces se pagaba hasta entrada para esta clase de diversión, y no es difícil imaginar qué tortura debe haber significado para los enfermos la visita del populacho.

En algunas partes, sin embargo, las cosas ya eran mejores, sobre todo en aquellos asilos que eran visitados por médicos. Es cierto que también allí el tratamiento pasaba pocas veces de sangrías, purgas y ventosas, y no se puede ocultar que aún *Paracelso* aconsejó en caso de no obtenerse la curación por estos medios, someter al enfermo « a la oscuridad extrema para que no seduzca por el poder de sus espíritus bestiales a toda la ciudad, su casa y su país ». En general, empero, la intervención de los médicos fué favorable; no en último lugar porque los espíritus más inquietos entre ellos no se contentaron con la repetición y reedición de opiniones clásicas; sino que empezaron a hacer investigación personal e independiente. A este respecto hay que mencionar en primer tér-

mino a *Félix Plater* quien ensayó una nueva clasificación de las enfermedades mentales (en Imbecillitas, Consternatio, Alienatio y Defatigatio mentis) y a quien nadie menos que *Kahlbaum* llama « el padre de la clasificación psiquiátrica ». *Plater* fué también uno de los primeros en estudiar los cerebros de sus enfermos; y es una prueba cabal de su alto nivel científico el que consideró de igual importancia hacer un pronóstico correcto a indicar un buen tratamiento. No cabe duda de que tenemos ahí a un psiquiatra de primera agua, y, al mismo tiempo, a uno de los precursores más importantes de la medicina mental moderna.

II. - La Reforma

Los médicos del Renacimiento — *Paracelso, Wier, Scot, Plater* y otros — tuvieron, sin duda, grandes méritos en la preparación del terreno. La piedra fundamental de la psiquiatría moderna la colocó sin embargo, un filósofo. Es realmente dramático observar, en este punto crucial, hasta qué punto la medicina mental fué fecundada por una nueva solución del problema psico-físico. En 1637 apareció en Holanda el famoso « Discurso del Método » de *René Descartes;* y no cabe la menor duda de que la partición del mundo en « Res extensa » y « Res cogitans » que proclamaba ese libro, constituyó desde entonces, el fundamento filosófico de la psiquiatría. Es un hecho que el « paralelismo » cartesiano originó de inmediato la tensión dialéctica moderna entre espíritu y cuerpo; y veremos en lo siguiente, a cada paso, la poderosa influencia estimulante que provino de esa tensión.

Descartes mismo era, en el fondo, más materialista que espiritualista, y parece lógico, por lo tanto, que la consecuencia inmediata de su obra fué un fuerte impulso hacia la investigación anatómica y fisiológica. Sabemos, por otra parte, que el maestro mismo se interesó por el lugar donde los « espíritus animales » estaban en contacto con el cuerpo, y no cabe duda de que su « localización de la mente » (en la glándula pineal) ejerció una influencia muy poderosa sobre la orientación científica de sus contemporáneos. Lo cierto es que el siglo XVII vió la aparición repentina de una gran escuela de anatomistas « localizadores », y basta men-

cionar los nombre de *Tomas Willis, Raimundo Vieussens, Germán Boerhave* y *Alberto Lorry* (para citar sólo algunos) para comprobar de inmediato el alto nivel científico de este movimiento.

Es digno de notarse, sin embargo, que la « tesis » materialista y anatomista tuvo, desde un principio, su « antítesis » espiritualista y psicológica; y es sumamente interesante observar cómo esta orientación, por cierto no menos cartesiana que la primera, ganó paulatinamente terreno, en el siglo XVIII. Los localizadores, del mismo modo como más tarde lo hizo *Gall,* desacreditaron, por sus exageraciones, sus propias teorías; y en el vacío que así se produjo, se establecieron victoriosamente el « animismo » de *Stahl* y *Boissier de Sauvages,* el « vitalismo » de *Bordeu. Bichat* y *Haller* y una serie de otras doctrinas de la misma índole.

No cabe duda de que este movimiento de reacción se excedió, en algunos respectos, no menos que el otro contra el cual reaccionaba. Además hubo alguna confusión en las respectivas posiciones a raiz de las circunstancia de que *Descartes* y los anatomistas seguían a *Hipócrates* y *Galeno* (asumiendo, pues, de entrada, una localización *cerebral* de lo psíquico) — lo que motivó en algunos vitalistas, alumnos de *Bichat,* como *Pinel* y *Esquirol,* una tendencia de volver a la doctrina *aristotélica* y localizar la vida mental (por completo o en parte) en el *corazón.* En general, sin embargo, hay que conceder que el movimiento espiritualista tuvo una influencia favorable sobre la psiquiatría; pues la sobreestimación del ánima todopoderosa de *Stahl* motivó un estudio más intenso de la psicología (sobre todo de *Locke* y de *Condillac*) y preparó, además, el terreno para una apreciación más justa de la individualidad del enfermo. Para *Willis* y sus sucesores inmediatos, el enfermo era poco más que el portador de su cerebro; los psiquiatras de fines del siglo XVIII, en cambio, veían en él, en primer lugar, un ser « animado »; y no cabe duda de que fué este espíritu casi místico de la época el que dió a la reforma de *Pinel* y sus contemporáneos el empuje irresistible que la caracterizaba.

Es indiscutible, por cierto, que el siglo XVIII estaba maduro para la reforma también desde el punto de vista intelectual. El espíritu empírico que reinaba en la investigación psiquiátrica desde el Renacimiento, había permitido reunir una cantidad cada vez mayor de conocimientos exactos; y las discusiones doctrinarias menciona-

das habían procurado aquel continuo estado de alerta sin el cual la investigación no puede progresar. Otro factor importante fué también, la actividad de los enciclopedistas franceses, quienes reunieron y ordenaron en su obra todo el saber psiquátrico de la época. Los tomos de la Enciclopedia, aparecidos entre 1757 y 1772, contienen, en efecto, artículos extensos sobre Manía, Melancolía, Hipocondría, Delirio, Locura, Frenesí, Demencia y Estupidez; y no me parece exagerado agregar que los conceptos allí vertidos sirvieron de base no sólo para los estudiosos de entonces, sino, en realidad, también para casi todos los clasificadores psiquiátricos del siglo XIX.

No me cabe duda, sin embargo, de que la madurez *intelectual* fué aún superada en importancia inmediata por la madurez *efectiva y moral* del siglo XVIII; y es, en efecto, muy característico para este estado de cosas que la reforma no la hicieron los *médicos* a raiz de su elevada instrucción, sino el *público* en general, *y en medio de él los médicos,* en un deseo común, entusiastamente humanitario, de mejorar las condiciones atroces en que vivían los alienados. Es digno de notarse, a este respecto, que en el momento de la reforma se habló sólo por excepción de una racionalización de las condiciones o del adelanto de la ciencia. Lo que se pidió en todas partes era lo que entonces se llamaba el « *tratamiento moral* », o, para decirlo en lenguaje moderno, un tratamiento que respetaba aun en el último alienado su dignidad de ser humano. He ahí también la razón por qué la reforma se produjo con tanta simultaneidad en ambientes tan distintos y con intervención de hombres tan diferentes: *Pinel* en la Francia del terror jacobino, *Chiarugi* en la tiranía ilustrada de *Pedro Leopoldo* de Toscana, *Rush* en el ambiente rígidamente puritano de los Estados Unidos recién liberados, y *Tuke* en los círculos pietistas de los cuáqueros de una Inglaterra feudal y reaccionaria, todos ellos fueron, en realidad, solo los ejecutores de la voluntad popular.

El reformista más conocido es, sin duda, *Pinel.* Merece la corona de laurel que la historia le ha conferido, porque no sólo realizó la reforma, sinó también le dió un fundamento científico seguro en su famoso « Tratado Médico-Filosófico, sobre la Alienación Mental o la Manía », aparecido en 1800. Es probable, sin embargo, que

algo también haya contribuido a la fama de este maestro lo dramático de su acción y las circunstancias que la rodearon.

Pinel fué nombrado Director del Asilo de Bicêtre en 1792, vale decir en el año del terror más sangriento y de los asesinatos de Setiembre, y poco tiempo antes de la ejecución de Luis XVI. Cuando llegó a su nuevo campo de acción, encontró una serie de seres vivientes que más se parecían a animales que a hombres: barbas y cabello llenos de piojos, uñas crecidas hasta parecer garras, cuerpos cubiertos de llagas y encrustados de suciedad. En su mayoría estaban encadenados y atados, mientras que la vigilancia era ejercida por guardianes armados con látigos. Dice la leyenda que *Pinel* desesperado se dirigió a *Couthon,* el ayudante de *Robespierre,* y pidió el permiso de introducir cambios radicales. *Couthon* habría visitado el Bicêtre, y después de haber visto los asilados habría preguntado a *Pinel*: « Ciudadano, ¿estáis loco vos mismo que queréis librar a tales bestias?». Lo cierto es que *Pinel* obtuvo el permiso exigido y que, en un día determinado, hizo sacar las cadenas a 53 alienados, muchos de los cuales habían estado atados durante muchos años seguidos. El tratamiento humano de los desgraciados obtuvo, en efecto, resultados maravillosos, y se relata a este respecto el caso de un enfermo considerado especialmente peligroso que después fué durante muchos años uno de los sirvientes más fieles de *Pinel.*

Es difícil dar una idea concreta del entusiasmo humanitario y del optimismo terapéutico que entonces invadía loe corazones de los psiquiatras. Se justifica que un historiador moderno de la psiquiatría hable de un « culto de curabilidad » que se celebraba en aquella época; y si leemos, en informes de ciertos asilos, de más de 80 % de curaciones, podríamos hasta decir que reinaba una especie de mito de curabilidad. Es característico que un famoso tratado alemán de principios del siglo XIX se intitulaba: « Rapsodias sobre la aplicación del tratamiento psíquico sobre las enajenaciones ». Y tan típico era, en efecto, el contenido de este libro para la medicina mental de la época, que no puedo resistir la tentación de repetir aquí la descripción del psiquiátra ideal que da el autor de la obra, *Juan Cristián Reil.*

« Los psiquiatras — dice *Reil* — deben poseer agudeza de observación y perspicacia para poder penetrar en lo más íntimo de los

corazones y encontrar los más escondidos motivos de la locura; rapidez en la percepción, en la acción e improvisación para poder utilizar cualquier suceso momentáneo; coraje, para poder aguantar las escenas más repelentes, paciencia y constancia para continuar los ensayos fracasados hasta que se consiga su finalidad. Deben tener toda la masa de conocimientos, de conocimiento humano, filosofía, psicología y medicina que se precisan para el ejercicio de su profesión... Su carácter debe ser intachable, su corazón noble; caridad y sentimiento del deber guíen todos sus pasos; lejos de él todo egoísmo; el amor por el arte y la voluntad de llegar a su fin animen sus actividades. Ternura y seriedad cambien en su rostro según las necesidades; su corazón esté tan lejos de la barbarie fría como de la blandura impotente... Su hablar sea breve, resumido y claro; la configuración del cuerpo ayude al alma a infundar temor y reverencia. Deben ser grandes, fuertes, musculosos; la marcha majestuosa, la expresión firme, la voz resonante ».

III. - Hacia una Psiquiatría Clínica

El entusiasmo de los partidarios del tratamiento moral tuvo, sin duda, los resultados mas benéficos. La causa de los alienados encontró un interés cada vez más creciente en la opinión pública, y si los reformistas de la primera hora no consiguieron todo lo que habría sido deseable, despertaron a lo menos la conciencia social hasta tal punto que sus sucesores podían cosechar los frutos. Es característico que, por ejemplo, en el Parlamento inglés hubo 13 discusiones larguísimas sobre problemas de la alienación en 50 años, y que en la misma época (de 1792 a 1842) aumentó el número de manicomios públicos en Inglaterra de cuatro o no menos de treinta establecimientos. Claro está que hubo que vencer muchos prejuicios todavía. No cabe duda de que muchos consideraron la liberación de los enfermos, preconizada por *Pinel* y sus contemporáneos, como uno de aquellos sueños idealistas que se honran sobradamente en los libros, pero que no se ejecutan en la práctica diaria. Pero el movimiento reformista era demasiado fuerte para morir silenciosamente en sus principios, y cuando en 1839 *Conolly* instituyó su famoso sistema de « non-restraint » (tratamiento sin coerción mecánica) ya

no encontró obstáculos inquebrantables en su camino revolucionario [1].

Se entiende que los brillantes resultados terapéuticos que obtuvieron los reformistas, les dieron también un prestigio científico extraordinario. Sin embargo hubo, desde un principio, una oposición importante, la cual, sin discutir en lo más mínimo el valor de las medidas prácticas, discutió enérgicamente el acierto de la doctrina. Los rápidos adelantos que hicieron en la primera mitad del siglo XIX la antomía y la fisiología del cerebro, despertaron en muchos la esperanza de poder explicar los fenómenos psicológicos y psicopatológicos a base de interpretaciones netamente materialistas, y las exageraciones a veces realmente ridículas de los espiritualistas dominantes les facilitaron considerablemente el ataque contra sus teorías. De tal modo se puede decir que las primeras décadas del siglo XIX significaron para la psiquiatría una renovación de las luchas doctrinarias de principios del siglo XVIII; y sobre todo en Alemania se entabló una ardua batalla entre los « psíquicos » con *Heinroth, Benecke e Ideler* y los « somáticos » con *Jacobi, Nasse* y sobre todo *Friedreich.*

De acuerdo a la tendencia general de la segunda mitad del siglo XIX, la batalla fué ganada por los « somáticos ». La derrota de los psíquicos nunca fué completa, y hasta se podría decir, en terminología Hegeliana, que de la « tesis » psíquica y de la « antítesis » somática se formó la « síntesis » de la psiquiatría clínica. No cabe duda, sin embargo, que, por lo menos en un principio, lo « materialista » prevaleció considerablemente en la estructura de la síntesis, y que los padres de la psiquiatría clínica, *Morel* en Francia y *Griesinger* en Alemania, eran preponderantemente de tendencia somaticista.

Esto se manifiesta, con especial claridad, en la importancia descollante que poseyó, en la segunda mitad del siglo XIX, la anato-

(1) El mejoramiento continuo que caracteriza la evolución de las condiciones manicomiales desde *Conolly,* es obra de los médicos mentales en su conjunto, y no puede ser atribuído a la actividad de algunas personalidades descollantes. Cabe mencionar, sin embargo, a una mujer profana, la americana *Dorotea Dix,* quien fué la primera en concebir concretamente la idea de la Colonia Agrícola para alienados (realizada en 1876 por *Koeppe* en Alt-Scherbitz).

mía patológica. La primera descripción de la parálisis general, realizada en 1822, fué, sin duda, un triunfo especialmente brillante de la psiquiatría moderna, y los laureles que coronan la cabeza de *Bayle,* son indiscutiblemente más que merecidos. Sin embargo, hubo al mismo tiempo también otros hallazgos importantes (como, por ejemplo, la delimitación de la « locura de doble forma » por *Baillarger*), los que encontraron entre los contemporáneos una resonancia mucho menor, sin duda en primer lugar porque carecían de comprobación anátomo-patológica. Lo que fascinó a los psiquiatras de la época, con respecto a la enfermedad de *Bayle,* era, desde un principio, su « anatomía propia »; y es sumamente característico para este estado de cosas que un espíritu sitemático tan eminente como *Kahlbaum* no aspirara a nada más fervorosamente que a la descripción de « nuevas entidades morbosas según el modelo de la parálisis general ».

Es un hecho indiscutible, sin embargo, que en el curso de la segunda mitad del siglo XIX los psiquiatras perdían paulatinamente el interés en las discusiones doctrinarias. Del mismo modo que en otras ramas de la medicina, se producía también en psiquiatría un proceso de « crecimiento horizontal ». El enorme aflujo de conocimientos nuevos que fué la consecuencia de la experimentación sistemática en la época del industrialismo creciente, motivó un abandono casi general de los problemas fundamentales, y hombres que como *Teodoro Meynert,* tuvieron el coraje intelectual de hablar sin vacilaciones de la psiquiatría como « ciencia de las enfermedades del cerebro anterior » tuvieron que contentarse con una posición un poco al margen de la psiquiatría oficial. Esta, por otra parte, profesaba un empirismo cada vez más ecléctico y afilosófico, y la *masa,* más que la *cohesión,* del saber era la meta a que aspiraba.

El representante más típico de esa orientación que dominaba la psiquiatría de fines del siglo XIX y comienzos del siglo XX con un absolutismo probablemente único en la historia de la medicina mental, era, a mi modo de ver, *Emilio Kraepelin.* Este hombre eminente, indudablemente uno de los psiquiatras más grandes de todos los tiempos, encaró, en efecto, una multiplicidad tan extraordinaria de nuevos aspectos posibles que es realmente muy difícil decir lo que *no* trataba de relacionar con la psiquiatría. Psicología experimental, genealogía, antropología, biotipología, química biológica, serología,

todo le servía para aclarar problemas abiertos de la medicina mental; y hay pocos capítulos en nuestro saber psiquiátrico actual que no muestran los vestigios de su actividad incansable.

Pese a esto — o tal vez por esto — el maestro no dejó un sistema clínico bien coherente. Había en Alemania el dicho de que, cuando *Kraepelin* no presentaba un trabajo en el Congreso Nacional, no lo hacía porque aún no estaba lista su opinión para el año en curso. Era, en efecto tan fiel a su empirismo radical que aún en la séptima década de su vida, destruyó gran parte del edificio nosológico que él mismo había construído, y consta a todos cuantos lo conocieron que hasta el último día de su vida estuvo dispuesto a rehacer su obra, si los hechos parecían exigírselo.

Sería difícil relatar en forma detallada los magníficos resultados que obtuvo y sigue obteniendo en la actualidad, la escuela empírico-clínica. No puedo, evidentemente, tratar aquí lo que prácticamente equivaldría a un resumen de nuestros conocimientos presentes. Una sola circunstancia quisiera hacer resaltar: La escuela empírico-clínica descubrió dos métodos de tratamiento completamente nuevos que cambiaron considerablemente el aspecto terapéutico de la psiquiatría en general: el tratamiento de la parálisis general por el paludismo (*Wagner von Jauregg*) y el tratamiento de la esquizofrenia por el shock insulínico (*Sakel*). Ambos métodos fueron descubiertos a raiz de observaciones clínicas casuales y empíricas, ambos carecen hasta el día de hoy de un fundamento teórico realmente adecuado. Es casi superfluo subrayar qué típico es este fenómeno para la era que lo produjo.

Es indiscutible que en los últimos años el interés doctrinario se ha vuelto a resucitar. No quiero decir que estemos frente a una nueva lucha entre « somáticos » y «psíquicos », pero es evidente que ambas escuelas poseen nuevamente representantes poderosos. Del lado somático podríamos mencionar a *Carlos Kleist,* alumno de *Wernicke,* quien a su vez fué alumno de *Teodoro Meynert.* Ese investigador nos ha dado hace pocos años una psiquiatría de concepción topológica que cumple con lo que *Meynert* se había propuesto, y cuyas posibilidades teóricas no se han agotado aún ni de lejos. Con respecto a la doctrina « espiritualista » cabe nombrar, en primer lugar, a *Segismundo Freud.* Pues su psicoanálisis nos hizo comprender, mejor que a nuestros abuelos, la gran parte de verdad que había en las doctrinas de los « psíquicos » de principios del siglo XIX.

Es de veras uno de los más divertidos ardides de la historia (en el sentido de *Hegel*) que el renacimiento psicoanalítico de la doctrina espiritualista haya sido concebido por un alumno de *Meynert*, y, más todavía, por un investigador que hasta su último día se consideraba a sí mismo un materialista de pura agua. Pero tal vez es lógico que así sea. Hemos visto antes que al comienzo de toda la discusión entre somáticos y psíquicos está la partición cartesiana en « res cogitans » y « res extensa ». No hace todavía dos años que el mundo civilizado entero festejó el tricentenario del « Discurso sobre el Método » ; y hay un dicho según el cual nadie está completamente muerto hasta que se levante su monumento. Tenemos indicios para creer que en el caso de *Descartes* pase algo parecido, y que justamente en los últimos años se prepare el crepúsculo de este Dios.

Parece que una nueva concepción del hombre, una concepción donde lo psíquico y lo físico ya no contrastan, está en vía de formarse. En lo que se refiere a la medicina mental, ya hay uno que otro psiquiatra que no encuentra dificultades en reunir teóricamente la patología cerebral con el psicoanálisis. Es de esperar, por lo tanto, que no se repitan las viejas discusiones, y que una nueva solución del problema psicofísico vuelva a engendrar una psiquiatría nueva y más fecunda.

BIBLIOGRAFIA

Ce qu'il faut connaitre sur l'Industrie électrique, por ROBERT COURAU. Vol 1°: Nociones generales y producción de corrientes industriales. Vol. 2°: Centrales térmicas e hidráulicas. 25,5 × 16,5 cm., 829 páginas y 222 figuras en el texto. Editor: J. B. Bailliere et Fils, 19, rue Hautefeuille. París, 1939. Precio de los dos tomos: 165 francos franceses.

Entre las numerosas obras que han aparecido sobre el tema, la presente se destaca en forma particular por la originalidad de su compilación y por la exposición metódica y detallada de la extensa materia.

Como lo menciona en el prefacio y en la introducción, el autor se ha propuesto escribir un libro al alcance de las personas que carezcan de una cultura técnica, encuadrando así su obra dentro de la colección de trabajos de divulgación intitulada « El conocimiento de los negocios » publicada por el editor Baillere. Sin embargo, el autor ha querido dirigirse también a los especialistas, y para este fin ha completado el texto con abundantes noticias complementarias, agregadas al final de cada capítulo, en las que resume los fundamentos teóricos de cada problema tratado y reune datos técnicos que sólo pueden interesar al ingeniero. Un índice tecnológico al final de cada volumen facilita la búsqueda de los síngulos tópicos y permite utilizar la obra como una enciclopedia tecnológica.

El primer propósito sólo ha sido parcialmente logrado en cuanto el autor, ingeniero de larga actuación en empresas de producción de energía eléctrica, abunda, aún en la parte descriptiva, en detalles superfluos para el lego y que sólo pueden ser apreciados en su verdadero valor por el especialista. Por otra parte, como sucede en todos los textos análogos, la ausencia del auxiliar indispensable para el ingeniero, la matemática, obliga al autor a recurrir, para la explicación de las propiedades de las corrientes eléctricas, al empleo de analogías mecánicas e hidráulicas, algunas harto conocidas, que no logran reproducir sino en forma imperfecta el aspecto físico del problema.

En el primer volumen el autor trata las propiedades fundamentales de las corrientes eléctricas, para abocarse luego a un estudio muy extenso del alternador, o sea de la máquina generadora de energía eléctrica industrialmente más importante, y de su funcionamiento. Sigue un capítulo sobre las máquinas generadoras de corriente continua.

El segundo volumen trata extensamente las centrales térmicas, estudiando sucesivamente los ciclos térmicos, las calderas, la preparación del combustible y el tratamiento del agua de alimentación, las turbinas de vapor, los planteles de condensación, etc. Sigue un estudio de las centrales hidroeléctricas, desde el aprovechamiento de las caídas de agua hasta la construcción de embalses, conductos y

cañerías y el cálculo y la construcción de turbinas hidráulicas. Por último, tras de una breve mención de los grupos Diesel-eléctricos, trata la explotación de centrales eléctricas y los problemas de interconexión.

Cabe mencionar que se hallan en preparación otros volúmenes, en los cuales el autor tratará el transporte y la distribución de la energía eléctrica y las aplicaciones industriales de la electricidad.

La extensa materia es presentada en forma metódica y ordenada; el autor contempla los aspectos más modernos de los problemas tratados y ha puesto particular cuidado en el empleo de una nomenclatura técnica propia y exacta.

Esta obra puede ser recomendada a todas las personas que deseen enterarse de los múltiples problemas que ofrece la producción de energía eléctrica. En particular, el ingeniero que se ocupe de la explotación de centrales eléctricas y el proyectista leerán estos volúmenes con placer e interés, encontrando en las notas complementarias muchos datos de utilidad práctica. También el estudiante podrá utilizarlos con provecho como guía para el estudio, completándolos, sin embargo, con buenos textos teóricos.

G. W.

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Albizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blanchard, Everard E.
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bula, Clotilde A.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo
Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Capelli, Pedro F.
Carabelli, Juan José
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Dennler, Jorge
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel
Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Haussler, Emilio
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Kervor, Juan B.
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Ligniéres, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López Sommaschini, Antonio
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro
Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Ogloblin, Alejandro
Oliveri, Alfredo E.
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Ottonello, Néstor J.
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví, y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Parodi, Rodolfo
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.

Roffo, Juan
Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruíz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela Gil, José
Vecchi, Arístides de
Vela Huergo, Julio
Verdaguer, Juan
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wunenburger, Gastón
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Yepes, José
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ebin, José
Elizondo, Francisco M.
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Goyena, Ricardo J.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Quevedo Capdevila, Eduardo A.
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Viticcioli, Fernando
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo F.
García, Daniel
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

Pilotto, Bernardo
Ponce Laforgue, Carlos
Rothlin, Edwin
Schmiedecke, Augusto
Sparn, Enrique
Stuckert, Guillermo V.
Taravella, Ambrosio L.
Trebino, Natalio
Urciolo, Victorio
Vercello, Carlos
Yadarola, Mauricio L.
Zimmer, Meade L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. José Piazza; Vice-presidente, Ingº Civil Francisco E. Urondo; Secretario de correspondencia, Ingº Quím. Rodolfo G. Christen; Secretario de actas, Ingº Quím. Carlos C. Christen; Tesorero, Ingº Quím. Guillermo Berráz; Vocal 1º, Ingº Civil José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocales suplentes, Ingº Agrº Bruno Santini y Prof. Julio Salaber; Encargado de Publicaciones, Ingº Civil José Babini; Encargado de Canje, Ingº Quím. Rodolfo Rouzaut.

SOCIOS ACTIVOS

Anadón, Leónidas
Ariotti, Juan Carlos
Babini, José
Berraz, Guillermo
Bertuzzi, Francisco A.
Bossi, Celestino
Cerana, Miguel
Claus, Guillermo
Cohan, Marcos
Courault, Pablo
Crouzeilles, A. L. de
Cruellas, José
Christen, Carlos
Christen, Rodolfo G.
Damianovich, Horacio
Falco, Federico
Fester, Gustavo A.
Frenguelli, Joaquín
Gollán, Josué (h.)
Hereñú, Rolando
Hotschewer, Curto
Juliá, Toirá Antonio
Kleer, Gregorio
Lachaga, Dámaso A.
Mai, Carlos
Mántaras, Fernando
Marelli, Hipólito
Martino, Antonio E.
Montpellier, Luis Marcos
Mounier, Celestino
Muzzio, Enrique
Nigro, Angel
Niklison, Carlos A.
Oliva, José
Peresutti, Luis
Piazza, José
Piñero, Rodolfo
Pozzo, Hiram J.
Ragonese, Arturo E.
Reinares, Sergio
Rouzaut, Rodolfo
Salaber, Julio
Salgado, José
Santini, Bruno L. P.
Schivazappa, Mario
Simonutti, Atilio A.
Tissembaum, Mariano
Urondo, Francisco E.
Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Eduardo Carette; Vice-presidente, Ingº Cayetano C. Piccione; Secretario, Sr. Adrián Ruíz Leal; Tesorero, Sr. Manuel Tellechea; Bibliotecario, Prof. Aníbal Ruíz; Vocales: Dr. Juan B. Lara; Ingº Juan P. Toso; Ingº Angel Stura; Sr. Ranulfo Rosales; Dr. Juan P. Paganotto; Dr. Mario Bidone.

SOCIOS ACTIVOS

Ahumada, Ciro
Anzorena, Jacinto
Ayala Castagnino, G.
Basso, Germinal
Benegas, Raúl
Bidone, Mario
Borsani, Carlos Pablo
Burgoa, Pedro A.
Carette, Eduardo
Castillo, José
Croce, Francisco M.
Dobbs, Leonel
Espinosa, Norberto A.
Flor Alvarado, José M.
Galeano, Edgardo
García, José Federico
Godoy Vergelin, G.
Gomensoro, José N.
Guevara, José R.
Jofré, Alberto L.
Lara, Juan B.
Lucero, Braulio G.
Lugones, Manuel G.
Magistretti, Guillermo
Maveroff, Aquiles
Mayorga, Santiago C.
Navarro Correas, José A.
Paganotto, Juan P.
Piccione, Cayetano C.
Ponce, José Raúl
Pontis, Rafael E.
Richard, Alfonso E.
Rosales, Ranulfo S.
Ruíz, Aníbal
Ruíz Leal, Adrián
Sáez Medina, Miguel
San Martín, José Benito de
Serra, Luis Angel
Silvestre, Tomás
Stura, Angel C.
Tellechea, Manuel
Tolosa, Julio (h)
Toso, Juan F.

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretaria, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Carlos T. Teobaldo; Vocales: Ingº Juan Sabato, Ingº Manuel Ucha, Dr. Pedro G. Paternosto, Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Brau, Eduardo F.
Canals Frau, Salvador
Carusi, Oreste
Coria, Pedro E.
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E.
Daló, Héctor R.
Delprato, Ismael
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Inda, Carmen
Landolfi, José María
Lizarán, Fernando
Lockart, Carlos E.
Loedel Palumbo, Enrique
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Márquez, Aníbal R.
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Romano Yalour, Juan G.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño ,Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Arequipa (P.)
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo ..	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe ..	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi, Beppo	Rosario
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Montel, Paul	París
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Santiago (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	New York
Tello, Julio C.	Lima
Terrraccini, Alejandro	Tucumán
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

DIRECTOR: EMILIO REBUELTO

DICIEMBRE 1939 — ENTREGA VI — TOMO CXXVIII

SUMARIO

Pág.

CIENCIAS MATEMATICAS:

PABLO MONTEL. — Sobre la cuadratura del círculo. — Presentación del Dr. Pablo Montel por el Dr. Juan C. Vignaux 321

J. BLASCO. — La ley de Pareto sobre la distribución de las rentas 331

CIENCIAS FISICO-NATURALES:

JOAQUÍN FRENGUELLI. — El río Uruguay entre « Salto Grande » y « Paso Hervidero ». 342

P. KOHLER. — Tres nuevos microlepidópteros argentinos 369

CARLOS RUSCONI. — Sobre un metápodo de caballo fósil del chapadmalense 375

Reglamento de las Secciones de la Sociedad Científica Argentina en el interior del país 380

E. R. — Bibliografía 382

Indice general de las materias contenidas en el Tomo CXXVIII 383

BUENOS AIRES

CALLE SANTA FE 1145

1939

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

ADVERTENCIA. — Los colaboradores de los Anales son personalmente responsables de la tesis sustentada en sus escritos. Tienen derecho a la corrección de dos pruebas. Los que deseen tirada aparte de 50 ejemplares de sus artículos, deben solicitarla por escrito. Los manuscritos, correspondencia, etc. se enviarán a la sede social, **Santa Fe 1145.**

Impreso en los Talleres Gráficos "TOMAS PALUMBO" - La Madrid 321-325 - Buenos Aires

SOBRE LA CUADRATURA DEL CIRCULO

CONFERENCIA DEL DR. PABLO MONTEL

PRESENTACIÓN DEL DR. PABLO MONTEL POR EL DR. JUAN C. VIGNAUX

En nombre de la Sociedad Científica Argentina, me es muy grato y honroso presentar al eminente profesor de la Universidad de París, Dr. Paul Montel.

Dentro del marco necesariamente estrecho de que dispongo, por cierto resultará tarea difícil resumir la obra completa del profesor Montel y ofrecer una idea cabal de su espíritu, ilustración y admirable actividad.

Me esforzaré pues, en evocar un número reducido de sus descubrimientos, como asimismo de la repercusión que ellos, han alcanzado en el mundo científico.

Profesor de la Sorbonna y ex alumno de la Escuela Normal Superior durante el período 1894-97, se doctoró en ciencia matemática el año 1907 en la Universidad de París. Desde 1911 al 22 fué maestro de conferencias, de 1922 al 25 desempeñó el cargo de profesor de matemática general y posteriormente de mecánica racional, en la Facultad de Ciencias.

Desde 1928 está a cargo del curso de teoría de funciones, hasta entonces desempeñado por el profesor Borel. Es además miembro de numerosas Instituciones científicas de su país y del extranjero.

Discípulo de los grandes matemáticos franceses, Montel es el continuador de las glorias de aquella escuela, a la cual debe su formación científica. Su espíritu vigoroso y penetrante se desarrolló bajo la acción enérgica del gigantesco edificio de la teoría de funciones que acababan de fundar las investigaciones de Picard, Borel, Baire, Lebesgue, Hadamard, Volterra y otros.

Los trabajos de Montel constituyen la obra de un geómetra de primer orden, entre los más importantes, de la producción matemática moderna. Estas investigaciones versan sobre el análisis, la geometría, el álgebra, y la mecánica, pero el esfuerzo principal se realiza hacia la teoría de funciones.

Los estudios de Hilbert y Arzela sobre el clásico problema de Dirichlet, aquellos de Lebesgue sobre el problema de Plateau y el nuevo método que surgía para fundamentar el cálculo de variaciones, indujeron a Montel a realizar un estudio amplio y profundo de los conjuntos de funciones reales y complejas. Sus primeros resultados fueron expuestos en su tesis doctoral. Montel después de hacer el estudio de las familias reales, aborda la familia de funciones holomorfas y prueba entre varios otros el resultado siguiente; toda familia de funciones holomorfas acotadas en su conjunto, es cerrada.

Esta conclusión fundamental es el punto de partida de su notable teoría de las « familias normales de funciones analíticas » cuyo fundamento desarrolla en dos memorias célebres aparecidas en 1912 y 1916 y que contienen en germen, números resultados y perfeccionamientos ulteriores.

La teoría de las familias normales constituye actualmente un cuerpo de doctrinas y se ha difundido rápidamente, dando lugar a estudios muy profundos de Ostrowsky, Caratheodory, Julia, Valiron, Block y otros.

Ella ha originado numerosas extensiones y aplicaciones de gran importancia, revelándose a través de 25 años de existencia, como un instrumento potente de investigación y sistematización.

Una cuestión íntimamente ligada con la teoría anterior, es la noción de familia cuasi-normal que Montel introduce en una memoria fundamental, premiada por la Academia de Bélgica en 1922.

Al realizar estas bellas y profundas contribuciones, Montel ha revelado un agudo talento de investigador.

Los trabajos de M. Borel han puesto en primer plano, la noción de monogeneidad y muestran la mayor generalidad, del punto de vista de Cauchy, en el estudio de las funciones de variable compleja.

En esta orientación las investigaciones de Montel ya iniciadas en su tesis, son de primer orden. El ha probado en efecto una proposición muy general que contiene como caso particular el resultado clásico de Goursat. Estos resultados de Montel han dado lugar a

numerosos e interesantes trabajos, sobre todo de los matemáticos rusos y polacos.

El estudio de los polinomios, en sus relaciones con las funciones de variable real o compleja, ha experimentado en estos últimos años un gran avance, que según la opinión autorizada del profesor Walsch, se debe en gran parte a los trabajos de Montel. Me limitaré a citar su memoria fundamental de 1923, en la cual se ocupa del interesante problema de la « Acotación de los módulos de los aceros, de los polinomios ».

Montel se ha ocupado de varias otras cuestiones importantes del análisis puro, dando soluciones completas e inesperadas. Así en las ecuaciones diferenciales ordinarias, introduce la noción de integral superior e inferior, y estudia sus propiedades; da una condición de unicidad muy general, que contiene a todas las conocidas. Estos resultados han provocado nuevas investigaciones, en particular de los matemáticos japoneses.

Sus estudios sobre las funciones enteras o meromorfas; de las funciones univalentes y plurivalentes; de las funciones armónicas, convexas y sub-armónicas; de las funciones de varias variables, de la rpresentación conforme, de las series de polinomios, de las sucesiones funcionales y sus trabajos de geometría finita y de mecánica, me llevarían con su simple enumeración que ya sobrepasan el número de 150, a una prolongación inoportuna e innecesaria, ya que su obra no es desconocida en nuestro medio científico, habiéndome correspondido el alto honor, de contribuir a su difusión y estudio.

Los trabajos iniciales de Montel llamaron bien pronto la atención de la Academia de Ciencias de París; Montel, después de haber obtenido sucesivamente los premios Roux, Francoeur, gran premio de las ciencias matemáticas, Poncelet y otros fué elegido en 1937 miembro de este cuerpo de sabios, en la sección de geometría.

El estudio de la obra de Montel, es una escuela de claridad, precisión y elegancia, cualidades éstas que caracterizan a las grandes mentalidades francesas.

Sus trabajos sugieren nuevos trabajos; es el destino de las obras de los verdaderos genios.

En su trato, se advierte inmediatamente una personalidad en extremo agradable y una fisonomía abierta que inspira confianza absoluta. Escucha siempre con cordialidad a los discípulos que se dirigen a él, en demanda de una cuestión, y sus respuestas genero-

sas y desinteresadas y sus sabios consejos, revelan en él, al auténtico maestro.

Señores: He dado solamente una idea pálida y harto sintética, de la obra inmensa que Montel ha realizado ya, de los problemas que ha tratado, y de los dominios que ha descubierto.

En esta hora de crisis suprema, en la que tantos valores se hallan en peligro y en la que cada día la civilización es amenazada con su destrucción, el acto de fe en un mismo ideal que simboliza la continuidad de la ciencia francesa y la reafirmación de la cultura, constituye el más poderoso aliciente, con visitas tan gratas como la que hoy recibimos de tan ilustre representante, y con viva satisfacción, vemos intensificarse así, el intercambio intelectual entre nuestro país y la Francia inmortal, que será fecundo no sólo por su significado, sino por sus consecuencias espirituales.

Conferencia del Dr. PABLO MONTEL (1)

La vida moderna comporta un nutrido empleo de matemáticas. Más o menos conscientemente realizamos a diario cálculos y operaciones geométricas; es una práctica saludable y hasta indispensable para nuestras necesidades cotidianas, pero de la que no debe abusarse.

Algunos problemas de carácter matemático han asediado en todo tiempo a hombres que, sin ser especialistas, se empeñaron infructuosamente en resolverlos. Dedicaron horas y horas a esa tarea, sin éxito, seguramente por no haberse previamente informado sobre la naturaleza de la cuestión. Los sempiternos buscadores de la cuadratura del círculo, del postulado de Euclides sobre las paralelas, y del movimiento perpetuo, están en ese caso.

Algunas de las soluciones que creyeron hallar nos hacen ahora sonreír, pero hay que reconocer también en esas investigaciones un esfuerzo desinteresado del espíritu humano en pro del descubrimiento de la verdad; esfuerzo que mueve al respeto y ennoblece a los individuos.

Voy a hablaros de esos problemas: del de la cuadratura del círculo, tras cuya solución se han afanado con tesón los hombres desde 4000 años atrás; y que recién ha sido resuelto a fines del siglo pasado,

(1) Traducción del Dr. Claro C. Dassen.

gracias a un método debido al genio de un matemático francés, Carlos Hermite.

Con la expresión « es la cuadratura del círculo » se indica hoy en el lenguaje corriente, algo prácticamente insoluble. Y así, hace pocos años, se representaba con éxito en Moscú (y en París después) una comedia del escritor ruso Ketaev, *La cuadratura del círculo*, en la que se ponía en escena un cuadrado constituído por cuatro personas, encerradas en el círculo estrecho de una cohabitación forzosa.

¿Qué se entiende exactamente con la frase « realizar la cuadratura del círculo »?. La cosa parece, *prima facie*, muy clara: se trata de hallar el lado de un cuadrado de misma área que la de un círculo dado. De modo que si calculamos el área de dicho círculo, fácil es obtener después el lado del cuadrado equivalente. Pero la dificultad reside precisamente en determinar el área del círculo. Por de pronto nadie ha visto un cuadrado y un círculo perfectos; sólo conocemos figuras groseramente trazadas; la mayor o menor utilidad de las mismas dependerá de la habilidad con que ha sido tallada la punta del lápiz y de la perfección de la regla y del compás utilizados.

Además, aun encarando entes ideales, cabe observar que si el área de un cuadrado es de fácil obtención mediante un simple raciocinio teórico, no ocurre lo mismo con el área de un círculo: sólo sabemos calcularla aproximadamente.

Los documentos más antiguos que poseemos relativamente a esta cuestión son papiros egipcios; uno de ellos, el de Golesnishchev, descubierto en 1892-1894, se halla hoy en el Museo de Bellas Artes de Moscú. Está constituído por nueve fragmentos de una copia del papiro Rhind, hecha en el siglo XIX antes de la era vulgar, datando el original del siglo XXI. Han transcurrido así 4000 años desde entonces. Junto con recetas alimenticias, con procedimientos de construcciones navales y de problemas concretos de matemáticas, se da en ese papiro una regla para calcular el área de una semisuperficie esférica, llamada allí un « medio huevo ». La regla dada, bastante satisfactoria, es la siguiente: reducir el diámetro en $^1/_9$ y formar un cuadrado que tenga por lado los $^8/_9$ restantes. Obtiénese así la fórmula $3 . 16\, r^2$. Actualmente se multiplica r^2 por un número algo mayor que 3, ya sea 3,14, ya 3,1416.

En realidad no podemos escribir exactamente ese número; se conocen centenares de sus cifras; en el « Palais de la Découverte », de París, existen más de 700 cifras escritas en el friso de una de las salas circulares.

El trabajo formidable que esa investigación ha exigido se realizó con la esperanza de descubrir alguna ley oculta en la formación de la serie de decimales. Como ni la vida de un hombre, ni todas las vidas humanas juntas desde la aparición del primer hombre bastarían para terminar de escribir ese número, resulta que nadie ha visto ni verá expresado exactamente con cifras, el área de un círculo en función del diámetro. El multiplicador en cuestión, del que sólo se conocen valores aproximados, se designa con la letra griega π. Se sabe, desde tiempo atrás, que no se le puede escribir con un número finito de cifras, en ningún sistema de numeración.

Si no sabemos calcular el valor exacto del área de un círculo, podemos por lo menos dar valores tan aproximados al verdadero, que el error cometido carezca de influencia en los resultados prácticos de cualquier operación. Podemos, por consiguiente, construir con idéntica aproximación un cuadrado de misma área. Pero no consiste en eso la « cuadratura del círculo »: se trata de trazar un cuadrado cuya área *exacta* sea la misma que el área *exacta* del círculo. Y ya que no podemos calcular esta última, será menester obtener nuestro cuadrado por medio de una construcción gráfica, y esta última tendrá un sentido preciso cuando indiquemos los instrumentos a utilizar. Se ha elegido la regla y el compás, aparatos conocidos desde tiempos remotos. El problema se plantea entonces así: construir con la regla y el compás, un cuadrado equivalente a un círculo; es decir, dibujar cierto número de rectas y de circunferencias que conduzcan a ese cuadrado. Tal es el problema que desde el tiempo de los griegos se ha tratado de resolver acumulando construcciones sobre construcciones; a fines del siglo último la cuestión quedó descompuesta en estas otras dos:

¿Se puede obtener, con una regla y un compás, un cuadrado equivalente a un círculo?

Caso afirmativo, ¿cómo?

Ahora bien; en 1874, Carlos Hermite descubrió un método que permitía tratar ese mismo problema, no precisamente con el número π, pero sí con otro número, e, próximo pariente de aquél. Ocho años después, dicho método, extendido por Lindemann, condujo a abordar directamente el número π; la conclusión fué que: es imposible construir con la regla y el compás un cuadrado equivalente a un círculo.

La cuestión, desde ese momento, quedaba resuelta en el sentido de que ella dejaba de proponerse. Las Academias, los grandes establecimientos científicos, decidieron no examinar en lo sucesivo las

memorias proponiendo una solución. Sin embargo, personas mal informadas han continuado y continúan aún resolviendo a su manera el referido problema; sus pretendidas demostraciones encierran errores más o menos ocultos. Un procedimiento bastante bueno para desviarles de esa ciega pasión es proponerles problemas análogos donde sea posible descubrir más fácilmente la imposibilidad de resolverlos; por ejemplo: construir exactamente un cuadrado con una regla sola; problema que es tan imposible como lo es el de la cuadratura del círculo con la regla y el compás.

El problema de la cuadratura del círculo está emparentado con muchas otras cuestiones de igual naturaleza, todas las que se reducen, en suma, a las siguientes: ¿cuáles son las construcciones que pueden resolverse utilizando determinados instrumentos? Se podrá, por ejemplo, adoptar como aparatos:

a) la regla, con uno o con dos cantos utilizables;
b) el compás;
c) la regla y el compás;
d) el doblamiento del papel;
e) la regla, el compás y otros aparatos mecánicos.

Además de la cuadratura del círculo, los griegos habían tentado resolver otros problemas, con la regla y el compás. Citaremos el llamado « Problema de Delos », o de la duplicación del cubo, y el problema de la trisección del ángulo. El primero consistía en construir la arista de un cubo cuyo volumen fuese exactamente el doble del de otro cubo dado. El problema de la duplicación del cuadrado es de muy sencilla resolución; el de la duplicación del cubo es imposible.

Imposible es también el de la trisección del ángulo, es decir de construir un ángulo que sea la tercera parte de otro, salvo para ciertos valores particulares de éste.

Igual imposibilidad es la de construir un polígono regular de siete lados, o de un número primo de lados que no sean los que figuran en una tabla establecida por Gauss; se ignora, por otra parte, si esa tabla comprende o no una infinidad de polígonos.

Toda esas imposibilidades resultan de una teoría general, debida, ella también, al poderoso genio de un matemático francés, Evaristo Galois, muerto en duelo en 1840 a la edad de 21 años; algunas páginas escritas la víspera de su muerte han aportado al mundo científico las más inesperadas revelaciones.

Ya que es necesario renunciar a realizar con la regla y el compás las construcciones mencionadas, es menester utilizar otros aparatos. A ellos recurrieron los griegos después de comprobar la ineficacia de sus esfuerzos para conseguir las deseadas construcciones. Inventaron aparatos que sirven para dibujar con trazo continuo ciertas curvas, una de los cuales, la *concoide de Nicomedes*, permitió, 150 años antes de la era vulgar, obtener la trisección del ángulo. También habían imaginado curvas, como ser la *cuadratriz de Dinostrato*, que, si se hubiese utilizado en los siglos V y IV antes de la era vulgar, hubiese también permitido resolver la cuadratura del círculo con tal de disponer de un aparato para trazarla en forma continua. Los intégrafos rinden hoy estos servicios.

Para los antiguos griegos, el cuadrado y el círculo eran figuras perfectas. La regla y el compás permiten dibujar a una y otra. Pero cuando ambos deben tener la misma área, estos instrumentos no bastan para construir una de estas figuras partiendo de la otra.

Ese problema de la cuadratura del círculo, origen de tantos chascos para quienes lo abordaron, ha contribuído, sin embargo, a enriquecer las matemáticas con importantes descubrimientos. Es que en el dominio científico el fracaso suele tener una virtud creadora, pues el análisis penetrante de las causas que lo motivaron es, a veces, fuente de un descubrimiento.

Y así, esta cuestión de la cuadratura del círculo, ha enriquecido considerablemente tanto a la geometría como al álgebra. Así encarada la cosa, puede decirse que la imposibilidad de resolver aquel problema ha sido un acontecimiento feliz. La posibilidad de una cuadratura no arrastra al que emprende realizarla, más allá de su resolución. Por eso dijo Huyghens en 1868: « Son tan hermosas las cosas que han encontrado los geómetras al investigar la cuadratura del círculo, que conviene sostener la posibilidad del éxito de esa investigación. Así los investigadores continuarán, sin lamentarlo, los trabajos que han emprendido ».

En geometría, una de las consecuencias de esa imposibilidad ha sido la invención de nuevas curvas y de aparatos mecánicos para trazarlas. Los problemas geométricos resultaron clasificados, según la naturaleza de los instrumentos que permitían trazarlas y obtener las soluciones apetecidas. Más aún, existe un capítulo anexo a la geometría, la *geometrografía*, que investiga cuál, entre diversas construcciones posibles, requiere menos trazos de rectas y de circunferencias.

Saber cuáles son los instrumentos llamados a resolver gráficamente un determinado problema de geometría, es cuestión que vincula la geometría con el álgebra.

Desde que se inventó la *geometría analítica* resultó fácil darse cuenta que sólo es posible realizar una construcción con la regla y el compás cuando, puesto el problema en fórmulas, éstas no contienen otra cosa que sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y raíces cuadradas; si estas últimas no figuran, la regla basta.

Así, la construcción del lado de un cuadrado cuya área es de dos metros cuadrados, se obtiene tomando para ese lado, la diagonal del cuadrado de un metro de lado — cuadrado éste que se construye con la regla y el compás. — Vimos ya que las cosas cambian cuando se pretende hallar la arista de un cubo cuyo volumen es de dos metros cúbicos.

El cuadrado de un número se obtiene multiplicando ese número por sí mismo; el cubo de un número resulta de multiplicar su cuadrado por dicho número; continuando así se obtienen las potencias cuarta, quinta, etc. del número en cuestión.

Hasta aquí se trata de *números enteros,* cuyas potencias son también números enteros; éstos pertenecen a una familia de valores llamados *números algebraicos.* Estos últimos son tales, que, sumando o restando determinadas potencias de los mismos, se obtiene un número entero. El grado de un número algebraico, es el rango de la potencia de mayor grado que, de ese modo, interviene.

Los algebraicos de primer grado son aquellos que, sumados cierto número de veces consigo mismo, dan un entero; son las *fracciones ordinarias,* y, partiendo de la unidad de longitud, basta la regla para construirlos.

Los algebraicos de segundo grado pueden ser construídos con la regla y el compás. Esto es imposible, en general, para los de grados superiores al segundo grado.

El número π no es algebraico, de ningún grado. Se le llama *número transcendente.*

En la vida corriente, sólo nos servimos de enteros y de fracciones decimales; pero no debe inferirse de ello que un número trascendente es excepcional, que es de una especie rara. Al contrario, en la escala de los números, los algebraicos constituyen la excepción, son poco frecuentes en relación a los otros. Eso equivale a decir que la longitud de una regla, tomada al acaso, es, con respecto a una unidad dada, un número trasncendente. Pero la cuestión de saber si un

número dado de antemano es transcendente resulta a menudo difícil y sólo mediante largos y pacientes esfuerzos se ha conseguido establecerlo para el número π.

Se vé, pues, que el problema un tanto pueril de construir con el compás y la regla un cuadrado equivalente a un círculo, encabeza importantes teorías matemáticas. Su historia pone una vez más de manifiesto que el descubrimiento científico se produce a veces cuando se acierta a observar las cosas sencillas y antiguas con vistas nuevas.

LA LEY DE PARETO SOBRE LA DISTRIBUCION DE LAS RENTAS

POR

J. BLASCO

Para representar matemáticamente la distribución de las rentas (1), el economista Pareto dió estas dos fórmulas generales:

$$N_{x_i} = \frac{A}{x_i^\alpha} \qquad [1]$$

$$N_{x_i} = \frac{A}{(x_i + a)^\alpha} \qquad [2]$$

designando con x_i $(i = 1, 2, \ldots, \kappa)$ los límites superiores de los intervalos de clasificación de las rentas y con N_{x_i} el número observado de rentas mayores que x_i unidades, debiendo ser los parámetros A y α positivos (2).

De las dos fórmulas de Pareto, la primera se aplicará, evidentemente, cuando la representación gráfica en doble escala logarítmica de los valores observados siga una distribución sensiblemente rectilínea.

La determinación estadística de sus dos parámetros: A y α, en tales casos, trabajando con el método de los mínimos cuadrados, no ofrece dificultades.

(1) Para una exposición de las distintas fórmulas matemáticas dadas para representar la distribución de las rentas, ver el trabajo de Mr. Maurice Fréchet: *Sur les formules de repartición des revenus,* en: « Revue de l'Institut International de Statistique », 7 année Livraison 1, ps. 32 y sigs.

(2) Pareto, Wilfredo. *Cours d'Economie Politique,* Lausanne, 1896, tomo II, livre III, ps. 299 y sigs.

En efecto, aplicando logaritmos a ambos miembros de la [1], se obtiene:

$$\log N_{x_i} = \log A - \alpha \log x_i$$

cuya igualdad, haciendo:

$$\log x_i = X_i; \quad \log A = K; \quad \log N_{x_i} = F(X_i),$$

se puede escribir:

$$F(X_i) = K - \alpha X_i \qquad [3]$$

Pero, llamando Y_{x_i} a las frecuencias experimentales transformadas (logaritmadas), es inmediato que se pueden determinar los dos parámetros de la primera fórmula de Pareto transformada, en forma tal, que se verifique la condición de mínimo para la suma de los cuadrados de los desvíos entre los valores experimentales transformados, Y_{x_i}, y los correspondientes valores teóricos transformados $F(X_i)$, pues de la condición enunciada:

$$\sum_{i=1}^{n} [Y_{x_i} - F(X_i)]^2 = \sum_{i=1}^{n} [F(X_i) - Y_{x_i}]^2 = \text{mínimo}$$

se obtiene fácilmente reemplazando en ella $F(X_i)$ por su valor definido, derivando con respecto a cada uno de los dos parámetros y realizando algunas sencillas operaciones algebraicas:

$$\sum_{i=1}^{n} K - \alpha \sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} Y_{x_i}$$

$$K \sum_{i=1}^{n} X_i - \alpha \sum_{i=1}^{n} X_i^2 = \sum_{i=1}^{n} Y_{x_i} X_i$$

cuyo sistema determinado permite calcular K y α en forma de que se cumpla la condición de mínimo impuesta. Determinada la [3], bastará valorizar convenientemente X_i en ella para obtener las frecuencias teóricas transformadas cuyos antilogaritmos, a su vez, darán las frecuencias teóricas naturales.

Sin embargo, cuando la representación en doble escala logarítmica de los valores observados no sigue una marcha sensiblemente recti-

línea, como sucede en muchas estadísticas comunes sobre distribución de las rentas, sino que se obtiene una curva experimental cóncava o convexa con respecto al eje de la variable, deberá aplicarse, evidentemente, la segunda fórmula de Pareto

$$N_{x_i} = \frac{A}{(x_i + a)^\alpha}$$

para el ajustamiento de los datos experimentales (1). El nuevo parámetro introducido, a, puede ser positivo o negativo, a diferencia de los anteriores; lo primero, cuando la curva de frecuencias que definen los puntos experimentales en doble escala logarítmica sea cóncava respecto al eje de la variable independiente; lo segundo, cuando sea convexa.

La determinación estadística del parámetro a, indudablemente, dejará resolver también el problema del ajustamiento de la distribución experimental transformada, utilizando el método de los mínimos cuadrados, pues estando calculado numéricamente el valor de a, se podrá poner:

$$x_i + a = x_i'$$

y escribir, por tanto, la [2]:

$$N_{x_i} = \frac{A}{x'^{\alpha}_i}$$

obteniéndose, mediante la aplicación del procedimiento reseñado anteriormente para la [1] la determinación de los otros dos parámetros K y α y, por consiguiente, de la correspondiente función de ajustamiento. De aquí la importancia de saber determinar este nuevo parámetro que aparece en la segunda fórmula de Pareto.

(1) En realidad, a las dos fórmulas anteriores habría que agregar la siguiente

$$N_{x_i} = \frac{A}{(x_i + a)^\alpha} e^{-\beta x}$$

para tener completo el repertorio dado por Pareto para expresar matemáticamente la distribución de las rentas. El parámetro β, lo mismo que A y α, debe ser siempre positivo. Sin embargo, parece ser de poca aplicación en las observaciones estadísticas comunes sobre la distribución de las rentas y no será considerada en este trabajo.

No se conoce un procedimiento estadístico práctico y directo para determinar metodológicamente el parámetro a. En general, se lo equipara al primer valor de la variable, obteniéndose entonces una fidelidad muchas veces satisfactoria. Cuando esto no sucede, se suele recurrir al procedimiento empírico de los tanteos sucesivos, hasta conseguir una buena aproximación, pudiendo resultar entonces que el trabajo práctico del ajustamiento se haga extremadamente largo, como sucede, por ejemplo, cuando se aplica la fórmula de Taylor para desarrollar en serie una función de varias variables. Por otra parte, no hay ninguna razón conocida que justifique la equiparación del valor de a al del primer valor del atributo, fuera de la que pueda resultar de la fidelidad misma que se obtenga.

A continuación se expondrá un procedimiento algebraico para la determinación del parámetro a y algunas propiedades interesantes que resultan para dicho procedimiento, especialmente en el caso particular del equiespaciamiento de los valores elegidos.

Dados tres valores cualesquiera de los n que toma la variable independiente:

$$x_{i_1'}\ ,\ x_{i_2'}\ ,\ x_{i_3'}$$

sucesivos, o no, pero tales que:

$$x_{i_3'} > x_{i_2'} > x_{i_1'}$$

los correspondientes valores de la función en la fórmula [2] de Pareto serán definidos por las siguientes igualdades:

$$N_{x_{i_1'}} = \frac{A}{(x_{i_1'} + a)^{\alpha}}$$

$$N_{x_{i_2'}} = \frac{A}{(x_{i_2'} + a)^{\alpha}}$$

$$N_{x_{i_3'}} = \frac{A}{(x_{i_3'} + a)^{\alpha}}$$

Aplicando logaritmos y restando de la segunda la primera y de la tercera la segunda, se deducen de ellas estas otras:

$$\log \frac{N_{x_{i_2'}}}{N_{x_{i_1'}}} = \alpha \log \frac{(x_{i'_1} + a)}{(x_{i_2'} + a)}$$

$$\log \frac{N_{x_{i_3'}}}{N_{x_{i_2'}}} = \alpha \log \frac{(x_{i_2'} + a)}{(x_{i_3'} + a)}$$

De las que, a su vez, se deduce la siguiente:

$$\frac{N_{x_{i_1'}} \,.\, N_{x_{i_3'}}}{[N_{x_{i_2'}}]^2} = \frac{(x_{i_2'} + a)^2}{(x_{i_1'} + a)\,(x_{i_3'} + a)}$$

Haciendo, para simplificar la escritura:

$$\frac{N_{x_{i_1'}} \,.\, N_{x_{i_3'}}}{[N_{x_{i_2'}}]^2} = C,$$

desarrollando el numerador y denominador del segundo miembro en la última igualdad hallada y realizando algunas sencillas operaciones, se obtiene esta otra:

$$[C - 1]\, a^2 + [C\,(x_{i_1'} + x_{i_3'}) - 2\, x_{i_2'}]\, a + C\, x_{i_1'} x_{i_3'} - x^2_{i_2'} = 0;$$

y, poniendo, también para simplificar:

$$C - 1 = M;\ C\,(x_{i_1'} + x_{i_3'}) - 2\, x_{i_2'} = N;\ C\, x_{i_1'} x_{i_3'} - x^2_{i_2'} = P,$$

se obtiene, finalmente, esta ecuación de segundo grado en a:

$$M \,.\, a^2 + N \,.\, a + P = 0; \qquad [4]$$

de la que se deduce inmediatamente la existencia de dos valores algebraicos para a, que son:

$$a_1 = \frac{-N + \sqrt{N^2 - 4\,MP}}{2\,M} \quad ; \quad a_2 = \frac{-N - \sqrt{N^2 - 4\,MP}}{2M}$$

Como ya se ha dicho anteriormente, la observación del gráfico en doble escala logarítmica servirá para saber « a priori » si el valor

del parámetro a debe ser positivo o negativo. Si los dos valores obtenidos algebraicamente fueran de distinto signo, se deberá elegir, indudablemente, el que lleve el signo conocido « a priori ». Si, en cambio, los dos fuesen de un mismo signo y concordante con el conocido « a priori » como signo que debe tener el parámetro a, habrá necesidad de probar ambos valores a fin de definir el que proporcione el mejor ajustamiento. Finalmente, se desecharán los dos cuando fuesen del mismo signo y contrario al conocido « a priori » para a.

Es evidente que el método algebraico expuesto para la determinación del parámetro a ofrece varios inconvenientes. En efecto, cuando la distribución experimental en doble escala logarítmica sea convexa con respecto al eje de la variable, deberá ser, como se ha dicho anteriormente, $a < 0$. Pero, en tal caso, tampoco podrá ser $| a |$ mayor que el primer valor del atributo, pues si fuera $| a | > x_1$, se tendría una expresión carente de sentido estadístico. Sin embargo, puede suceder que la solución algebraica dé un valor que no sirve para realizar el ajustamiento, por ser, precisamente, $| a | > x_1$.

La solución estadística del problema de la determinación del parámetro a, por otra parte, exigiría su determinación en función de los momentos de la distribución experimental o, al menos, en alguna otra forma en que intervenga una gran masa de los datos observados; el procedimiento expuesto, en cambio, los determina haciendo intervenir solamente tres pares de ellos. Sin embargo, desde este punto de vista, hay que reconocer que no es absolutamente criticable, pues los valores experimentales:

$$x_{i_1'}\ ,\ N_{x i_1'}\ ;\ x_{i_2'}\ ,\ N_{x i_2'}\ ;\ x_{i_3'}\ ,\ N_{x i_3'}$$

pueden ser los tres primeros de la observación y, entonces, por la naturaleza misma de esta clase de fenómenos, se habrá considerado la mayor parte de la población; además, en muchas de las observaciones experimentales sobre la distribución de las rentas son también estos primeros valores los que ofrecen los mayores desvíos con respecto a la recta de ajustamiento correspondiente a la fórmula [1] de Pareto y los que, lógicamente, están afectados de mayores errores.

Otro inconveniente del procedimiento algebraico expuesto es, en cambio, el hecho de haber deducido los valores del parámetro a como raíces de una ecuación de segundo grado, pues puede suceder que, realizadas todas las operaciones, resulte, en el caso práctico, que la [4] sólo dé raíces imaginarias como solución de un problema

estadístico, vale decir, de un problema concreto, que requiere soluciones reales. Es, pues, de mucha importancia práctica para la aplicación del procedimiento señalado disponer de un criterio rápido y seguro para poder decidir si, dados tres pares de valores experimentales de los que se desea calcular el parámetro a con el procedimiento expuesto, el problema admite soluciones reales. De aquí la importancia del siguiente teorema, relativo al procedimiento algebraico señalado:

« Dados tres pares de valores experimentales sobre la distribución de las rentas: $x_{i_1'}$, $N_{x_{i_1'}}$; $x_{i_2'}$, $N_{x_{i_2'}}$; $x_{i_3'}$, $N_{x_{i_3'}}$, con: $x_{i_3'} > x_{i_2'} > x_{i_1'}$ la condición necesaria y suficiente para que el parámetro a tome valores reales es que sea C mayor que la relación entre el cuadrado de la media geométrica de las diferencias sucesivas del atributo y el cuadrado de la media aritmética de sus valores extremos ». Vale decir, que debe ser:

$$C > \frac{(x_{i_2'} - x_{i_1'})\,(x_{i_3'} - x_{i_2'})}{\left[\dfrac{x_{i_3'} - x_{i_1'}}{2}\right]^2}$$

En efecto, siendo:

$$a = \frac{-N \pm \sqrt{N^2 - 4\,MP}}{2\,M}$$

se tiene, reemplazando M, N y P por sus correspondientes valores:

$$a = \frac{-[C\,(x_{i_1'} + x_{i_3'}) - 2\,x_{i_2'}] \pm \sqrt{[C\,(x_{i_1'} + x_{i_3'}) - 2\,x_{i_2'}]^2 - 4\,(C-1)\,[C\,x_{i_1'}\,x_{i_3'} - x^2_{i_2'}]}}{2\,M} \qquad [5]$$

Desarrollando y simplificando:

$$a = \frac{-[C\,(x_{i_1'} + x_{i_3'}) - 2\,x_{i_2'}] \pm \sqrt{C^2 x^2_{i_1'} - 2\,C^2 x_{i_1'} x_{i_3'} + C^2 x^2_{i_3'} - 4\,C\,x_{i_1'} x_{i_2'} - 4\,C\,x_{i_2'} x_{i_3'} + 4\,C\,x^2_{i_2'} + 4\,C\,x_{i_1'} x_{i_3'}}}{2\,M}$$

La cantidad subradical se puede escribir mediante una sencilla transformación:

$$a = \frac{-[C\,(x_{i_1'} + x_{i_3'}) - 2\,x_{i_2'}] \pm \sqrt{C^2\,[x_{i_3'} - x_{i_1'}]^2 - 4\,C\,(x_{i_2'} - x_{i_1'})\,(x_{i_3'} - x_{i_2'})}}{2\,M}$$

Pero, como son:

$$C > 0 \quad ; \quad x_{i_3'} > x_{i_2'} > x_{i_1'} > 0,$$

deberá verificarse, para que a tenga valores reales:

$$C\,[x_{i_3'} - x_{i_1'}]^2 > 4\,(x_{i_2'} - x_{i_1'})\,(x_{i_3'} - x_{i_2'})$$

De donde se deduce que deberá ser:

$$C > \frac{4\,(x_{i_2'} - x_{i_1'})\,(x_{i_3'} - x_{i_2'})}{[x_{i_3'} - x_{i_1'}]^2}$$

La condición anterior se simplifica notablemente en los casos de equiespaciamiento en la variable para los tres pares de observaciones tomados, vale decir, cuando es:

$$x_{i_2'} - x_{i_1'} = x_{i_3'} - x_{i_2'} = h$$

pues, en tal caso, la condición demostrada se reduce a:

$$C > \frac{4\,h^2}{4\,h^2}$$

o sea, que deberá ser:

$$C > 1.$$

Y, como es:

$$C = \frac{N_{x_{i_1'}}\,N_{x_{i_3'}}}{[N_{x_{i_2'}}]^2}$$

se tiene, reemplazando:

$$\frac{N_{x_{i_1'}} \,.\, N_{x_{i_3'}}}{[N_{x_{i_2'}}]^2} > 1$$

de donde esta condición:

$$N_{x_{i_1'}} \,.\, N_{x_{i_3'}} > [N_{x_{i_2'}}]^2$$

o, en definitiva:

$$\sqrt{N_{x_{i_1'}} \,.\, N_{x_{i_3'}}} > N_{x_{i_2'}}$$

vale decir, que tomando tres pares de valores equiespaciados, la condición necesaria y suficiente para que el parámetro a tome

valores reales es que la media geométrica de las frecuencias extremas sea mayor que la frecuencia intermedia.

Por la forma como se dan generalmente las observaciones comunes sobre la distribución de las rentas: tablas en las que las primeras rentas, y hasta una cierta magnitud variable según los casos, se clasifican en intervalos monomodulares, se comprende que, prácticamente, esta última forma de la condición será la que se aplicará en la mayoría de las veces. Además, cabe hacer notar que, en los casos de distribuciones, en doble escala logarítmica, convexas con respecto al eje de la variable, la limitación señalada para el parámetro a obligará a tomar los tres pares de valores experimentales entre los primeros observados y, por tanto, será de aplicación la última forma de la condición demostrada.

En el caso de equiespaciamiento de los tres pares de valores observados, la [5], además de simplificarse notablemente, proporciona una sola solución estadística para el valor del parámetro a. En efecto, siendo entonces:

$$x_{i_1'} + x_{i_3'} = 2\, x_{i_2'}$$

se puede escribir la [5] así:

$$a = \frac{-[C.2\, x_{i_2'} - 2\, x_{i_2'}] \pm \sqrt{[C.2\, x_{i_2'} - 2\, x_{i_2'}]^2 - 4\,(C-1)\,[C\, x_{i_1'}\, x_{i_3'} - x^2_{i_2'}]}}{2\, M}$$

y, mediante sucesivas transformaciones:

$$a = \frac{-2\, x_{i_2'}\,(C-1) \pm \sqrt{4\, x^2_{i_2'}\,(C-1)^2 - 4\,(C-1)\,[C\, x_{i_1'}\, x_{i_3'} - x^2_{i_2'})]}}{2\, M}$$

$$a = \frac{-2\, M\, x_{i_2'} \pm \sqrt{4\, M^2\, x^2_{i_2'} - 4\, M\, [(M+1)\, x_{i_1'}\, x_{i_3'} - x^2_{i_2'}]}}{2\, M}$$

$$a = \frac{-2\, M\, x_{i_2'} \pm \sqrt{4\, M^2\, [x^2_{i_2'} - x_{i_1'}\, x_{i_3'}] + 4\, M\, [x^2_{i_2'} - x_{i_1'}\, x_{i_3'}]}}{2\, M}$$

Pero, recordando que es:

$$M - 1 = C$$

y teniendo presente, además, que, en virtud del equiespaciamiento supuesto, es:

$$x^2_{i_2'} - x_{i_1'}\, x_{i_3'} = h^2$$

se tiene, substituyendo valores y simplificando

$$a = - x_{i_2'} \pm h \sqrt{\frac{C}{C-1}}\ .$$

De modo que, en definitiva, en el caso de equiespaciamiento de la variable para los tres pares de valores que se toman, las dos soluciones algebraicas para el parámetro a serían:

$$a_1 = - x_{i_2'} + h \sqrt{\frac{C}{C-1}} \quad ; \quad a_2 = - x_{i_2'} - h \sqrt{\frac{C}{C-1}}$$

de las cuales es inmediato que la segunda carece de significación estadística, pues conduciría a un resultado

$$|\, a \,| > x_1.$$

Luego, en el caso de equiespaciamiento de los tres pares de observaciones, el único valor utilizable para la aplicación será el dado por la expresión

$$a = - x_{i_2'} + h \sqrt{\frac{C}{C-1}}\ .$$

INSTIT. DE ESTADÍSTICA
UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL

EL RIO URUGUAY ENTRE «SALTO GRANDE» Y «PASO HERVIDERO»

APUNTES GEOLÓGICOS Y MORFOLÓGICOS

POR EL

Dr. JOAQUIN FRENGUELLI

I

La orilla entrerriana del río Uruguay entre el « Salto Grande », al Norte de la ciudad de Concordia, y el «Paso Hervidero», a unos 26 kilómetros al Sur de la misma ciudad, ofrece formas suaves escasamente surcadas y recubiertas de sedimentos recientes. Estas condiciones dificultan un examen completo de la estructura geológica de la región y no permiten arribar siempre a una interpretación completamente satisfactoria de los diferentes detalles estratigráficos. Sin embargo, el examen comparativo de perfiles parciales y de los resultados de algunas perforaciones, me ha permitido llegar a la conclusión de que la serie local se compone de los términos estratigráficos siguientes (fig. 1):

A — Arenisca de tipo de Botucatú.
B — Basalto (meláfiro) de tipo de Serra Geral.
C — Areniscas, brechas y toscas.
D — Arenisca de tipo paraniano.
E — Aluviones pseudo-lateríticos.
F — Rodados de calcedonia.
G — Limos loessoides.
H — Limos arenosos pardos obscuros.

Las areniscas *A*, forman la base de todos los demás miembros de la serie y se hallan ampliamente distribuídas en el subsuelo de la región. Las pocas perforaciones practicadas apenas han afectado la

parte superior de esta formación cuyo espesor ha de ser considerable. En efecto, tanto por sus caracteres físicos, como por sus relaciones geológicas, corresponden a las areniscas que forman la margen uruguaya (en los alrededores de la ciudad del Salto, en la Mesa de Artigas, etc.), las cuales a su vez pertenecen a la extensa formación brasileña de la « arenisca de Botucatú » (o de Maracajú), de la serie de Sao Bento, atribuída al Triásico, incluyendo quizás también parte del Jurásico, en su parte más alta, y del Pérmico en su base.

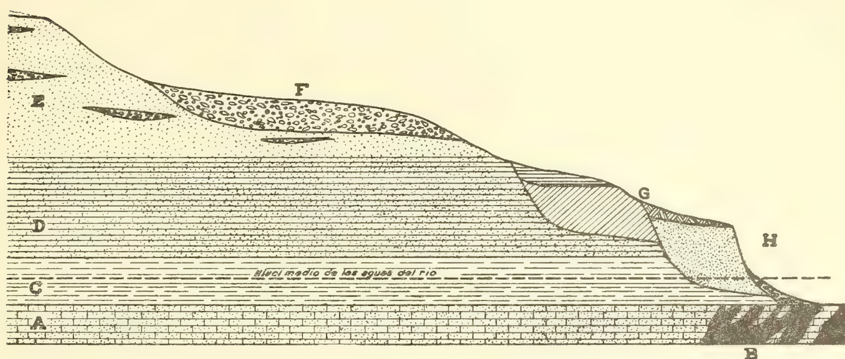


Fig. 1. — Perfil esquemático de la margen derecha del río Uruguay, a la altura de Concordia Escalas: horizontal = 1:20.000; vertical = 1:1000. *A*: Arenisca de tipo Botucatú; *B*; roca volcánica de tipo Serra Geral; *C*: areniscas, brechas y toscas; *D*: arenisca de tipo entrerriano; *E*: aluviones pseudo lateríticos; *F*: aluviones de rodados de calcedonia; *G*: limos loessoides; *H*: limos arenosos pardos.

Es una arenisca silícea, de color rosado, de grano fino y mediano, estratificada, a menudo en capitas entrecruzadas; no contiene fósiles. En condiciones normales, la coherencia de la roca es limitada, pudiéndose disgregar con la simple presión de las uñas, pero, donde ella llega a contacto con los basaltos, como en los Saltos Grandes y Chico y en los pasos Corralito y Hervidero, etc., se transforma en una arenisca de cemento silíceo (arenisca cuarcítica), sumamente dura y compacta.

Los procesos de cementación y de endurecimiento de la arenisca, como ya observó Hausen (1), deben considerarse en relación con las intrusiones basálticas y localmente representan las modificaciones

(1) J. Hausen. *Contribución al estudio de la petrografía del territorio Nacional de Misiones*. Boletín nº 21 del Ministerio de Agricultura de la Nación. Dir. Gral. de Minas, Geol. e Hidrolog. Serie B (geología). Buenos Aires 1919. Consúltese página 11.

más frecuentes de contacto eruptivo. Junto con el aumento de consistencia, casi siempre se observa además una abundante y profunda compenetración de la arenisca por silicatos cristalinos, entre los cuales especialmente epidotas, ya sea como clinozoisita, ya indicada por Hausen ([2]) o como epidota propiamente dicha, de color verde, y en agrupaciones cristalinas irregulares, pequeñas. A menudo, la cantidad de estos minerales, derivados por metamorfismo de influencia, es tan abundante, que la arenisca asume el aspecto de una roca volcánica de estructura pseudo porfirítica. La superficie de esta arenisca metamorfoseada, expuesta a las acciones hidrolíticas, se recubre por una espesa costra limonítica, lisa, lustrosa, de color pardusco, igual a la que se forma también sobre los mismos basaltos. Está costra se forma solamente sobre la superficie de las rocas bañadas temporaria o perennemente por las aguas del río (rocas del fondo y de las orillas, hasta el límite alcanzado por las crecientes ordinarias), y como ya ha indicado Rovereto ([3]), su origen está ligado a la acción de las aguas del río sobre los elementos cristalinos de las mismas rocas. En el Paso de Corralito, por el mismo contacto eruptivo, la arenisca, en muchos puntos, se halla además bien vitrificada y con superficies escoriáceas.

Por estos hechos de metamorfismo de influencia, inducido por las intrusiones de los basaltos, el aspecto de la arenisca ha resultado tan profundamente modificado que fácilmente puede llevar a confundir ambas rocas entre sí; naturalmente esta confusión es posible sólo si nos limitamos a un examen superficial de los caracteres petrográficos de las mismas rocas.

Por otra parte, contribuyen a la misma confusión, además de la costra limonítica que recubre indiferentemente las superficies de la arenisca metamorfoseada y del basalto, también las condiciones de profunda compenetración de la arenisca por el magma volcánico. Sin embargo esta compenetración se efectúa siempre a través de cavidades y grietas preexistentes o formadas en el momento de la presión de la masa intrusiva, pero, de todos modos, posteriores a la consolidación de las mismas areniscas. Por lo tanto, en todo caso, el contacto entre la roca encajonante y la intrusiva, aunque a menudo sigue una superficie muy sinuosa y complicada, resulta siempre completamente neta.

([2]) J. Hausen. *Ob. cit.*, página 22.

([3]) G. Rovereto. *Un contributo alla esplorazione della laguna Iberá* (*Argentina*). «L'Universo» año VI, nº 1, pp. 1-21. Firenze, 1925. Véase pág. 20.

Evidentemente estos basaltos corresponden a esa extensa formación volcánica que cubre gran parte del Paraguay oriental y del Brasil meridional, donde lleva el nombre de « Rocas eruptivas de Serra Geral ». Al mismo grupo pertenecen también los afloramientos de Misiones y de Corrientes estudiados por Hausen (4). También en la margen entrerriana del río Uruguay y en los saltos y restingas del mismo río, esta roca volcánica resulta constituída de un magma microcristalino de color gris obscuro, a menudo pardusco o rosado, denso, a veces compacto, pero comúnmente diseminado de numerosas cavidades vacuolares, tapizadas de eflorescencias cloríticas o rellenadas por calcita blanca.

Las relaciones recíprocas entre arenisca y basalto, demuestran que aquí éste no se halla distribuído en forma de mantos ni de filones-estratos intercalados entre las capas de la arenisca por interestratificación concordante, sino que, como he insistido en una nota especial (5), forman intrusiones dentro de la misma arenisca. Estas intrusiones examinadas en conjunto se hallan distribuídas, con respecto al curso del río Uruguay, en forma de diques más o menos transversales y probablemente representan apófisis filonianas en dependencia de masas lacolíticas más profundas.

El estudio de las relaciones entre basaltos y areniscas *A* tiene importancia también por lo que se refiere a la edad de estas rocas. Si los basaltos formaran mantos efusivos intercalados entre camadas arenosas, ambas rocas resultarían geológicamente contemporáneas y, por lo tanto, también los basaltos serían de edad triásica, como varios autores han sostenido. Pero si, como se observa en realidad, la roca volcánica no representa más que filones intrusivos dentro de una arenisca ya consolidada, fracturada y dislocada, los basaltos resultarán necesariamente de edad mucho más reciente que la de las areniscas encajonantes.

Pero, con este método, si llegamos a excluir seguramente una contemporaneidad de formación de estas dos rocas, no llegaremos a interpretar más exactamente la edad de los basaltos si no tratamos de profundizar el estudio geológico de la extensa región de afloramiento de esta roca volcánica, así como también a estudiar más prolijamente la naturaleza petrográfica de la misma roca.

(4) J. Hausen. *Ob. cit.*, página 9 y sig.

(5) J. Frenguelli. *Sobre la posición estratigráfica y la edad de los basaltos del río Uruguay.* « Gaea », Anales Soc. Argentina de Estudios Geográficos. T. II. pp. 403-424 Buenos Aires, de 1926.

Localmente, tendría importancia establecer también con exactitud la posición estratigráfica y cronológica de los sedimentos del grupo *C*. En efecto, a juzgar por lo que se refiere a sus relaciones con éstos, las inyecciones basálticas se habrían verificado durante el lapso de tiempo transcurrido entre la dislocación de la arenisca *A* y la sedimentación del complejo *C*, cuyas brechas llevan fragmentos de basalto y de arenisca metamorfoseada por éste. Pero no es posible aún fijar con seguridad la edad de estas brechas y de los sedimentos que las contienen (*). Sus afloramientos son limitados. Solamente en Puerto Yeruá forman por un trecho las barrancas del río, alcanzando un espesor máximo de 10 metros aproximadamente. Descansan sobre la arenisca rosada *A*, y, a su vez, están formados por arenas y areniscas silíceas, de color gris verduzco o también rosado, de estructura entrecruzada, llevando intercalaciones de limos, gravas, conglomerados, tosca calcárea blanca y brechas rosadas. Estas se componen de fragmentos angulosos de arenisca parda y rosada, evidentemente proporcionados por la subyaciente arenisca *A* y cementados por tosca calcárea.

Una brecha análoga forma en un espesor de unos tres metros, la parte más alta de la barranca cortada por el río a la altura del Cerro de Salto Grande: donde también se compone de fragmentos angulosos y generalmente pequeños de arenisca endurecida y arenisca epidotífera procedentes de la destrucción de la arenisca metamorfoseada *A*, sobre la cual descansan.

(*) Investigaciones posteriores (estos apuntes fueron redactados en Febrero de 1927, a pedido del ingeniero José P. Repossini, entonces Inspector General de Navegación y Puertos Fluviales del Ministerio de Obras Públicas de la Nación) han de mostrado dos hechos de la mayor importancia para fijar la edad relativa de estos horizontes geológicos. El primero corresponde a los basaltos que pude correlacionar con los filones-capas y mantos efusivos básicos de la parte más alta de la «Serie de Paganzo » probablemente plegados, junto con el resto de la serie, por los movimientos del Jurásico superior (plegamiento anteportlandiano). El segundo se refiere a nuevos hallazgos de restos de grandes dinosaurios pehuenchianos dentro de las areniscas del grupo *C* en los departamentos uruguayos de Soriano y Río Negro, y en la proximidad de la ciudad entrerriana de Colón. El hallazgo efectuado recientemente en esta última localidad confirma la noticia que en 1910, ya nos diera de Carles acerca de la existencia de restos de *Argyrosaurus* en las areniscas de Colón y nos indica que estas areniscas corresponden seguramente al Cretáceo superior y probablemente al Senoniano. Véase al respecto págs. 396-403 de mis *Investigaciones geológicas en la zona salteña del Valle de Santa María*, en *Obra del Cincuentenario* del Instituto del Museo de la Universidad Nacional de La Plata, II, 215-572, Buenos Aires, 1937.

El mismo nivel está constituído también por brechas en la base de la barranca del río a la altura del Cerro de la Cruz (entre paso del Corralito y Puerto Yeruá), debajo de las arenas rojas *E*, y en el puerto de Concordia, formando la base de los limos *E*. En esta última localidad no se observan directamente, sino que se ocultan debajo de los limos pardos recientes y las obras del puerto. Una serie de pequeñas perforaciones sobre la orilla del río a la altura de la parte Sur del murallón interno de la dársena, alcanzó esta brecha (localmente llamada « tosca ») a unos cuatro metros y medio debajo del nivel del cero local. Aquí, como también en el Cerro de la Cruz, la brecha está formada por fragmentos de la misma arenisca rosada *A*, pero el cemento calcáreo-arenoso que los une, es más abundante y de color pardo-rosado claro.

La misma brecha rosada se observa a lo largo del cauce del arroyo Yuquerí Grande, especialmente a la altura del puente del ferro-

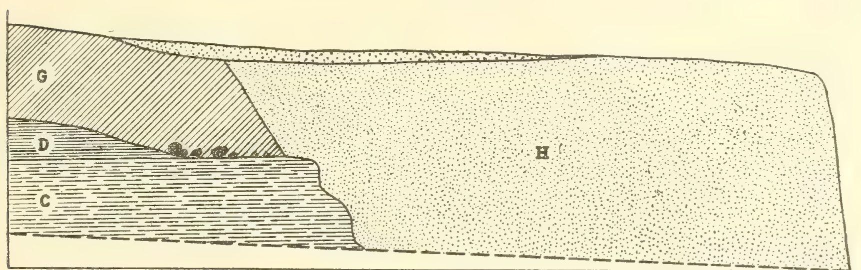


Fig. 2. — Perfil esquemático de la orilla izquierda del arroyo Yuquerí Grande, cerca de la ciudad de Concordia, desde el puente del ferrocarril hasta su desembocadura en el río Uruguay. Escala: vertical 1:1000. *C*: tosca brechífera; *D*: materiales arenosos y arcillosos con impregnaciones limoníticas; *G*: limos loessiformes pardos; *H*: limos arenosos pardos oscuros.

carril, donde a veces forman también la base de las barrancas de la margen izquierda del mismo cauce con espesor de dos metros (fig. 2). En este lugar los elementos brechosos son muy abundantes en la parte inferior del sedimento, mientras en la parte superior van disminuyendo de número y volumen, hasta que el depósito se transforma en una tosca calcárea blanca o levemente rosada, estratificada en capitas muy finas e irregulares, finamente porosa, pero muy dura y tenaz; tratada con ácido clorhídrico, después de una vivaz y prolongada efervescencia, deja un abundante esqueleto de sílice coloidal.

He admitido la posibilidad de que estas brechas, como también las areniscas *C*, en que se hallan intercaladas, puedan corresponder

al grupo de las areniscas brasileñas del tipo de Baurú (6), por sus probables relaciones con las « areniscas cretáceas de Colón » mencionadas por Rovereto (7) y con las areniscas « cuarcíticas » que Keidel indica « en los alrededores del río Uruguay, cerca del límite entre Corrientes y Río Grande do Sul », considerándolas probablemente cretáceas (8). Pero, es posible también que ellas no representen más que la parte inferior del complejo *D*, esto es, de las areniscas del paraniano superior pertenecientes a la parte inferior del Terciario superior o a la parte superior del Terciario medio. En este caso, entre la superficie de las areniscas cretáceas y la base del Plioceno, existiría aquí un considerable hiatus estratigráfico que no permitiría arribar a una mayor aproximación en la determinación de la edad de los basaltos.

Las areniscas *D*, también ofrecen pocos puntos para su observación directa, siendo generalmente recubiertas por el grueso manto aluvional colorado o por formaciones aún más recientes. Petrográficamente están formadas por arena de cuarzo a menudo cementada por sílice en un asperón cuarcítico muy duro y compacto. Generalmente son de grano muy fino, pero a menudo se mezclan con arena gruesa, gravas y hasta pequeños rodados silíceos en lechos imbricados. A veces contienen, además, gruesos rodados de arcilla verdosa endurecida y fragmentos de madera fósil, transformados en calcedonia. La formación es netamente estratificada, en capas generalmente irregulares y a menudo en textura entrecruzada. En su conjunto, las areniscas representan una amplia formación fluvial del todo idéntica, por caracteres texturales y petrográficos, a las areniscas fluviales del *Mesopotamiense* de las barrancas entrerrianas del río Paraná y probablemente corresponden a una misma fase y a la misma edad geológica (parte más alta del Mioceno o base del Plioceno).

En su aspecto típico se pueden observar en una cantera en explotación en la misma ciudad de Concordia y en un pequeño afloramiento en el fondo y en la base de las pequeñas barrancas del arroyo Concordia, en proximidad de su desembocadura en el arroyo Manzores, debajo de unos dos metros de limos *H*. En el perfil de la barranca ya mencionada en la margen izquierda del Yuquerí Grande

(6) J. Frenguelli. *Ob. cit.*, pág. 412.

(7) G. Rovereto. *Ob. cit.*, pág. 18.

(8) J. Keidel. *Sobre el desarrollo paleogeográfico de las grandes unidades geológicas de la Argentina.* « Gaea », T. I, nº 4, pp. 251-312. Buenos Aires, 1925. Véase página 267.

(fig. 2), en cambio, están representadas por estratificaciones de arena amarillenta con trozos de madera fósil opalizada y de arcilla verdosa, pero profundamente alteradas por impregnaciones y costras limoníticas, probablemente procedentes de filtraciones desde las formaciones superpuestas, o de procesos de gelización bajo régimen de ambiente y clima favorables. En su mayor espesor, alcanzan dos metros terminando en bisel entre las toscas *C* y los limos *G*, descendiendo al cauce del arroyo. En su límite superior, el contacto con los limos *G* está marcado por una superficie de erosión sobre lo cual están distribuídos bloques de la misma arenisca, pero de color gris verdoso y cementada por sílice, tal como se observa en la cantera de Concordia.

Los aluviones pseudo-lateríticos *E*, son constituídos por los conocidos sedimentos colorados de Concordia, y están formados por un espeso manto de arenas fluviales, de color rojo ladrillo obscuro, escasamente cementadas por materiales limoníticos rojos, y llevan intercalaciones lenticulares, por lo común delgadas e imbricadas, de pequeños rodados de cuarzo, cornalinas y calcedonias (*piedras chinas*). Su espesor total puede calcularse en 20 metros aproximadamente. No contienen fósiles macroscópicos.

En su distribución horizontal siguen el curso del río Uruguay, a distancias variables con las divagaciones actuales del curso de este río, alejándose en correspondencia del lecho de antiguos meandros abandonados, y, a veces, acercándose hasta formar parte de la constitución de las barrancas del río mismo, como, por ejemplo, a la altura del Cerro de la Cruz y del Cerro del Salto Grande. A la altura de la ciudad de Concordia forman parte del subsuelo y de las colinas próximas que forman el borde del *plateau* circundante. En su conjunto forman una amplia terraza fluvial, que, transversalmente, a lo largo de la línea férrea se extiende hasta la estación Yeruá, esto es a unos 17 kilómetros (en línea recta) desde el borde del río Uruguay. En este trecho, su rellano se desarrolla entre cotas de 36 m y 40 m, siendo generalmente recubierto por sedimentos recientes de poco espesor o completamente desnudo y expuesto a procesos de levigación meteórica.

Donde actuaron con eficacia, estos procesos (escurrimientos pluviales y deflación), llevando los materiales finos de los aluviones, han dejado en la superficie de la terraza una capa eluvial de « piedras chinas », esto es un *Steinpflaster*, que no debe confundirse con los aluviones *E*, de aspecto análogo.

El límite inferior de los aluviones *E*, en la misma localidad descansa sobre la arenisca *D*, y se mantiene más o menos entre cotas + 18 y + 20. En cambio, remontando el curso del río, tiende a subir, hasta que, a la altura del Cerro del Salto Grande, se apoya directamente sobre las brechas *C*, y se halla entre cotas 35 y 40, mientras, más aguas abajo, desciende paulatinamente hasta que, llegando a la del Cerro de la Cruz, lo hallamos apenas a cota 3 aproximadamente.

Evidentemente estos aluviones colorados, sobre la margen izquierda del río Uruguay, corresponden a la « arenisca del Palacio », descripta por K. Walther (9), y sobre el borde entrerriano del río Paraná encuentran su equivalente estratigráfico y cronológico en la formación fluvial de las « arenas ocráceas » (10) que he atribuído al Plioceno medio.

También los rodados *F* forman un sedimento de terraza, cuya distribución está en evidente relación con el curso del río. El depósito se compone de los mismos rodados de los aluviones anteriores removidos de su yacimiento originario y nuevamente acumulados. Un trecho bastante bien conservado de esta terraza se observa en la misma ciudad de Concordia, en correspondencia de la parte construída sobre la superficie que se desarrolla entre cotas 25 y 27. El manto aluvional tiene un espesor de 3 a 4 metros y su textura es en capas irregulares no siempre bien definidas. No contiene fósiles. Su base descansa sobre aluviones *D*, profundamente denudados, y su superficie está recubierta por limos grises post-pampianos o directamente por el suelo humífero. Estos aluviones corresponden al «tehuelchense» de Rovereto (11), pero probablemente pertenecen al Cuaternario superior, puesto que los limos del Pampiano medio e inferior, localmente destruídos, se hallan más lejos y en niveles mucho más altos.

Los limos *G*, están distribuídos en niveles todavía más bajos y probablemente corresponden al Post-pampiano. En su mayor parte han sido destruídos por procesos erosivos recientes. Con claridad se pueden estudiar solamente en la margen del Yuquerí Grande

(9) R. WALTER. *Estudio sobre el estado actual de la investigación geológica de la República O. del Uruguay*. Anales de la Universidad, entrega 110, pp. 7-45. Montevideo 1921. Véase pp. 25-27.

(10) J. FRENGUELLI. *Contribución al conocimiento de la geología de Entre Ríos*. Boletín Academia Nac. de Ciencias, T. XXIV, pp. 55-256. Córdoba, 1920. Véase pág. 106 y siguientes.

(11) G. ROVERETO. *Ob. cit.* página 18.

ya mencionada (fig. 2) aguas abajo del puente del ferrocarril, donde forman un banco de 1,50 m a 2,25 m de espesor que descansan sobre toscas brechosas de *C* y restos de arenas *D*. Están representados por limos loessoides pardos, con numerosas tosquillas calcáreas ramificadas y nodulitos de limonita terrosa, manganesífera; en su aspecto y composición son iguales a los limos de pantanos recientes tan comunes en la superficie de las regiones loéssicas argentinas.

Superiormente terminan con delgados depósitos de limos arcillosos grisáceos estratificados, conteniendo un porcentaje a veces muy elevado de vidrios volcánicos ácidos (cenizas blancas); están particularmente desarrollados en las pequeñas barrancas de las torrenteras entre el borde del Yuquerí Grande y la ciudad de Concordia, así como también sobre la terraza de los rodados *F*, formando lentes extendidas, cuyo espesor alcanza los 60 ÷ 80 centímetros. A la altura del nacimiento del Ayuí Chico, forman un banco de 1,20 ÷ 1,50 m de espesor, explotado para la fabricación de ladrillos.

A pesar de que, tanto los limos pardos como los grises, no han dado restos fósiles, su aspecto y su posición estatratigráfica los indican como de edad muy reciente (post-pampianos); más aún, en el conjunto de estos limos pardos y grises podríamos reconocer el característico relleno de los cauces querandino-platenses del litoral y de otras regiones pampásicas, en el cual limos pardos o verdosos están recubiertos por sedimentos tripoláceos con cenizas volcánicas en notable cantidad.

Finalmente, los limos *H* forman las más bajas terrazas del río, más o menos desarrolladas a lo largo de ambas márgenes, naturalmente donde ellas han sido respetadas por los procesos destructivos actuales. A veces estos limos quedan limitados a lo largo de los mismos bordes donde están cortados en barrancas verticales o de talud fuertemente inclinado, con alturas variables hasta 6 ó 7 metros, a contar desde el nivel alcanzado por las más bajas aguas ordinarias. Otras veces, en cambio, se extienden más o menos ampliamente a guisa de plataforma, surcada por los arroyos y torrenteras actuales cuya superficie se halla unos 8 metros más arriba del nivel anteriormente indicado, esto es un poco debajo del nivel alcanzado por el promedio de las más altas aguas ordinarias. En la ciudad de Concordia este nivel se halla entre cotas 9 y 10; al mismo nivel aproximadamente, se hallan también en el Yuquerí Grande, a lo largo del cual forman las altas márgenes del arroyo hasta las proximidades del puente del ferrocarril (fig. 2), esto es, hasta donde los limos *H* ter-

minan bruscamente contra viejas barrancas formadas por toscas *C*, arenas *D* y limos *G*. La base de este depósito, descansa sobre la tosca *C* o directamente sobre los basaltos *B* o las areniscas *A*.

Estos limos se componen de materiales cenagosos, de color pardo obscuro, mezclados con proporciones elevadas de arena amarillenta. Por lo tanto, en su conjunto, el depósito asume un color pardo tabaco, más o menos obscuro según la proporción de sus componentes pelíticos y psamíticos. Por lo común el depósito se presenta más o menos netamente estratificado, en zonas y capas de espesores y matices diferentes.

En general no varía en su composición y textura; sólo la base del depósito puede transformarse en un sedimento de arena casi pura o mezclarse con elementos más gruesos (rodados), procedentes de remociones de sedimentos más antiguos. No contiene fósiles macroscópicos, exceptuando raros ejemplares de *Bulimulus* (*Protoglyptus*) *durus* Spix.

A pesar de representar depósitos del río Uruguay ya desplazados a cierta altura sobre el nivel originario de su sedimentación, estos limos parecen muy recientes. Por otra parte, tanto por su situación estratigráfica, como por distribución y composición, ellos son completamente comparables con los limos arenosos pardo-negros, a veces conteniendo también *Protoglyptus durus*, de la margen entrerriana del río Paraná, que ya fueron atribuídos por mí al Preaimarense ([12]).

II

Por los datos que acabamos de considerar, el borde del Uruguay, en el trecho estudiado, presenta las características morfológicas de una vertiente del valle fluvial con terrazas escalonadas. Estas pertenecen a cuatro órdenes diferentes, que, a la altura de la ciudad de Concordia, están distribuídas a la manera siguiente:

IV — Terraza de los limos arenosos *H*, cuya superficie se halla a cota $9 \div 10$ m, sobre el cero local.

III — Terraza de los limos loéssicos *G*, con superficie situada alrededor de la cota 15 m.

([12]) J. Frenguelli. *Algunos datos sobre la falla del río Paraná y la estructura de sus labios*. Revista Universidad de Buenos Aires, nº 153, pp. 189-278. Buenos Aires, 1922. Véase pág. 225.

II — Terraza de los rodados de calcedonia *F*, con superficie a cotas 25 ÷ 26 m.

I — Terraza de los aluviones colorados *E*, con superficie a cotas 36 ÷ 40 m.

En cuanto a la edad de estas terrazas, en relación con los sedimentos que las ocupan, no hay duda de que los tres primeros órdenes, a contar desde el nivel del río, corresponden al Holoceno reciente (Preaimarense), al Holoceno antiguo (Querandino-platense) y al Pleistoceno superior (Lujanense), respectivamente. Respecto a las terrazas superiores, en cambio, conviene observar que la superficie cortada sobre los aluviones pseudo-lateríticos *E*, representa una superficie de denudación reciente y debida a degradaciones meteóricas, las cuales, evidentemente, han destruído los sedimentos aluvionales del Pleistoceno medio y superior, que, en otras regiones entrerrianas, ocupan este nivel. Siendo así, el IV orden de terrazas correspondería también al Cuaternario; y los aluviones rojos *E*, y los subyacentes aluviones grises D, corresponderían a rellenos de cauces del Terciario superior.

Llegaríamos, por lo tanto, a establecer una analogía, no sólo estratigráfica, sino también morfológica, entre ambas márgenes entrerrianas, del Uruguay y del Paraná. En efecto, ya hemos puesto en evidencia ([13]) que sobre la margen entrerriana del río Paraná se escalonan una serie de terrazas cuaternarias y post-cuaternarias a lo largo de riberas cortadas en aluviones del Terciario superior, esto es del Mesopotamiense (Mio-plioceno) y del Ríonegrense (Plioceno medio). Esta analogía llevaría a admitir que, desde el final del Mioceno hasta hoy, la parte central de la actual provincia de Entre Ríos ha formado un bloque único o múltiple, pero sometido en su conjunto a idénticos movimientos verticales, combinados con un leve movimiento de báscula que, inclinando mayormente el bloque sobre el lado del Paraná, ha determinado sobre este lado, las conocidas ingresiones marinas durante el Plioceno y un menor desnivel entre las diferentes terrazas cuaternarias y especialmente post-cuaternarias.

Anteriormente, mientras la Pampasia se había determinado como área de hundimiento y de intensa acumulación (terrestre y marina), este bloque probablemente permaneció levantado y expuesto a los efectos de prolongadas acciones destructivas, a las cuales debemos

([13]) J. FRENGUELLI. *Ibidem*, página 253.

el largo hiatus que localmente se observa entre la superficie de las areniscas mesozoicas y los aluviones del Terciario superior.

Durante este largo período, evidentemente el bloque formaba parte del continente brasileño. Su desprendimiento como bloque epirogénicamente independiente, fué debido a la formación de la falla del río Uruguay, la cual resultaría así como formando parte de aquel sistema de fallas, en parte póstumas, que desmembraron esta parte del continente en el límite Mio-plioceno.

Como se ha observado en otra oportunidad ([14]), los movimientos por fallas que se verificaron durante este momento geológico no representaron sino una fase de aquel grandioso proceso de desmembramiento epirogénico que, como repercusión de las diferentes fases de los arrugamientos andinos, fragmentó la Pampasia y las regiones limítrofes, en numerosos bloques, mediante un complicado sistema de fallas radiales y periféricas.

En este sistema, la falla del río Uruguay, que separó la parte correspondiente del borde de la estructura brasileña, y la falla del río Paraná, que limitó en su costado oriental la gran zona pampásico-chaqueña de hundimiento y de acumulación, representan fallas periféricas y subparalelas.

La existencia de trechos de fallas radiales, que limitan al norte y al sur del bloque entrerriano, resultan del examen comparativo de la estructura del suelo y del subsuelo de esta región y de las regiones limítrofes. A pesar de que para este examen disponemos de escasos elementos, es de mucha importancia constatar que mientras en la parte sud-este de la vecina provincia de Corrientes las areniscas mesozoicas y los basaltos con éstas asociados forman la superficie del suelo (afloramientos de Mercedes, Curuzú Cuatiá, La Cruz, etc.), las mismas rocas en Entre Ríos desaparecen debajo de un espeso manto de sedimentos terciarios y cuaternarios. Por otra parte, más llamativa es aún la diferencia que existe entre la región norte de Entre Ríos y la región sur de la misma provincia. En efecto, mientras en la primera, las areniscas mesozoicas se hallan aún en un nivel relativamente alto, en la segunda, las mismas areniscas se han hundido profundamente en el subsuelo.

Al respecto, resulta muy interesante el examen del croquis adjunto (fig. 3), en que se ponen en comparación los datos de tres perforaciones practicadas respectivamente en las tres regiones mencio-

([14]) J. Frenguelli. *Ibidem*, pp. 233 y siguientes.

nadas. La parte *A* del croquis corresponde a la perforación de Curuzú Cuatiá, según los datos publicados por el Ministerio de Agricultura

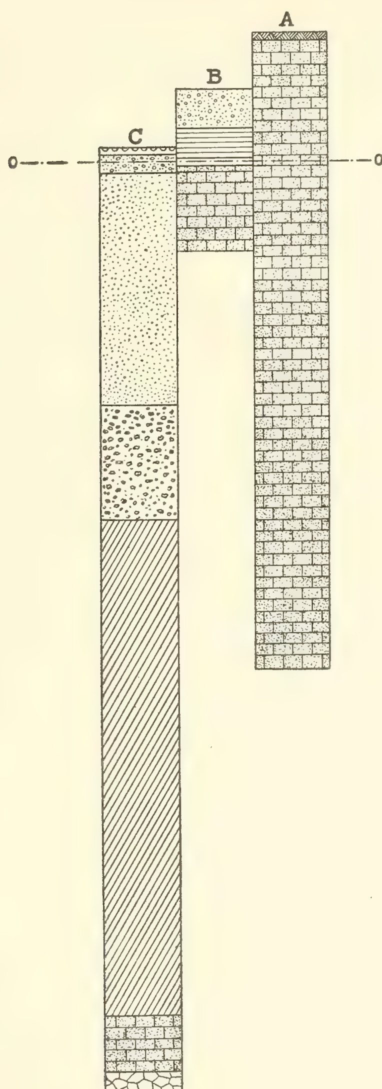


FIG. 3. — Perforaciones. Escala vertical = 1:4.000. *A*: Perforación de Curuzú Cuatiá (fondo a 334,64 m desde la boca, situada a 65,68 m sobre el nivel del mar): areniscas triásicas y basaltos asociados, recubiertos por corteza superficial de descomposición meteórica.

B: Perforación de Concordia (fondo a 67,60 m desde la boca, situada a 19,34 m s.n.m.) completada por los sedimentos de la terraza próxima; desde arriba, aluviones colorados, arenisca de tipo paraniano, tosca brechífera, arenisca triásica con intrusiones basálticas.

C: Perforaciones de Gualeguay y Gualeguaychú (perfil combinado: parte superior, hasta la profundidad de 198 m, correspondiente a la perforación de Gualeguaychú, con boca situada a 6,64 m s.n.m.; parte inferior, correspondiente a la perforación de Gualeguay, cuyo fondo a 490,77 m debajo del nivel del mar); desde arriba, sedimentos conchíferos de estuario querandino, capas calizas, arenas y rodados, arenas, conglomerados, arcillas rojas en partes con ripio, porfirita, anfibolita (?).

0-0: Cero del mareógrafo del Riachuelo.

de la Nación ([15]). Desde la boca de la perforación, situada a cota 65,68 m sobre el cero del mareógrafo del Riachuelo, hasta el fondo de la misma, el barreno cruzó 334,64 m de rocas que, a pesar de habérseles aplicado los nombres de « meláfiro negro, meláfiro obscuro, meláfiro de grano mediano, meláfiro amigdaloideo, meláfiro de minerales de zeolitas », etc., resultan claramente formadas por las conocidas areniscas triásicas, más o menos metamorfoseadas, por sus inyecciones basálticas. En cambio, en la parte *B* del mismo croquis, la cual corresponde a una perforación practicada en la misma ciudad de Concordia ([16]), el trépano halló la superficie de las areniscas triásicas recién a una profundidad de m 44,40 desde la boca de la perforación, situada a 19,34 m sobre el cero del mareógrafo del Riachuelo, esto es recién a 25,06 m debajo del mismo nivel.

Finalmente la parte *C* corresponde a la estructura del subsuelo de la región meridional de Entre Ríos, tal como aparece por los datos proporcionados por las perforaciones de Gualeguaychú y de Gualeguay [17]). En esta última, rocas probablemente triásicas (« porfirita de grano fino ») fueron halladas a la profundidad de 463 m desde la boca de la perforación situada a cota 10,63 m sobre el cero del mareógrafo del Riachuelo. Encima de ellas se hallaron 107 m de arcillas rojas probablemente del Terciario inferior (o cretáceas), luego 353,50 m de arenas, arcillas, ripios y rodados probablemente de la serie entrerriana (Terciario superior), y finalmente m 2,50 de sedimentos de tipo pampiano. En la perforación de Gualeguaychú ([18]), practicada en un paraje aún más deprimido (boca de la perforación a cota 6,64 m), estos últimos resultaron substituídos por sedimentos estuarianos del Querandino (Post-pampiano).

La estructura de las tres regiones recordadas, por los datos mencionados, demostraría, entonces, que realmente estamos en presencia de tres bloques individualizados por fallas transversales dentro de una zona limitada lateralmente por fallas subparalelas, y escalonadas aproximadamente en dirección de norte a sur; la tercera zona (región sur de Entre Ríos), la más hundida y en gran parte invadida

([15]) Véase la perforación nº 10 en los Anales del Ministerio de Agricultura de la Nación; Memoria de la Dirección Gral. de Minas, Geol., Mineral. y Minería, T. IX, nº 1. Buenos Aires, 1913.

([16]) *Ibidem*, T. XIV, nº 4. Buenos Aires 1920.

([17]) *Ibidem*, T. XI, nº 4. Buenos Aires 1916.

([18]) *Ibidem*, T. XIV, nos. 3 y 4. Buenos Aires, 1920.

por las aguas del estuario platense durante el Querandinense y por los aluviones deltaicos actuales, se continúa con la depresión del estuario del Río de la Plata.

Con los mismos accidentes diastróficos, de carácter epirogénico, debemos correlacionar las condiciones morfológicas del perfil actual del río Uruguay, el cual evidentemente corre sobre el borde correntino-entrerriano de la falla, que en este trecho marca el curso del río mismo, esto es sobre el labio que, en relación con el labio uruguayo-brasileño, debemos considerar como labio hundido.

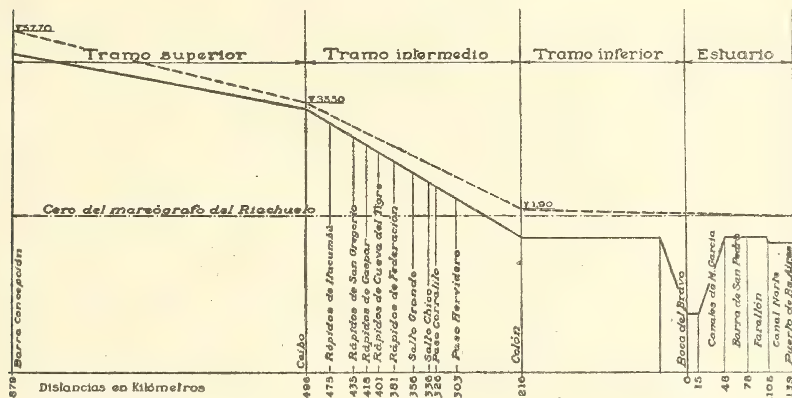


Fig. 4. — Río Uruguay: Perfil longitudinal, desde Barra Concepción hasta el estuario platense. Escalas: Horizontal = 1:10.000.000; Vertical = 1:3.000.

En efecto, el perfil longitudinal del río Uruguay desde su desembocadurra en el Río de la Plata, hasta Barra Concepción al sur de Misiones, se puede dividir en tres tramos principales con caracteres propios; un tramo superior, que va desde Barra Concepción hasta la zona de los saltos aguas arriba de Concordia; un tramo medio, que se extiende desde estos saltos hasta la boca del riacho Gualeguaychú frente a Fray Bentos; un tramo inferior, que corre desde este último punto hasta la desembocadura del río en el estuario platense (fig. 4).

Este tramo inferior, con lecho muy ancho y relativamente profundo, sometido a la influencia directa del régimen del estuario del Río de la Plata, puede considerarse como una prolongación del mismo estuario. En cambio, el tramo superior, cuyo lecho se desarrolla entre cotas 50 y 34, esto es descendiendo apenas 16 metros en un recorrido de 383 kilómetros (0,0417 por mil), se puede consi-

derar como corriendo sobre un plano, relativamente alto y llano. En fin, el tramo intermedio, con lecho de mayor caída general, descendiendo 48 metros en un trayecto de 280 kilómetros (0,171 por mil), corre sobre un plano evidentemente más bajo y más inclinado que el tramo anterior.

El paralelismo casi exacto entre los tres tramos fluviales mencionados y las tres zonas individualizadas para la región mesopotámica, demuestra claramente que las particularidades morfológicas de ambas entidades están íntimamente vinculadas desde el punto de vista genético. En otros términos, podemos decir que las mismas fallas transversales, que han separado las tres zonas de la región correntino-entrerriana, han determinado también la interesante fragmentación del curso del río Uruguay.

Esta fragmentación resulta evidente también si, considerando siempre el perfil longitudinal del río en su conjunto, observamos que éste está muy lejos de haber alcanzado una forma de equilibrio a pesar de que el río Uruguay sigue una línea de drenaje que ha permanecido estable desde el final del Mioceno, esto es por un tiempo suficiente para que el cauce hubiese llegado a madurar su perfil, o por lo menos hubiese alcanzado una forma aproximada a la del perfil de equilibrio. En cambio, entre los tres tramos mencionados existe una desarmonía que resultará aún más llamativa, si observamos que parte del tramo inferior se desarrolla debajo del nivel de base y que la naturaleza del fondo de los tramos superior e intermedio, excavado en ambos en las mismas rocas, no puede justificar las diferencias morfológicas existentes entre los mismos.

Una particularidad muy importante desde este punto de vista es la interesante anomalía que caracteriza el tramo intermedio y que consiste en el hecho de que este tramo, a pesar de su mayor proximidad al nivel de base, es el que ofrece mayor caída general y que, al mismo tiempo, presenta procesos erosivos menos avanzados, como lo demuestra la circunstancia de que con el mismo tramo coincide la zona característica de saltos, rápidos, restingas o correderas.

Localizando nuestro examen preferentemente a este tramo intermedio, que es el que nos interesa más directamente, podemos llegar además a la conclusión de que no sólo este tramo corre sobre el borde de un bloque separado por fallas, sino también que el mismo bloque ha sufrido movimientos recientes. Esta conclusión emana necesariamente tanto del examen de las particularidades morfológicas del lecho fluvial, como también del estudio de las condiciones

estratigráficas de la orilla entrerriana. Respecto a éstas, hemos visto ya el interesante escalonamiento de terrazas aluvionales que las caracteriza y la edad sumamente reciente de los limos *H*, que forman las terrazas más bajas. A pesar de que estos limos representan una fase de encenegamiento post-querandino, en la actualidad ellos, en todo su espesor, han alcanzado un nivel superior al plano de aluvionamiento actual y se hallan sometidos a activos procesos de erosión. En cuanto a las particularidades del lecho del río, no hay duda de que ellas se revelan como consecutivas a un rejuvenecimiento erosivo activo y muy reciente; de otra manera no podríamos darnos una explicación satisfactoria de las numerosas roturas de pendiente que este tramo presenta aún y de sus interesantes accidentes morfológicos.

Estos son también particularmente importantes porque nos revelan interesantes detalles de un proceso erosivo muy poco adelantado y que se va efectuando en condiciones un tanto anómalas.

Las anomalías no se refieren tanto a los saltos, restingas y correderas, sino, más bien, a las numerosas contrapendientes del fondo rocoso del lecho, sobre las cuales ha llamado ya la atención el eminente geólogo Maurice Lugeon (19).

Evidentemente los saltos y restingas son accidentes comunes en todo cauce joven que va ahondándose en terrenos heterogéneos. Para el fondo del río Uruguay, su origen es debido a la presencia de las inyecciones basálticas que, formando diques más o menos transversales, interrumpen la estructura homogénea de las areniscas mesozoicas que constituyen el fondo y, en parte, también los bordes del lecho. Pero, al respecto, no estará de más insistir sobre el hecho de que, tanto los saltos como las restingas, generalmente no están formados directamente por las rocas volcánicas, sino por las zonas de areniscas triásicas endurecidas por metamorfismo de contacto. En efecto hemos visto ya que las areniscas triásicas metamorfoseadas por la influencia del magma basáltico, adquieren una dureza notable y por lo tanto una elevada resistencia a las acciones destructivas. En cambio, los basaltos, por su menor dureza y por la facilidad con que algunos de sus elementos son descompuestos por acciones hidrolíticas,

(19) M. LUGEON. *Sur le surcreusement fluvial. Exemple du rio Uruguay.* Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. T. 179, pp. 1378-1881, Séance du 15 décembre 1924. París, 1925.

ofrecen una resistencia mucho menor y quizás comparable con la de las areniscas triásicas no metamorfoseadas.

Más aún, la facilidad con que los basaltos pueden ser destruídos, si se considera junto con la irregular distribución de los mismos dentro de las areniscas, podría explicarnos la notable complicación de las zonas de los saltos y de las restingas, esto es de zonas que, en cambio de formar umbrales rocosos más o menos continuos, se hallan subdivididas en un número de bloques de dimensiones sumamente variables, separados por surcos y correderas en extremo irregulares y sinuosas (fig. 5). No hay duda de que, en su conjunto, en la complicada morfología de estas zonas debemos reconocer los restos de antiguos rápidos en activa destrucción por intensos procesos erosivos progresivos, adoptando el mismo criterio con que Rovereto (20) ha interpretado las zonas de las restingas del Alto Paraná, las cuales se hallan en condiciones completamente análogas. Pero, evidentemente, en la localización de las acciones destructivas dentro de una misma zona, ha de haber influído la distribución de núcleos menos resistentes dentro de rocas mucho más duras.

Las mismas condiciones estructurales nos explican también la forma sumamente irregular y sinuosa de las correderas más grandes y más profundas en las cuales se encauzan las aguas del río durante las bajantes. En estas correderas, por las cuales durante las aguas bajas corre el filón principal de la corriente, así como también en los surcos y correderas menores, las irregularidades en la distribución de núcleos de resistencia diferente, sin duda han de haber intervenido eficazmente desde un principio, provocando un juego muy complicado en la dirección de los filetes, con frecuentes desviaciones, desigualdades de velocidad y formación de numerosos torbellinos; esto es, un conjunto de condiciones hidrográficas sumamente favorables para determinar localmente aquella serie de acciones fluviales destructivas que Rovereto (21) ha indicado bajo la denominación de « erosión encauzada progresiva ».

La intensidad con la cual aún se manifiestan los efectos de esta erosión (formación de hoyos, surcos y correderas) y la ausencia de un proceso eficaz de « erosión encauzada y progresiva », determi-

(20) G. ROVERETO. *Forme della Terra. Trattato di Geologia morfologica*. Vol. I, de 641 págs. con 250 figs. y 16 láms. Ulrico Hoepli, Milano, 1924. Véase p. II., Pág. 378.

(21) G. ROVERETO. *Ibidem*, p. I, pág. 129.

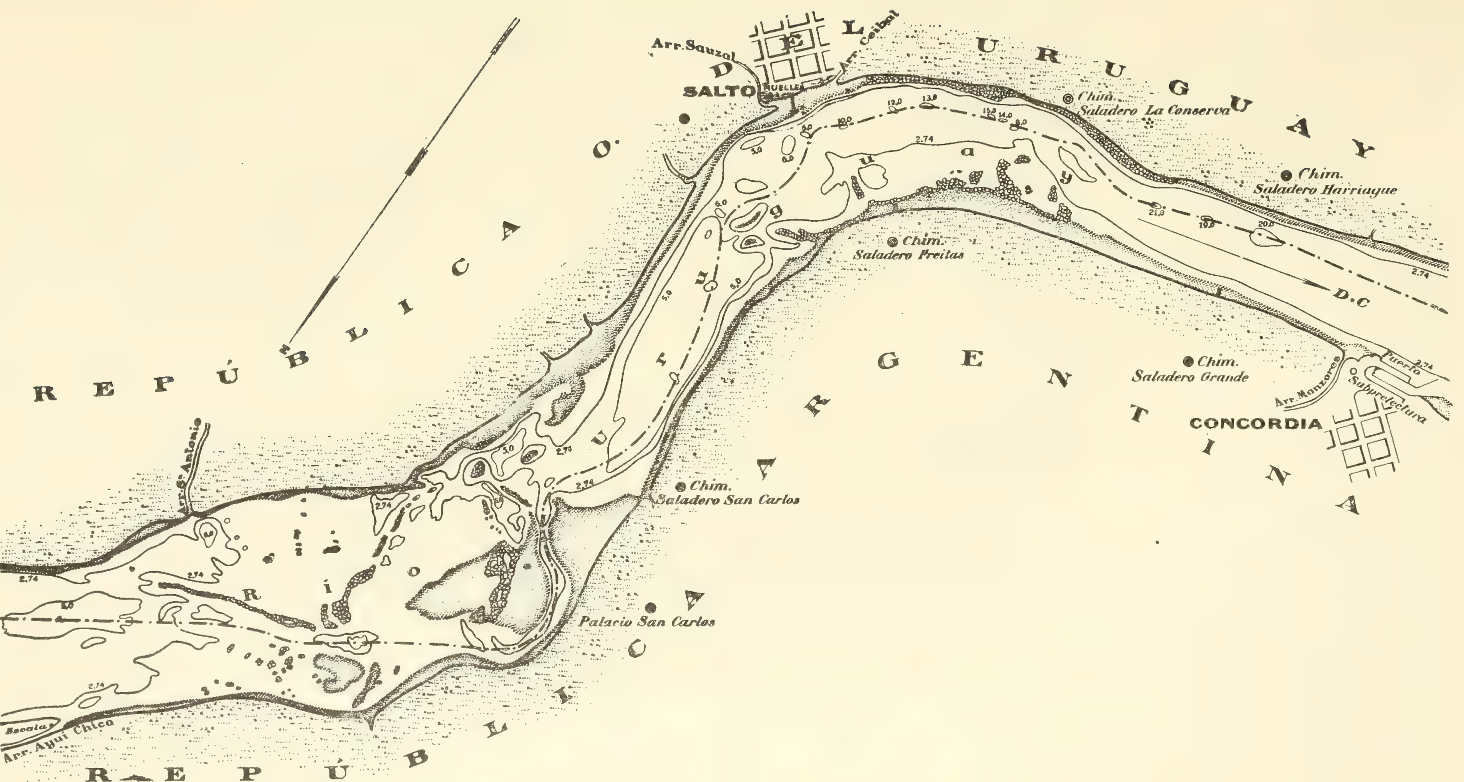


FIG. 5. — Río Uruguay, entre Concordia y Ayui Chico. Escala = 1:40.000.

nadas por la primera, son consecuencias evidentes de la edad reciente del rejuvenecimiento erosivo; aunque no se debe excluir que para el río Uruguay los procesos de regularización de su lecho y la madureción de su perfil de equilibrio mediante acciones erosivas normales (regresivas) han de ser obstaculizados necesariamente por la acción de la marea, que se extiende hasta la altura de Concordia y especialmente por el hundimiento del tramo inferior descendido parcialmente debajo del nivel de base general.

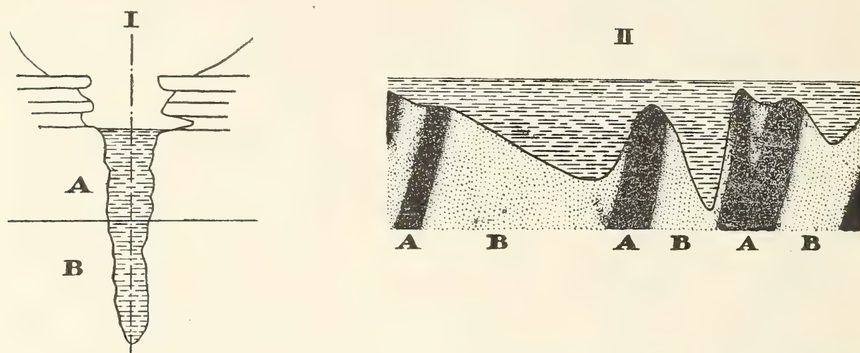


Fig. 6. — I — Cañón del Ródano en Malpertuis (perfil esquemático transversal, según Lugeon). *A*: Capas del Urgoniano inferior (duras); *B*: capas del Hauterivien (tiernas). II — Ombligos en el lecho del río Uruguay, entre Ceibal y Francia (perfil esquemático longitudinal). *A*: areniscas triásicas metamorfoseadas por inyecciones basálticas (duras); *B*: areniscas triásicas no metamorfoseadas (tiernas).

Por lo que se refiere a las numerosas contrapendientes que caracterizan todo el curso del río Uruguay, exceptuando el último trecho del tramo inferior, cuyo fondo participa de la morfología del estuario platense, debemos recordar las excelentes observaciones de Lugeon.

Lugeon llama « contre-pente » una rotura de pendiente del lecho fluvial caracterizada por una inversión local del declive del lecho mismo. Después de haber reconocido esta interesante particularidad morfológica por primera vez en el cauce del Ródano ([22]), observó que las contrapendientes rocosas constituyen un fenómeno normal del perfil longitudinal del río Uruguay en la mayor parte de su curso. En efecto, en el lecho rocoso de sus tramos superior e intermedio,

([22]) M. Lugeon. *Sur une inversion local de pente du lit rocheux du Rhone. en aval de Bellegarde* (*Ain*). Comptes Rendus de l'Acad. des Sc. T. 153 p. 1796. París 1911.

M. Lugeon. *Etude géologique sur le project de barrage du Haut Rhone français á Genissait* (*près de Bellegarde*). Mémoires Soc. Géol. de France. Sér. IV, T. 2 nº 8. París, 1912.

los trechos excavados según superficies inversamente inclinadas a la línea de corriente son muy numerosos y, como observa Lugeon, realmente impresionantes, puesto que el fondo de la excavación (*ombligo*) a menudo desciende muchos metros debajo del nivel medio del mar (cero del mareógrafo del Riachuelo), esto es debajo del nivel de base (fig. 6-I).

Los ombligos que se hallan en estas condiciones corresponden especialmente al tramo intermedio (fig. 7). Los más notables son los siguientes:

Situación	Metros debajo del cero del Riachuelo
entre Salto Grande y Salto Chico	— 6
entre Salto Chico y Paso de Corralito	— 18,50
entre Paso Yuquerí Chico y Paso del Hervidero .	— 14,50
entre Paso de Sombrerito y Paso San José	— 13,—
entre Paso San José y Paso de Cancha Seca . . .	— 16,—
entre Paso de Cancha Seca y Paso de Pepeají . .	— 16,—
entre Paso de Pepeají y Paso de Peruchoverne . .	— 17,50
entre Paso de San Francisco y Paso de Almirón .	— 22,50
entre Paso de Altos y Bajos y Paso Montaña . .	— 21,—

En cuanto al origen de estas depresiones y de sus contrapendientes, Lugeon justamente las había atribuído a la existencia de capas más resistentes entre capas de menor resistencia (sucesión alternada de capas duras y tiernas), y al enangostamiento del lecho determinado por las primeras, llegando a la regla general siguiente: « Quand une veine liquide se contracte en largeur, l'érosion est proportionnellement plus profonde. La contraction dépende de l'inégalité de résistence aux mouvements tourbillonaires d'une ou plusieurs couches » ([23]).

Por lo que se refiere al río Uruguay, según el mismo autor, la sucesión alternada de rocas tiernas y duras, causa del fenómeno, está formada por las areniscas triásicas (de la serie de Gondwana) y por sus intercalaciones de mantos melafíricos. También en este caso, el enangostamiento del río, por restingas y altos fondos, en correspondencia de todo manto del viejo basalto, más duro, la formación de depresiones, siempre en correspondencia con las areniscas triásicas más tiernas, la ausencia de aluviones en el fondo de las mismas y el

([23]) M. Lugeon. *Etude géologique sur le projet de barrage etc.* página 33.

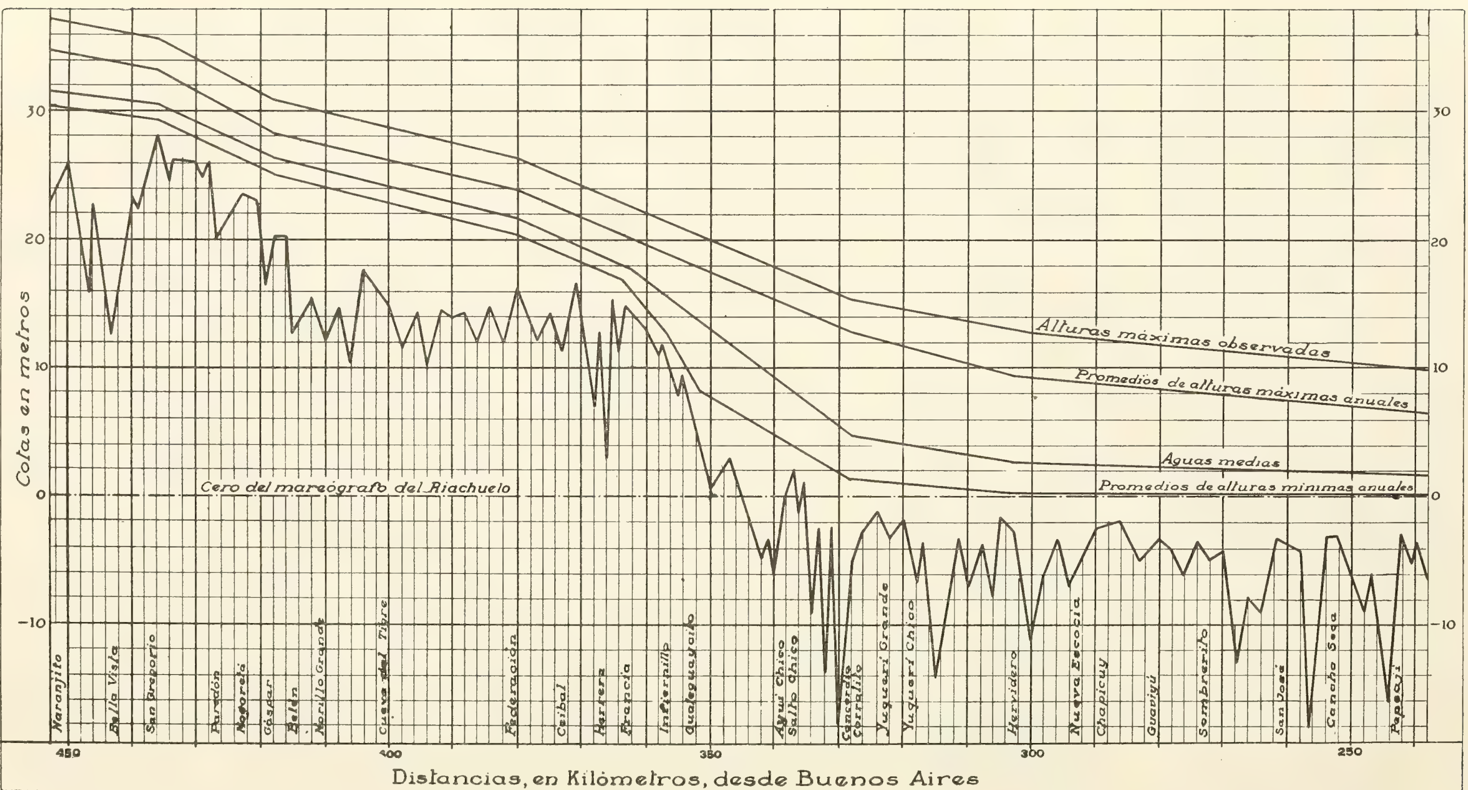


FIG. 7. — Río Uruguay. Perfil longitudinal del cauce, desde Pepeaji hasta Naranjito. Escalas: Horizontal = 1:1.200.000; Vertical = 1:600.

hecho de que estos ombligos se hallan en plena actividad de excavación, excluyen que estas notables depresiones representen residuos de antiguas excavaciones de cascadas desaparecidas o el resultado de hundimientos locales; y, al mismo tiempo, confirman que aquí, como en el Ródano, se trata del efecto de la vena líquida contraída sobre sí misma (24).

Por lo que se refiere a la roca de mayor resistencia, que determina el obstáculo y la contracción de la vena líquida, también aquí conviene observar que ella está representada por la arenisca metamorfoseada y no por los basaltos mismos; pero esta puntualización no cambiaría en nada los términos de la cuestión, en cuanto que el metamorfismo de la arenisca está íntimamente correlacionado con las intrusiones basálticas.

Por otra parte, aunque no siempre a nivel de los basaltos y de las areniscas metamorfoseadas observamos restingares con el consiguiente enangostamiento del lecho durante los estiajes, las mismas rocas determinan siempre bajos fondos rocosos capaces de provocar el mismo fenómeno, por cuanto es sabido que un relieve transversal del fondo, que se oponga a la marcha de la corriente, determina los mismos efectos mecánicos que un estrechamiento del lecho.

También, por lo que se refiere a la analogía establecida por el mismo autor entre *surcreusement fluvial* y *surcreusement glaciaire* (25), quizás convenga observar que los dos procesos, desde el punto de vista genético, resultan algo diferentes.

Pero, para los fines de este estudio, talvez resulte más importante notar que el mecanismo de formación de los ombligos del río Uruguay no parece el mismo que aquel que determina las contrapendientes en el Ródano. Los esquemas de la fig. 6 demuestran las c n-diciones diferentes en que se verifica el fenómeno en ambos ríos. El haber establecido una identidad genética entre ellos deriva de haber considerado el basalto del curso del río Uruguay, como formando mantos, cuyos afloramientos determinarían enengostamientos del cauce y enangostamientos del mismo en el espesor de las areniscas tiernas subyacentes, del mismo modo que en el Ródano la vena líquida se contrae bruscamente, cada vez que encuentra las capas del Urgoniano superior o inferior formando estrechos canales que descienden considerablemente en el espesor de las capas inferiores

(24) M. Lugeon. *Sur le surcreusement fluvial etc.* página 1380.
(25) M. Lugeon. *Ibidem,* página 1378.

del Urgoniano medio o del Hauteriviano, más tiernas. En cambio, en el lecho del río Uruguay los basaltos forman intrusiones y provocan endurecimientos de las areniscas triásicas, de manera tal, que los conjuntos de rocas más resistentes a la erosión constituyen amplios diques transversales al curso del río mismo; y por lo tanto, la alternancia de rocas de resistencia diferente se desarrolla en sentido prevalentemente longitudinal. Por esta disposición estructural, prescindiendo de los fenómenos erosivos que ya hemos visto efectuarse al nivel del obstáculo, debemos considerar que cada barraje determinará necesariamente una disminución más o menos brusca de la velocidad de la corriente, y por ende, una contracción de la vena líquida aguas arriba del obstáculo mismo, con la consiguiente formación de remolinos, cuya acción sobre el fondo rocoso (erosión turbillonaria) será tanto más eficaz cuanto más profundos resultarán los remolinos, cuanto menos resistentes serán las rocas del fondo y cuanto más la forma y la estructura de las orillas se opondrá al ensanche lateral de la vena líquida remanseada. En otros términos, en éste y en casos análogos, la formación de contrapendientes rocosas aguas arriba del barraje, responde también a un proceso de erosión turbillonaria consecutiva a la contracción de la vena líquida y es favorecida por condiciones determinadas, esto es cuando aguas arriba del obstáculo el lecho está excavado en rocas tiernas (las areniscas triásicas no metamorfoseadas en el caso del río Uruguay) y está provisto de orillas, que se oponen a erosiones laterales rápidas o a filtraciones abundantes (especialmente en aguas bajas para el río Uruguay).

Pero, para el río Uruguay, en la excavación de los ombligos debemos considerar que entra en juego también el mecanismo propio de la erosión en los cauces con fuertes discontinuidades, esto es la excavación por remolinos más profundos que anchos, determinados por las discontinuidades mismas, provocando la excavación de formas análogas a los calderones de los torrentes.

En fin, en este caso, a los efectos de la contracción de la vena líquida, aguas arriba del obstáculo, debemos agregar también los efectos de erosiones de caída, o, mejor dicho, de las erosiones turbillonarias en que éstas se transmutan, aguas abajo del obstáculo mismo.

A esta conclusión lleva necesariamente el examen de las condiciones morfológicas del lecho y sobre todo el carácter evidente de antiguos rápidos y cascadas en vías de destrucción, que revisten las

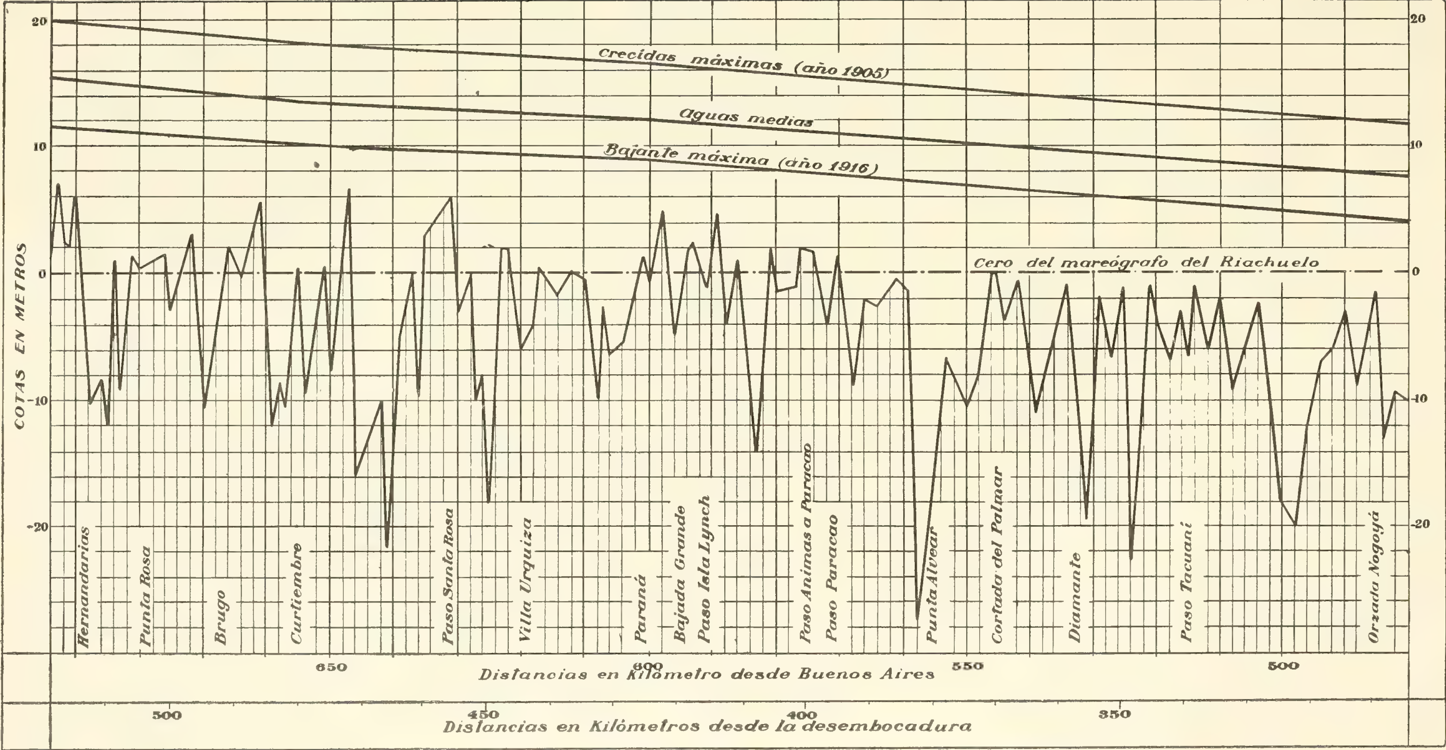


FIG. 8. — Río Paraná. Perfil longitudinal del cauce, entre Orzada Nogoyá y Hernandarias. Escalas: Horizontal = 1:1.200.000; Vertical = 1:600.

zonas de saltos, malos pasos y restingas. Por lo demás la falta de sedimentos en el fondo de las depresiones es consecuencia directa de la actividad todavía intensa del proceso erosivo y ésta es condición relativa a la juventud del proceso mismo.

De cualquier manera, debemos llegar a la conclusión de que todas las particularidades morfológicas del cauce del río Uruguay mencionadas (saltos, restingas, correderas, ombligos, etc.) se hallan en conexión genética con la existencia de zonas rocosas, de dirección más o menos transversal al eje de la corriente, y de notable resistencia (areniscas metamorfoseadas por intrusiones basálticas) dentro de una estructura formada por rocas más tiernas (areniscas no metamorfoseadas) e indican un proceso de erosión poco avanzada, por un rejuvenecimiento erosivo relativamente reciente (*).

(*) Con mucha probabilidad esta última condición desempeña una función mucho más importante de lo que pudiera suponerse a primera vista. Al rejuvenecimiento de la erosión, iniciada en gran parte del territorio argentino (especialmente en las regiones de llanura) en tiempos recientísimos y todavía en plena actividad, se debe una gran cantidad de anomalías que afectan los cauces pampásicos, en discrepancia con las formas del terreno, la escasa resistencia de las rocas y la edad de los valles. Entre ellos el encajonamiento de meandros entre barrancas verticales, en el fondo de viejos valles madurísimos, rupturas de pendientes por bancos de rocas relativamente tiernas, tramos terminales jóvenes en cauces envejecidos, etc. La « contra-pendiente », como expresión de una morfología inmatura, en su esencia responde a la misma causa. En el lecho rocoso del río Uruguay, los factores genéticos intervienen, sin duda, como concausa de la mayor importancia. Llama la atención, sin embargo, el hecho de que las mismas « contra-pendientes » afectan, con la misma frecuencia y en la misma medida, también el lecho del río Paraná recubierto de sedimentos detríticos finos, sueltos y movedizos (fig. 8). La comparación de los perfiles longitudinales del cauce de ambos ríos es de por sí elocuente, y es sorprendente la semejanza que entre ellos nos revela. El perfil del cauce del Paraná nos demuestra, entonces, que las « contra-pendientes » pueden originarse en cauces rejuvenecidos independientemente del estrechamiento transversal del cauce y de la existencia de diques de mayor resistencia. En este caso, el obstáculo que determina la contracción de la vena líquida aguas arriba y los fenómenos consiguientes, hidrográficos y morfológicos, especialmente eficaces en estiaje, han de ser las mismas causas que obstaculizan el flujo normal de la coriente y, entre ellas, principalmente las islas y los bancos de aluvión.

TRES NUEVOS MICROLEPIDOPTEROS ARGENTINOS

POR

P. KÖHLER

A medida que se intensifican los estudios entomológicos en nuestro país, aparecen más y más insectos nuevos para la ciencia, que hasta ahora han escapado al ojo del coleccionista. Y así es que, por medio de mis amigos don Fernando Bourquin y don Carlos P. Borsani, me han sido entregados numerosos lepidópteros, que describiré poco a poco, iniciando esta tarea con el presente trabajo.

Las nuevas especies *Hypercallia bourquiniella* y *Eulia fletcheriella* han sido revisadas previamente por el Dr. V. Bainbrigge Fletcher. La tercera, *Gnorimoschema borsaniella*, ha pasado por las manos del Dr. August Busck. El estudio de esta última especie ha sido favorecido también por haber conseguido mucha literatura nueva, principalmente trabajos de Busck, Heinrich y Keifer.

Presento, pues, las tres especies nuevas, y no extiendo demasiado la descripción, caracterizando los detalles de los aparatos genitales por medio de dibujos esquematizados a cámara clara, sin dar la descripción que, gracias a los dibujos, considero innecesaria.

Oocophoridae

Hypercallia bourquiniella spec. nov.

Especie vecina de *H. rhacina* Wals. Exp. al. 16-17 mm.

El color general es pardo-fusco, con escotadura en el medio del ala anterior sobre el margen anterior; palpos y antenas muy alargados.

Palpos: 1. artejo $^{2}/_{3}$ del largo del diámetro del ojo, 2. artejo prorecto y casi 6 veces más largo que el primero; con pelos hacia arriba; artículo 3. dirigido hacia arriba, $^{1}/_{3}$ del largo del 2, de color ceniciento-pardo y con puntos oscuros; frente de igual color; tégulas pardas,

mezcladas con negro; tórax de color herrumbre; abdomen amarillento; patas del mismo color.

Alas anteriores de color herrumbre, salpicado de pardo; éste más intensamente hacia el margen posterior; coloración basal entre la célula y el margen, más clara, amarillenta-rojiza. La escotadura del margen anterior bordeada de blanco. Alas posteriores blanco-amarillentas; hacia los bordes exterior y posterior algo más pardas.

Faz inferior: En las alas anteriores de color amarillo, tirando a herrumbre. Las alas posteriores algo más claras, salpicadas de pardo.

Nota: hay cierta variabilidad en la intensidad de los matices.

Aparato genital y detalles: ver la fig. 1.

Cotipos y preparados: en la col. F. Bourquin.

Habitat: Tigre (Bourquin *leg.*).

Dedico esta bella especie a su descubridor, quien la ha estudiado también biológicamente.

Gelechidae

Gnorimoschema borsaniella spec. nov.

Especie vecina de *G. operculella* (Zeller). Exp. al. 10-11 mm.

Palpos blanco-amarillentos arriba, pardo-claros abajo; 2. artejo fuera con una mácula parda, 3. artículo en su mitad superior pardo con algunas escamas blancuzcas. Antena parda con anillos de color blanquecino, brillantes. Frente de color pardo claro, mezclado con blancuzco. Tórax, tégulas y patagias mezclados de ocráceo y pardo. Abdomen gris-oscuro; patas de igual color con anillos oscuros.

Alas anteriores ocres; sobre costalis, radialis y medianas con escamas negruzcas, de punta blancuzca; mancha basal negra sobre el margen posterior. Otras manchitas negras sobre el campo central exterior y posterior respectivamente. El campo distal, en total ocráceo, es blancuzco; antes del ápice una manchita redonda, negra. Franjas de color gris oscuro. Alas posteriores de color gris oscuro, brillantes; franjas como en el ala anterior.

Aparato genital y detalles ver la fig. 2.

Cotipos en las colecciones P. C. Borsani, Breyer, División de Zoología Agrícola, Bourquin, Museo Argentino de Ciencias Naturales. Preparados en este último.

Habitat: Mendoza, San Juan (Borsani *leg.*, Magistretti *leg.*, López Mansilla *leg.*).

Alimentación larval: Ají (*Solanum lycopersicum*). La oruga es

dañina en los almácigos, donde vive taladrando y también en galerías.

Dedico esta nueva especie a mi amigo D. Carlos P. Borsani, quien la descubrió primeramente y después estudió su biología y su importancia económica.

Tortricidae

Eulia fletcheriella spec. nov.

Especie próxima a *E. sphaleropa* Meyr. Exp. al. 13-15 mm.

Antenas y palpos de color pardo fusco. Las primeras con su base más amarillenta. Patas del mismo color; tórax fusco, abdomen gris plomizo en su base algo de ocre; pincel anal del macho amarillento.

Alas anteriores de color pardo; una mancha basal que se extiende desde el margen anterior — dilatándose — al posterior; la faja mediana oblicua; una mácula semilunar sobre el borde anterior y otra que se alarga sobre el margen desde el ápice hacia la mitad del borde externo, de color pardo-chocolate. A veces existe otra del mismo color en el medio antes del margen externo. En el tornus y en el medio del margen posterior más ocre. El campo entre las fajas medianas y las manchas externas cubierto con gruesas escamas de color ligeramente rosado, que se pierden en los ejemplares volados. Franjas del mismo color como los campos adyacentes.

Alas posteriores de gris pardo, oscuro, en el ápice más oscuro; brillo al margen metálico y cobrizo; franjas de color más claro, mostrando el mismo brillo metálico.

Faz inferior: más negruzco el color y con manchitas casi de color ocre en la mitad exterior del borde anterior. Franjas desde el medio hacia atrás del mismo color ocráceo. Alas posteriores sin característica especial:

♀: La faz inferior del ala anterior tiene todo el ápice de color ocre rojizo y las máculas poco delimitadas.

Aparato genital y sus detalles en la fig. 3.

Cotipos: junto con los preparados en la col. Bourquin.

Habitat: Tigre (Bourquin *leg.*).

La biología de esta especie ha sido estudiada por el señor Fernando Bourquin. Dedico la misma al señor Dr. V. Bainbridge Fletcher, quien amablemente la hizo comparar con los tipos y ejemplares del género *Eulia* conservados en las colecciones de Meyrick y del British Museum.

FIG. 1. — *Hypercallia bourquiniella* spec. nov. Terminalia y signum de la hembra. Aparato genital, uncus y harpes del macho. Cabeza del adulto.

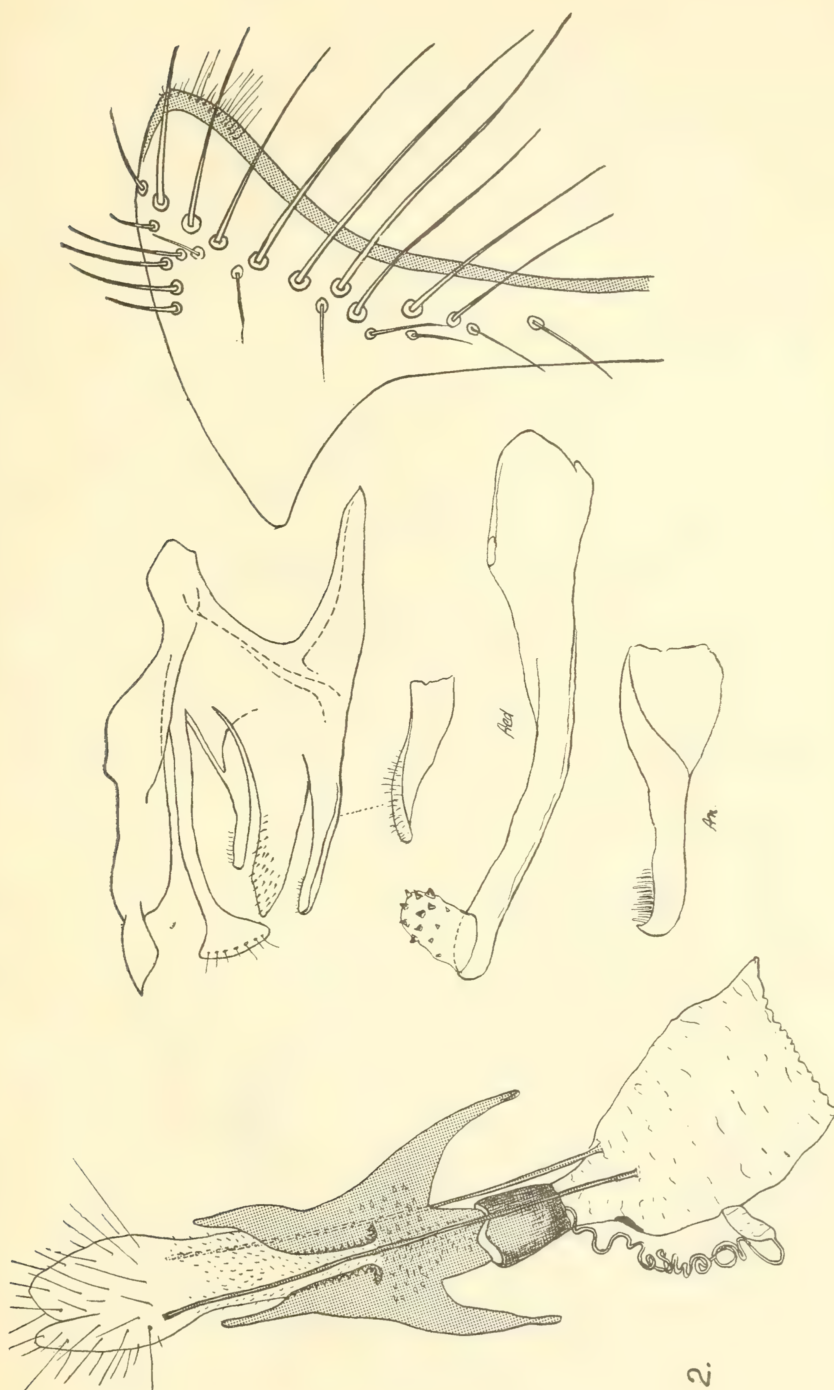


Fig. 2. — *Gnorimoschema borsaniella* spec. nov. Terminalia de la hembra. Aparato genital del macho, edeago, annelo y detalles del harpe.

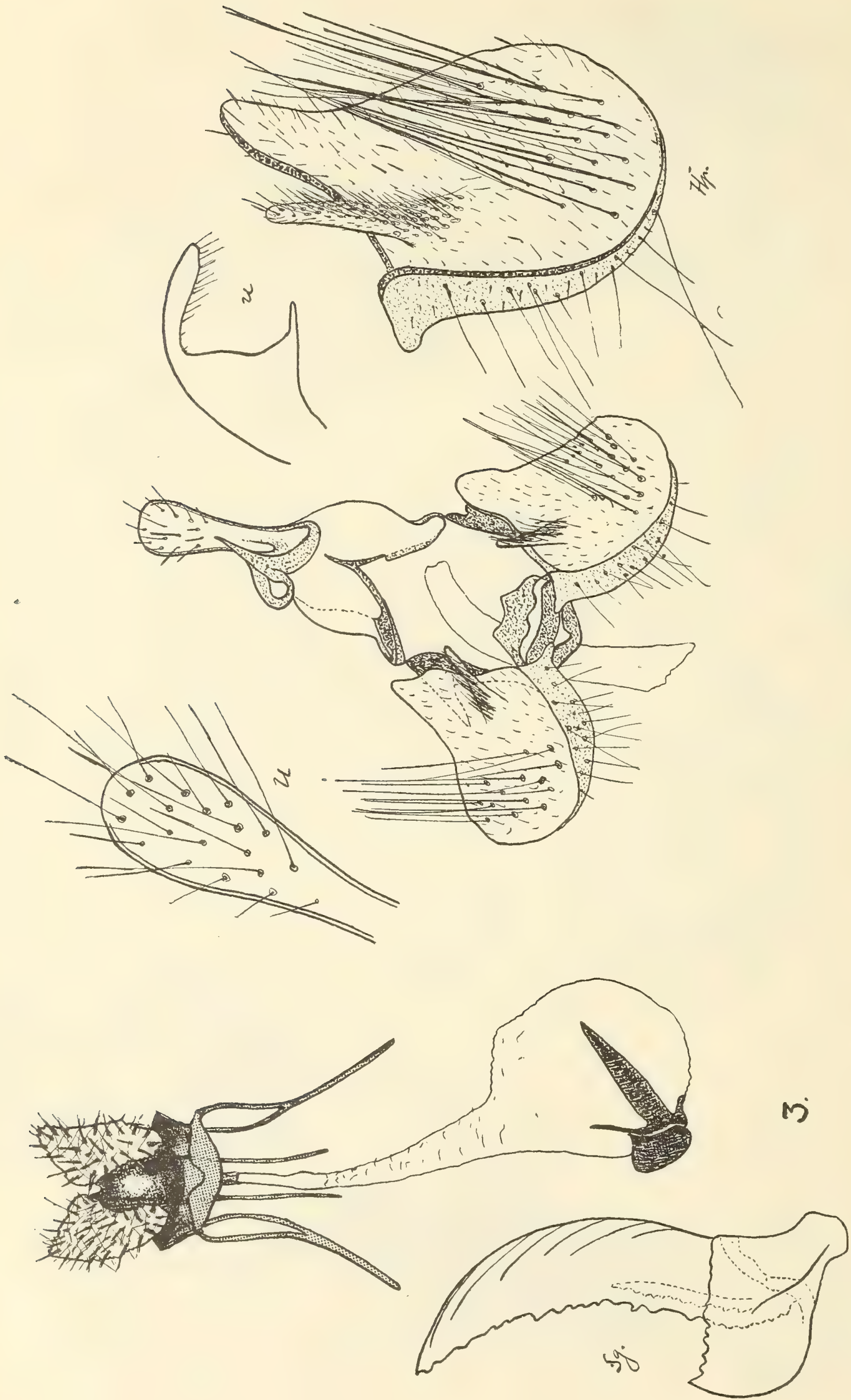


Fig. 3. — *Eulia fletcheriella* spec. nov. Terminalia y signum de la hembra. Aparato genital del macho, uncus (lateral y ventral) y detalles del harpe.

SOBRE UN METAPODO DE CABALLO FOSIL DEL CHAPADMALENSE

POR

CARLOS RUSCONI

I

Hace algunos años (1933) me ocupé de algunas piezas fósiles de la importante colección obtenida durante el viaje efectuado en 1932 a Miramar, por el señor Lorenzo J. Parodi. Ahora doy a conocer de esa colección un trozo de metápodo de un equino que revela algunos detalles de interés paleoantropológico, agradeciendo desde ya la atención que ha tenido el señor Parodi al ceder dicha pieza, que lleva el N 481 de la colección Paleontológica Rusconi.

II

En 1908 (p. 423) el sabio Ameghino describió un metápodo de un equino hallado en el piso chapadmalense, al sur de la Provincia de Buenos Aires. Como la pieza presentaba ciertas particularidades y entre ellas la de su quilla articular, algo desplazada hacia el costado externo, nuestro paleontólogo, por ese y otros motivos, propuso denominarla *Plagiohippus chapalmalensis.*

Pocos años después, Sefve en 1912, al ocuparse de los caballos fósiles argentinos, dió una vista fotográfica de la referida pieza en la figura 17, agregando que el desplazamiento de la quilla podría ser más bien un carácter anómalo. Por ese motivo, la refirió a *Hippidium principale* (Lund), no obstante que en la página 66 manifestara también que podría tratarse del metacarpiano de otro género de caballos, es decir, de *Onohippidium compressidens* (Amegh.).

Después, en su importante obra de 1914 (p. 184), Rovereto re-

cordó a la pieza en cuestión sin abrir juicios, agregando tan sólo una nueva fotografía que dió en la lámina XXVII, fig. 7. A esta le sigue la de Boule (1920), quien, en la página 104, recuerda al género Plagiohippus sin hacer mayores comentarios.

Finalmente en un trabajo póstumo de 1934 (p. 43(, Kraglievich hizo algunas observaciones al respecto y después de poner de manifiesto que las magnitudes del metápodo, tipo de *Plagiohippus chapalmalensis,* no se ajustan extrictamente a las obtenidas por Sefve de los metápodos de *Hippidium principale* y además por tratarse de dos formas distanciadas en tiempo y en espacio, propuso una modificación que consistía en mantener la especie de Ameghino como sugbénero de *Hippidium*, o sea, *Hippidium* (*Plagiohippus*) *chapalmalensis* (Amegh.).

Las diferencias entre el metápodo descripto por Ameghino con el que motiva esta nota, y las de *Hippidium,* no son en verdad tan importantes. Y si a esto se agregase la exigua cantidad de restos de equinos en el chapadmalense, se comprenderá entonces que hubo motivos justificados para exponer opiniones tan divergentes. Mientras tanto no se conozcan mejores elementos, prefiero aceptar la modificación hecha por Kraglievich.

De cualquier modo, el desplazamiento de la quilla que se advierte en la pieza genotípica, no debería ser considerada como una anomalía en el sentido de Sefve, sino más bien un carácter normal, puesto que ese detalle también se manifiesta en la nueva pieza, lo cual viene a confirmar y a robustecer la tesis de Ameghino.

III

El hueso parece ser un metacarpiano del lado derecho y está bien conservado. En la diáfisis, la sección presenta una figura casi circular y llama mucho la atención lo robusta que es su pared ósea, cuyo espesor tiene allí unos 14 milímetros, dejando un reducido espacio para la cavidad medular que no pasa de los 11 milímetros (fig. 1 *a*).

Las protuberancias laterales o epitróclea, son más destacadas que los labios de las poleas articulares y presentan además, cierta asimetría. La polea o superficie articular del lado interno es más grande de modo que su diámetro es también mayor en sentido anteroposterior.

Ameghino había hecho notar el referido desplazamiento de la

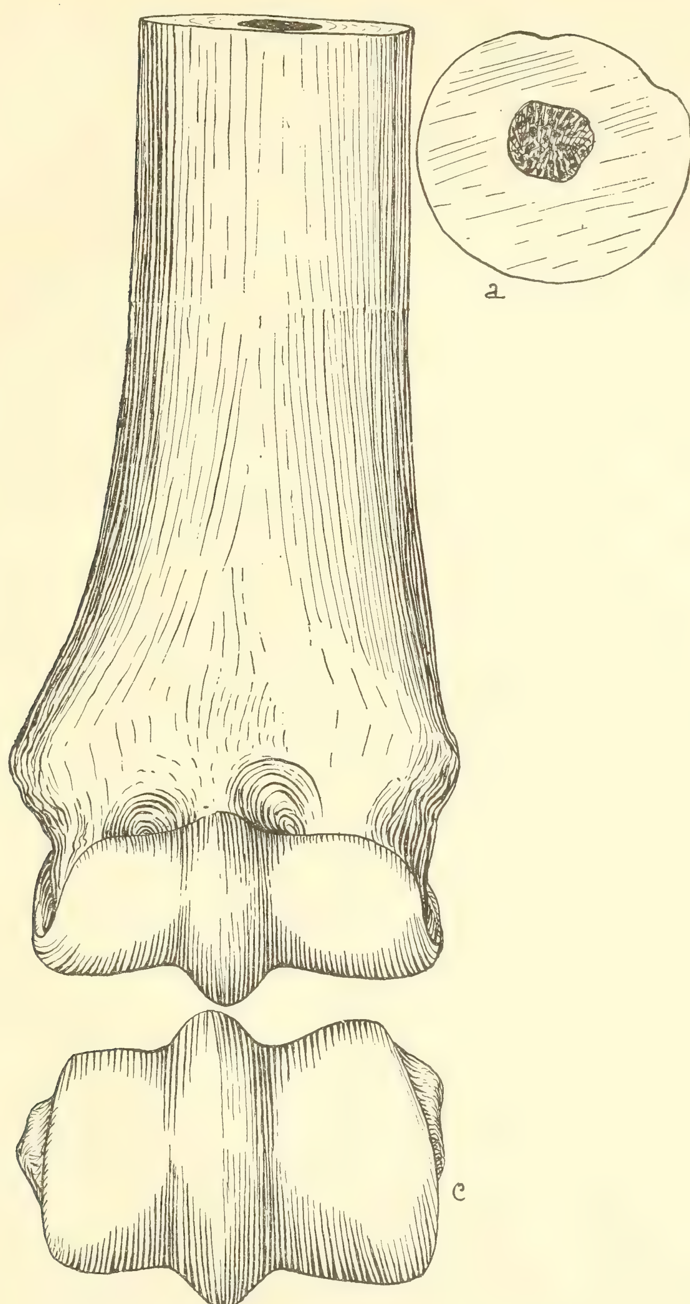


Fig. 1.— Metápodo del lado derecho de *Hippidium* (*P.*) *Chapalmalensis* (*Amegh.*) Nº 481. Colección Rusconi, en tamaño natural.

quilla y Rovereto sólo dió la fotografía ya citada pero ese detalle aparece más exagerado de lo que es en realidad, porque la pieza no ha sido puesta exactamente de frente. Aun cuando todo hacer suponer que los caballos del chapadmalense poseían una quilla desplazada hacia un lado, este carácter, sin embargo, ha sido observado también en otros metápodos, tales como el que nos presenta Boule en la lámina XVII, fig. 5 *a*), y el cual ha referido a *Hippidum neogaeus*.

Además, la quilla de la nueva pieza describe un recorrido levemente sinuoso y en parte oblicuo, tal como lo indica la figura 1 *c*. En la cara posterior de la diáfisis, aparecen dos surcos paralelos y de superficies algo rugosas. Estos surcos que llegan cerca de la epífisis distal, demuestran también que los metacarpianos laterales (II y IV) eran bastantes más largos que los mismos de los caballos actuales, pero más parecidos, en cambio, con los homólogos de los hipidios.

IV

Otra particularidad interesante que presenta la nueva pieza es su rotura situada, más o menos, en la mitad de la longitud de la diáfisis. En los huesos procedentes de terrenos loesoides de la formación pampeana que muestran roturas producidas por causas naturales y cuando se hallaban en estado fósil, es frecuente advertir también quebraduras y facetas más o menos lisas, pero orientadas en distintos planos. Mientras que en aquellos huesos impregnados de mucha sílice y de terrenos a veces más antiguos, las fracturas muestran planos distintos y con superficies concoides. En los huesos fósiles cuya rotura se ha producido en estado fresco, ofrecen por lo regular superficies astilladas bastante características, debido en parte a la elasticidad derivada de los elementos orgánicos que contenían en el momento de la rotura.

Pero la pieza fósil en cuestión se diferencia de las descriptas porque su fractura muestra un corte transversal perfecto y la superficie es casi completamente plana, dando la impresión de que hubiera sido alisada después de la fractura. Por otra parte, la superficie del corte está parcialmente cubierta de dendritas de óxido de manganeso y la consiguiente pátina o lustre paleontológico, detalles que impiden suponer que la fractura se hubiera producido en época reciente.

Dos hipótesis surgen ahora para explicar el origen de ese corte.

La primera consiste en suponer que la fractura habría sido producida artificialmente cuando el hueso se hallaba en estado fresco. Segundo, que la fractura derivaría de causas naturales y circunstanciales cuando la pieza se hallaba en estado fósil. Y en mi opinión, creo más factible la primera hipótesis por el hecho de que tanto la superficie externa del corte como la interna o medular del hueso, muestra el tipo de coloración amarillo-pajiza característica de los fósiles del piso chadpadmalense eólico que no ha sido posteriormente removido.

Por otra parte sabemos que el hombre fósil de las épocas chapadmalense y ensenadense (Rusconi, 1932) trabajaba el hueso y por consiguiente, no creo en la posibilidad de un error al admitir que la fractura del metápodo puede haber sido de origen antrópico.

Longitud total del hueso	132	mm
Diámetro transverso en la diáfisis al nivel de la rotura .	36	»
» » entre ambas epitrócleas	57	»
» » » ambos labios articulares . .	52	»
» anteroposterior de la polea interna	35	»
» » » » » externa	30	»

BIBLIOGRAFIA

AMEGHINO, F. *Las formaciones sedimentarias de la región litoral de Mar del Plata y Chapadmalal*, en *Anales del Museo de Historia Natural*, vol. XVII, pp. 343-428, Buenos Aires, 1908.

BOULE, N. *Les mamiférés fossiles de Tarija*, en *Mission Scientifique de G. de Créqui Montfort et S. de la Grange*, París, 1920.

KRAGLIEVICH, L. *La antigüedad pliocena de las faunas de Monte Hermoso y Chapadmalal, deducidas de su comparación con las que le precedieron y sucedieron*, pp. 1-136, Montevideo, 1934.

SEFVE, I. *Die Fossilen pferde Sudamerikas*, en *Kungi. Svenska Vetens kapacademiens*, vol. 48, nº 6, Uppsala, 1912.

ROVERETO, C. *Los estratos araucanos y sus fósiles*, en *Anal. Mus. Hist. Nat.*, vol. XXV, Buenos Aires, 1912.

RUSCONI, C. *Huesos fosiles y huesos trabajados*, en *Publicaciones del Museo Antropológico y Etnográfico* (*Fac. Filos. y Letras*), vol. II, pp. 149-157, Buenos Aires, 1932.

RUSCONI, C. *Nuevas especies de mamíferos terciarios procedentes del piso chapadmalense*, en *Anales de ia Sociedad Científica Argentina* vol., CXV, pp. 105-113, Buenos Aires, 1933.

Mendoza, Septiembre 30 de 1939.

REGLAMENTO DE LAS SECCIONES DE LA SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA EN EL INTERIOR DEL PAIS

Aprobado por la Junta Directiva en su sesión del 22 de diciembre de 1933 y modificado en la del 7 de diciembre de 1939.

Art. 1. — La Junta Directiva de la Sociedad Científica Argentina, de acuerdo con el apartado 7º de las Bases de la Sociedad, resuelve la constitución de Secciones a ella vinculadas, en las diferentes ciudades de la República; las que se designarán: Sección .... (nombre de la localidad) de la Sociedad Científica Argentina.

Art. 2º — A los efectos de la organización de una Sección en determinada ciudad, la Junta Directiva designará a un socio correspondiente, vitalicio o activo, en carácter de delegado, quien se encargará de la misión de propaganda para la consecución de socios, de acuerdo con los Estatutos y con domicilio real en la localidad; cuyas solicitudes elevará a la Junta Directiva. Se ocupará también de toda otra gestión que esté relacionada con el fin perseguido por la Sociedad actuando como representante de la Junta Directiva.

Art. 3º — Una vez formalizada la situación, en carácter de socio activo o vitalicio, de diez (10) personas, la Junta Directiva declarará constituída la Sección, bajo la presidencia de un Presidente delegado. Este, a su vez, propondrá para su designación por la Junta Directiva a dos (2) miembros que desempeñarán los cargos de "Secretario delegado" y "Tesorero delegado", los que con el Presidente, constituirán la Mesa Directiva.

Art. 4º — Cuando una Sección cuente con más de veinte (20) socios activos o vitalicios, la Junta Directiva podrá autorizar, a pedido de la mitad más uno de ellos, la elección de una "Comisión Directiva local", constituída por Presidente, Secretario, Tesorero y cuatro (4) Vocales. En casos especiales, la Junta Directiva podrá autorizar la constitución de Comisiones Directivas locales con número distinto de miembros. Esta elección se hará de acuerdo con las normas estatuídas que rigen para las de la Junta Directiva. La duración en los cargos será de un año, pudiendo ser reelegidos.

Art. 5º — Las Asambleas de una Sección serán ordinarias y extraordinarias. Ordinarias, para elección o renovación de la Comisión Directiva local, debiendo ajustarse en cuanto corresponda, al artículo 6º de los Es-

tatutos; extraordinarias, las que realicen las Secciones con Mesa Directiva o con Comisión Directiva, y son aquellas que se rigen por el artículo 7º de los Estatutos, pudiendo tratar asuntos de carácter científico o de otra naturaleza, siempre que no afecten el espíritu y letra de los Estatutos. Podrán, así, proponer a la Junta Directiva de la Sociedad, por simple mayoría de votos, en un quórum de la mitad de los socios de la Sección, las medidas o iniciativas que consideren convenientes.

Art. 6º — Los socios afiliados a las Secciones gozarán de los mismas atribuciones y deberes que los de la Sociedad, en sus respectivas categorías. En particular, recibirán los "Anales" y demás publicaciones de la Sociedad; podrán gozar del derecho de publicar artículos científicos en los "Anales", dentro de lo establecido en el inciso *b*), artículo 31 de los Estatutos; gozarán del uso de la Biblioteca; gozarán de los descuentos que la Sociedad pueda acordar por traducciones de artículos de revistas u obras existentes en la Biblioteca de la Sociedad o por fotografías de los mismos, etc.

Art. 7º — Los socios activos afiliados a las Secciones se comunicarán con la Junta Directiva de la Sociedad por intermedio de la autoridad de la Sección.

Art. 8º — Los socios que, residiendo en la localidad donde se cree una Sección, no deseen integrar la misma, quedarán en las condiciones estatutarias generales que rigen para los residentes en la Capital Federal.

Art. 9º — Los socios activos afiliados a una Sección abonarán a las autoridades de la misma una cuota mensual no inferior a $ 2.— m/n, de los cuales se pondrá $ 1.50 m/n a disposición de la Sede central, quedando el resto para gastos de Secretaría, etc., de la Sección.

Art. 10º — Las Comisiones Directivas locales darán curso a las solicitudes de socios que se presenten y los aceptarán, si se encuentran en las condiciones establecidas en los Estatutos, con carácter transitorio y hasta tanto la Junta Directiva de la Sociedad los acepte definitivamente.

Art. 11º — A los fines del artículo anterior, las Secciones enviarán un duplicado de cada solicitud de socio, para su archivo en la Sede central, con la constancia de su aceptación definitiva.

Art. 12º — Las Secciones presentarán trimestralmente a la Junta Directiva de la Sociedad un balance, la nómina depurada de socios y una planilla detallando el estado de cada uno con Tesorería.

Art. 13º — Las Secciones tendrán derecho a un pliego de los "Anales" para la publicación de trabajos de los asociados, el que se dará por riguroso turno y a aquéllas que se encuentren al día con la Tesorería de la Sede central.

Art. 14º — Cuando aparecieran desnaturalizados los fines de creación de una Sección, la Junta Directiva, con citación especial, podrá adoptar las medidas pertinentes, inclusive la disolución.

BIBLIOGRAFIA

Por E. R.

M. D. Barbier. — *Les parallaxes dynámiques des ètoiles doubles*. — Paris, 1936. Hermann y Cía. Precio 10 fr.

Este pequeño folleto de 32 págs. forma parte de una serie de monografías sobre Tetronomía Estelar, publicadas bajo la dirección de Mr. Kenri Mineur, astrónomo del Observatorio de París.

El tema tratado se refiere a la determinación de las pasalajes de las estrellas dobles, mediante su movimiento orbital; la calificación de "dinámicas" para estas pasalajes, ha sido propuesta por H. N. Russell, mientras K. Lundmark prefiere la de "gravitacionales"; pero el uso ha consagrado la denominación elegida por Russell.

Los primeros métodos de observación y fórmulas de cálculo han sido publicados en 1911 contemporáneamente por Russell y Hertzsprung, y se agrupan en dos clases: los aplicables a pares de estrellas cuya órbita es conocida, en cuyo caso basta determinar las dimensiones absolutas de las órbitas, cuyos elementos no pueden habitualmente expresarse más que en segundos de arco, y relacionar una longitud expresada en los dos sistemas de unidades, lo que suministra la paralaje. y los métodos aplicables a los pares de estrellas para los cuales no se conoce más que un pequeño arco de órbita, insuficiente para determinarla.

El estudio de Mr. Barbier, se refiere principalmente a estos últimos procedimientos, pues hay más de 2000 estrellas dobles susceptibles de ser tratadas con dichos métodos, contra 130 pares de los que se conoce la órbita. Pero los resultados obtenidos, no pueden ser utilizados más que estadísticamente, reemplazando ciertas funciones de las cantidades desconocidas, por sus valores medios. Esto constituye una interesante y nueva aplicación de los métodos estadísticos en el campo de la astronomía física.

Entre las conclusiones a que ya se ha llegado con estas investigaciones, figuran las siguientes: Dado un conjunto de pares, en los que se ha determinado la paralaje dinámica de cada uno, puede deducirse de estos datos la repartición de sus paralajes verdaderos: igualmente, es posible calcular las correcciones a efectuar sobre las paralajes dinámicas para que su repartición sea la misma que la de las paralajes verdaderas.

La reseña bibliográfica con que termina este folleto, comprende 52 referencias, de obras referentes al tema y publicadas desde 1827 a 1935; la primera es de Savary, sobre el movimiento de las estrellas dobles: y una de las últimas es el Catálogo General de paralajes estelares, preparado por Schlesinger, en el Observatorio de Yale.

INDICE GENERAL

DE LAS MATERIAS CONTENIDAS EN EL TOMO CENTÉSIMO VIGÉSIMO OCTAVO

PÁG.

J. C. VIGNAUX. — Las funciones de una y de varias variables complejas sobre una superficie cualquiera 3

C. DIEULEFAIT. — Sobre la seire de Poisson-Charlier 10

WALTER KNOCHE. — Condiciones del calor en la vivienda, en relación al calor externo 25

Id. íd. — Los valores de calor más elevados en la República Argentina 28

VENANCIO DEULOFEU. — Posibilidades de intensificar la investigación científica en la Escuela de Química 31

A. HUSTACHE. — Curculionides nouveaux de l'Argentine et autres régions sud-américaines . . . . 38 y 99

CARLOS BIGGERI. — Sobre las abscisas de convergencia de las integrales de Laplace y de las series de Dirichlet 65

JERÓNIMO SANGUINETI. — Contribución al estudio de algunas curvas particulares 71

ROGELIO A. TRELLES. — Un problema de difícil solución en el país: la formación de hidrogeólogos 82

PEDRO F. CAPELLI. — Sobre las funciones holomorfas y polígenas de una variable compleja binaria 154

WALTER KNOCHE. — Diferencias de orden climático entre la colonización española y portuguesa 175

ANTONIO VALEIRAS. — Sobre una cuestión de geometría relativa a las series de potencias 217

JUAN M. ALESSI. — Sobre la transformada de Heine de variable dual y bidual 222

CARLOS RUSCONI. — El premolar inferior de los grandes carpinchos extinguidos 233

GEORGES DENNLER. — Contribuciones al estudio zoológico de los Rheiformes 240

WALTER KNOCHE. — Condiciones climáticas en relación a las migraciones melanesio-polinésicas dentro de la Oceanía y hacia Sud América 247

JORGE W. DOBRANICH. — Presentación del Ing. C. Wunenburger al pronunciar su conferencia en la Sociedad Científica Argentina 264

G. WUNENBURGER. — El problema de la transmisión de la energía a larga distancia en su actual aspecto 266

KENNETH J. HAYWARD. — Hesperioidea argentina X 289

PÁG.

E. EDUARDO KRAPF. — Doctrina y tratamiento de la alienación a través de los siglos 297
J. C. VIGNAUX. — Presentación del Dr. Pablo Montel 321
PABLO MONTEL. — Sobre la cuadratura del círculo 324
J. BLASCO. — La ley de Pareto sobre la distribución de las rentas 331
JOAQUÍN FRENGUELLI. — El río Uruguay entre « Salto Grande » y « Paso Hervidero » 342
P. KOHLER. — Tres nuevos microlepidópteros argentinos 369
CARLOS RUSCONI. — Sobre un metápodo de caballo fósil del chapadmalense 375

Reglamento de las Secciones de la Sociedad Científica Argentina en el interior del país 380

E. R. — Noticiario 255

C. C. D. — Bibliografía . . . . . 125 y 190

G. W. — Bibliografía 319

E. R. — Bibliografía 382

SECCION MENDOZA de la Sociedad Científica Argentina:
Inauguración de las reuniones 129
Proyecto de Reglamento para las reuniones de carácter científico de la Filial Mendoza de la Sociedad Científica Argentina 131
VELI HUAPÍ. — II. Contribución a la flora liquenológica sudamericana . 133
ADRIÁN RUIZ LEAL. — Sida argentina K. Schumann 148
Id. id. — Presencia de Proboscidea lutea en Mendoza 257

SECCION SANTA FE de la Sociedad Científica Argentina:
Ciclo de conferencias:
Conferencia del Dr. ARDOINO MARTINI. — Ideas y sugestiones sobre la investigación microquímica 193
Sesión de comunicaciones del 18 de Septiembre de 1939 195
AMELIA LARGUÍA DE CROUZEILLES. — Correlaciones entre la alfarería indígena encontrada en la región de Santa Fe y la de la provincia de Santiago del Estero 196
H. DAMIANOVICH Y E. VIRASORO. — La química del helio y de los helionoides. Curvas fotométricas de espectrogramas de Rayos X de compuestos He - Pt 212
ROLANDO HEREÑU. — Un tubo caudal de Panochtus 213

SOCIOS ACTIVOS

Abrines, Héctor Aníbal
Aguilar, Félix
Aibizzati, Carlos M.
Alessi, Juan M.
Alvarez, Raúl J.
Alvarez de Toledo, Belisario
Allende Lezama, Luciano P.
Anastasi, Camilo
Anchorena, Juan E.
André, Enrique de
Andrioletti, Juan Luis
Añón Suárez, Vicente
Aparicio, Francisco de
Aráoz Alfaro, Gregorio
Arce, Manuel J.
Armani, Aquiles
Arnaudo, Silvio J.
Avila Méndez, Delfín
Bado, Atilio A.
Bachmann, Ernesto
Baglietto, Eduardo E.
Balbiani, Atilio
Baliani, Luis M.
Bancalari, Agustín
Bandoni, Alfredo J.
Barabino Amadeo, S.
Bargna, Juan L.
Barilari, Mariano J.
Barral Souto, José
Barrancos, Leónidas A.
Becke, Alejandro von der
Berrino, Juan B.
Bertino, José Carlos
Besio Moreno, Nicolás
Bianchi Lischetti, A.
Biggeri, Carlos
Blanchard, Everard E.
Blaquier, Juan
Boaglio, Santiago
Bolognini, Héctor
Bonanni, Cayetano A.
Bontempi, Luis
Bordas, Alejandro F.
Bordenave, Pablo E.
Borzacov, Vladimir
Borzi, Ana María
Bosch, Gonzalo
Bosisio, Anecto J.
Bottaro, Juan C.
Bozzini, Luis (h.)
Briano, Juan A.
Buich, Raúl
Bula, Clotilde A.
Bunge, Juan C.
Buontempo, Guillermo
Burkart, Arturo
Busso, Eduardo B.
Butty, Enrique
Buzzo, Alfredo

Caillet Bois, Teodoro
Calandra, Raúl E.
Canale, Humberto
Capelli, Pedro F.
Capurro, Roberto H.
Carabelli, Juan José
Carbone, Esteban
Carbonell, José J.
Cárcova, Enrique de la
Carelli, Antonio
Carelli, Humberto H.
Caride Massini, Pedro
Carman, Ernesto
Carrea, Juan Ubaldo
Casacuberta, Antonio
Castellanos, Alberto
Castello, Manuel F.
Castiñeiras, Julio R.
Ceppi, Héctor
Cernuschi, Félix
Clos, Enrique C.
Cock, Guillermo E.
Coni Bazán, F. A.
Curti, Orlando P.
Curutchet, Luis
Chanourdie, Enrique
Chizzini Melo, Aníbal F.
D'Ascoli, Lucio
Dassen, Claro C.
Dasso, Ricardo L.
De Cesare, Elías A.
De Fina, Armando L.
De la Ini, Juan E.
Dellepiane, Luis J.
Dennler, Jorge
Deulofeu, Venancio
Díaz, Emilio C.
Dieulefait, Carlos E.
Doello-Jurado, Martín
Dobranich, Jorge W.
Domínguez, Juan A.
Dubecq, Raúl E.
Dueñas, José
Duhau, Luis
Dupont, Enrique
Durañona y Vedia, A.
Durrieu, Mauricio
Escudero, Antonio
Escudero, Pedro
Faré, Santo S.
Fernández, Alberto J.
Fernández Díaz, A.
Fernández Long, S.
Figini, Angel
Figuerero, Hernando W
Fischer, Gustavo Juan
Flores, Emilio M.
Florit Carlos J.
Fossa Mancini, E.
Franceschi, Alfredo
Fürnkorn, Divico A.
Gadda, Carlos Manuel

Galmarini, Alfredo G.
Gando, Alfredo R.
Gandolfi Herrero, Augusto
Gandolfo, José S.
Gascón, Alberto
Gaspar, Fernando L.
Géneau, Carlos E.
Gerardi, Donato
Ghigliazza, Sebastián
Giagnoni, Bartolomé E.
Giannone, José
Gradín, Carlos
Grieben, Arturo
Gutiérrez, Ricardo J.
Herbin, Luis A.
Hermitte, Enrique
Herrera Vegas, M.
Herzer, Bernardo
Hickethier, Carlos F.
Hofmann, Herbert
Houssay, Bernardo A.
Hoyo, Arturo
Igartúa, Luis María
Irigoyen, Luis H.
Isetta, José
Ivanissevich, Ludovico
Jorge, José M.
Jakob, Cristofredo
Kervor, Juan B.
King, Diarmid O.
Kinkelin Pelletán, J. C. de
Knoche, Walter
Kraglievich, Nicolás T.
Krapf, Eduardo
Labarthe, Julio
Lagunas, Simón
La Menza, Francisco
Laporte, Luis B.
Larco, Esteban
Lasso, Alfredo L.
Latzina, Eduardo
Lignières, Roberto
Lizer y Trelles, C. A.
Lombardi, Alberto
López Sommaschini, Antonio
Loudet, Osvaldo
Loyarte, Ramón G.
Lugones, Arturo M.
Llauró, José
Mac Donagh, E. J.
Magnin, Félix J.
Magnin, Jorge
Mainini, Carlos
Mallol, Emilio
Mamberto, Benito
Marcó del Pont, E.
Marchionatto, Juan B.
Martignone, Eduardo
Marotta, F. Pedro

Marotta, R. Armando
Mata, Leopoldo
Méndez, Julio
Meoli, Gabriel
Meoli, Humberto
Mercau, Agustín
Meriggi, Juan C.
Mermoz, Francisco A.
Molfino, José F.
Molina Carranza, L.
Molle, Clotilde C.
Montes, Vicente E.
Moragues Bernat, Jaime
Moreno, Evaristo V.
Nágera, Juan José
Natale, Alfredo
Natale, Ernesto
Negrete, Lucía
Negri, Mario L.
Nielsen, Juan
Novelli, Armando
Ogloblin, Alejandro
Oliveri, Alfredo E.
Ortiz, Aníbal A.
Ortiz de Rosas, Jorge
Otamendi, Gustavo
Ottonello, Héctor
Ottonello, Néstor J.
Páez, José María
Page, Franklin Nelson
Paitoví, y Oliveras, A.
Parodi, Edmundo
Parodi, Lorenzo R.
Pasman, Rodolfo E.
Pastore, Franco
Paz Anchorena, José M.
Pérez Hernández, A.
Perrone, Cayetano
Pestalardo, Agustín
Pini, Aldo S.
Platz, Hubert
Posadas, Carlos
Quinos, José Luis
Quinterno, Bruno F.
Quiroga, Pedro R.
Raimondi, Alejandro
Raffo, Bartolomé M.
Ramaccioni, Danilo
Ramallo, Carlos M.
Ratto, Héctor R.
Rebuelto, Antonio
Rebuelto, Emilio
Reece, William Asher
Repetto, Blas Angel
Repossini, José
Ringuelet, Emilio J.
Rissotto, Atilio A.
Robles, Angel A.
Rodríguez Aravena, S.
Rodríguez, Miguel
Roffo, Angel H.
Roffo, Juan

Roldán, Raimundo
Romero Brest, Enrique
Rokotnitz, Otto
Rossell Soler, Pedro
Ruata, Luis E.
Ruiz Moreno, Isidoro
Ruiz Moreno, Adrián
Rumi, Tomás J.
Sabaria, Enrique
Salomón, Hugo
Sánchez, José Ricardo
Sánchez, Gregorio L.
Sánchez Díaz, Abel
Sánchez Sorondo, M. G.
Sanromán, Iberio
Santángelo, Rodolfo
Sarhy, Juan F.
Sarrabayrouse, Eugenio
Savon, Marcos A.
Schnack, Benno J.
Schulz, Guillermo
Selva, Domingo
Selzer, Samuel
Sesma,, Angel
Sheahan, Juan F.
Silva, Leónidas L.
Simonoff, Miguel
Simons, Hellmut
Siri, Luis
Sobral, Arturo
Solari, Emilio F.
Solari, Miguel A.
Sordelli, Alfredo
Soler, Frank L.
Spinetto, David J.
Spota, Víctor J.
Storni, Segundo R.
Taiana, Alberto F.
Taiana, Jorge
Tarragona, José
Tello, Eugenio
Torre Bertucci, Pedro
Torello, Pablo
Tossini, Luis
Trelles, Rogelio A.
Trucco, Sixto E.
Valeiras, Antonio
Valentini, Argentino
Valentinuzzi, Máximo
Vallebella, Colón B.
Vanossi, Reinaldo
Varela Gil, José
Vela Huergo, Julio
Veyga, Francisco de
Vidal, Eduardo
Vignati, Milcíades A.
Vignaux, Juan C.
Vinardell, Alberto
Volpatti, Eduardo
Wainer, Jacobo
Wunenburger, Gastón
Wauters, Carlos
Wernicke, Raúl
White, Guillermo J.
Williams, Adolfo T.
Yepes, José
Zamboni, Agustín
Zappi, Enrique V.
Zavalla, Carlos M.
Zuloaga, Angel M.

SOCIOS ADHERENTES

Bazzanella, José
Cotlar, Mischa
Devoto, Carlos Alberto
Ebin, José
Elizondo, Francisco M.
Ferramola, Raúl
Folcini, Martín L. G.
García, Eduardo D.
Gorchs, Agustín C.
Laclau, Juan Pedro
Magne de la Croix, P. A.
Mailhos, Luis E.
Milesi, Emilio Angel
Recoder, Roberto F.
Repetto, Cayetano
Rusconi, Carlos
Sadosky, Manuel
Somonte, Eduardo
Viticcioli, Fernando
Wechsler, Wolf

CASAS ADHERENTES

Angel Estrada y Cía.
Benvenuto y Cía.
Lutz, Ferrando y Cía.
Hijos de Atilio Massone
Otto Hess, S. A.
T. Gr. "Tomás Palumbo"
Jacobo Peuser, S. A. Ltda.

SOCIO VITALICIO

Huergo, Eduardo María

MIEMBROS PROTECTORES DE LA ORGANIZACION DIDACTICA DE BUENOS AIRES

Anchorena, Juan E.
Besio Moreno, Nicolás
Tornquist, E. y Cía. (Lda.)

SECCION CORDOBA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Juan Olsacher; Vice-presidente, Dr. Miguel Fernández; Vice-presidente, Ing. Daniel A. García; Secretario de actas, Dr. Guillermo V. Stuckert; Secretario de correspondencia, Prof. Tulio Mácola; Tesorero, Sr. Bernardo Pilotto; Pro-tesorero, Dr. Carlos C. Hosseus; Vocales: Ing. Clodoveo Pascualini; Ing. Jorge E. Bobone; Ing. Luis Chechi; Ing. Ambrosio L. Taravella; Dr. Federico Padula; Dr. José Carlomagno; Dr. Meade L. Zimmer; Sr. Enrique Sparn.

SOCIOS ACTIVOS

Aguiar, Henoch D.
Bobone, Jorge E.
Brandan, Ramón A.
Broglia, Alberto A.
Buteler, Jesús E.
Camilloni, Carlos
Carlomagno, José
Chaudet, Enrique
Checchi, Luis
Deheza, Eduardo
Esteban, Fernando
Fernández, Miguel
Fontana, Lorenzo F.
García, Daniel
Godoy, Salvador A.
Gordillo, Pedro N.
Hosseus, Carlos Curt
Larrauri, Agustín C.
Mácola, Berardo A.
Mácola, Tulio
Mirizzi, Pablo Luis
Ninci, Raúl T.
Olaf Lützow, Holm
Olsacher, Juan
Padula, Federico
Pasqualini, Clodoveo
Peláez J. Gambastiani de

- Pilotto, Bernardo
- Ponce Laforgue, Carlos
- Rothlin, Edwin
- Schmiedecke, Augusto
- Sparn, Enrique
- Stuckert, Guillermo V.
- Taravella, Ambrosio L.
- Trebino, Natalio
- Urciolo, Victorio
- Vercello, Carlos
- Yadarola, Mauricio L.
- Zimmer, Mesde L.

SECCION SANTA FE

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. José Piazza; Vice-presidente, Ingº Civil Francisco E. Urondo; Secretario de correspondencia, Ingº Quím. Rodolfo G. Christen; Secretario de actas, Ingº Quím. Carlos C. Christen; Tesorero, Ingº Quím. Guillermo Berráz; Vocal 1º, Ingº Civil José Babini; Vocal 2º, Prof. Rolando Hereñú; Vocales suplentes, Ingº Agrº Bruno Santini y Prof. Julio Salaber; Encargado de Publicaciones, Ingº Civil José Babini; Encargado de Canje, Ingº Quím. Rodolfo Rouzaut.

SOCIOS ACTIVOS

- Anadón, Leónidas
- Ariotti, Juan Carlos
- Babini, José
- Berraz, Guillermo
- Bertuzzi, Francisco A.
- Bossi, Celestino
- Cerana, Miguel
- Claus, Guillermo
- Cohan, Marcos
- Courault, Pablo
- Crouzeilles, A. L. de
- Cruellas, José
- Christen, Carlos
- Christen, Rodolfo G.
- Damianovich, Horacio
- Falco, Federico
- Fester, Gustavo A.
- Frenguelli, Joaquín
- Gollán, Josué (h.)
- Hereñú, Rolando
- Hotschewer, Curto
- Juliá, Tolrá Antonio
- Kleer, Gregorio
- Lachaga, Dámaso A.
- Mai, Carlos
- Mántaras, Fernando
- Marelli, Hipólito
- Martino, Antonio E.
- Montpellier, Luis Marcos
- Mounier, Celestino
- Muzzio, Enrique
- Nigro, Angel
- Niklison, Carlos A.
- Oliva, José
- Peresutti, Luis
- Piazza, José
- Piñero, Rodolfo
- Pozzo, Hiram J.
- Ragonese, Arturo E.
- Reinares, Sergio
- Rouzaut, Rodolfo
- Salaber, Julio
- Salgado, José
- Santini, Bruno L. P.
- Schivazappa, Mario
- Simonutti, Atilio A.
- Tissembaum, Mariano
- Urondo, Francisco E.
- Virasoro, Enrique

SECCION MENDOZA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Eduardo Carette; Vice-presidente, Ingº Cayetano C. Piccione; Secretario, Sr. Adrián Ruíz Leal; Tesorero, Sr. Manuel Tellechea; Bibliotecario, Prof. Aníbal Ruíz; Vocales: Dr. Juan B. Lara; Ingº Juan P. Toso; Ingº Angel Stura; Sr. Ranulfo Rosales; Dr. Juan P. Paganotto; Dr. Mario Bidone.

SOCIOS ACTIVOS

- Ahumada, Ciro
- Anzorena, Jacinto
- Ayala Castagnino, G.
- Basso, Germinal
- Benegas, Raúl
- Bidone, Mario
- Borsani, Carlos Pablo
- Burgoa, Pedro A.
- Carette, Eduardo
- Castillo, José
- Croce, Francisco M.
- Dobbs, Leonel
- Espinosa, Norberto A.
- Flor Alvarado, José M.
- Galeano, Edgardo
- García, José Federico
- Godoy Vergelin, G.
- Gomensoro, José N.
- Guevara, José R.
- Jofré, Alberto L.
- Lara, Juan B.
- Lucero, Braulio G.
- Lugones, Manuel G.
- Magistretti, Guillermo
- Maveroff, Aquiles
- Mayorga, Santiago C.
- Navarro Correas, José A.
- Paganotto, Juan P.
- Piccione, Cayetano C.
- Ponce, José Raúl
- Pontis, Rafael E.
- Richard, Alfonso E.
- Rosales, Ranulfo S.
- Ruíz, Aníbal
- Ruíz Leal, Adrián
- Sáez Medina, Miguel
- San Martín, José Benito de
- Serra, Luis Angel
- Silvestre, Tomás
- Stura, Angel C.
- Tellechea, Manuel
- Tolosa, Julio (h)
- Toso, Juan F.

SECCION LA PLATA

COMISION DIRECTIVA

Presidente, Dr. Carlos A. Sagastume; Secretaria, Dra. Juana Cortelezzi; Tesorero, Dr. Carlos T. Teobaldo; Vocales: Ingº Juan Sabato, Ingº Manuel Ucha, Dr. Pedro G. Paternosto, Dr. Alberto E. Sagastume Berra.

SOCIOS ACTIVOS

Alsina Fuertes, Fidel
Angli, Jerónimo
Arroyo Basaldúa, Víctor M.
Bauer, Conrado
Bonet, Luis A.
Brau, Eduardo F.
Canals Frau, Salvador
Carusi, Oreste
Coria, Pedro E.
Cortelezzi, Juana
Crespi Gherzi, Rodolfo A.
Christmann, Federico E.
Daló, Héctor R.
Delprato, Ismael
Ferrari, Obdulio J. F.
Gascón, Jorge
Gershánik, Simón
Giovambattista, Humberto
Grisi, Adolfo P.
Inda, Carmen
Landolfi, José María
Lizarán, Fernando
Lockart, Carlos E.
Loedel Palumbo, Enrique
Magliano, Hilario
Marmonti, Angel
Márquez, Aníbal R.
Massimino, Blas
Méndez, José D.
Micheletti, Luis A.
Nico, Raúl
Oliva, Virgilio
Paternosto, Pedro G.
Pera, Tomás Carlos
Platzceck, Ricardo P.
Rodríguez, Marcelo R. N.
Romano Yalour, Juan G.
Sabato, Juan
Sáez, Francisco A.
Sagastume Berra, A. E.
Sagastume, Carlos A.
Scheggia, Eduardo R.
Teobaldo, Carlos
Toranzos, Fausto L.
Trejo, César A.
Ucha Udabe, Manuel
Vucetich, Danilo C.
Wilkens, Alejandro

SOCIOS CORRESPONDIENTES

Aguilar y Santillán, R.	México
Alvarez, Antenor	Sgo. del Estero
Amaral, Afranio de	San Pablo (Br.)
Avendaño, Leónidas	Lima
Bachmann, Carlos J.	Lima
Bodenbender, Guillermo	Córdoba
Bolívar, Ignacio	Madrid
Bonarelli, Guido	Gubbio (It.)
Borel, Emile	París
Bragg, William Henry	Londres
Bruch, Carlos	Olivos (B. A.)
Cabrera, Blás	Madrid
Campos Porto, Pablo	Río de Janeiro
Carabajal, Melitón M.	Lima
Darmois, Eugenio	Nancy (Fr.)
Darmois, Georges	París
Dávila, Rubén	Santiago (Ch.)
Escomel Edmundo	Lima
Fiebrig, Carlos	Munich (Al.)
Fontecilla Larrain, Arturo	Santiago (Ch.)
Fort, Michel	Lima
González del Riego, Felipe	Lima
Greve, Germán	Santiago (Ch.)
Guinier, Philibert	Nancy (Fr.)
Hadamard, Jacques	París
Hauman, Luciano	Bruselas
Hernández, Juvenal	Santiago (Ch.)
Hijar y Haro, Luis	México
Janet, Pierre	París
Jiménez de Asúa, Luis	Madrid
Keiper, Guillermo	Berlín
Lahille, Fernando	Tarn (Fr.)
Langevin, Paul	París
Levi, Beppo	Rosario
Levi Civita, Tulio	Roma
Lobo, Bruno	Río de Janeiro
Mardones, Francisco	Santiago (Ch.)
Molina, Enrique	Concepc. (Ch.)
Monjaráz, Jesús E.	México
Montel, Paul	París
Moretti, Gaetano	Milán
Oliver Schneider, Carlos	Concepción (Ch.)
Pereira d'Andrade, Lencastre	Nova Goa (I. P.)
Perrin, Tomás G.	México
Perrine, Carlos D.	Córdoba
Pi y Suñer, Augusto	Barcelona
Porter, Carlos E.	Santiago (Ch.)
Reyes Cox, Eduardo	Santiago (Ch.)
Rowe, Leo S.	Washington
Tello, Julio C.	Lima
Terrraccini, Alejandro	Tucumán
Valle, Rafael H.	México
Vélez, Daniel M.	México
Villarán, Manuel V.	Lima
Vitoria, Eduardo	Barcelona
Volterra, Vito	Roma

